

МАТЕМАТИКА



АЛГЕБРА ВА АСОСҲОИ АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЯ ҚИСМИ 1

Китоби дарсӣ барои донишомӯзони синфи 10-уми муассисаҳои таълими
маёнаи умумӣ

Нашри якум
Вазорати таълими халқи Республикаи Ўзбекистон тасдиқ кардааст

ТОШКАНД
ЧММ "EXTREMUM-PRESS" – 2017

УЎК 51(075.3)

КБК 22.1

М 54

Муаллифони қисми алгебра ва асосҳои анализ:

М.А. Мирзоаҳмедов, Ш.Н.Исмоилов, А.Қ. Амонов.

Муаллифи қисми геометрия:

Б.Қ.Ҳайдаров

Такриздихандаҳо:

Б. Қ. Бешимов—мудири кафедраи геометрия ва топология -и Донишгоҳи миллии Ўзбекистон ба номи Мрзо Улуғбек, доктори улуи физика - математика;

М.Д.Пардаева – чонишини директори Маркази таълими республика.


Д.Е.Давлетов. мудири кафедраи методикаи омӯзиши математика-и –ДДОТ ба номи Низомӣ, номзади улуи физика - математика;


Ғ.М.Раҳимов – муаллими литсейи назди ТИҚХММИ номзади улуи физика - математика, дотсент;

А.А. Акмалов – Проректори ДБТИХТХ шаҳри Тошканд, номзади улуи педагогика, дотсент.



Ишораҳои дар қисми китоби дарсии "Алгебра ва асосҳои анализ" корфармуда ва талқини онҳо

 – Ҳалли масъала (исботкунӣ) шуруъ мешавад

 – ҳал кардани масъала (исботкунӣ) тамом шуд

 – корҳои назоратӣ ва машқҳои тест (санчиш)

 – савол ва супоришҳо

 – маълумоти асосӣ
 – машқҳои мураккабтар

Аз ҳисоби маблағи Бунёди мақсадноки китоби республика чоп шудааст.

ISBN 978-9943-48-595-2

© Тамоми ҳуқуқҳо ҳимоя шудааст

© ҚММ "EXTREMUM PRESS", 2017

БОБИ 1



МАЧМЎЪҲО. МАНТИҚ

1-4

МАФҲУМИ МАЧМЎЪ. АМАЛҲО АЗ РЎИИ МАЧМЎЪҲО. МАЧМЎИ ПУРКУНАНДА

Маҷмӯъ мафҳуми ибтидоии математика буда, онро бо воситаи мафҳуми аз худаш соддатар таъриф дода намешавад. Дар ҳаёт маҷмӯи объектҳои маълумро як қизи яклухт гуфта дар назар доштан лозим меояд. Фарз мекунем, биолог барои омӯзиши олами растанӣ ва ҳайвоноти ягон сарзамин, ҳайвонҳоро аз рӯи намудаш, намудҳояшро бошад аз рӯи тухмаш ҷудо карда мебарояд. Ҳар як намуд чун маҷмӯи яклухти ҳайвонот дар назар дошта мешавад.

Маҷмӯъ аз объектҳои ихтиёрии табиӣ ташкил ёфтаниш мумкин. Масалан, тамоми дарёҳое, ки дар қитъаи Осиёанд, ё калимаҳои дар луғат буда маҷмӯъ шуда метавонанд.

Барои тавсиф додани мафҳуми маҷмӯи математикӣ олими бузурги немис **Г. Кантор** (1845-1918) чунин фикрро дохил карда аст:

«Маҷмӯъ дар фикр бисёрест, ки як бутун дар назар дошта мешавад».

Объектҳои маҷмӯъро ташкилдиханда элементҳои он номида мешаванд.

Маҷмӯъро, одатан бо ҳарфҳои калони алифбои лотинӣ, масалан, A, B, C, \dots , элементҳои онро бо ҳарфҳои хурди лотинӣ, масалан, a, b, c, \dots ишора мекунанд.

Маҷмӯи A -ро, ки элементҳояш a, b, c, \dots мебошад, бо ёрии қавс чунин менависанд $A = \{a, b, c, \dots\}$

Навиштҳои $\{6, 11\}$, $\{11, 6\}$, $\{11, 6, 6, 11\}$ як маҷмӯъро мефаҳмонад.

Масалан, маҷмӯи шумораи рақамҳои системаи даҳӣ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, маҷмӯи ҳарфҳои садонокӣ забони англисӣ $V = \{a, e, i, o, u\}$. Маҷмӯи донишомӯзони синфи 10-а-ро бо $\{a_1, a_2, \dots, a_{30}\}$ ифода кунем, a_1 – хонандаи рақами якуми журнал, \dots , a_{30} – хонандаи рақами сиюми журналро

мефаҳмонад.

x элементи маҷмӯи A буданаш мисли $x \in A$, элементаш набуда мисли $x \notin A$ навишта мешавад ва дар ҳолати яқум “элементи x ба A тааллуқ дорад”, дар ҳолати дуҷум “элементи x ба A тааллуқ надорад” гуфта хонда мешавад.

Масалан, барои $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $4 \in A$, аммо $9 \notin A$.

Агар элементҳои маҷмӯро ташкилдиҳанда рақами ҳаднок бошад, ин гуна маҷмӯ маҷмӯи ҳаднок, дар акси ҳол беҳад меноманд.

Масалан, маҷмӯи $A = \{2, 3, 5, 8, 13, 21\}$ ҳаднок, $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ – маҷмӯи ҳамаи ададҳои натуралӣ беҳад мебошад.

$n(A)$ гуфта шумораи адади тамоми элементҳои маҷмӯи A -ро ишора кунем, барои он ки элементҳои адади маҷмӯи $A = \{2, 3, 5, 8, 13, 21\}$ ба 6 баробар аст, $n(A) = 6$ мешавад.

Ба маҷмӯи беҳад боз ба сифати мисол тамоми маҷмӯи ададҳои натуралӣ аз 13 хурд набударо овардан мумкин.

Маҷмӯеро, ки элементҳои мавҷуд нестанд, маҷмӯи холӣ меноманд ва мисли \emptyset ишора мекунанд.

Маҷмӯи \emptyset ҳаднок ба ҳисоб меравад ва барои он $n(\emptyset) = 0$.

Барои маҷмӯи беҳади A ишораи $n(A) = \infty$ қабул гардидаст.

Агар ҳамаи элементҳои маҷмӯи A ба маҷмӯи B тааллуқ дошта бошад, маҷмӯи A -ро маҷмӯи қисми B меноманд ва мисли $A \subseteq B$ менависанд.

Дар ин ҳолат маҷмӯи “ A дар маҷмӯи B меҳабад” ёки “Маҷмӯи A таҳтмаҷмӯи B мебошад” гуфта мешавад.

Маҷмӯи $\{a\}$ ба ду таҳтмаҷмӯи \emptyset ва $\{a\}$ соҳиб аст.

Маҷмӯи $\{a, b\}$ бошад, ба чор таҳтмаҷмӯи: \emptyset , $\{a\}$, $\{b\}$ ва $\{a, b\}$ соҳиб аст.

Масалан, $\{2, 3, 5\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, чунки ҳамаи элементҳои маҷмӯи яқум, элементҳои маҷмӯи дуҷум ҳам мешаванд.

Элементҳои ба маҷмӯи B тааллуқ доштаи маҷмӯи A мавҷуд набошад, маҷмӯи A таҳтмаҷмӯи B шуда наметавонад ва дар ин ҳолат мисли $A \not\subseteq B$ менависанд.

Масалан, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ бошад, барои $1 \notin B$ буданаш $A \not\subseteq B$. Равшан аст, ки муносибатҳои $\emptyset \subseteq A$, $A \subseteq A$ ҷой дорад.

Агар $A \subseteq B$ ва $B \subseteq A$ бошад, айнан аз як хел элементҳои иборат буда, онҳоро маҷмӯҳои баробар (ё мувофиқ) меноманд ва ин тавр менависанд.

Масалан, маҷмӯи секунҷаҳои мунтазами бо маҷмӯи секунҷаҳои тамоми кунҷҳои байни худ баробар мувофиқ меояд. Сабаби ин тамоми кунҷҳои

секунҷаи мунтазами дилхоҳ баробаранд ва баракс, агар дар секунҷа тамоми кунҷҳо баробар бошад, он мунтазам мешавад.

Маҷмӯҳои асосии ададҳоро хотиррасон карда мегузарем:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ – маҷмӯи ададҳои натуралӣ; $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

– маҷмӯи ададҳои бутун; $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$ – маҷмӯи ададҳои

рационалӣ; $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ – маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ.

Якҷояшавӣ ва буриши маҷмӯҳо

1) Якҷояшавии маҷмӯҳои A, B гуфта, ин аз маҷмӯи ақалан як элемент буда ташкил ёфтара меноманд. Якҷояшавии маҷмӯи A ва B -ро ин тавр $A \cup B$ ишора мекунам.

Масалан, барои $P = \{1, 3, 4\}$ ва $Q = \{2, 3, 5\}$ $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

2) Буриши маҷмӯҳои A ва B гуфта маҷмӯеро меноманд, ки аз элементҳои умумии маҷмӯҳо ташкил ёфта бошад. Буриши маҷмӯҳои A ва B ин тавр ишора карда мешавад. $A \cap B$.

Масалан, барои $P = \{1, 3, 4\}$ ва $Q = \{2, 3, 5\}$ $P \cap Q = \{3\}$.

Ду маҷмӯеро, ки элементҳои умумӣ надоранд, маҷмӯҳои байни худ набурранда меноманд.

Мисоли 1. Барои маҷмӯҳои $M = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ ва

$N = \{3, 4, 6, 9, 10\}$ инҳоро муайян кунед.

- а) рост ё дурӯғ буданашро: I $4 \in M$; II $6 \notin M$;
б) маҷмӯҳоро ёбед: I $M \cap N$; II $M \cup N$;
с) рост ё дурӯғ буданашро: I $M \subseteq N$; II $\{9, 6, 3\} \subseteq N$.

△ а) адади 4 барои элементҳои маҷмӯи M набуданаш муносибати $4 \in M$ дурӯғ аст. Барои адади 6 элементҳои маҷмӯи M набуданаш муносибати $6 \notin M$ рост.

б) $M \cap N = \{3, 9\}$, чунки фақат ададҳои 3 ва 9 элементҳои ҳарду маҷмӯҳо мебошанд. Барои ёфтани маҷмӯҳои $M \cup N$ элементҳои ба M ё ба N тааллуқ доштара менависем: $M \cup N = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;

с) муносибати $M \subseteq N$ дурӯғ аст, чунки дар маҷмӯи M элементҳо ба маҷмӯи N тааллуқ нашофта ҳастанд. Муносибати $\{9, 6, 3\} \subseteq N$ рост, чунки дар маҷмӯи N элементҳои маҷмӯи $\{9, 6, 3\}$ ҳастанд. ▲

Машқҳо

1. Аз ишораҳои \in, \notin, \subseteq истифода бурда нависед:

- а) адади 5 элементҳои маҷмӯи D мебошад;
б) адади 6 элементҳои маҷмӯи D намебошад;

- с) маҷмӯи $\{2, 5\}$ таҳтмаҷмӯи $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 д) маҷмӯи $\{3, 8, 6\}$ таҳтмаҷмӯи $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ намебошад;

2. Барои маҷмӯҳои

- а) $A = \{6, 7, 9, 11, 12\}$, $B = \{5, 8, 10, 13, 9\}$;
 б) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$;
 с) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A \cup B$ ва $A \cap B$ -ро ёбед.

3. Шумораи элементҳои маҷмӯёҳоро ёбед:

- а) $A = \{6, 7, 9, 11, 12\}$;
 б) $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
 с) $A \cap B$;
 д) $A \cup B$.

4. Маҷмӯи охирнок ва беохир буданашро муайян кунед:

- а) маҷмӯи ададҳои натуралии аз 10 калон, аммо аз 20 хурд;
 б) маҷмӯи ададҳои натуралии аз 5 калон.

5. Кадоме аз маҷмӯёҳо байни худ намебурранд:

- а) $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{2, 4, 6, 8\}$;
 б) $P = \{3, 5, 6, 7, 8, 10\}$; $Q = \{4, 9, 10\}$?

Дар баъзе ҳолатҳо барои додашавии маҷмӯёҳо элементҳои он ҷой дорад, барои дигар элементҳо ҷой надоштани хосияти характеристикӣ нишон дода мешавад. Агар фикри элементи x ба хосияти P соҳиб буданаш мухтасар $P(x)$ навишта шуда бошад, маҷмӯи ҳамаи элементҳои ба хосиятҳои P соҳиббуда ба намуни $\{x|P(x)\}$ навишта мешавад.

Масалан, навишти $A = \{x | -2 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$ чунин хонда мешавад, "маҷмӯи тамоми ададҳои бутуни аз -2 калон ё баробар аз 4 хурд ё баробар".

Ин маҷмӯъ дар тири ададҳо чунин тасвир карда мешавад:



Аён шуда истодааст, ки $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ва ин ҳаднок аст, дар он ҷо $n(A) = 7$.

Ба ҳамин монанд навишти $B = \{x | -2 \leq x < 4, x \in \mathbb{R}\}$ чунин хонда мешавад: "маҷмӯи тамоми ададҳои ҳақиқӣ аз -2 калон ё баробар, аз 4 хурд ё баробар". Ин маҷмӯъ дар тири ададӣ чунин тасвир карда мешавад:



Аён шуда истодааст, ки $B = [-2, 4)$ ва он беҳад аст, дар ин ҷо $n(B) = \infty$.

Мисоли 2. $A = \{x \mid 3 < x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$ бошад.

- а) Ин навишт чӣ хел хонда мешавад?
- б) Элементҳои ин маҷмӯро ном ба ном навишта бароед;
- с) $n(A)$ -ро ёбед.

- △ а) "маҷмӯи ҳамаи ададҳои бутуни аз 3 калон аз 10 хурд ё баробар";
- б) $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;
- с) $n(A) = 7$. ▲

Машқҳо

6. Кадоме аз маҷмӯҳои охиринок, кадоме беохир аст :

- а) $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{Z}\}$;
- б) $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$;
- с) $\{x \mid x \geq 5, x \in \mathbb{Z}\}$;
- д) $\{x \mid 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{Q}\}$?

7. Навишти зеринро хонед:

- а) $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\}$;
- б) $A = \{x \mid -2 < x \leq 8, x \in \mathbb{N}\}$;
- с) $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$;
- д) $A = \{x \mid 5 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{Q}\}$.

Агар мумкин бошад, элементҳои ҳамин маҷмӯро ном ба ном навишта бароед.

8. Маҷмӯҳои зеринро нависед:

- а) "маҷмӯи тамоми ададҳои бутуни аз -100 калон ва аз 100 хурд " ;
- б) " маҷмӯи ҳамаи ададҳои ҳақиқии аз 1000 калон " ;
- с) " маҷмӯи ҳамаи ададҳои ратсионалии аз 2 калон ё баробар аз 3 хурд ё баробар".

9. Ба саволҳо ҷавоб диҳед:

- а) Тахтмаҷмӯи тамоми маҷмӯҳои $\{a, b, c\}$ ва $\{a, b, c, d\}$ -ро нависед. Онҳо чандтоанд?
- б) Агар маҷмӯи B ба n -то элемент соҳиб бошад, дар ин ҳол маҷмӯи B ба чанд тахтмаҷмӯ соҳиб аст?

10. Дар кадом ҳолатҳо $A \subseteq B$ мешавад?

- а) $A = \emptyset$ ва $B = \{2, 5, 7, 9\}$;
- б) $A = \{2, 5, 8, 9\}$ ва $B = \{8, 9\}$;
- с) $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$ ва $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$;
- д) $A = \{x \mid 3 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Q}\}$ ва $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$;
- е) $A = \{x \mid -10 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$ ва $B = \{z \mid 0 \leq z \leq 5, z \in \mathbb{Z}\}$;
- ф) $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{Q}\}$ ва $B = \{y \mid 0 < y \leq 2, y \in \mathbb{Q}\}$.

Фарз кунем, ки моро маҷмӯи ҳамаи ададҳои натуралии аз 1 калон ё баробар аз 8 хурд ё баробар ҷалб кунад ва мо тахтмаҷмӯҳои онро дидан

меҳоҳем.

Одатан дар ин ҳол маҷмӯи $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{N}\}$ дохил гардида ва онро маҷмӯи универсалӣ меноманд.

Пуркунандаи A' -и маҷмӯи A гуфта, маҷмӯи ҳамаи элементҳои ба A дахлдор набудайи маҷмӯи универсалии U дар назар аст.

Масалан, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ маҷмӯи универсалӣ бошад, пуркунандаи маҷмӯи $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ маҷмӯи $A' = \{2, 4, 6\}$ мешавад.

- Равшан аст, ки
- $A \cap A' = \emptyset$
 - $A \cup A' = U$
 - $n(A) + n(A') = n(U)$,

яъне маҷмӯёҳои A ва A' ба элементҳои умумӣ соҳиб набуда, ҳамаи элементҳои, ки онҳоро ташкилкунанда U -ро ҳосил мекунаманд.

Мисоли 3. Маҷмӯи универсалӣ $U = \{\text{тамоми маҷмӯи ададҳои натуралӣ}\}$ бошад, C' -ро ёбед.

- a) $C = \{\text{тамоми ададҳои ҷуфт}\}$;
b) $C = \{x \mid x \geq 2, x \in \mathbb{Z}\}$, $U = \mathbb{Z}$.

- △ a) $C' = \{\text{тамоми ададҳои натуралии тоқ}\}$;
b) $C' = \{x \mid x \leq 1, x \in \mathbb{Z}\}$. ▲

Мисоли 4. $U = \{x \mid -5 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid -3 \leq x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$ бошад, элементҳои маҷмӯи зеринро нависед:

- a) A ; b) B ; c) A' ; d) B' ;
e) $A \cap B$; f) $A \cup B$; g) $A' \cap B$; h) $A' \cup B'$.

- △ a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; b) $B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
c) $A' = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 5\}$; d) $B' = \{-5, -4, 2, 3, 4, 5\}$
e) $A \cap B = \{1\}$; f) $A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
g) $A' \cap B = \{-3, -2, -1, 0\}$; h) $A' \cup B' = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. ▲

Машқҳо

11. C' -ро ёбед.

- a) $U = \{\text{ҳарфҳои забони англисӣ}\}$, $C = \{\text{ҳарфҳои садонок}\}$;
b) $U = \{\text{ададҳои бутун}\}$, $C = \{\text{ададҳои бутуни манфӣ}\}$;
c) $U = \mathbb{Z}$, $C = \{x \mid x \leq -5, x \in \mathbb{Z}\}$;
d) $U = \mathbb{Q}$, $C = \{x \mid x \leq 2 \text{ ёки, } x \geq 8, x \in \mathbb{Q}\}$.

12. $U = \{x \mid 0 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid 5 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{Z}\}$ бошад, зероҷардари ёбед:

- a) A ; b) A' ; c) B ; d) B' ;
e) $A \cap B$; f) $A \cup B$; g) $A \cap B'$.

13. $n(U) = 15, n(P) = 6, n(Q) = 4$ бошад, зеро вардари ёбед:

- a) $n(P')$; b) $n(Q)$.

14. $U = \{x \mid 0 < x \leq 12, x \in \mathbb{Z}\}, A = \{x \mid 2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\},$
 $B = \{x \mid 3 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}, C = \{x \mid 5 \leq x \leq 11, x \in \mathbb{Z}\}$ бошад, зеро вардари ёбед:

- a) B' b) C' c) A' d) $A \cap B$
e) $(A \cap B)'$ f) $A' \cap C$ g) $B' \cup C$ h) $(A \cup C) \cap B'$

Мисоли 5. $U = \mathbb{N}, P = \{\text{қаратноқиҳои аз 50 хурд будаи адади 4}\}$ ва $Q = \{\text{қаратноқиҳои аз 50 хурд будаи адади 6}\}$ бошад.

- a) Элементҳои маҷмӯиҳои P, Q -ро нависед;
b) $P \cap Q$ -ро ёбед;
c) $P \cup Q$ -ро ёбед;
d) Иҷрои баробарии $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ -ро санҷед.

△ a) $P = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\},$

$Q = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\};$

b) $P \cap Q = \{12, 24, 36, 48\};$

c) $P \cup Q = \{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 44, 48\};$

d) $n(P \cup Q) = 16$ ва $n(P) + n(Q) - n(P \cap Q) = 12 + 8 - 4 = 16.$

Пас, баробарии $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ ҷой дорад. ▲

Машқҳо

15. $U = \mathbb{N}, P = \{\text{ададҳои соддаи аз 25 хурд}\}$ ва

$Q = \{2, 4, 5, 11, 12, 15\}$ бошад.

- a) Элементҳои маҷмӯиҳои P -ро нависед;
b) $P \cap Q$ -ро ёбед;
c) $P \cup Q$ -ро ёбед;
d) Иҷрои баробарии $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ -ро санҷед.

16. $U = \mathbb{N}, P = \{\text{тақсимкунандаҳои 30}\}$ ва

$Q = \{\text{тақсимкунандаҳои 40}\}$ бошад.

- a) Элементҳои маҷмӯиҳои P, Q ро нависед;
b) $P \cap Q$ -ро ёбед;
c) $P \cup Q$ -ро ёбед;
d) Иҷрои баробарии $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ -ро санҷед.

17. $U = \mathbb{N}, P = \{\text{қаратноқиҳои байни ададҳои 30 ва 60 адади 4}\}$ ва

$Q = \{\text{қаратноқиҳои байни ададҳои 30 ва 60 адади 6}\}$ бошад.

- a) Элементҳои маҷмӯиҳои P, Q -ро нависед;
b) $P \cap Q$ -ро ёбед;

с) $P \cup Q$ -ро ёбед;

д) Ичрои баробарии $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$ -ро санҷед.

- 18.** $U = \{x \mid 0 < x \leq 12, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{Z}\}$,
 $B = \{x \mid 3 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x \mid 5 \leq x \leq 11, x \in \mathbb{Z}\}$ бошад, дар зер овардари ёбед:
- а) B' ; б) C' ; с) A' ;
д) $A \cap B$; е) $(A \cap B)'$; ф) $A' \cap C$;
г) $B' \cup C$; ҳ) $(A \cup C) \cap B'$.

- 19.** $U = \mathbb{Z}$, $C = \{y \mid -4 \leq y \leq -1, y \in \mathbb{Z}\}$ ва
 $D = \{y \mid -7 \leq y < 0, y \in \mathbb{Z}\}$ бошад.
- а) Элементҳои маҷмӯъҳои C, D -ро нависед;
б) $C \cap D$ -ро ёбед;
с) $C \cup D$ -ро ёбед;
д) Ичрои баробарии $n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$ -ро санҷед.

- 20.** $U = \mathbb{N}$, $P = \{\text{тақсимкунандаи } 12\}$, $Q = \{\text{тақсимкунандаи } 18\}$ ва
 $R = \{\text{тақсимкунандаи } 27\}$ бошад.
- а) Элементи маҷмӯъҳои P, Q, R -ро нависед;
б) **I** $P \cap Q$; **II** $P \cap R$;
 III $Q \cap R$; **IV** $P \cup Q$;
 V $P \cup R$; **VI** $Q \cup R$;
с) **I** $P \cap Q \cap R$; **II** $P \cup Q \cup R$ -ро ёбед.

- 21.** $U = \mathbb{N}$, $A = \{\text{қаратнокиҳои аз } 40 \text{ хурд будаи адади } 4\}$,
 $B = \{\text{қаратнокиҳои аз } 40 \text{ хурд будаи адади } 6\}$ ва
 $C = \{\text{қаратнокиҳои аз } 40 \text{ хурд будаи адади } 12\}$ бошад.
- а) Элементҳои маҷмӯъҳои A, B, C -ро нависед;
б) **I** $A \cap B$; **II** $B \cap C$;
 III $A \cap C$; **IV** $A \cap B \cap C$.
с) $A \cup B \cup C$ -ро ёбед;
д) Ичрои баробарии $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ -ро санҷед.

- 22.** $U = \mathbb{N}$, $A = \{\text{қаратнокиҳои аз } 31 \text{ хурд будаи адади } 6\}$,
 $B = \{\text{тақсимкунандаҳои } 30\}$ ва
 $C = \{\text{ададҳои соддаи аз } 30 \text{ хурд}\}$ бошад. Элементҳои маҷмӯъҳоро нависед:
- а) A, B, C ;
б) **I** $A \cap B$; **II** $B \cap C$;
 III $A \cap C$; **IV** $A \cap B \cap C$.

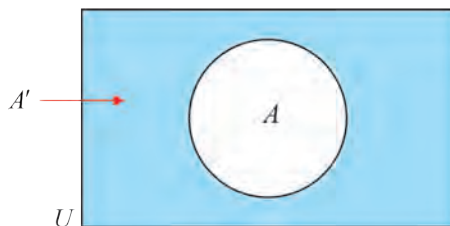
с) $A \cup B \cup C$ -ро ёбед;

д) Иҷрои баробарии $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ -ро санҷед.

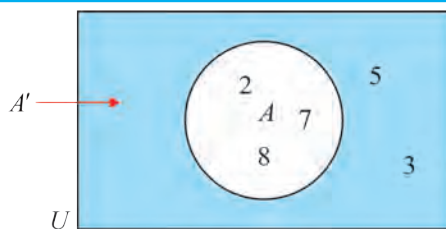
Диаграммаҳои Венн

Бо ёрии *диаграммаҳои Венн* тасвир кардани маҷмӯъҳо мувофиқи мақсад аст. Дар диаграммаи Венн U маҷмӯи универсалий-чоркунҷаи росткунҷа, маҷмӯъ бошад ба мисли доираи дар дохили чоркунҷа хобида тасвир шудааст.

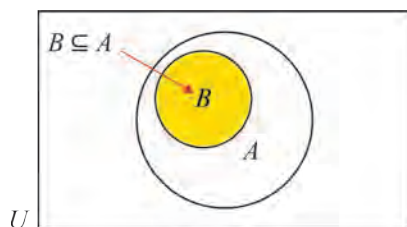
Масалан, дар расм дар дохили маҷмӯи универсалии U маҷмӯи A тасвир ёфтаст. Соҳаи берун аз доира ранг карда шуда пуркунандаи A' -и маҷмӯи A -ро мефаҳмонад;



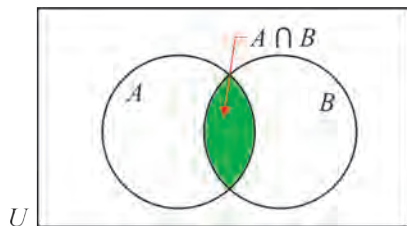
$U = \{2, 3, 5, 7, 8\}$, $A = \{2, 7, 8\}$ ва $A' = \{3, 5\}$ бошад, ин маҷмӯъҳо дар диаграммаи Венн чунин тасвир мешаванд:



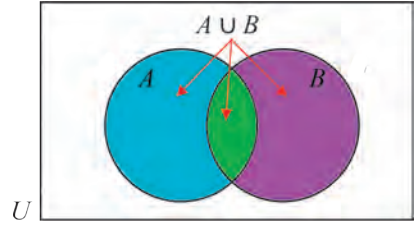
Агар $B \subseteq A$ бошад, дар он ҳол элементҳои дилхоҳи маҷмӯи B ба маҷмӯи A тааллуқ дорад. Пас, мувофиқ ба он доираи дар диаграммаи Венн ифодакунандаи маҷмӯи B дар дохили доираи ифодакунандаи маҷмӯи A мехобад.



Элементҳои буриши $A \cap B$ ҳам ба A , ҳам ба B тааллуқ дорад. Пас, ба ин мувофиқ дар диаграммаи Венн соҳаи ранг кардаи ифодакунандаи маҷмӯи $A \cap B$ чунин тасвир мешавад:



Элементҳои якҷояшавии $A \cup B$ ё ба A ё ба B , ё ба ҳурду тааллуқ дорад. Пас, ба ин мувофиқ дар диаграммаи Венн соҳаи ифодакунандаи маҷмӯи $A \cup B$ чунин тасвир мешавад:



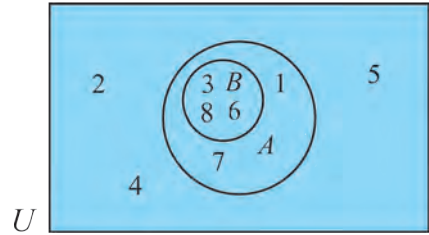
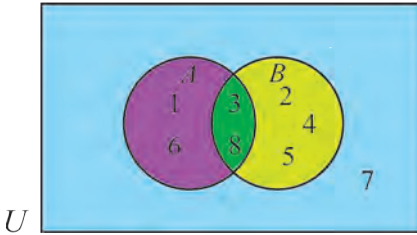
Мисоли 6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ бошад, маҷмӯъҳои зеринро дар диаграммаи Венн тасвир намоед:

a) $A = \{1, 3, 6, 8\}$ ва $B = \{2, 3, 4, 5, 8\}$;

b) $A = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ ва $B = \{3, 6, 8\}$.

△ a) $A \cap B = \{3, 8\}$

b) $A \cap B = \{3, 6, 8\}, B \subseteq A$



Машқҳо

23. Маҷмӯъҳои A, B -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед:

a) $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{2, 4, 6\}$ ва $B = \{5, 7\}$;

b) $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{2, 4, 6\}$ ва $B = \{3, 5, 7\}$;

c) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{2, 4, 5, 6\}$ ва $B = \{1, 4, 6, 7\}$;

d) $U = \{3, 4, 5, 7\}, A = \{3, 4, 5, 7\}$ ва $B = \{3, 5\}$.

24. $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}, A = \{\text{ададҳои тоқӣ аз 10 хурд}\}$ ва $B = \{\text{ададҳо соддаи аз 10 хурд}\}$ бошад.

a) Элементҳои маҷмӯи A, B -ро нависед;

b) Маҷмӯъҳои A, B -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед;

c) Маҷмӯъҳои $A \cap B$ ва $A \cup B$ -ро ёбед.

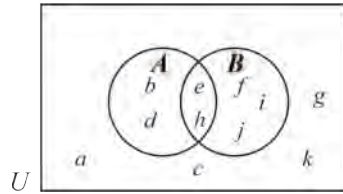
25. $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}, A = \{\text{кратнокиҳои 6}\}$ ва $B = \{\text{кратнокиҳои 9}\}$ бошад.

a) Элементҳои маҷмӯи A, B -ро нависед;

b) Маҷмӯъҳои $A \cap B$ ва $A \cup B$ -ро ёбед;

c) Маҷмӯъҳои A, B -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед.

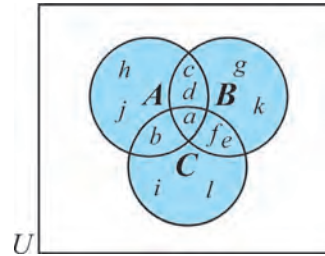
26. Маҷмӯҳои A, B -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед. Элементҳои маҷмӯҳои зеринро нависед:



- I** A ; **II** B ; **III** A' ; **IV** B' ;
V $A \cap B$; **VI** $A \cup B$; **VII** $(A \cup B)'$; **VIII** $A' \cup B'$.

27.

Маҷмӯҳои A, B, C -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед.



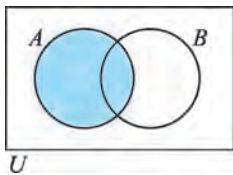
а) Элементҳои маҷмӯро нависед:

- I** A ; **II** B ;
III C ; **IV** $A \cap B$;
V $A \cup B$; **VI** $B \cap C$;
VII $A \cap B \cap C$; **VIII** $A \cup B \cup C$.

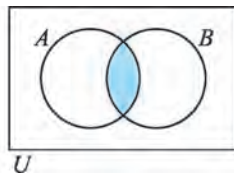
б) Дар зер овардaro ёбед:

- I** $n(A \cup B \cup C)$;
II $n(A) + n(B) + n(C) -$
 $- n(A \cap B) - n(A \cap C) -$
 $- n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

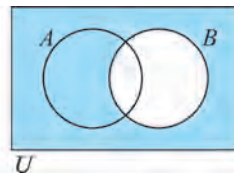
Дар диаграммаи Венн маҷмӯҳоро ранг карда тасвир кардан мумкин. Масалан, дар расм бо равиши мувофиқ маҷмӯҳои, A , $A \cap B$, B' , $A \cap B'$ ранг карда шудааст:



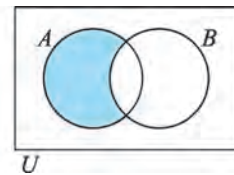
A



$A \cap B$



B'

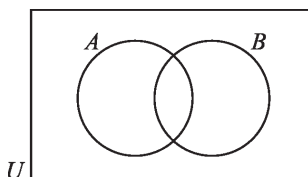


$A \cap B'$

Машқҳо

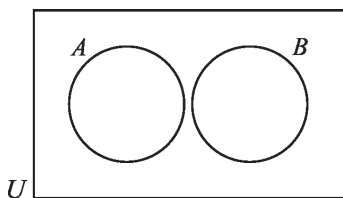
Диаграммаҳоро ба дафтаратон кӯчонед ва маҷмӯҳои нишондодарo ранг кунед:

28.



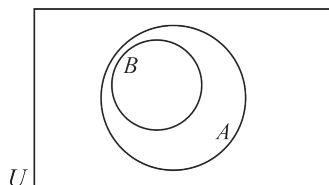
- а) $A \cap B$; б) $A \cap B'$;
 в) $A' \cup B$; д) $A \cup B'$;
 е) $(A \cap B)'$; ф) $(A \cup B)'$.

29.



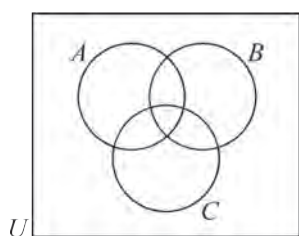
- | | |
|--------------------|------------------|
| a) A ; | b) B ; |
| c) A' ; | d) B' ; |
| e) $A \cap B$; | f) $A \cup B$; |
| g) $A' \cap B$; | h) $A \cup B'$; |
| i) $(A \cap B)'$. | |

30.



- | | |
|--------------------|------------------|
| a) A ; | b) B ; |
| c) A' ; | d) B' ; |
| e) $A \cap B$; | f) $A \cup B$; |
| g) $A' \cap B$; | h) $A \cup B'$; |
| i) $(A \cap B)'$. | |

31.



- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) A ; | b) B' ; |
| c) $B \cap C$; | d) $A \cup B$; |
| e) $A \cap B \cap C$; | f) $A \cup B \cup C$; |
| g) $(A \cap B \cap C)'$; | h) $(A \cup B) \cup C$; |
| i) $(B \cap C) \cap A$. | |

5-7

МУЛОҲИЗАҲО. ИНКОР, КОНЮНКСИЯ ВА ДИЗЮНКСИЯ

Чумлаи хабарии рост ё дурӯғ бударо мулоҳиза меноманд.

Чумлаҳои саволӣ, чумлаҳои хабарии муносибати шахсро баёнкунанда, масалан, "Ранги сабз форам мебошад" мулоҳиза шуда наметавонад.

Ростиву дурӯғии баъзе мулоҳизаҳо якқимата муайян карда намешавад.

Масалан, "Ин нависанда дар Тошканд таваллуд шудааст" мулоҳиза нисбат ба як нависандаи таъин рост, нисбат ба дигараш дурӯғ буданаш мумкин.

Мисоли 1. Кадоме аз инҳо мулоҳиза шуда метавонанд?

Агар ин мулоҳиза бошад, оё якқиматнокии ростиву дурӯғии он муайян карда мешавад?

- | | |
|------------------------------|-----------------------|
| a) $20:4=80$; | b) $25 \cdot 8=200$; |
| c) Қалами ман дар кучост? | |
| d) Чашмони ту кабудранг аст. | |

- △ a) Ин мулоҳиза ва он дурӯғ аст, чунки $20:4=5$ мешавад;
- b) Ин мулоҳиза буда, он рост мебошад;
- c) Ин барои чумлаи саволӣ буданаш, мулоҳиза намешавад;
- d) Ин мулоҳиза, рост ё дурӯғ будани он як қиматнок муайян намегардад, чунки нисбат ба баъзе инсонҳо он дурӯғ, нисбат ба дигарашон

рост аст. ▲

Мо мулоҳизаҳоро бо ҳарфҳои $p, q, r \dots$ ишорат мекунем.

Маслан, p : Рӯзи сешанбе борон борид;

q : $20:4=5$;

r : x – адади чуфт.

Барои тартиб додани мулоҳизаҳои мураккабтар аз аломатҳои махсусе, ки пайвастунадаҳои мантиқии \wedge (конъюнксия – "ва", "аммо"), \vee (дизюнксия – "ё ки"), \neg (инкор – "... рад", "... нодуруст") номида мешаванд, истифода мебаранд

Онҳоро дида мебароем

Инкор

Барои мулоҳизаи p шакли мулоҳизаи “ p намебошад” ё “ p буданаш нодуруст” инкори p номида мешавад ва бо $\neg p$ ишора карда мешавад.

Масалан, p : Рӯзи сешанбе борон борид инкори мулоҳиза

$\neg p$: Рӯзи сешанбе борон наборид;

p : Чашмони Мадина кабуд аст

Инкори мулоҳиза

$\neg p$: Чашмони Мадина кабуд нест.

Равшан аст, ки p рост бошад, $\neg p$ дурӯғ, p дурӯғ бошад, $\neg p$ мулоҳизаи рост мешавад. Ин маълумот бо ёрии **ҷадвали рости** шарҳ дода мешавад. Чунин ҷадвал ба p нигоҳ карда, рост будани қимати рости мулоҳизаи нави $\neg p$ T^1 ё ки дурӯғ буданаш F^1 -ро мефаҳмонад:

p	$\neg p$
T	F
F	T

Машқҳо

32. Қадоме аз инҳо мулоҳиза мешаванд? Агар он мулоҳиза бошад, оё ростиву дурӯғи он як қиматро муайян мекунад?

- a) $11-5=7$; b) 12 – адади чуфт; c) $2 \notin Q$; d) $2 \notin Q$.
- e) Праллелограмм 4-тараф дорад;
- f) 37 – адади содда;
- g) Қадат чанд сантиметр аст?
- h) Ҳамаи квадратҳо чоркунча мебошанд;
- i) Барф борида истодааст?
- j) Чоркунча параллелограмм нест;
- k) Додари ту 13 сола аст;

¹ Ҳарфҳои T ва F бо равиши мувофиқ ҳарфҳои аввали калимаҳои "true" (рост), "false" (дурӯғ) аст.

- l) Ба ту китобҳои тарихӣ маъкул аст?
- m) Мадина хуб месарояд;
- n) Ту дар Самарқанд таваллуд шудай;
- o) Кунҷҳои муқобил байни худ баробаранд;
- p) Хатҳои рости параллел мебуранд.

33. Инкори мулоҳизаҳоро нависед. Ин мулоҳиза ва инкори рости дурӯғ будани онро муайян кунед.

- a) p : ҳамаи чоркунҷаҳо параллелограмм мешавад;
- b) q : $\sqrt{5}$ – адади иррационалӣ; c) r : 7 – адади раціоналӣ;
- d) s : $23-14=12$; e) t : $52:4=13$;
- f) u : фарқи ду адади дилхоҳи чуфт тоқ мешавад;
- g) p : ҳосили зарби ададҳои натуралии пай дар пай доимо чуфт мешавад;
- h) q : ҳамаи кунҷҳои кунд байни худ баробаранд;
- i) r : ҳамаи трапетсияҳо параллелограммҳо мебошанд;
- j) s : агар ду кунҷи секунҷа байни худ баробар бошад, он баробарпахлӯ мешавад;

34. $x, y \in \mathbb{R}$ бошад. Инкори мулоҳизаҳоро нависед:

- a) $x > 5$; b) $x \geq 3$;
- c) $y < 8$; d) $y \leq 10$.

35. Барои мулоҳизаҳои додашуда r, s инкори мулоҳизаи s инкори мулоҳизаи r мешавад?

Агар мулоҳизаи s инкори мулоҳизаи r набошад, инкори дурусти мулоҳизаи r -ро ёбед.

- a) r : Қади Мадина аз 140 см баланд; s : Қади Мадина аз 140 см паст;
- b) r : Акбар бо футбол машғул мешавад; s : Акбар бо мусиқа машғул мешавад;
- c) r : Ман имрӯз чойи сиёҳ нӯшидам; s : Ман имрӯз чойи кабуд нӯшидам;
- d) r : Ман дар Самарқанд шудаам; s : Ман ҳеҷ вақ дар Самарқанд нашудаам.

Мисоли 2.

Инкори мулоҳизаро созад:

- a) x – харбуза, $x \in \{\text{харбуза, тарбузҳо}\}$; b) $x \geq 2 \quad x \in \mathbb{N}$; c) $x \geq 2 \quad x \in \mathbb{Z}$;

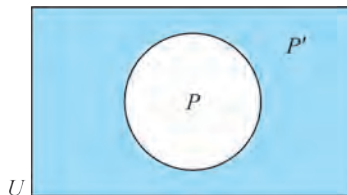
- \triangle a) x – тарбуз; b) $x = 1$; c) $x < 2$ ва $x \in \mathbb{Z}$. \blacktriangle

Машк

36. Инкори мулоҳизаро созед.

- a) $x \in \{1, 2, 3, 4\}$; b) $x \in \{\text{аспҳо, харгӯишҳо}\}$;
c) $x \geq 0, x \in \mathbb{Z}$; d) x – писарбача, $x \in \{\text{хонандаҳо}\}$;
e) x – духтарбача, $x \in \{\text{духтарон}\}$.

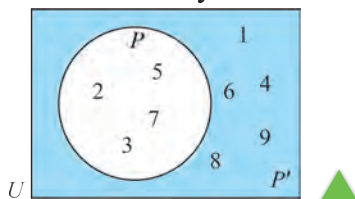
Инкори мулоҳизаро аз диаграммаи Венн истифода бурда сохтан мумкин.



Дар диаграмма U – маҷмӯи ҳамаи ададҳо, маҷмӯи P маҷмӯи ростии мулоҳизаи p яъне он маҷмӯи x -ҳои мулоҳизаи рост мешудагӣ, маҷмӯи P' гуфта маҷмӯи ростии инкор $\neg p$ тасвир шудааст.

Мисоли 3. дар $U = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$ ба мулоҳизаи p : x – **адади содда** назар андозем. Маҷмӯҳои ростии p ва $\neg p$ - ро ёбед.

△ Маҷмӯи P маҷмӯи ростии мулоҳизаи p , маҷмӯи P' маҷмӯи ростии инкор $\neg p$ бошад. Дар он ҳол $P = \{2, 3, 5, 7\}$, $P' = \{1, 4, 6, 8, 9\}$. Ин маҷмӯҳо дар диаграммаи Венн чунин тасвир карда мешаванд:



Машқҳо

37. Инкори мулоҳизаҳоро созед, дар диаграммаи Венн тасвир намоед:

- a) Дар $U = \{x \mid 20 < x < 30\}$ p : x – адади содда;
b) Дар $U = \{x \mid 1 < x < 10\}$ p : x – адади чуфт.

38. $U = \{\text{хонандагони синфи 10}\}$, $M = \{\text{хонандагони дар маҳфили мусиқӣ иштироккунанда}\}$, $O = \{\text{хонандагони дар оркестр мусиқӣ навозанда}\}$ бошад, мулоҳизаҳои зеринро дар диаграммаи Венн тасвир намоед.

- a) Тамоми хонандагони дар маҳфили мусиқӣ иштироккунанда дар оркестр мусиқа менавозад;
b) Ягонто хонандаи дар оркестр мусиқӣ навозанда дар маҳфили мусиқӣ машғул намешавад;

с) Ҳамаи хонандагони дар оркестр мусиқӣ навозанда дар маҳфили мусиқӣ машғул намешавад .

39. Дар $U = \{x \mid 5 < x < 15, x \in \mathbb{N}\}$ мулоҳизаи $p: x < 9$ - ро дар диаграммаи Венн тасвир кунед ва элементҳои маҷмӯи рости инкор $\neg p$ -ро нависед.

40. Дар $U = \{x \mid x < 10, x \in \mathbb{N}\}$ мулоҳизаи ҷуфти $p: x$ -ро дар диаграммаи Венн тасвир намоед ва элементҳои маҷмӯи рости инкорро нависед.

Конъюнсия

Агар ду мулоҳиза бо калимаи "ва" пайвандад, мулоҳизаи нави ҳосилшуда конъюнсияи мулоҳизаҳои додашуда меноманд.

Конъюнсияи мулоҳизаҳои p, q чун $p \wedge q$ ишорат карда мешавад.

Масалан,

p : Элдор нисфирӯзӣ палав хӯрд;

q : Элдор нисфирӯзӣ самбӯса хӯрд.

Конъюнсияи мулоҳизаҳо чунин мешаванд:

$p \wedge q$: Элдор нисфирӯзӣ палав ва самбӯса хӯрд.

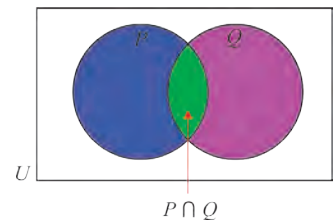
Аён шуда истодааст, ки мулоҳизаи $p \wedge q$ ҳангоми Элдор дар нисфирӯзӣ ҳам палав ва ҳам самбӯса хӯрдан, яъне вақти ҳарду ҳам мулоҳизаи p, q рост будан рост мешавад. Агар яке аз мулоҳизаҳои p, q дурӯғ бошад, дар ин ҳол мулоҳизаи $p \wedge q$ рост намешавад.

p, q Конъюнсияи мулоҳизаҳо ба чунин соҳиб мешавад:

p	q	$p \wedge q$	
T	T	T	Ҳангоми рост шудани ҳарду мулоҳизаи p, q $p \wedge q$ рост мешавад.
T	F	F	Ҳангоми яке аз мулоҳизаҳои p, q дурӯғ будан мулоҳизаи $p \wedge q$ дурӯғ мешавад.
F	T	F	
F	F	F	

Сутунҳои якум ва дуюм аз қиматҳои рости имкондоштаи мулоҳизаҳои p, q ташкил ёфтааст.

Дар диаграмма маҷмӯи P маҷмӯи рости мулоҳизаи p , маҷмӯи Q бошад, маҷмӯи рости мулоҳизаи q бошад, маҷмӯи рости мулоҳизаҳои $p \wedge q$ аст, маҷмӯи $P \cap Q$ -и ҳарду мулоҳиза рост буда мешавад:



Машқҳо

41. Конъюнксияи мулоҳизаҳои зеринро нависед:
- а) p : Мадина – терапевт; q : Муниса – стоматолог;
 б) p : адади x аз 15 калон; q : адади x аз 30 хурд;
 в) p : ҳаво ғуборнок; q : борон борида истодааст;
 д) p : мӯйӣ сари Олим сиёҳ; q : чашмони Олим кабуд аст.
42. Рост ва дурӯғ будани мулоҳизаҳои $p \wedge q$ -ро муайян кунед:
- а) p : 5 – адади тоқ; q : 5 – адади содда;
 б) p : квадрат чор тараф дорад; q : секунча панҷто тараф дорад;
 в) p : $39 < 27$; q : $16 > 23$;
 д) p : адади 12 ба 3 тақсим мешавад; q : адади 12 ба 4 тақсим мешавад;
 е) p : $5+8 = 12$; q : $6+9 = 15$.
43. Барои $U = \{ x \mid 1 \leq x \leq 12, x \in \mathbb{Z} \}$ мулоҳизаи p : x – адади чуфт, q : адади x аз 7 хурд дода шудааст.
- а) Дар диаграммаи Венн маҷмӯи рости мулоҳизаҳои p, q ;
 б) Маҷмӯи рости мулоҳизаҳои $p \wedge q$ -ро тасвир намоед.

Дизюнксия

Агар ду мулоҳиза бо калимаи " ё ки " пайвандад, мулоҳизаи нави ҳосилшуда дизюнксияи мулоҳизаҳои додашуда номида мешавад.

Дизюнксияи мулоҳизаҳои p, q чунин $p \vee q$ ишорат карда мешаванд.

Масалан,

p : Элдор имрӯз ба китобхона рафт; q : Элдор имрӯз ба театр рафт.

Дизюнксияи мулоҳизаҳо чунин ифода карда мешавад:

$p \vee q$: Элдор имрӯз ё ба китобхона, ё ба театр меравад.

Аён шуда истодаст, ки мулоҳизаҳои $p \vee q$ ҳангоми Элдор имрӯз ба китобхона ё ба яке аз театр ё ҳардуяш рафтан рост мешавад. Агар мулоҳизаҳои p, q ҳардуяш дурӯғ бошад, дар он ҳол мулоҳизаи $p \vee q$ рост намешавад.

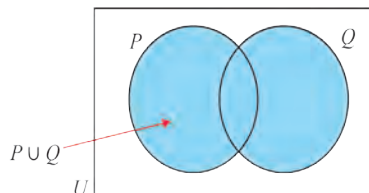
p, q Дизюнксияи мулоҳизаҳои p, q чунин ҷадвали ростӣ дорад:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T

p, q дар вақти яке аз мулоҳизаҳои p, q рост будан $p \vee q$ рост мешавад.

F	F	F	дар вақти ҳарду мулоҳизаи p, q дурӯғ будан мулоҳизаи $p \vee q$ дурӯғ мешавад.
---	---	---	--

Дар диаграмма маҷмӯи P маҷмӯи мулоҳизаи p , маҷмӯи Q бошад, маҷмӯи ростии мулоҳизаи q бошад, маҷмӯи ростии мулоҳизаи $p \vee q$ маҷмӯи $P \cup Q$, ки ҳадди ақалл яке аз онҳо ростбуда мешавад:



Машқҳо

- 44.** Рост ва дурӯғ будани мулоҳизаи $p \vee q$ -ро муайян кунед:
- p : 24 ба 4 тақсим мешавад, q : адади 24 ба 6 тақсим мешавад;
 - p : $-8 > -5$, q : $5 < 0$.
- 45.** Рост ва дурӯғ будани мулоҳизаи $p \vee q$ муайян кунед:
- p : миёнаи арифметикаи ададҳои 5 ва 9 ба 7 баробар, q : миёнаи арифметикаи ададҳои 8 ва 14 ба 10 баробар;
 - p : $5+8 = 12$, q : $6+9 = 15$.
- 46.** Барои $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\}$:
- p : Мулоҳизаҳои ба 3 қаратнокии адади x q : x – адади соддаро мебинем;
- Дар диаграммаи Венн маҷмӯҳои ростии мулоҳизаҳои p, q -ро тасвир намоед;
 - Маҷмӯҳои ростии мулоҳизаи **I** $\neg p$; **II** $p \vee q$; **III** $p \wedge q$ -ро тасвир кунед.
- 47.** Барои $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 12, x \in \mathbb{Z}\}$:
- p : x – адади содда, q : ба мулоҳизаи тақсимкунандаи 12 будани адади x назар андозем.
- Дар диаграммаи додашудаи Венн маҷмӯи ростии мулоҳизаҳои p, q -ро тасвир намоед;
 - Маҷмӯҳои ростии мулоҳизаи **I** $\neg p$; **II** $p \vee q$; **III** $p \wedge q$ -ро тасвир намоед.
- 48.** x : Сардор пагоҳ ба шинокунӣ меравад;
 y : Сардор пагоҳ ба футбол меравад.
 Бо ёрии пайвастиҳои мантиқии x, y ва \neg, \vee, \wedge инҳоро ифода кунед:
- Сардор пагоҳ ба шинокунӣ намеравад;
 - Сардор пагоҳ ба шинокунӣ ва футбол меравад;
 - Сардор пагоҳ ё ба шинокунӣ, ё ба футбол меравад;
 - Сардор пагоҳ на ба шинокунӣ меравад, на ба футбол меравад;
 - Сардор пагоҳ ба шинокунӣ меравад, аммо ба футбол намеравад.

49. Ҷумлаҳоро бо ёрии пайвастҳои мантиқии \neg, \vee, \wedge ифода кунед:
- Ба Сардор яхмос ва нӯшокиҳои сард мефорад;
 - Ба Сардор яхмос мефорад, аммо нӯшокиҳои сард намефорад;
 - Адади x адади соддаи аз 10 калон аст ;
 - Компютер кор намекунад.

50. Мулоҳизаҳо тартиби рӯзи тахминии Сардорро ифода мекунанд:

- p : Сардор сахархез аст;
 q : Сардор дар ношито каймоқ хӯрд ;
 r : Сардор нисфирӯзӣ шӯрбо хӯрд ;
 s : Сардор бегохирӯзӣ палав хӯрд ;
 u : Сардор бо варзиш машғул аст ;
 v : Сардор китоб мехонад.

Инҳоро бо забони табиӣ ифода кунед (гӯед):

- a) q ; b) s ; c) $q \wedge u$; d) $r \wedge s$; e) $r \vee s$; f) $u \vee v$

8-9 БАРОБАРҚУВВАҲОИ МАНТИҚӢ. ҚОНУНҲОИ МАНТИҚӢ

Ба маънояш нигоҳ карда мулоҳизаҳои соддаро ба забони табиӣ ба харфҳо озодона ишорат намуда, инкор, конъюнксия ва дизъюнксияро бо ёрии пайвасткунандаҳои мантиқӣ рости дурӯғ будани мулоҳизаҳои мураккабтар эътибор надода намудҳои символиро (рамзӣ) созем.

Мулоҳизаҳо бо забони табиӣ	Шакли символӣ
Инкор:	
1. Салим дар хона нест .	$\neg S$
2. Маблағ бо осонӣ ёфт намешавад.	$\neg M$
3. Китобхонии Рашид нодуруст аст .	$\neg R$
4. Аз Бухоро будани Марям дурӯғ аст .	$\neg B$
Конъюнксия:	
5. Акмал ва Суннат хурдуюшон омӯзгоранд.	$A \wedge S$
6. Бобур ва Аъло бо варзиш машғул мешаванд.	$B \wedge A$
7. Бобур пурқувват, аммо Аъло аз ӯ пурқувватгар аст.	$B \wedge A$
8. Тамоми воситаҳои медиа (ахбор) муқобил бошад ҳам, клуби футболи "Барселона" клуби беҳтарин дониста шуд.	$M \wedge B$
Дизъюнксия:	
9. Раъно ё бо метро ё бо автобус меояд.	$M \vee A$
10. Бобур ё Аъло ин намуди варзишро интихоб кард.	$B \vee A$

Барои инкор, конъюнксия ва дизъюнксия ҷадвали ростиро умумӣ кунонда барои мулоҳизаҳои мураккабтар ҷадвали ростиро сохтан мумкин:

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	F

Мисоли 1. Ҷадвали ростии мулоҳизаи $p \vee \neg q$ - ро созед.

△ қадами 1

Ҷадвале, ки устунҳои якум ва дуюм аз қиматҳои ростии мумкинбудаи p ва q ташкил ёфтааст, менависем.

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

қадами 2

Ба қимати ростии q -и устун сеюм назар андохта, қиматҳои ростии $\neg q$ - ро менависем.

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
T	T	F	
T	F	T	
F	T	F	
F	F	T	

қадами 3

Ба қиматҳои ростии q -и устун чорум назар андохта, қиматҳои ростии $p \vee \neg p$ -ро менависем: ▲

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

Мулоҳизаи ҳама вақт рост бударо қонуни мантиқӣ ё тавтология меноманд. Бо ёрии ҷадвали ростӣ қонуни мантиқ будани мулоҳизаро исбот кардан мумкин.

Мисоли 2. Тавтология будани мулоҳизаи $p \vee \neg p$ -ро исбот намоед.

△ Ҷадвали ростиро месозем:

Аз сабаби доимо қиматҳои рост қабул кардани мулоҳизаи $p \vee \neg p$ (нигоҳ ба устун сеюм) тавтология меноманд. ▲

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
T	F	T
F	T	T

Ҷадвали ростии сутунҳои мувофиқи ду мулоҳизаҳои якхела бошад, ин мулоҳизаҳоро баробарқувваи мантиқӣ меноманд.

Мисоли 3. Баробаркувваи мантикӣ будани мулоҳизаҳои $\neg(p \wedge q)$ ва $\neg p \vee \neg q$ -ро исбот намоед.

△ Барои мулоҳизаҳои $\neg(p \wedge q)$ ва $\neg p \vee \neg q$ ҷадвали ростиро месозем:

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
Т	Т	Т	Ф	Т	Т	Ф	Ф	Ф
Т	Ф	Ф	Т	Т	Ф	Ф	Т	Т
Ф	Т	Ф	Т	Ф	Т	Т	Ф	Т
Ф	Ф	Ф	Т	Ф	Ф	Т	Т	Т

Сутуни мувофиқи ҷадвалҳои ростии мулоҳизаҳои $\neg(p \wedge q)$ ва $\neg p \vee \neg q$ яхела аст. Пас, ин мулоҳизаҳо баробаркувваи мантикианд.

Ин муносибатро чун $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$ менависем. ▲

Машқҳо

- 51.** Барои мулоҳизаҳо ҷадвалҳои ростиро созед:
 а) $\neg p \wedge q$; б) $\neg(p \vee q)$; в) $\neg p \vee \neg q$; д) $p \vee p$.
- 52.** Оё мулоҳизаҳо тавтология мешаванд:
 а) $\neg p \wedge \neg q$; б) $(p \vee q) \vee \neg p$; в) $p \wedge \neg q$?
- 53.** Баробаркувваҳои мантикиро исбот намоед:
 а) $\neg(\neg p) = p$; б) $p \wedge q = p$; в) $p \vee (\neg p \wedge q) = p \vee q$;
 д) $\neg(q \wedge \neg p) = \neg q \wedge (p \vee q)$.
- 54.** Мулоҳизаҳо додашуда бошанд:
 р: Сардор себро дӯст медорад;
 қ: Сардор ангурро дӯст медорад.
 Мулоҳизаҳои зеринро бо забони табиӣ ифода намоед:
 а) $p \vee q$; б) $\neg(p \vee q)$; в) $\neg p$; д) $\neg p \wedge \neg q$.
- 55.** Ҷадвали ростиро сохта, баробаркувваи мантикӣ будани мулоҳизаҳои $\neg(p \vee q)$ ва $\neg p \wedge \neg q$ -ро исбот намоед.

10-11 ИМПЛИКАТСИЯ, КОНВЕРСИЯ, ИНВЕРСИЯ ВА КОНТРОПОЗИТСИЯ

Импликацсия

Ду мулоҳаза бо ибораи "агар ... бошад, дар он ҳол ..." пайваст шавад, дар он ҳол ба мулоҳизаҳои **импликацсия** соҳиб мешавем.

Мулоҳизаҳои импикативии "агар p бошад, дар он ҳол q " бо $p \Rightarrow q$ ишорат карда мешавад ва маънои "аз p q бармеояд", "мулоҳизаи p барои мулоҳизаи q кифоя аст", "мулоҳизаи q барои p зарур"-ро ҳам мефаҳмонад.

Дар ин ҳол мулоҳизаи p барои мулоҳизаи q **шарти кифоя** аст, мулоҳизаи q барои мулоҳизаи p **шарти зарурӣ** гуфта мешавад.

Масалан, барои мулоҳизаҳои p : *Телевизори Сардор ҳаст*; q : *Сардор кино мебинад* мулоҳизаи $p \Rightarrow q$: *Сардор телевизор бинад, \bar{y} кино мебинадро мефаҳмонад*.

Ҳамин тавр, $p \Rightarrow q$: Барои кино дидани Сардор дар он мулоҳизаи кифоягӣ телевизор буданаширо ҳосил мекунем.

мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ фақат p рост буда, q дурӯғ бошад, барои рост будани мулоҳизаи p чадвали ростии зеринро ҳосил мекунем.

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Бо ёрии мулоҳизаҳои содда ва пайваस्तкунандаҳои мантиқӣ ба рост ва дурӯғи он эътибор надода, мулоҳизаҳои мураккабтарро сохтан мумкин.

Мисоли 1. Мулоҳизаҳои p : *"Анора кинофилмҳоро бисёр мебинад"*; q : *"Барно кинофилмҳоро бисёр мебинад"*; r : *"Барно аз имтиҳонҳо гузашта натавонист"*; s : *"мӯъҷиза рӯй медиҳад"* дода шуда бошад.

△ Дар он ҳол ба инҳо соҳиб мешавем:

- $p \wedge \neg q$: *"Анора кинофилмҳоро бисёр мебинад, Барно бошад не"*.
- $p \Rightarrow \neg q$: *"Анора кинофилмҳоро бинад, Барно кинофилмҳоро бисёр на-мебинад"*.
- $p \Rightarrow (r \vee s)$: *"Барно кинофилмҳоро бисёр бинад, \bar{y} аз имтиҳон гузашта наметавонад, ё мӯъҷиза рӯй медиҳад"*.
- $(p \wedge \neg s) \Rightarrow r$: *"Барно кинофилмҳоро бисёр бинад ва мӯъҷиза рӯй надид, дар он ҳол Барно аз имтиҳон гузашта наметавонад"*.
- $(q \wedge s) \vee r$: *"Ё Барно кинофилмҳоро бисёр мебинад ва мӯъҷиза рӯй медиҳад, ё Барно аз имтиҳон гузашта наметавонад"*. ▲

Эквиваленсия

Мулоҳизаи намуди $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ -ро эквиваленсияи мулоҳизаҳои p ва q меноманд ва бо $p \Leftrightarrow q$ ишорат карда мешавад.

навишти $p \Leftrightarrow q$ "мулоҳизаи p барои q зарур ва кифоя" ё ки "мулоҳизаи p фақат ҳангоми q шудан ҷой дорад", гуфта хонда мешавад.

Мисоли.2. p : x адади ҷуфт, q : рақами охирини адади x барои мулоҳизаҳои ҷуфт мулоҳизаи $p \Leftrightarrow q$ чӣ гуна хонда мешавад?

△ $p \Leftrightarrow q$: x адади ҷуфт бошад, рақами охирини он ҷуфт мешавад;

$q \Leftrightarrow p$: рақами охирини адади x -ҷуфт бошад, он ҷуфт мешавад.

барин мулоҳизаҳоро назар андозем, навишти $p \Leftrightarrow q$ "барои ҷуфт шудани

адади x рақами охиринаи он ҷуфт шуданаш шарт ва кифоя "ё ки" рақами охиринаи адади x фақат ҳангоми ҷуфт шудан ҷуфт мешавад, гуфта хонда мешавад. ▲

Акнун мулоҳизаҳои дилхоҳи p ва q дода шуда бошад, барои мулоҳизаи $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ҷадвали ростиро месозем:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Пас, ҷадвали ростии мулоҳизаи $p \Leftrightarrow q$ чунин мешавад. Аён аст, ки мулоҳизаи $p \Leftrightarrow q$ фақат ҳангоми қиматҳои ҷадвали ростии мулоҳизаҳои p ва q як хел (яъне ё ки ҳардуяш ҳам рост, ё ки ҳардуяш ҳам дурӯғ) шуданаш рост мешавад.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Машқҳо

56. Дар мулоҳизаҳои имплицативии зерин шартҳои зарурӣ ва кифоягиро муайян кунед ва калимаҳои "зарур", "кифоя" -ро истифода бурда, дигар хел ифода намоед.

- агар ман ба автобуси саҳарӣ расида натавонам, аз мактаб дер мемонам;
- агар ҳарорат кифоя паст шавад, оби ҷӯйбор ях мекунад;
- агар $x > 20$ бошад, $x > 10$ мешавад;
- агар ман гол занам, ҷамоаи мо ғалаба карданаш мумкин.

57. Мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ -ро ба забони табиӣ ифода кунед.:

- а) офтоб дурахшад, q : ман ба оббозӣ меравам;
- б) p : адади x ба 6 тақсим мешавад, q : x – адади ҷуфт;
- с) p : дар яхдон тухм ҳаст, q : Мадина торт мепазад.

58. Ҷадвали ростии мулоҳизаҳои

- | | |
|--|--|
| а) $p \Rightarrow \neg q$; | б) $\neg q \Rightarrow \neg p$; |
| с) $(p \vee q) \Rightarrow p$; | д) $q \wedge (p \Rightarrow q)$; |
| е) $p \Leftrightarrow \neg q$; | ф) $(p \Leftrightarrow q) \wedge \neg p$; |
| г) $p \Rightarrow (p \wedge \neg q)$; | ҳ) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg p$ |

-ро соzed.

- 59.** Мулоҳизахоро дар шакли символи ифода кунед:
 p : борон борид, q : кӯлмак пайдо шуд;
 а) борон борад, кӯлмак пайдо мешавад;
 б) кӯлмак пайдо шуд, пас борон борид;
 с) кӯлмак нест;
 д) борон наборид;
 е) агар борон наборад, кӯлмак пайдо намешавад;
 ф) агар кӯлмак пайдо нашавад, борон наборидааст;
 г) агар кӯлмак пайдо нашавад, борон меборад;
 ҳ) барои пайдо шудани кӯлмак, борон бориданаш зарур ва кифоя аст.
- 60.** Ҷадвали ростиро сохта,
 $\neg p \Rightarrow q = p \vee q$;
 $p \Leftrightarrow q = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ буданашро исбот кунед.
- 61.** Ба мулоҳизаи $q \Rightarrow p$ мулоҳизаи баробарқувваи мантиқиро ёбед:
 а) $p \Rightarrow q$; б) $\neg q \Rightarrow p$;
 с) $q \Rightarrow \neg p$; д) $\neg(\neg p \Rightarrow \neg q)$.
- 62.** Кадоме аз мулоҳизаҳо доимо рост, доимо дурӯғ мешаванд?
 а) $p \Rightarrow (\neg p \wedge q)$; б) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$;
 с) $(p \Rightarrow \neg q) \vee (\neg p \Rightarrow q)$.

Конверсия

Конверсияи мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ гуфта мулоҳизаи $q \Rightarrow p$ -ро меноманд.

Конверсия ба ҷадвали рости зерин соҳиб аст:

p	q	$q \Rightarrow p$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

Мисоли 3.

p : секунҷаи баробарпахлӯ,

q : ба мулоҳизаи секунҷаи ду кунҷаи баробар назар андозем.

мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ ва конверсияи онро бо забони табиӣ ифода кунед.

$\triangle p \Rightarrow q$: Агар секунҷа баробарпахлӯ бошад, дар он ҳол ду кунҷаи он баробар аст.

$q \Rightarrow p$: Агар ду кунҷаи секунҷа баробар бошад, дар он ҳол ин секунҷа баробарпахлӯ мешавад. \blacktriangle

Инверсия

инверсияи мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ гуфта, мулоҳизаи $\neg p \Rightarrow \neg q$ -ро меноманд.

Инверсия ба ҷадвали рости зерин соҳиб аст: Ин ҷадвал бо ҷадвали рости мулоҳизаи $q \Rightarrow p$ болюи ҳам мефатад, пас, конверсия ва инверсия баробарқувваи мантиқӣ будаанд.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \Rightarrow \neg q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Контропозитсия

Контропозитсияи мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ гуфта мулоҳизаи $\neg q \Rightarrow \neg p$ -ро меноманд.

Контропозитсия ба ҷадвали рости зерин соҳиб аст: Ин ҷадвал бо ҷадвали рости мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ мувофиқ меояд, пас, импликатсия ва контропозитсия баробарқувваи мантиқӣ будаанд.

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
T	T	F	F	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T

Мисоли 4 Контропозитсияи мулоҳизаи "Ҳамаи омӯзгорон ба мактаб наздик зиндагӣ мекунад" -ро созед.

△ Мулоҳизаи мазкуро чунин ифода кардан мумкин: "Агар ин кас муаллим бошад, \bar{y} наздики мактаб зиндагӣ мекунад".

Ин ҷумлаи хабарӣ шакли $p \Rightarrow q$ -ро дорад, дар ин ҷо:

p : Ин кас – омӯзгор, q : Ин кас наздики мактаб зиндагӣ мекунад.

Контропозитсияи $\neg q \Rightarrow \neg p$ чунин ифода мешавад.:

"Агар ин кас назди мактаб зиндагӣ накунад, дар он ҳол \bar{y} омӯзгор нест".



Мисоли 5 Мулоҳизаҳои p : Самандар дар китобхона,

q : Самандар китоб мехонад -ро

назар андозем. Барои он импликатсия, конверсия, инверсия ва контропозитсияро созед.

△ **Импликатсия**

$p \Rightarrow q$

Самандар дар китобхона бошад, \bar{y} китоб мехонад.

Конверсия

$q \Rightarrow p$

Самандар китоб хонад, \bar{y} дар китобхона мешавад.

Инверсия

$\neg p \Rightarrow \neg q$

Самандар дар китохона набошад, \bar{y} китоб на-мехонад.

Контропозитсия

$$\neg q \Rightarrow \neg p$$

Самандар китоб нахонда истода бошад, \bar{u} дар китобхона намешавад.

Гуфтан чоиз аст, ки импликатсия ва конверсия баробаркувваи мантиқӣ намешавад, чунки масалан, Самандар китобро дар синф ҳам хонданаши мумкин. ▲

Машқҳо

63. Конверсия ва инверсияро созед:

- a) агар Диёра нафис пӯшад, гарм мешавад;
- b) агар ду секунча монанд бошад, кунҷҳои мувофиқи он баробаранд;
- c) агар $2x^2 = 12$ бошад, дар он ҳол $x = \pm\sqrt{6}$ мешавад;
- d) агар Олим бозӣ кунад, хурсанд мешавад;
- e) агар секунча мунтазам бошад, дар он ҳол тарафҳои он баробар мешавад.

64. Контропозитсияи мулоҳизаҳои зеринро созед:

- a) ҳамаи садбаргҳо хордоранд;
- b) ҳамаи судяҳо (ҳакамҳо) доимо қарори дуруст мебароранд;
- c) ҳамаи футболбистон тӯбро ба нишон аниқ мезананд;
- d) моеъҳои ба зарф гузошта шакли зарфро мегиранд;
- e) агар инсон ҳалол ва соҳиби маълумот бошад, муваффақият ба даст меорад.

65. a) Контропозитсияи мулоҳизаи "ҳамаи донишомӯзони синфи 10 математикаро меомӯзанд"-ро созед;

- b) мулоҳизаи "ҳамаи донишомӯзони синфи 10 математикаро меомӯзанд" рост бошад, дар бораи инҳо ба чӣ гуна ҳукм меоед:
"Шавкат донишомӯзи синфи 10";
"Мирислон математикаро намеомӯзад";
"Дониёр ҳам математика, ҳам забони англисиро омӯхта истодааст".

66. Контропозитсияи мулоҳизаҳоро созед:

- a) адади x ба 3 тақсим мешавад \Rightarrow адади x^2 ба 9 тақсим мешавад;
- b) рақами охири адади x ба 2 тақсим шавад: $\Rightarrow x$ – адади чуфт;
- c) $ABCD$ – росткунҷа $\Rightarrow AB \parallel CD$ ва $AD \parallel BC$;
- d) ABC – секунҷаи мунтазам $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$.

67. p : Хона 3 тирезадор мешавад,

q : Мулоҳизаи аз хона берун равшанӣ дӯбаро доштара бубинем.

Дар он ҳол $p \Rightarrow q$: Агар хона ҳадди аксар 3 тирезадор бошад, он мӯри дудбарор дорад;

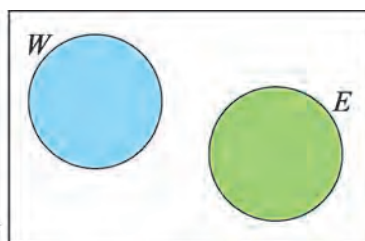
а) конверсия, инверсия ва контропозитсияшро созед;

б) дар ҳолатҳои зерин барои импликатсия, конверсия, инверсия ва контропозитсия ростӣ ва дурӯғиашро муайян кунед:



68. Дар диаграмма W – донишомӯзони сустанон, E бошад, маҷмӯи хонандагони синфи 10-ро тасвир мекунад.

Мулоҳизаҳои зеринро пур кунед:



а) хонандагони сустанон мавҷуд нест;

б) хонандагони синфи 10 мавҷуд нест;

с) агар $x \in W$ бошад, дар он ҳол.....;

д) агар $x \in E$ бошад, дар он ҳол

е) дар байни муносибатҳои с ва д чӣ гуна вобастагӣ ҳаст?

12-13 ПРЕДИКАТҲО ВА КВАНТОРҲО

Предикатҳо ва кванторҳо

Дар баъзе мулоҳизаҳо тағйирёбандаҳо иштирок намуда, дар ҷойи ҳамин тағйирёбандаҳо қимати муайян гузorem, мулоҳизаи ростиву дурӯғияш маълум ҳосил мешавад.

Чунин мулоҳизаро предикат меноманд.

Мисоли 1. $P(x)$: " $x^2 > x$ " предикат бошад,

Ростиву дурӯғии мулоҳизаҳои $P(2)$, $P(\frac{1}{2})$, $P(-\frac{1}{2})$ -ро муайян кунед.

△ $P(2)$: $2^2 > 2$ – рост. $P(\frac{1}{2})$: $(\frac{1}{2})^2 > \frac{1}{2}$ – дурӯғ. $P(-\frac{1}{2})$: $(-\frac{1}{2})^2 > -\frac{1}{2}$ – рост. ▲

Дар баъзе предикатҳо тағйирёбандаро ба маънои предикатҳо нигоҳ

карда муайян кардан мумкин.

Масалан, тағйирёбанда дар ҷумлаҳои хабарии "Ин нависанда дар Тошканд тавалуд шудааст" ва "Ў дар Тошканд тавалуд шудааст" "Ин нависанда" ибора ё "ў" ҷонишин мебошад. Дар ҷои он қимати "Абдулло Қодирӣ" гузорем, "Абдулло Қодирӣ дар Тошканд тавалуд шудааст" мулоҳизаи ростро, қимати "Шекспир"-ро гузорем, мулоҳизаи дурӯғи "Шекспир дар Тошканд тавалуд шудааст" -ро ҳосил мекунем.

Тавассути x тағйирёбандаро ишора кунем, ҷумлаҳои хабарии болоро дар шакли " x дар Тошканд тавалуд шудааст" навиштан мумкин.

Дар предикат як ё якчанд тағйирёбанда иштирок карданаш мумкин, ба тағйирёбандаҳои ширкат карда нигоҳ карда предикат бо $P(x)$, $P(x,y)$, $P(x,y,z)$, ... ишора карда мешавад.

Бо предикат якҷоя аз ишораҳои махсуси \forall (квантори умумӣ, "барои ҳамаи ...") ва \exists (квантори мавҷудӣ, "чунин мавҷудааст, ки ...") истифода бурда, мулоҳизаҳои нав ҳосил карда мешавад. Масалан, мулоҳизаи нави намуди $\forall xP(x)$ барои ҳамаи қиматҳои x будани $P(x)$, мулоҳизаи нави намуди $\exists xP(x)$ бошад, мавҷудияти қимати $P(x)$ шавандаи x -ро мефаҳмонад.

Масалан, $P(x)$: предикати " x дар Самарқанд тавалуд шудааст" -ро аз назар гузаронем.

Дар он ҳол намуди мулоҳизаи нави $\forall xP(x)$ мисли "ҳама дар Самарқанд тавалуд шудааст", мулоҳизаи намуди нави $\exists xP(x)$ бошад, "ҳамин ҳел касоне мавҷуданд, ки дар Самарқанд тавалуд шудаанд" хонда мешавад.

Баро муайян кардани ростиву дурӯғии мулоҳизаҳои намуди $\forall xP(x)$, $\exists xP(x)$ мисолҳо меорем.

Мисоли 2.

$D = \{1,2,3,4,5\}$ бошад, рост будани мулоҳизаи $\forall x \in D, x^2 \geq x$ -ро исбот кунед.

△ Равшан аст, ки

$$1^2 \geq 1, \quad 2^2 \geq 2, \quad 3^2 \geq 3, \quad 4^2 \geq 4, \quad 5^2 \geq 5.$$

Пас, мулоҳизаи $\forall x \in D, x^2 \geq x$ рост будааст. ▲

Гуфтан ҷоиз аст, ки барои исбот кардани дурӯғ будани мулоҳизаи $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x$ як қимати дурӯғ шудани қимати x -ро ёфтаи кифоя аст.

Ҳақиқатан ҳам, ҳангоми $x = \frac{1}{2}$ будан $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} \leq \frac{1}{2}$ мешавад.

Ягон қимати нишондиҳандаи дурӯғ будани мулоҳизаи $\forall xP(x)$ -и x ро контрмисол меноманд.

Мисоли 3. Рост будани мулоҳизаи $\exists m \in \mathbb{Z}, m^2 \geq m$ -ро исбот кунед.

△ барои $1^2=1$ буданаш, мулоҳизаи $\exists m \in \mathbb{Z}, m^2 \geq m$ рост будааст.

Агар $E=\{5,6,7,8\}$ бошад, мулоҳизаи $\exists m \in E, m^2 \geq m$ дурӯғ аст, чунки $5^2 = 25 \neq 5$; $6^2 = 36 \neq 6$; $7^2 = 49 \neq 7$; $8^2 = 64 \neq 8$. ▲

Вобаста ба амали инкор ду қонуни муҳими мантиқиро меорем:

$$\neg(\exists xP(x)) = \forall x(\neg P(x)), \quad \neg(\forall xP(x)) = \exists x(\neg P(x)).$$

Ин қонунҳоро барои фаҳмидан мисолҳо меорем.

$P(x)$: ба предикати "х ҳамсинфам аълоҷӣ аст" назар андозем.

Навишти $\neg(\exists xP(x))$ мулоҳизаи "дар дохили ҳамсинфонам аълоҷӣ нест", навишти $\forall x(\neg P(x))$ бошад, мулоҳизаи ба он баробарқувва буда мулоҳизаи "Ҳамаи ҳамсинфонам аълоҷӣ нест" -ро мефаҳмонад.

Худи ҳамин хел, формулаи $\neg(\forall xP(x))$ мулоҳизаи "Аълоҷӣ будани ҳамаи ҳамсинфонам нодуруст аст", формулаи $\exists x(\neg P(x))$ бошад, мулоҳизаи ба он баробарқувва-мулоҳизаи "Баъзе ҳамсинфонам аълоҷӣ нест" - ро мефаҳмонад.

Равшан аст, ки аз предикати $P(x,y)$ бо ёрии кванторҳо предикатҳои яктағйирёбандаи намуди

$$\forall xP(x,y), \quad \forall yP(x,y), \quad \exists xP(x,y), \quad \exists yP(x,y)$$

аз онҳо бошад, дар навбати худ мулоҳизаи намуди

$$\forall x\exists yP(x,y), \quad \exists y\forall xP(x,y), \quad \exists x\forall yP(x,y), \quad \forall y\exists xP(x,y),$$

$$\forall x\forall yP(x,y), \quad \forall y\forall xP(x,y), \quad \exists x\exists yP(x,y), \quad \exists y\exists xP(x,y)$$

сохтан мумкин.

Гарчи маънои мулоҳизаҳои $\forall x\forall yP(x,y)$, $\forall y\forall xP(x,y)$ ва $\exists x\exists yP(x,y)$, $\exists y\exists xP(x,y)$ як хел бошад ҳам, мулоҳизаҳои $\forall x\exists yP(x,y)$, $\exists y\forall xP(x,y)$ баробарқувва набудаанд.

Масалан, предикати $P(x,y)$: инсон y падари ҳамсинфам x аст, аз назар гузаронда шавад.

Дар ин ҳол $\forall x\exists yP(x,y)$ = мулоҳизаи "падари ҳамсинфи дилхоҳам ҳаст"; $\exists y\forall xP(x,y)$ мулоҳизаи "ҳамин гуна инсон ҳаст, ки y падари ҳамаи ҳамсинфонам мебошад"-ро мефаҳмонад.

Ҳамин тавр, баробарқувва набудани мулоҳизаҳои $\exists x\forall yP(x,y)$, $\forall y\exists xP(x,y)$ -ро нишон додан мумкин (мустақилона мисолҳо тартиб диҳед).

Бо ёрии предикатҳо ва кванторҳо қонунҳои мантиқиро ҳосил кардан мумкин.

Масалан, мулоҳизаи "Агар ҳамаи зоғҳо сиёҳ бошанд, ҳеч яке аз

паррандагони ғайри сиёҳ зоғ нестанд", ба қонуни мантиқӣ мисол мешавад.

$$\forall x(A(x) \Rightarrow B(x)) \Rightarrow \forall x (\neg B(x) \Rightarrow \neg A(x))$$

Машқҳо

69. Мулоҳизаҳоро бо ёрии предикатҳо ва кванторҳо ифода кунед.

- a) баъзе паррандагон павоз карда наметавонанд;
- b) баъзе нависандагон шоир нестанд;
- c) баъзе пашшаҳо намегазанд;
- d) ҳамаи сайёраҳо курашакланд;
- e) ҳамаи сарбозон инсони пурқувватанд;
- f) ҳамаи чарроҳон шифокоранд;
- g) ҳамаи хирсон асалро истеъмол мекунанд;
- h) ҳар кадом доира – шакли барҷаста;
- i) баъзе харгӯшон карамро дӯст медоранд;
- j) баъзе китобҳо шавқоваранд;
- k) ҳамаи модарон бачаҳоро навозиш мекунанд.

Инкори ҳамин мулоҳизаҳоро созед!

70. Мулоҳизаҳоро, мумкин бошад, давом диҳед:

- a) ҳеч кадоме аз ширхӯрон бо ҷабрааш нафас намегирад. Сазан аз ҷабраҳояш нафас мегирад. Пас,
- b) ҳамаи инсонҳо камбудӣ доранд. Ҳамаи шоҳон инсонанд. Пас,
- c) гулҳои сурхранг бӯй надоранд. Ин гул бӯй надорад. Пас...;
- d) гургон барраро мехӯранд. Ин ҳайвон барраро мехурад. Пас...;
- e) ҳамаи сайёраҳо - чирмҳои осмонӣ. Моҳ сайёра намебошад. Пас...;
- f) ҳамаи металлҳо ҷараёни электрикиро нағз мегузаронад. Тилло – металл. Пас.... ;
- g) ҳамаи паррандагон тухм мегузоранд. Ҳамаи паррандагон-сутунмуҳрадор. Пас....;
- h) агар ҳарорати инсон баланд бошад, \bar{y} касал аст. Ҳарорати ин инсон баланд аст. Пас...;
- i) агар ҳарорати инсон баланд бошад, \bar{y} касал мешавад. Ин инсон касал намебошад. Пас....

71. Предикатҳои $P(x,y)$: *инсон y фарзанди x дода шуда бошад*. Мулоҳизаҳоро бо забони табиӣ ифода кунед:

- a) $\exists z P(x,z) \wedge P(z,y)$; b) $\forall x \exists y P(x,y)$; c) $\forall x \exists y P(y,x)$.

72. $F(x,y)$: *предикати инсони x y-ро дӯсти худ мехисобад, дода шуда бошад*. Мулоҳизаҳоро бо забони табиӣ ифода кунед:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| a) $\forall x \forall y F(x,y) \Rightarrow F(x,y)$; | e) $\exists y \forall x F(y,x)$; |
| b) $\forall x \exists y F(x,y)$; | f) $\forall y \exists x F(x,y)$; |
| c) $\exists y \forall x F(x,y)$; | g) $\exists x \forall y F(y,x)$. |
| d) $\forall x \exists y F(y,x)$; | |

73. $D(m,n)$: *предикати адади бутуни n ба адади бутуни m бебақия тақсим мешавад, дода шуда бошад*. Кадоме аз мулоҳизаҳо рост аст:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\forall m \forall n D(m,n)$; | d) $\exists n \forall m D(n,m)$; |
| b) $\forall n \exists m D(m,n)$; | e) $\forall n \exists m D(n,m)$; |
| c) $\exists m \forall n D(n,m)$; | f) $\exists m \forall n D(n,m)$. |

74. Кадоме аз мулоҳизаҳо дурустанд? Мисолҳои дахлдор оред.

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x < y$;
 b) ададҳои аз ҳамаи ададҳои дигар хурд мавҷуд аст;
 c) агар $\forall x \exists y P(x,y)$ бошад, дар он ҳол $\exists y \forall x P(x,y)$ мешавад.

ҚОНУҲОИ ДУРУСТ ФИКРРОНӢ (АРГУМЕНТАТСИЯ). СОФИЗМҲО ВА ПАРАДОКСҲО

14-15

Дар баён кардани фикри дуруст фақат ба талаботҳои қонунҳои тафаккур риоя намуда муяссар гардидан мумкин. Қонуни тафаккур дар ҷараёни муҳокимаронӣ аз алоқаҳои зарурии байни фикрҳо (элементҳои фикркунӣ) мавҷуд иборат аст. Талабҳои аз мазмуни қонуни тафаккур бадаршаванда, барои дуруст сохтани муҳокима зарур аз дақиқ, муттасил ба дараҷаи кофӣ асоснок шудани фикр иборат аст.

Дар ҳукмҳои фикрҳои оиди предмет ва хосиятҳои он, муносибатҳои байни предметҳо, мавҷуд будан ё набудани предметҳо дар шакли тасдиқ ё инкор ифода карда мешавад. Масалан, дар ҳукми "Оҳан—металл" муносибати байни предмет (оҳан) бо хосияти он (металл буданаш) қайд карда шудааст. Дар ҳукми "Ахлоқ пеш аз ҳуқуқ пайдо шудааст" бошад, муносибати ду предмет (ахлоқ ва ҳуқуқ) қайд шудааст. Ин ҳукмҳои аз ҷиҳати мазмун гуногун буда, аз рӯи сохт якхела аст: дар онҳо муносибати байни маҷмӯи мафҳумҳои оиди предмет (S) бо мафҳуми оиди аломати предмет (R) қайд гардидааст, яъне ба S хос будани R тасдиқ гардидааст.

Дар ҳолати умумӣ ҳукм дар шакли $S \Rightarrow R$ ифода карда мешавад.

Мо маҷмӯи мулоҳизаҳои S -ро асос, мулоҳизаи R -ро бошад, хулоса мегӯем. Дар ҳукм асос ва хулоса бо калимаи пайвастандандаи "Пас" пайваст мешавад.

Одатан дар ҳукми $S \Rightarrow R$ асос ва хулоса бо хати горизонталӣ чунин чудо мешавад: $\frac{S}{P}$. Мисоли соддатаринро орем.

Агар Собир бо варзиш машғул шавад, ӯ солим мешавад.

Собир бо варзиш машғул шуда истодааст.

Пас, Собир солим мешавад.

Шакли мантикии ҳукмро ёбед.

Мулоҳизаҳои p: Собир бо варзиш машғул шуда истодааст.

q: Собир солим аст.

бубинем, ҳукм ба намуди зерин соҳиб мешавад:

$$\frac{\left. \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \end{array} \right\} \text{асос}}{q} \left. \right\} \text{хулоса}$$

барои он ки аз мулоҳизаи $p \Rightarrow q$ ва p мулоҳизаи q бадар омадааст, ҳукм шакли мантикии $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ -ро дорад.

Ҷадвали ростии ҳукмро месозем:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Дар натиҷа тавтологияро ҳосил кардем. Ин ҳолат дурустии ҳукмро нишон дода истодааст, яъне аз асосҳои додашуда хулосаи дуруст бароварданро мефаҳмонад.

Мисоли 1. Нодурустии ҳукми зеринро исбот кунед:

Агар секунҷа ба се тараф соҳиб бошад, дар он ҳол $2+4=7$.

Пас, секунҷа се тараф дорад.

△ Шакли мантикии ин ҳукмро ёбед.

Ба мулоҳизаи p: секунҷа се тараф дорад.

q: $2+4=7$

назар андозем, ҳукм намуди зеринро мегирад:

$$\frac{\left. \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \end{array} \right\} \text{асос}}{q} \left. \right\} \text{хулоса}$$

барои он ки аз мулоҳизаҳои $p \Rightarrow q$ ва q мулоҳизаи p баромадааст, ҳукм

шакли мантикии $(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$ -ро дорад.

Чадвали ростиро месозем:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

Дар натиҷа тавтология ҳосил нашуд. Ии ҳолат нодурустии ҳукмро нишон дода истодааст, яъне аз асоси додашуда хулосаи дуруст набаромаданро мефаҳмонад.

Дар зер мо ҳукмҳои дурустро (**қонунҳои аргументатсияро**) меорем:

Т.р	Ҳукм	Маънояш	Мисол
1°.	$p \Rightarrow q$ $\frac{p}{q}$	Ҳангоми дуруст будани p q дуруст бошад. Дар ин ҳол p дуруст. Пас, q ҳам дуруст.	Агар китоби дарсиро хонам, баҳои аъло мегирам. Китоби дарсиро хондам. Пас, баҳои аъло мегирам,
2°.	$p \Rightarrow q$ $\frac{\neg p}{\neg q}$	Ҳангоми дуруст будани p q дуруст шавад. Аммо q нодуруст. Пас, p ҳам нодуруст.	Агар китоб хонам, баҳои аъло мегирам Баҳои аъло нагирифтаам . Пас, китоб нахондаам.
3°.	$p \vee q$ $\frac{\neg p}{q}$	p ёки q дуруст ва p нодуруст бошад Пас, q нодуруст.	Ман ё китоб мехонам, ё кино мебинам. Ман китоб нахондам Пас, ман кино дидам.
4°.	$p \Rightarrow q$ $\frac{q \Rightarrow r}{p \Rightarrow r}$	аз p q ва ҳам аз q r барояд. Дар он ҳол аз p r бармеояд	Агар ҳаво кушод бошад, ман ба майдони варзишӣ меравам. Агар ман ба майдони варзишӣ равам, футбол бозӣ мекунам. Пас, ҳаво кушод бошад, ман футбол бозӣ мекунам.

Мо исботкунии дурустии ҳукмҳоро ба сифати машқ ба хонанда тавсия мекунем.

Машқҳо

75. Ба ҳукмҳои зерин назар андозем:

Алиҷон пас аз шамолхӯрӣ ҳарорати баданаш баланд мешавад.

Ҳарорати бадани Алиҷон баланд нест.

Пас, Алиҷон шамол нахӯрдааст.

а) шакли мантикии ҳукмро нависед;

б) дуруст будани ҳукмро исбот кунед.

76. Шакли мантикии ҳукмхоро нависед:

а)

$$\text{I } \frac{p \Rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$$

$$\text{II } \frac{p \vee q \quad \neg p}{q}$$

$$\text{III } \frac{p \vee q}{p}$$

$$\text{IV } \frac{p \Rightarrow q \quad \neg p}{\neg q}$$

$$\text{V } \frac{p \Rightarrow q \quad q \Rightarrow p}{p}$$

б) барои ҳар як ҳукм чадвали ростиро навишта, кадоме аз онҳо дуруст буданаширо ёбед.

с) барои ба забони табиӣ ифода кардан мисолҳо оред.

77. Мулоҳизаҳоро дар шакли ҳукм нависед:

а) $(p \wedge q) \Rightarrow p$;

с) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$;

б) $(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow p$;

д) $(p \wedge \neg q) \Rightarrow (\neg p \vee p)$.

Кадоме аз ҳукмҳои ҳосилшуда дурустанд?

78. *Мулоҳизаҳои* p : x – адади бутун ва q : x – адади тоқ-ро назар андозем:

Кадоме аз ин ҳукмҳо дурустанд?

а) Агар x – адади бутун бошад, он тоқ мешавад. x – адади тоқ ё содда.

Пас, x – адади тоқ аст;

б) x - тоқ ё содда, аммо дар як вақт нест. x -адади тоқ. Пас, x - адади содда.

79. Ҳукм дода шудааст: Даврон барои ба мусобиқа иштирок намудан ё Сингапур ё Гонгконг меравад. Даврон ба Сингапур рафтани маълум. Пас, Даврон ба Гонгконг намеравад.

а) бо ёрии чадвали ростӣ нодуруст будани ин ҳукмро исбот кунед;

б) барои чӣ нодуруст будани ин ҳукмро фаҳмонед.

80. Кадоме аз ҳукмҳо дуруст, кадоме нодуруст аст:

а) Толиб соати 10.00 ё ба кино, ё ба театр меравад. Толиб соати 10.00 ба кино нарафт. Пас, Толиб соати 10.00 ба театр рафт;

б) адади x ба 4 қаратнок бошад, он адади чуфт мешавад. x – адади чуфт, пас, он ба 4 қаратнок;

с) адади x тақсимкунандаи 30 ё 50. Пас, адади x тақсимкунандаи 50 аст;

д) агар пайдарпайӣ прогрессияи арифметикӣ набошад, он прогрессияи геометрӣ мешавад. Пас, пайдарпайӣ ё прогрессияи арифметикӣ ё прогрессияи геометрӣ мешавад;

е) ҳамаи ҳамсинфнам нағз мехонанд. Маъсума нағз мехонад. Пас, Маъсума ҳамсинфи ман аст.

81. Мулоҳизаҳоро давом дода, ҳукмҳои дурустро ҳосил кунед:

а) аз ҳарду якеамон ҳоло ба қабули духтури дандон даромадан лозим.

Ман намедароям. Пас

б) Ман ё ба мактаб меравам, ё модарам саҳт пӯписа мекунад. Ман имрӯз

аниқ ба мактаб намеравам. Пас

с) Агар ман масъаларо дуруст ҳал кунам, ҷавоби он бо ҷавоби китоб як хел мешавад. Натиҷаи ман аз ҷавоби китоб фарқ дорад. Пас

д) Агар Генри хонадор шуда бошад, ба мулки ӯ рафикааш соҳиб мешавад. Агар хонадор нашуда бошад, ба мулки он бародараш соҳиб мешавад.. Пас, ба мулки ӯ

е) Ё поезд дермонда истодааст, ё онро бекор кардаанд. Агар онро бекор карда бошанд, ман имрӯз ҳеч кучо намеравам. Агар он дер монда бошад, ман ба кор дар вақташ рафта наметавонам. Пас ман.....;

ф) Агар 2 – адади содда бошад, он ин адади соддаи хурдтарин мешавад. 2 – адади содда. Пас,.....

Софизмҳо ва парадоксҳо

Софизм² – ҳулосаи нодурусти дидаву дониста баровардашуда, исботи нодурусти ягон тасдиқ. Дар ин ҳол хатогӣ хеле устокорона, ноаён пӯшида шудааст.

Масъалаҳоро оид ба софизм нахуст математики Юнони Қадим Зенон, ки дар асри V пеш аз мелод зиндагӣ карда, тартиб дода буд.

Зенон, давандаи машҳур Ахиллес ҳеч вақт ба сангпушти ба пеш ҳазида раванда давида расида натавонистанаширо бо ёрии мулоҳизаҳои математикӣ ин тавр "исбот" кардааст. Ахиллес назар ба сангпушт 10 маротиба тезтар давида метавонад. Даставвал, сангпушт 100 метр пеш бошад, то Ахиллес ин 100 метрро давида гузаштан сангпушт 10 метр пеш меравад, то Ахиллес ин 10 метрро давида гузаштан сангпушт боз 1 метр меғечад ва ғайра. Масофаи байни онҳо доим кӯтоҳ шудан мегирад, ҳеч вақт ба сифр табдил намеёбад.

Масъалаҳои Зенон бо мафҳумҳои беохир, ҳаракат, коинот вобаста буда, онҳо барои ривочи математика ва физика аҳамияти калон доранд.

Баъзе софизмҳо дар асарҳои аҷдоди бузурги мо Форобӣ, навиштаҷоти Берунӣ ва Ибни Сино муҳокима карда шудааст.

Мо дар зер ба софизмҳои соддатар мисолҳо оварда, барои фаҳмондани онҳо ҳаракат мекунем.

Мисоли 2. 1000 сӯм кучо рафт? 3 дӯст дар ошхона хӯрок хӯрда хизматчи ба онҳо ҳисоби 25000 сӯмро дод. 3 нафар дӯст ҳар яке 10000 сӯмӣ пул дода, 30000 сӯмро ба хизматчи доданд. Хизматчи ба онҳо 5000 сӯм гардонда дод. Дӯстон 1000 сӯмӣ тақсим карда ва 2000 сӯмро барои такси доданд. "Ҳар якеамон 9000 сӯмӣ хароҷот кардем, ин 27000 сӯм мешавад, 2000 сӯм ба такси додем, инро чамъ кунем, 29000 сӯм мешавад. 1000 сӯм кучо рафт?"

△ Дар ин ҷо хатогии асосӣ дар нодуруст ҳисоб кардан аст. 3 нафар дӯст 9000 сӯмӣ 27000 сӯм пул пардохтанд. Аз ин 25000 сӯмашро барои хӯрок пардохтанд, 2000 сӯмашро барои такси ба дӯсташ доданд, пас, ҳисоби умумӣ

27000 сӯм мешавад.

Дар ҳисобкунии болоӣ 2000 сӯм дар дохили 27000 сӯм хобидааст. ▲

Мисоли 3. Софизми "2·2=5" Барорарии дурусти : 20–16–4=25–20–5 -ро содда мекунем:

$$2(10-8-2)=25-20-5$$

$$2\cdot 2\cdot(5-4-1)=5\cdot(5-4-1)$$

Қисмҳои чап ва ростии баробарии охиринаро бо зарбкунандаи умумӣ (5–4–1) ихтисор намуда, баробарии 2·2=5-ро ҳосил мекунем.

▲ "Хатогӣ"-и асосии дар ин ҷо содиршаванда ба зарбкунандаи (5–4–1), ки ба сифр баробар аст, ихтисор кардани ду қисми баробарии 2·2·(5–4–1)=5·(5–4–1) мебошад. ▲

Парадокс³ – мулоҳизаи тасодуфӣ, бо шакл ва мазмуни худ ба фикри анъанавии аз ҷониби аксарият қабулгашта зид буда. Ҳар кадом парадокс мисли инкор кардани ин ё он фикри "бе шубҳа дуруст" (асоснок аст, ё бе асос – аз ин қатъи назар) ҳисоб карда намоён мешавад. Худи истилоҳи "Парадокс" ҳам даставвал дар фалсафаи атиқ барои ифода кардани ҳар гуна фикри ғалатӣ, оригиналӣ кор фармуда мешавад. Парадоксҳо, одатан, дар назарияҳои асосҳои мантиқияш пурра муайян нагардида вомахӯранд.

Мисоли 4.

Парадокси дурӯғ. Мулоҳизаи "Ҳамаи чизҳои ман тасдиқкарда дурӯғ аст" -ро аз назар гузаронем.

▲ Агар ин мулоҳиза рост бошад, дар асоси маънои ин мулоҳиза дурӯғ будани мулоҳизаи гуфташуда ҳақиқат аст. Агар ин мулоҳиза дурӯғ бошад, таъкиди мулоҳиза дурӯғ аст. Пас, мулоҳизаи ин мулоҳиза дурӯғ гуфтан дурӯғ аст, модомеки ҳамин тавр аст, ин мулоҳиза ҳақиқат аст. Зиддият.

Мисоли 5 Парадокси рефлексивӣ. Маънои калимаи забони тоҷикӣ дар ҳудаш ифода шавад, онро рефлексивӣ меномем.

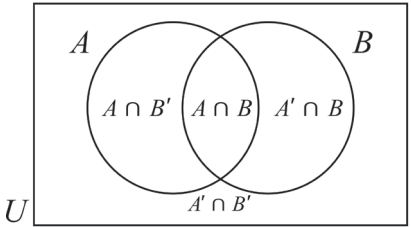
Масалан, калимаи "тоҷикӣ" рефлексивӣ, калимаи "англисӣ" бошад рефлексивӣ нест. Ҳамин тавр, калимаи "дахҳарфӣ" миқдори ҳарфҳои он дар воқеъ, барои ба 10 баробар будан рефлексивӣ, калимаи "шашҳарфи" рефлексивӣ нест. Маҷмӯи ҳамаи калимаҳои рефлексивиро назар андозем. Худи калимаи "ғайререфлексивӣ" оё рефлексивӣ аст?

▲ Агар ин калима рефлексив бошад, дар он ҳол аз рӯи маъно, он ғайререфлексив аст. Агар ин калима ғайререфлексив бошад, дар он ҳол барои он ки маънои он дар ҳудаш ифода гаштааст, он рефлексив мешавад. Зиддият. ▲

3 Юн.қад. παράδοξος – ғайриинтизор, ғалатӣ.

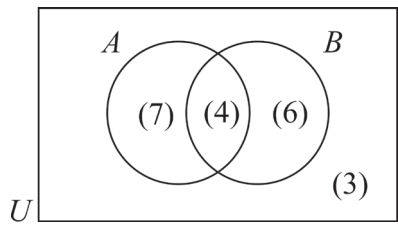
16-18 ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Масъалаи 1. Буриши ду маҷмӯи A, B маҷмӯи универсалиро ба чор қисм ҷудо мекунад:



△ Пас, шумораи элементҳои маҷмӯи универсалӣ суммаи шумораи элементҳои ҳамин қисмҳо будааст.

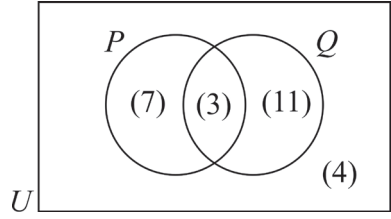
Дар диаграммаи зерин миқдори элементҳои қисмҳои мувофиқи маҷмӯи универсалӣ дохили қавс гирифта навишта шудааст:



Дар ин ҷо, масалан, ба ҳарду маҷмӯи A, B 4 -то элемент тааллуқ дорад, 3- то элемент бошад, ба ягонтоаш тааллуқ надорад.

Бо сабаби он ки элементҳои ихтиёрии маҷмӯи U ҳадди ақалл ба яке аз 4 -қисм тааллуқ дорад, миқдори элементҳои маҷмӯи U ба $7+4+6+3=20$ баробар аст. ▲

Масъалаи 2. Ба расм нигоҳ карда, миқдори элементҳои маҷмӯҳои зеринро ёбед:



- a) P ;
- b) Q' ;
- c) $P \cup Q$;
- d) Маҷмӯи элементҳои ба P тааллуқ дошта, аммо ба Q тааллуқ надошта ;
- e) Маҷмӯи элементҳои ба Q тааллуқ дошта, аммо ба P тааллуқ надошта;
- f) Маҷмӯи элементҳои на ба P , на ба Q тааллуқ надошта.

- \triangle а) $n(P)=7+3=10$; б) $n(Q)=7+4=11$;
 с) $n(P \cup Q)=7+3+11=21$; д) $n(P, \text{ аммо } Q \text{ намебошад})=7$;
 е) $n(Q, \text{ аммо } P \text{ намебошад})=11$. \blacktriangle

Масъалаи 3. Агар $n(U)=30, n(A)=14, n(B)=17$ ва $n(A \cap B)$ бошад,

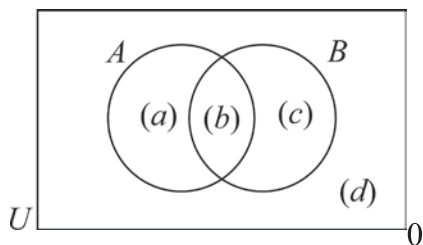
а) $n(A \cup B)$ -ро ёбед.

б) Маҷмӯи элементҳои ба A тааллуқ дошта, аммо ба B тааллуқ надошта аз чанд элемент ташкил ёфтааст?

\triangle Диаграммаи Венно месозем:

аз $n(A \cap B) = b=6$; аз $n(A) = a+b=14$; аз $n(B) = b+c=17$; аз $n(U)$ баробарии $a+b+c+d=30$ бармеояд.

Пас, $b=6, a=8, c=11, d=5$.



Аз диаграмма ба инҳо соҳиб мешавем:

а) $n(A \cup B)=a+b+c=25$;

б) Миқдори элементҳои ба A тааллуқ дошта, аммо ба B тааллуқ надошта ба $a=8$ баробар аст. \blacktriangle

Машқҳо

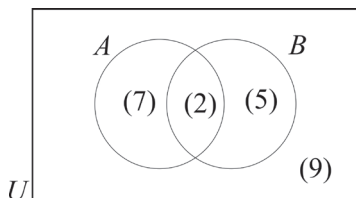
Аз диаграмма истифода намуда, шумораи элементҳои маҷмӯҳои зеринро ёбед:

82. а) B ; б) A' ; с) $A \cup B$;

д) Маҷмӯи элементҳои ба A тааллуқ дошта, аммо ба B тааллуқ надошта;

е) Маҷмӯи элементҳои ба B тааллуқ дошта, аммо ба A тааллуқ надошта;

ф) Маҷмӯи элементҳои на ба A , на ба B тааллуқ надошта.

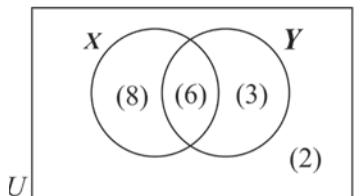


83. а) X' ; б) $X \cap Y$; с) $X \cup Y$;

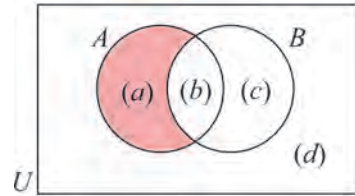
д) Маҷмӯи элементҳои ба X тааллуқ дошта, аммо ба Y тааллуқ надошта;

е) Маҷмӯи элементҳои ба Y тааллуқ дошта, аммо ба X тааллуқ надошта;

ф) Маҷмӯи элементҳои на ба X , на ба Y тааллуқ надошта.



84. a) $n(B)$; b) $n(A')$;
 c) $n(A \cap B)$; d) $n(A \cup B)$;
 e) $n((A \cap B)')$; f) $n((A \cup B)')$.



85. $n(U)=26$, $n(A)=11$, $n(B)=12$ ва $n(A \cap B)=8$ бошад:
 а) $n(A \cup B)$ - ро ёбед;
 б) ба B тааллуқ дошта, аммо ба A тааллуқ надошта маҷмӯи элементҳо аз чанд элемент ташкил ёфтааст?
86. $n(U)=32$, $n(M)=13$, $n(M \cup N)=26$ ва $n(M \cap N)=5$ бошад:
 а) $n(N)$; б) $n((M \cup N)')$ - ро ёбед.
87. $n(U)=50$, $n(S)=30$, $n(R)=25$ ва $n(R \cup S)=48$ бошад:
 а) $n(R \cap S)$;
 б) Маҷмӯи элементҳои ба S тааллуқ дошта, аммо ба R тааллуқ надошта аз чанд элемент ташкил ёфтааст?

Масъалаи 4. Аз 27 нафар донишомӯзони ба маҳфили варзиш иштироккарда 19 нафараш сиёҳмӯй, 14 нафараш сиёҳчашм ва 11 нафараш ҳам сиёҳмӯй, ҳам сиёҳчашм аст.

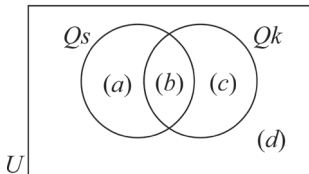
- а) Ин маълумотро дар диаграммаи Венн тасвир намуда фаҳмонед.
 б) Донишомӯзони I ё сиёҳмӯй, ё сиёҳчашм; II сиёҳмӯй, аммо сиёҳчашм набуда чанд нафар мебошанд?

△ а) Q_s –сиёҳмӯй, Q_k -бошад, маҷмӯи хонандагони сиёҳчашм бошад.

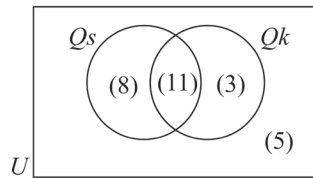
Ба диаграммаи зерин соҳиб мешавем:

Дар ин ҳол

$$a+b+c+d=27; \quad a+b=19; \quad b+c=14; \\ b=11; \quad a=8; \quad c=3; \quad d=5.$$



Яъне



- б) Ба диаграмма нигоҳ карда, инҳоро муайян кунед:

I Шумораи хонандагони ё сиёҳмӯй, ё сиёҳчашм
 $n(Q_s \cap Q_k)=8+11+3=22$ нафар;

II Шумораи хонандагони сиёҳмӯй, аммо сиёҳчашм не.

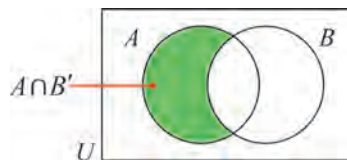
$n(Q_s \cap Q_k')=8$ нафар. ▲

Машкхо

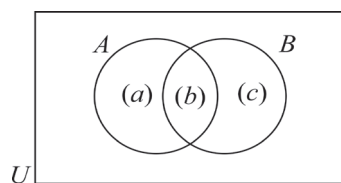
88. Дар клуби бадминтон аз 41 нафар иштирокчиён 31 нафар бо тартиби якка, 16 нафараш чуфт бозӣ карданд. Чанд нафар иштирокчӣ ҳам бо тартиби якка ва ҳам чуфт бозӣ кардаанд?

89. Дар корхона 56 нафар коргар кор мекунад, дохили як ҳафта аз инҳо 47 нафараш дар бастии рӯзона, 29 нафар шабона кор мекунанд. Чанд нафар коргар ҳам дар бастии рӯзона ва ҳам шабона кор мекунанд?

90. Ба диаграммаи Венни зерин нигоҳ карда
 $n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$,
 $n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$
 баробариҳо чой доштаниро нишон диҳед.



91. Аз диаграммаи Венн истифода бурда
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 формуларо ба вучуд оред.



92. Аз 50 нафар донишҷӯ 40 нафараш забони англисӣ, 25 нафараш бошад забони немисиро омӯхта истодаанд. Донишҷӯёни ҳарду забонро омӯзанда чанд нафаранд?

Масъалаи 4. Дар мусобикаи футбол аз шаҳр 3 ҷамоаи А, В ва С иштирок карда истодаанд. 20 Ҷоизи аҳолии шаҳр ба ҷамоаи А, 24 Ҷоизаш ба ҷамоаи В ва 28 Ҷоизаш ба ҷамоаи С мухлиси менамоянд. 4 Ҷоизи аҳолии шаҳр ҳам

ба ҷамоаҳои А, ҳам ба В, 5 Ҷоизаш ҳам ба ҷамоаи А, ҳам ба С, 6 Ҷоизаш бошад, ҳам ба ҷамоаи В, ҳам ба С мухлиси менамоянд. Ба ғайр аз ин, 1 Ҷоизи аҳолии шаҳр ба ҳамаи ҷамоаҳо мухлиси кардагиашон маълум.

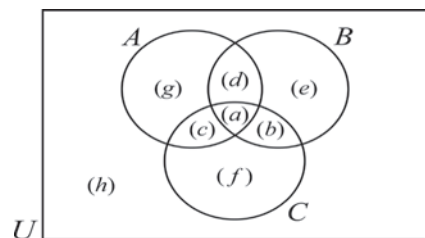
Чанд Ҷоизи аҳолии шаҳр:

а) Фақат ба ҷамоаи А мухлиси менамояд;

б) Ҳам ба ҷамоаи А, ҳам ба ҷамоаи В мухлиси намуда, ба ҷамоаи С мухлиси намекунад.

с) Ба ҳеҷ қадом ҷамоа мухлиси намекунад?

△ Диаграммаи Венно бо ёрии маълумотҳо пур мекунем.



$a=1$, чунки 1 Ҷоизи аҳолии шаҳр ба ҳамаи ҷамоаҳо мухлиси менамояд.

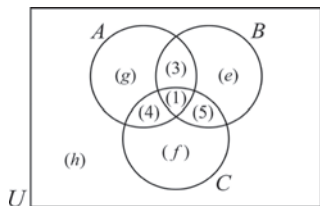
$a+d=4$, чунки 4 Ҷоизи аҳолии шаҳр ҳам ба А, ҳам ба В мухлиси мекунанд. $a+b=6$, чунки 6 Ҷоизи аҳолии шаҳр ҳам ба В, ҳам ба С мухлиси мекунанд.

$a+c=5$, чунки 5 Ҷоизи аҳолии шаҳр ҳам ба В,

ҳам ба С мухлиси мекунанд.

Пас, $d=3$, $b=5$, $c=4$.

Дар натиҷа диаграммаи зерин ҳосил мешавад:



Ғайр аз ин, барои ба ҷамоаи А мухлиси намудани 20 фоизи аҳолии шаҳр $g+1+4+3=20$, яъне $g=12$.

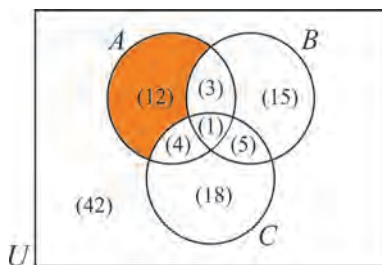
Ҳамин тавр, барои 24 фоиз аҳолии шаҳр ба ҷамоаи В мухлиси намуданаш $e+1+5+3=24$, яъне $e=15$.

Ниҳоят, барои 28 фоизи аҳолии шаҳр ба ҷамоаи С мухлиси намуданаш.

$f+1+5+4=28$, яъне $f=18$.

Барои 100 фоиз будани аҳолии шаҳр, фоизи ба ҳеҷ қадом ҷамоа мухлис набудагон ба $h=42$ баробар аст.

а) Қисми мувофиқи фоизи фақат А мухлиси қардагонро ранг намуда меёбем: $g=20 - 4 - 3 - 1 = 12$.



б) Ҳам ба ҷамоаи А, ҳам ба ҷамоаи В мухлиси намуда, фоизи ба ҷамоаи С мухлиси нақардагон ба $12+3+15=30$ баробар аст.

с) Миқдори ба ҳеҷ ҷамоа мухлиси нақардагон ба $h=42$ баробар.

Машқҳо

93. Дар анҷумани байналхалқӣ 58 нафар иштирокчиён бо забонҳои гуногун, аз ҷумла 28 нафар ба арабӣ, 27 нафар ба хитой, 39 нафар ба забони англисӣ мулоқот қарда наметавонанд.

- Фақат бо забони хитой мулоқот қарда наметавонистагиҳо;
- Ба ягонтои ҳамин забонҳо мулоқот қарда наметавонистагиҳо;
- На ба забони арабӣ, на ба забони хитой мулоқот қарда наметавонистагиҳо чанд нафаранд?

94. Инкори мулоҳизаҳои зеринро созад:

- Офтоб медурахшад ва ҳаво гарм аст;
- Агар осмон ғубори абр надошта бошад, ман ба дарё меравам;
- Борон наборида истодааст;
- Ман ё ба кори назоартӣ тайёри мебинам, ё кори назорати ро нағз навишта наметавонам;
- Баъзе хонандагон иқтидорноканд;
- Ҳамаи хонандагон иқтидорноканд;

- j) Хонандагони иктидорнок нест;
- к) Чашмони баъзе хонандагон кабуд аст.

95. Мулоҳизаҳоро бо ёрии пайвасткунандаҳои мантиқӣ ифода намоед **(95–104):**

Агар донишомӯз математикаро омӯзад, тафаккури он васеъ мегардад.

96. Агар ман математика ва забони хоричиро омӯзам, ман барои истироҳат ё ба хона, ё ба кӯхистон меравам.

97. Шурӯъ шудани таътил дурӯғ аст.

98. Агар инсон аз ҷавонӣ худро идора карда тавонад, дар он ҳол атрофиён аз ӯ намеранчанд ва ӯро ҳурмат мекунанд.

99. Агар аз металл ҷараёни электрикӣ гузарад, ҳарорати он меафзояд.

100. Ӯ ба хона ё бо таксӣ ё бо поезд меравад.

101. Барои ин маҳсулот металли сиёҳ ё ранга истифода бурдаанд.

102. Барои оғози таътил чоряк ба охир расиданаш кифоя.

103. Барои оғози таътил чоряк ба охир расиданаш зарур.

104. Барои оғози таътил чоряк ба охир расиданаш зарур ва кифоя.

Мулоҳизаҳоро бо ёрии пайвасткунандаҳои мантиқӣ ифода кунед, ростиву дурӯғии онро муайян кунед. **(105–117):**

105. Агар инсон касали руҳӣ бошад, ӯ наздиконашро намешиносад. Ин инсон касали руҳист. Пас, ӯ наздиконашро намешиносад.

106. Агар ман ба ту бовар кунам, ту манро фиреб медиҳӣ. Пас, агар ман ба ту бовар накунам, ту манро фиреб карда наметавонӣ.

107. Пагоҳ мо ба театр ё музей меравем. Агар ба театр равем, ба хона дер бармегардем. Агар ба музей равем, ба хона саривақт расида меоем. Аммо мо ба хона барнамегардем. Пас, мо ба театр не, ба музей меравем.

108. Агар ӯ падари Алишер бошад, ӯ падари Мурод шуда наметавонад. Падари Алишер

ва Ҷамшед будани ӯ нодуруст будааст. Ӯ ё падари Ҷамшед ё падари Мурод буданаш муайян карда шуд. Пас, ӯ падари Алишер нест.

109. Агар ҳозир зимистон бошад, ҳарорат паст мешавад. Ҳозир тирамоҳ набошад, зимистон мешавад. Ҳоло тирамоҳ аст. Пас, ҳарорат паст нест.

110. Агар Пӯлод хавасманд набошад, ӯ журналист шуда наметавонад. Агар Пӯлод журналист бошад, ӯ омӯзгор шуда наметавонад. Пӯлод ниҳоят хавасманд, аммо ӯ омӯзгор нест. Пас, Пӯлод-журналист.

111. Агар борон борад, осмон ғуборнок мешавад. Агар осмон беғубор бошад, офтоб мешавад. Борон борида истодааст, аммо офтоб ҳаст. Пас, офтоб бошад, осмон беғубор мешавад.

112. Агар Мурод суръатнокиро зиёд кунад, хуччатҳои ӯ гирифта мешавад, Агар Мурод дар ҳолати мастӣ ба рӯл нишинад, ӯ суръатнокиро намеафзояд. Имрӯз Мурод маст намешавад ва суръатнокиро намеафзояд. Пас, хуччатҳои ӯ гирифта намешавад.

113. Чадвали зарбро намедонистагиҳоро бесавод меҳисобем. Алифборо намедонистагиҳоро ҳам бесавод меҳисобем. \bar{U} ё чадвали зарб ё ки алифборо намедонад. Пас, \bar{u} бесавод аст.
114. Агар \bar{u} ҳақ бошад, ман аз \bar{u} узр пурсиданам лозим. Агар ман ҳақ бошам, \bar{u} аз ман узр пурсиданаш лозим. Аз ҳарду якеамон узр пурсиданамон лозим. Хулоса: якеамон ҳақ ҳастем.
115. Ман ё ба мактаб меравам, ё манро модарам пӯписа мекунад. Ман ба мактаб намеравам. Пас, маро албатта, модарам пӯписа мекунад.
116. Агар ман масъаларо бехато ҳал кунам, натиҷаи гирифташуда бо ҷавоби даставал як хел мешавад. Натиҷаи ман бо ҷавоби нахуст фарқ карда истодааст.
Пас, ман дар ҳалли масъала ба хатогӣ роҳ додаам.
117. Фан мураккаб нест ё он нағз омӯзонда мешавад. Агар мураккаб набошад, онро меомӯзам. Агар фан нағз омӯзонда шавад, онро азхуд менамоем. Пас, дар тамоми ҳолатҳо фанро азхуд менамоем.
118. Бо ёрии чадвали ростӣ намуди мулоҳизаҳоро муайян кунед ва ба ҷумлаи хабарии ба забони табиӣ мувофиқ мисол оред.
 а) $p \vee q \Rightarrow p \vee q$; д) $p \vee q \Rightarrow \neg q \wedge p$;
 б) $p \Rightarrow \neg q \vee (p \Rightarrow q)$; е) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p) \wedge (p \vee q)$;
 с) $\neg(q \Rightarrow \neg p) \wedge \neg q$; ф) $\neg(p \wedge q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge q)$.
- Мулоҳизаҳои зеринро бо ёрии пайвасткунандаҳои мантиқӣ ифода кунед ва ростиву дурӯғии онро муайян кунед (119-130):
119. Ҳамаи делфинҳо ширхоранд. Ягонто моҳӣ ширхор нест. Пас, ягонто моҳӣ делфин нест.
120. Ҳамаи модаговҳо – ширхоранд. Ҳамаи модаговҳо хасбеда меҳӯранд. Пас, баъзе ширхӯрон алаф истеъмол намекунанд.
121. Баъзе донишомӯзон кор мекунанд, баъзе хонандагон нағз мехонанд. Пас, дар байни баъзе хонандагони нағзхон коргараш ҳам ҳаст.
122. Ҳамаи металлҳо дар шакли саҳтанд. Симоб металл аст. Пас, симоб дар шакли саҳт аст.
123. Ҳеҷ кадом метал газ нест. Баъзе моддаҳо металланд. Пас, баъзе моддаҳо газ нест.
124. Тамоми металлҳо гармиро нағз мегузаронанд. Тамоми металлҳо чараёни электрикиро мегузаронанд. Пас, баъзе ноқилҳо гармиро нағз мегузаронанд.
125. Баъзе мардон математиканд. Баъзе математикон файласуфанд. Пас, баъзе файласуфон мардон мебошанд.
126. Тмоми кӯҳнавардон шердиланд. Баъзе кӯҳнавардон мардон мебошанд. Пас, баъзе мардон шердиланд.
127. Ҳамаи олимони боақланд. Забони баъзе инсонҳои боақл бурро аст. Пас, баъзе одамони забонашон бурро олимонанд.

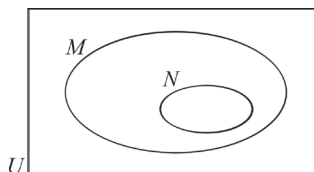
128. Ҳамаи омӯзгорони забони хоричӣ забони хоричиро нағз медонанд. Баъзе забони хоричиро нағз медонистагиро математикаро дӯст намедоранд. Пас, баъзе математикаро дӯст медоштагиро омӯзгорони забони хоричӣ намебошанд.
129. Ҳамаи кроманёнҳо –агрессив (тачовузкор)анд. Ягонто неандертал кроманён нест. Пас, ягон хел неандертал агрессив нест.
130. Баъзе ширхӯрон - китҳо. Ҳамаи китҳо – ҳавоноти азимҷусса. Пас, баъзе чонзотҳои азимҷусса ширхоранд.
131. Матнҳоро хонед ва ҳолати онҳоро муҳокима кунед (131-138):
Файласуфи Крет Епименид дурӯғгӯ будани ҳамаи мунаққидҳоро тасдиқ кардааст. Оё Епименид рост мегӯяд?
132. Афлотун: Ҳозир ҳамаи гуфтаҳо Сукрот дурӯғ аст.
Сукрот: Ҳозир гуфтаҳои Афлотун дурӯғ аст.
Кӣ рост гуфт?
133. Дар як тарафи қоғаз: “ Чумлаи дар тарафи дигари қоғаз навишта дурӯғ аст.” дар тарафи дуюми ҳамин қоғаз” Чумлаи дар тарафи дуюми қоғаз навишташуда дурӯғ аст” гуфта навишта шудааст. Дар кадом тарафи қоғаз чумлаи навишташуда рост аст?
134. Файласуфи машҳур Протагор Эватлро барои ройгон омӯзонидани ҳуқуқ ба шогирдӣ қабул кард. Дар ин ҳолат Эватл агар ба маҷлиси якуми суди худ ғолиб бошад, ба маънои ба ман як миқдор пул мепардозад шартнома баста шуд. Баъди хониш Эватл ҳеч ба қор набаромад. Дар натиҷа онро ба маҷлиси якуми суд иштирок кардан ё накарданиш мавҳум шуда монд. Протагор аз болои шогирди худ шикоят кард. Лавҳа аз чараёни суд:
Протагор. Дар ҳар кадом ҳолат ин чавонмард ба ман пардохт карданиш лозим. Ҳақиқатан ҳам агар, ӯ дар ин суд ғолиб бошад, аз рӯи шартнома ба ман мепардозад.
Агар ғолиб набошад, дар асоси қарори суд ба ман мепардозад.
Эватл ман ба Протагор ҳеч чиз намедихам! Агар ман дар суд ғолиб шавам, ба сифати одами ғолиб ҳеч чиз намедихам. Аммо ман ба бохтан тайёрам. Дар ин ҳолат аз рӯи шартнома ҳеч чиз намепардозам.
135. Дар ин чумлаи шавқовар шумораи калимаҳо ба ҳафто баробар аст.
136. Ин чумларо хондан манъ карда мешавад.
137. Як нафар дар вақти фурӯштани тӯтӣ, бовар кунанд, ки он ҳар як калимаи ба забони ихтиёрӣ шунидаашро такрор мекунад. Аммо тӯтии харида ҳеч чиз гап назад. Агар фурӯшанда фиреб накарда бошад, ҳолатро фаҳмонед.
138. Шумораи китобҳои дар Дониёр буда аз 1000 нусха зиёд аст.
Не, китобҳои дар ӯ буда аз 1000 то кам.
Дар ӯ камаш якто китоб ҳаст.
Аз ҳамин се мулоҳиза ақаллан яктоаш рост аст. Дониёр чандто китоб дорад?

Споришҳои назоратӣ

Варианти 1

1. $U = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$,
 $A = \{\text{ҳамаи ададҳои чуфти дар байни 0 ва 9}\}$, $B = \{\text{тақсимкунандаи натуралии адади 18}\}$ бошад, маҷмӯи элементҳои $A \cap B$ -ро нависед.

2. Диаграммаро ба дафтратон рӯйбардор кунед ва маҷмӯи $M \cap N$ -ро ишорат кунед.



3. мулоҳизаҳои p : x – адади чуфт, q : адади x ба 3 тақсим мешавад -ро назар андозем. Мулоҳизаҳоро бо ёрии калимаҳо ифода кунед. Онҳо дар кадом x -ҳо ростанд? Дурӯғ?

а) $\neg p$; б) $p \Rightarrow q$ в) $p \Rightarrow \neg q$.

4. Кадоме аз инҳо баробарқувваи мантикианд?

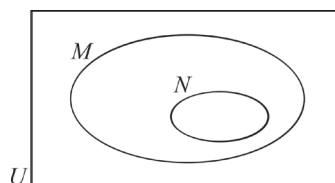
а) $p \Rightarrow q$ ва $p \Leftrightarrow \neg p$; б) $p \Leftrightarrow q$ ва $(p \wedge q) \wedge \neg p$.

5. Шаклҳои мантикии ҳукмҳоро нависед. Дурустиву нодурустии ин ҳукмҳоро санҷед. Агар осмон абри ғуборнок бошад, ман телпакаро мепӯшам. Осмон абрнок аст. Пас, телпакаро мепӯшам.

Варианти II

1. $U = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$,
 $A = \{\text{ҳамаи ададҳои чуфти дар байни 0 ва 9}\}$,
 $B = \{\text{тақсимкунандаи натуралии адади 18}\}$ бошад, маҷмӯи элементҳои $A \cap B$ -ро нависед.

2. Диаграммаро ба дафтратон рӯйбардор кунед ва маҷмӯи $M \cap N$ -ро ишорат кунед..



3. мулоҳизаҳои p : x – адади чуфт, q : адади x ба 3 тақсим мешавадро назар андозем.

Мулоҳизаҳоро бо ёрии калимаҳо ифода кунед.

Онҳо ба кадом x -ҳо рост? Дурӯғ?

а) $p \vee q$; б) $\neg p \wedge q$ в) $\neg p \Rightarrow \neg q$.

4. Кадоме аз инҳо баробарқувваи мантикииянд?

а) $\neg(p \wedge q)$ ва $\neg p \vee \neg q$; б) $\neg p \Rightarrow \neg q$ ва $q \Rightarrow p$.

5. Шаклҳои мантикии ҳукмҳоро нависед. Дурустиву нодурустии ин ҳукмҳоро санҷед. Ҳамаи хонандагон ташнаи илманд. Муаззам Олимова хонанда нест. Пас, Муаззам Олимова ташнаи илм нест.

БОБИ II



ЭЛЕМЕНТҲОИ МАТЕМАТИКАИ МОЛИЯВӢ

19-21 ФОИЗҲОИ СОДДА, ФОИЗҲОИ МУРАККАБ

Дар вақти қарз додани миқдори муайяни пул қазгиранда муддати муайяншуда ба қаздиҳанда (ба кредитор) суммаи гирифта (қарзро) барои баргардондан муросо мекунад.

Ғаир аз ин, ҳар як қарзгиранда ба кредитор маблағи иловагӣ пардохтанашро ба зиммаи худ мегирад.

Равшан аст, ки пули аз тарафи қарздор пардохташаванда ба миқдори қарз, муддати пардохт ва аз ҷониби кредитор бо мақсади даромад гирифтани ба ставкаи фоизи муайяншуда вобаста аст.

Барои ҳисоб кардани даромаде, ки дар оқибати ба муддати муайян пули миқдораш маълумро ба қарздор барои қарз додани кредитор гирифта мешавад, одатан ду усул :

Усулҳои фоизи оддӣ (сода) ва фоизи мураккаб истифода бурда мешавад.

Фоизи оддӣ

Фоизи оддӣ – усули ҳисобкунии даромаде, ки дар натиҷаи ба муддати муайян ба қарздор барои қарз додани кредитор гирифта мешавад.

Масалан, 2 000 000 сӯм ба муддати 3 сол қарз гирифта мешавад. Дар ин ҳолат аз тарафи кредитор ҳар сола 17 фоиз ставка муайян карда мешавад.

Дар ин ҳол баъди 1 сол $\frac{17}{100} * 2\,000\,000$ сӯм, баъди 3 сол бошад. маблағи иловагӣ

$$\frac{17}{100} * 2\,000\,000 * 3 = 1\,020\,000 \text{ сӯм пардохтанаш лозим.}$$

Аз ин мисол муносибати формулаи фоизи оддӣ зерин бармеояд.

$$I = \frac{Crn}{100},$$

дар ин ҷо C – миқдори қарзи нахуст гирифташуда, I - пардохти фоизе, ки барои ба миқдори C кор фармудани пул қарздор ба кредитор мепардозад. Ин параметр пардохти фоиз ё соддатар карда фоиз ҳам меноманд, r - ставкаи фоизи ҳар сол муайяншуда, n шумори солҳо.

Мисоли 1. 8 000 000 сӯм соле ба 7 фоиз ставка ба муддати 18 моҳ гирифта шуда бошад, пардохти фоизро ҳисоб кунед.

$$\triangle C = 8000000, \quad r = 7\%, \quad n = \frac{18}{12} = 1,5 \text{ сол.}$$

$$\text{Пас, } I = \frac{Crn}{100} = \frac{8000000 \cdot 7 \cdot 1,5}{100} = 840\,000 \text{ сӯм. } \blacktriangle$$

Мисоли 2. Ставкаи фоизи солона аз тарафи кредитор 8% муайян шудааст. Соҳибкор қарзи дар давоми 4 сол гирифтаашро илова ба бо пардохти фоиз 1600 доллари ИМА пардохта аз қарз озод шуд. Соҳибкор чӣ қадар қарз гирифта буд?

\triangle Аз рӯи формулаи фоизи оддӣ

$$I = \frac{Crn}{100}, \text{ дар ин ҷо } I = 1600; r = 8; n = 4.$$

$$\text{Пас, } 1600 = \frac{C \times 8 \times 4}{100}.$$

Аз ин, $C = 5000$ (доллари ИМА). \blacktriangle

Мисоли 3. Бонк даставвал ба миқдори 4000 доллари ИМА қарз дода дар муддати 18 моҳ 900 доллари ИМА даромад гирифт. Агар пардохт сол ба сол амалӣ шуда бошад, ставкаи фоизи солона ба чанд баробар аст?

\triangle Аз рӯи формулаи фоизи оддӣ

$$I = \frac{Crn}{100}, \text{ дар ин ҷо } I = 900; n = 18 \text{ моҳ} = 1,5 \text{ сол, } C = 4000.$$

$$\text{Пас, } 900 = \frac{4000 \times r \times 1,5}{100}.$$

Аз ин, $r = 15\%$. \blacktriangle

Мисоли 4. Кредитор нахуст ба миқдори 2000 доллари ИМА қарз дода, дар мобайни якчанд сол баъди сол ба сол пардохтан ҳамагӣ 3000 доллари ИМА гирифт. Агар ставкаи фоиз 12,5% гуфта муайян шуда бошад, пардохтҳо дар чанд сол ба амал бароварда шудаанд?

△ Кредитор ба миқдори $3000-2000=1000$ (доллари ИМА) даромад гирифтааст.

Аз рӯи формулаи фоизи оддӣ.

$$I = \frac{Crn}{100}, \text{ дар ин ҷо } I=1000; C=2000; r=12,5\%.$$

$$\text{Пас, } 1000 = \frac{2000 \times 12,5 \times n}{100}$$

Ҷавоб: 4 сол. ▲

Фоизҳои мураккаб

Барои фаҳмидани моҳияти фоизи мураккаб ба масъалаҳои зерин эътибор медиҳем

Мисоли 5.

Агар қарз ба миқдори 6000 доллари ИМА бо ставкаи фоизи солонаи мураккаб бо 8% бо шартҳои пардохти 3 сол пардохт кардан гирифта шуда бошад, даромади аз ҷониби кредитор гирифташаванда чӣ қадар мешавад?

△ Ставкаи фоизи солонаи мураккабро ба инобат гирифта, миқдори фоизи ҳарсолро ҳисоб мекунем:

Сол	Қарз (1)	Пардохти фоиз $= \frac{Crn}{100}$ (2)	Баланс (1) + (2)
1	\$6000,00	$\$6000,00 \times \frac{8}{100} \times 1 = \$480,00$	\$6480,00
2	\$6480,00	$\$6480,00 \times \frac{8}{100} \times 1 = \$518,40$	\$6998,00
3	\$6998,00	$\$6998,00 \times \frac{8}{100} \times 1 = \$559,87$	\$7558,27

Пас, барои ҳалос шудан аз қарзи миқдораш 6000 доллари ИМА дар муддати 3 сол пардохтхоро бо миқдори 7558,27 доллари ИМА ба амал овардан зарур аст.

Дар ин ҳолат кредитор ба миқдори $\$7558,27 - \$6000 = \$1558,27$ даромад мегирад. Ин даромад пардохти фоизи мураккаб (фоизи иловагӣ)-и умумӣ гуфта мешавад.

Аён шуда истодааст, ки даромади кредитор ба баланси соли дар охир ҳосилшуда ва фарқи миқдори қарзи нахустин баробар будааст.

Усули фоизҳои мураккаб солро ба нимсола, чорякҳо, моҳҳо, рӯзҳо тақсим карда истифода гардиданаш ҳам мумкин.

Мисоли 6.

Агар ба миқдори 10000 доллари ИМА қарз бо ставкаи фоизи мураккаби

солона бо 6% дар 1 сол бо шарт ба чорякҳо тақсим намуда пардохт кардан гирифта шуда бошад, даромади аз тарафи кредитор гирифташаванда чӣ қадар мешавад?



Чоряк	Қарз (1)	Пардохти фоиз = $\frac{Crn}{100}$ (2)	Баланс (1) + (2)
1	\$10000,00	$\$10000,00 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{4} = \$150,00$	\$10150,00
2	\$10150,00	$\$10000,00 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{4} = \$152,25$	\$10302,25
3	\$10302,25	$\$10302,25 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{4} = \$154,53$	\$10456,78
4	\$10456,78	$\$10456,78 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{4} = \$156,85$	\$10613,63

Пас, барои озод шудан аз қарзи ба миқдори 10000 доллари ИМА дар мобайни 1 сол пардохтхоро ба миқдори 10613,63 доллари ИМА ба амал баровардан зарур. Дар ин ҳолат кредитор ба миқдори 613,63 доллари ИМА даромад мегирад. ▲

Агар қарз ба якчанд сол дода шуда бошад, баланси ҷамъбасти чунин ҳисоб карда мешавад:

$$A = C\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n,$$

дар ин ҷо A – баланси ҷамъбасти, C – миқдори қарзи аввал гирифта, r – ставкаи фоизи ҳар сол муайян кардашуда, n – адади солҳо.

Агар қарз ба n сол дода шуда бошад, пардохтҳо ҳар солро ба k қисмҳо (нимсолаҳо, чорякҳо, моҳҳо ва ғ.) тақсим намуда ба амал бароварда шавад, миқдори умумии пардохтшаванда аз рӯи формулаи $A = C\left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}$ ҳисоб карда мешавад.

Дар ҳарду усул ҳам падохти фоизи мураккаб (фоизи иловагӣ)-и аз рӯи формулаи $I = A - C$ ҳисоб карда мешавад.

Мисоли 6 -ро ба ҳамин формулаҳо таъя намуда ҳал мекунем.

$$C=10000, r=6, n=1, k=4.$$

$$A=C \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}; \quad A=10000 \times \left(1 + \frac{6}{100}\right)^4; \quad A=10613,64.$$

Пас, барои озод шудан аз қарзи ба маблағи 10000 доллари ИМА дар мобайни 1 сол пардохтхоро бо маблағи 10613,64 доллари ИМА ба амал

баровардан зарур аст.

Дар ин ҳолат кредитор ба маблағи 613,64 доллари ИМА даромад мегирад.

Агар маблағи нахуст дар бонк бо фоизи оддӣ гузошта C сӯм бошад, баъд аз n сол бонк ба миқдори $a_n = C(1 + \frac{nr}{100})$ сӯм пул мепардозад, дар ин ҳолат r ставкаи фоизи солони бонк аст.

Агар ҳамин маблағ бо намуди фоизи мураккаб дар бонк гузошта шавад, баъди n сол бонк ба миқдори $b_n = C(1 + \frac{r}{100})^n$ сӯм пул мепардозад.

пайдарпайии a_n – прогрессияи арифметикӣ,

пайдарпайии b_n – бошад прогрессияи геометрияро ташкил карданаши равшан аст.

Машқҳо

1. а) Дар давоми 3 сол бо ставкаи фоизи солони 7% 3000 фунт стерлинг қарз гирифта шавад;
б) 6100 доллари ИМА бо ставкаи фоизи солони 5,9% мӯҳлати 15 моҳ қарз гирифта шавад;
в) Бинобар ставкаи фоизи солони 6,5% дар мӯҳлати 4 солу 7 моҳ 800 000 енаи Япония қарз гирифта шавад.
г) Аз рӯи ставкаи фоизи солони 4,8% ба 147 рӯз 250 000 евро қарз гирифта шавад;

Пардохти фоизи ба кредитор пардохташавандаро ёбед.

2. 130 000 доллари ИМА қарз дода бошад, кредитор дар кадом ҳолат бисёртар даромад мегирад:
Дар 5 сол бинобар ставкаи фоизи солони 7%, ё ки аз ба 5,5 сол муайян кардан бинобар ставкаи фоизи солони 7,7% -мешавад?
3. Аз тарафи кредитор ставкаи фоизи солони 7% гуфта муайян шудааст. Соҳибкор дар давоми 5 сол қарзи гирифтааш ва илова ба пардохти фоизи 910 доллари ИМА пардохт кард аз қарз озод шуд. Соҳибкор чанд миқдор қарз гирифтааст?
4. Ставкаи фоизи солони 8% гуфта муайян шудааст. Дар давоми 3 сол илова ба пардохти фоизи 3456 фунт стерлинг пардохта бошад, ӯ чӣ қадар қарз гирифтааст?
5. Инвестор дар мӯҳлати 21 моҳ 2300 евро даромад гирифтани мехоҳад. Ҳар сол ставкаи фоизи солони 6,5% гуфта муайян гардида бошад, инвестор чӣ қадар сармоя дохил карданаши лозим?
6. а) Кредитор ба миқдори 4500 доллари ИМА қарз дода, дар 3 сол 900 доллари ИМА даромад гирифт. Ставкаи фоизи солони ба чанд баробар аст?
б) Кредитор ба миқдори 170000 енаи Япония қарз дода, дар 2 сол ба

17000 енаи Япония баробар даромад гирифт.
Ставкаи фоизи солона ба чанд баробар аст?

7. Дар давоми 8 моҳ ба миқдори 9000 доллари ИМА қарз гирифта, ғайр аз қарз 700 доллари ИМА илова пардохт намуд. Ставкаи фоизи солона ба чанд баробар аст?
8. Шаҳрванд 26 миллион сӯм ба бонк пул гузошта, аз ҳисоби он дар давоми 18 моҳ 32 миллион шуданаширо муайян кард. Ставкаи фоизи солона ба чанд баробар аст?
9. а) Кредитор 20000 доллари ИМА қарз дода, ба 5000 доллари ИМА баробар даромад гирифт. Ставкаи фоизи солона 7% бошад, қарз дар давоми чанд сол гирифта шудааст?
б) Кредитор ба миқдори 1200 евро қарз дода, 487 евро даромад гирифт. Ставкаи фоизи солона 6,75% бошад, қарз ба муҳлати чанд сол гирифта шудааст?
10. Миқдори дар бонк бо ставкаи фоизи солона 6,75% 9400 фунт стерлинг монд. Барои 1800 фунт стерлинг даромад гирифтани чӣ қадар вақт лозим?
11. Агар:
а) Бо ставкаи фоизи мураккаби солонаи 7% таҳти шартҳои 3 сол пардохти 4500 евро қарз гирифта шуд;
б) Бо ставкаи фоизи мураккаби солонаи 5% таҳти шартҳои 4 сол пардохти 6000 доллари ИМА;
с) Бо ставкаи фоизи мураккаби солонаи 6,5% таҳти шартҳои дар давоми 3 сол пардохтани 7400 фунт стерлинг қарз гирифта шуда бошад, баланси чамбастиро ҳисоб кунед.

22-24

ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Масъалаи 1. Фарз мекунем, соҳибкор барои аз қарзи 23000 доллари ИМА озод шудан, пардохтҳоро солона не, масалан, моҳ ба моҳ ба қисмҳои баробар амалӣ карданро қарор кард. Агар даври пардохт 6 сол, ставкаи фоизи солона 8% бошад, \bar{u} дар ҳар моҳ чанд миқдор пардохтро бояд амалӣ созад?

△ Қадами 1

Пардохти миқдори фоизро ҳисоб мекунем.

барои $C=23\ 000$, $r=8\%$, $n=6$ буданаш

$$I = \frac{Crn}{100} = \frac{23000 \times 8 \times 6}{100} = \$11040.$$

Қадами 2

Зиёдшавии миқдори маблағи капиталӣ, яъне суммаи умумии пардохтро ҳисоб мекунем:

$$C+I= \$23000 + \$11040 = \$34040.$$

Қадами 3

Дар давоми чанд моҳ зарурати пардохт шуданаширо ҳисоб мекунем:

$$6 \times 12 = 72 \text{ оу.}$$

Қадами 4

Пас, пардохти маблағи ҳармоҳа

$$\text{ба } \frac{\$34040}{72} \approx \$472,78 \text{ баробар. } \blacktriangle$$

Масъалаи 2

Агар бо ставкаи фоизи мураккаби солона 4,5% ҳар сол таҳти шартҳои пардохт 8800 евро қарз гирифта шуда бошад, дар 3,5 сол даромади аз тарафи кредитор гирифта чӣ қадар мешавад?

$$\blacktriangle C=8800, r=4,5\%, n=3,5, k=12 \times 3 \frac{1}{2} = 42$$

$$\text{Пас, } A=C \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}; \quad A=8800 \times \left(1 + \frac{4,5}{1200}\right)^{42},$$

$$A=10298,08, \quad \text{яъне } I=A-C=10298,08-8800=1498,08$$

Даромади дар 3,5 сол гирифта ба €1498,08 баробар. \blacktriangle

Масъалаи 3.

Агар аз банк миқдори 50000 доллари ИМА кредит гирифта, бо ставкаи фоизи мураккаби солонаи 5,2% дар зери шартҳои пардохти ҳар чоряк гирифта шуда бошад, ба банк дар 3 сол чӣ қадар пардохт карда мешавад?

$$\blacktriangle A=50000, r=5,2\%, n=3, k \cdot n=4 \times 3=12$$

$$\text{Пас, } A=C \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn} \quad 50000=C \times \left(1 + \frac{5,2}{400}\right)^{12}$$

$C=42820,99$. Ба банк дар 3 сол \$42821 пардохт карда мешавад. \blacktriangle

Биноҳо, иншоотҳо ва иморатҳо, воситаҳои техникӣ, асбобу ускунаҳо, инвентар ва ҷиҳозҳо, компютерҳо ва ғайраҳо дар муддати хизмати ғоиданок кӯҳна мешавад. Кӯҳнашавӣ дар давоми вақти аз он истифода бурдан ҷараёни оҳиста-оҳиста нест кардани хосиятҳои ҳамин воситаҳои техникиро инъикос менамояд.

Амортизатсия қимати воситаҳои истеъмолшударо мувофиқи кӯҳнашавии онҳо бо мақсади ба таннари маҳсулот, хароҷоти давр гузарондан, сарпур кардани ҷойи воситаҳои истеъмолшуда ҷараёни

захирасозии фонди пулро инъикос мекунад.

Барои ҳисоб кардани қимати амортизатсия аз формулаи зерин истифода мебаранд:

$$A = C \times \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n,$$

дар ин ҷо A – қимати амортизатсияи баъди n то қисми давр буда, C – нархи нахустин, r – меъёри амортизатсияи ҳар сол муайян гардида, n – шумори қисмҳои давр (масалан, солҳо).

Масъалаи 4.

Ускунаҳои сохтмон бо нархи 2400 фунт стерлинг харида шудааст. Агар меъёри амортизатсия 15% гуфта муайян шуда бошад, қимати онро баъди 6 сол ёбед.

△ $A = C \times \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$, дар ин ҷо $C=2400$, $r=15$, $n=6$.

Пас,

$$A = 2400 \times (1 - 0,15)^6, \quad A = 2400 \times (0,85)^6.$$

Қимати амортизатсия тақрибан 905,16 фунт стерлинг буданаширо меёбем.

Пас, баъди 6 сол қимати ускуна ба $£2400 - £905,16 = £1494,84$ баробар. ▲

Истеъмоли молҳои (масалан, мебел, техникаи электронӣ–маишӣ, компютер, автомашина ва ғ.) ё ки барои харид кардани манзили зист (ипотека) ҳар намуди вомро расмӣ мекунад. Одатан, ин хел вомҳо ба муддати кӯтоҳ дода мешаванд ва фоизи иловагии доимӣ ё тағйирёбанда муайян карда мешавад.

Дар зер мо аз формулаҳои истифода набурда, барои ҳисобу китоби тезкор ҷадвали пардохти вомро меоварем (1000 ба воҳиди пул мувофиқ):

Моҳҳо	Фоизи иловагии солона						
	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%
12	86,0664	86,5267	86,9884	87,4515	87,9159	88,3817	88,8488
18	58,2317	58,6850	59,1403	59,5977	60,0571	60,5185	60,9820
24	44,3206	44,7726	45,2273	45,6847	46,1449	46,6078	47,0735
30	35,9789	36,4319	36,8883	37,3482	37,8114	38,2781	38,7481
36	30,4219	30,8771	31,3364	31,7997	32,2672	32,7387	33,2143
42	26,4562	26,9142	27,3770	27,8445	28,3168	28,7939	29,2756
48	23,4850	23,9462	24,4129	24,8850	25,3626	25,8455	26,3338
54	21,1769	21,6416	22,1124	22,5894	23,0724	23,5615	24,0566
60	19,3328	19,8012	20,2764	20,7584	20,2470	21,7424	22,2444

Мисоли 5.

Шахрванд 9200 евро вом гирифт. Ба \bar{y} пардохти фоизи солонаи 12% ва муддати пардохти 3,5 -сола муайян карда шудааст. Дар як моҳ чӣ қадар пардохтанаш зарур. Ҳамаги чӣ қадар пардохт намояд?

△ Барои он ки муддати пардохт 42 моҳ аст, аз чадвал ба ҳар як 1000 евро зарурати €29,2756 евро пардохт шуданаширо муайян мекунем.

Пас, барои 9200 евро дар ҳар моҳ $€9200 = €29,2756 \times 9,2 = €269,33552$
 $\approx €269,340$ пардохтан зарур аст.

Ҳамагӣ $= €269,40 \times 42 = €11314,80$ пардохтан зарур. ▲

Машкҳо

12. Бо ставкаи фоизи солона 5,75% дар муддати 10 сол ба миқдори 10 000 доллари ИМА қарз гирифта шуд. Пардохтҳои қарзро дар қисмҳои баробар дар ҳар нимсола бо кадом миқдор амалӣ кардан лозим?
13. Бо ставкаи фоизи солонаи 4,5% дар муддати 36 моҳ ба миқдори 15000 евро қарз гирифта шуд. Пардохти қарзро дар қисмҳои баробар дар ҳар чоряк ба чӣ миқдор доданаши зарур?
14. Як нафар аз бонк 8000 фунт стерлинг ба муддати 3,5 сол бо шартҳои пардохти ҳар моҳ 230 фунт стерлинг вом гирифт. Ба \bar{y} чӣ гуна ставкаи фоизи солона муайян шуда буд?
15. Бо ставкаи фоизи солонаи 8% дар муддати 2,5 сол ба миқдори 6800 доллари ИМА қарз гирифта шуд. Барои пардохти қарзро ба қисмҳои баробар моҳ ба моҳ пардохт кардан дар ҳар моҳ ба кадом миқдор доданаши зарур?
16. Агар
 - а) Қарзи ба миқдори 950 евро бо ставкаи фоизи мураккаби солона 5,7% дар охири соли 2-юм;
 - б) Қарзи ба миқдори 4180 фунт стерлинг бо ставкаи фоизи мураккаби солона 5,75% дар охири соли 3;
 - с) Қарзи ба миқдори 237000 енаи Япония бо ставкаи фоизи мураккаби солона 7,3% дар охири соли 4-ум ҳисоб карда шавад, пардохти фоизи мураккаби умумиро ёбед.
17. Макс ба миқдори 8500 доллари ИМА ба депозити бонк пул гузошт. Ставкаи фоизи мураккаби солона 6% муайян карда, бонк ба ҳисоби Макс ҳар як чоряк пул гузаронда истодааст. Баъди 1 сол дар ҳисоби Макс чӣ қадар пул мешавад?
18. Мария бо ставкаи фоизи мураккаби солона 5%, 24000 фунт стерлинг ба бонк гузошт. Дар ҳар моҳ бонк ба ҳисоби \bar{y} пул гузаронда истодааст. Баъди 3 моҳ дар ҳисоби Мария чӣ қадар пул мешавад?

19. Бо ставкаи фоизи мураккаби солонаи 8,5% кредитор ба миқдори 45000 доллари ИМА қарз дод. Агар пардохтҳо бинобар
 а) Фоизҳои оддӣ; б) Фоизҳои мураккаби ҳар нимсола;
 с) Фоизҳои мураккаб дар ҳар чоряк.
 ба амал бароварда шавад, баъди 3 сол даромадҳои гирифтаре муқоиса кунед.

20. Барои офис ба 2500 евро мебел харид карда шуд. Меъёри амортизатсияи ин намуд воситаҳо ба 15% баробар буданаш маълум. Ҷадвали зеринро ба дафтратон кӯчонед ва пур кунед.

Солҳо	Амортизатсия	Нархаш
0		€2500
1	$15\% \cdot €2500 = €375$	
2		
3		

21. Шаҳрванд барои харидани мебел ба миқдори 1200 доллари ИМА вом гирифт. Ставкаи фоизи солона 8%, муддати пардохт 5 сол бошад, \bar{y} дар ҳар моҳ чӣ қадар пардохт карданаш зарур? Ҷамагӣ чӣ қадар маблағ мепардозад? Аз ҷадвали пардохти вом истифода баред.

22. Шаҳрванд барои таъмири манзили зист ба миқдори 14000 доллари ИМА вом гирифт. Ставкаи фоизи солона 11%, муддати пардохт 4 сол бошад, \bar{y} дар ҳар моҳ чӣ қадар пардохтанаш зарур? Ҷамагӣ чӣ қадар маблағ пардохта мешавад? Аз ҷадвали пардохти вом истифода баред.

Супоришҳои назоратӣ

1. Аз тарафи банк ҳар сол ставкаи фоиз 14% гуфта муайян карда шудааст. Соҳибкор қарзи аз банк гирифта ва пардохти фоизи иловагӣ 16000000 сӯмро дар давоми 5 сол пардохта аз қарз озод шуд. Соҳибкор чӣ қадар қарз гирифтааст?
2. Шаҳрванд даставвал дар банк 20000000 сӯм амонат гузошта, дар 15 моҳ 900000 сӯм даромад гирифт. Агар пардохт сол ба сол ба амал бароварда шавад, ставкаи фоизи солона ба чанд баробар аст?
3. Агар бо ставкаи фоизи мураккаби солона 6% дар 1 сол бо шарт ба чорякҳо тақсим намуда пардохтан 20000000 сӯм қарз гирифта шуда бошад, даромади гирифтаи кредитор чӣ қадар мешавад?
4. Барои манзили зист хариди гирифтани дар 5 сол ба миқдори 25000 доллари ИМА вом гирифтааст. Ставкаи фоизи мураккаби солона 8% бошад, ва пардохтҳо ҳар моҳ амалӣ гардида бошад, \bar{y} дар ҳар моҳ чӣ қадар пул пардохтанаш зарур? Кредитор чӣ қадар даромад мегирад?
5. Ускуна ба 45000 доллари ИМА хариди шуд ва баъди 2 солу 3 моҳ дар натиҷаи кӯҳнашавӣ нархи он ба 28500 доллари ИМА баробар. Меъёри амортизатсияи солонаи ускунаро ёбед.



БОБИ Ш



ФУНКСИЯҲОИ ЭЛЕМЕНТАРӢ ВА МУОДИЛАҲО

25-28

МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНЛИИ СОДДА ВА СИСТЕМАИ ОНҲО

Агар ҳамаи ҳалҳои як муодила ҳалли муодилаи дуюм ҳам бошад, дар он ҳол, муодилаи дуюмро натиҷаи муодилаи якум меноманд.

Маҷмӯъҳои ҳалҳои ду муодила мувофиқ ояд, чунин муодиларо баробарқувва меноманд.

Мисоли 1. Оё муодилаҳо баробарқувваанд?

1) $x + 2 = 3$ ва $x + 5 = 6$; 2) $\frac{x^2 + x}{x-1} =$ ва $\frac{x+1}{x-1} = 0$.

△ 1) Ҳарду муодила решаи якхела доранд: $x=1$. Барои решаи дигар надоштанишон ин муодилаҳо баробарқувваанд.

2) Муодилаи якум решаи 0 дорад, муодилаи дуюм бошад, ин ҳел реша надорад.

Пас, муодилаҳои додашуда баробарқувва нестанд

Тағирёбандадори x ду бисёрғозии $P(x)$ ва $Q(x)$ дода шуда бошад.

намуди ифодаи $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ифодаи ратсионālӣ номида мешавад.

Агар $A(x)$ ва $B(x)$ – ифодаи ратсионālӣ бошанд

намуди муодилаи $A(x)=B(x)$ -ро муодилаи ратсионālӣ меноманд.

Даставвал ба намуди соддатарини муодилаи ратсионālӣ назар надозем.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \quad (1)$$

Маълум аст, ки барои ба сифр баробар шудани касри $\frac{m}{n}$ сурати он ба

сифр баробар шуданаш, махрачаш нобаробари сифр (ба 0 тақсим кардан мушкин нест!) буданаш шарт ва кифоя аст.

Пас, барои ҳалли муодилаи (1) шартҳои $Q(x) \neq 0$ ва $P(x) = 0$ -ро дар як вақт ҳамаи қиматҳои қаноаткунандаи номаълуми x -ро ёфтани шарт ва кифоя аст.

Ин ҳолат ба намуди мухтасар чунин навишта мешавад:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$$

Мисоли 2. Муодиларо ҳал кунед.

$$\begin{aligned} 1) \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 7} = 0; & \quad 2) \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 7} = 0; \\ 3) \frac{2x^2 - 5x + 3}{9x - 13,5} = 0; & \quad 4) \frac{(x-1)^2(x+2)}{x-1} = 0. \end{aligned}$$

△ 1) Муодилаи $x^2 - 2x + 1 = 0$ решаи ягонаи $x = 1$ дорад, хангоми $x = 1$ будан махраҷ аз сифр фарқ мекунад. Пас, муодилаи додашуда ҳалли ягонаи $x = 1$ дорад.

2) Муодилаи квадратии $x^2 - 2x + 3 = 0$ ҳал надорад, чунки $D = 1 - 3 = -2 < 0$. Пас, муодилаи додашуда ҳам ҳал надорад.

3) Муодилаи $2x^2 - 5x + 3 = 0$ муодилаи квадратист.

$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1 > 0$, пас, ин муодила ду реша дорад:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4}; \quad \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}; \quad x_2 = \frac{5 + 1}{4} = 1,5.$$

Аммо адади 1,5 махраҷи ифодаи $\frac{2x^2 - 5x + 3}{9x - 13,5}$ -ро ба сифр табдил медиҳад, адади 1 бошад, не. Пас, муодилаи додашуда решаи ягонаи $x = 1$ дорад.

4) Муодилаи $(x-1)^2(x+2) = 0$ ду решаи 1 ва -2 дорад. Аммо адади 1 махраҷи $(x-1)$ -ро ба сифр табдил медиҳад, адади -2 бошад, не. Пас, муодилаи додашуда решаи ягонаи $x = -2$ дорад. ▲

Агар ҳадди ақалл яке аз ифодаҳои $A(x)$ ва $B(x)$ намуди суммаи якчанд ифодаҳои раціоналӣ бошад, қоидаи ҳалли муодилаи раціоналии $A(x) = B(x)$ ин тавр шуданаш мумкин:

Қадами 1. Махраҷи умумии касри ба муодила дохилшуда ёфта мешавад:

Қадами 2. Ҳарду қисми муодила ба махраҷи умумӣ зарб зада мешавад;

Қадами 3. Решаҳои муодилаи ҳосилшударо ёбед;

Қадами 4. Аз решаҳои ёфтшуда махраҷи умумии ба сифр табдилдиҳандаҳо гирифта партофта мешавад.

Мисоли 3. Муодиларо ҳал кунед. $\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{x(2-x)}$

△ Ҳар ду қисми муодиларо ба махраҷи умумии $2x(2-x)$ зарб мезанем
 Дар муодилаи ҳосилшуда $4x+x(2-x) = 8$ соддакунихоро иҷро намуда,
 ба намуди муодилаи квадрати зеринро меоварем: $x^2-6x+8=0$;
 $D=9-8=1>0$,
 Пас, ин муодила ду реша дорад $x_1=2$; $x_2=4$.

Санҷиш

Агар $x=2$ бошад, махраҷ $x(2-x) = 2(2-2) = 0$. Яъне $x=2$ решаи муодилаи додашуда намешавад.

Агар $x=4$ бошад, махраҷ $x(2-x) = 4(2-4) \neq 0$. Яъне $x=4$ решаи муодилаи додашуда аст. **Ҷавоб:** 4 ▲

Агар намуди $A(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$; $B(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$; бошад, барои ҳал кардани

муодилаи ратсионалии $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{p(x)}{q(x)}$ аз ҳосияти асосии пропорсия $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

истифодаи бурдан мувофиқи мақсад мешавад

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc .$$

Дар ин ҳолат аз алгоритми зерин кор бурда мешавад;

Қадами 1. Решаҳои муодила ёфта мешавад. $f(x)q(x) = p(x)g(x)$

Қадами 2. Аз решаҳои ёфтшуда махраҷҳои $q(x), g(x)$ ба сифр табдилдиҳанда гирифта партофта мешавад.

Мисоли 4. Муодиларо ҳал кунед. $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}$

△ $(x-2)(x-4) = (x+2)(x+3)$; $x^2-4x-2x+8 = x^2+3x+2x+6$;
 $-6x+8-5x-6 = 0$; $-11x = -2$;

Агар $x = \frac{2}{11}$ бошад, $x+2 = \frac{2}{11} + 2 \neq 0$; $x-4 = \frac{2}{11} - 4 \neq 0$.

Ҷавоб: $\frac{2}{11}$. ▲

Дар баъзе ҳолатҳо дар муодилаи додашуда ивазкунии мусоид иҷро шуда, ба муодилаи соддатар омадан мумкин.

Мисоли 5. Муодиларо ҳал кунед:

$$1) \left(\frac{2x}{x+1}\right)^4 + 5\left(\frac{2x}{x+1}\right)^2 - 36 = 0; \quad 2) \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x + 2} + \frac{x}{x^2 - 2x + 2} = 1.$$

△ 1) ивазкунандаи $\left(\frac{2x}{x+1}\right)^2 = t$ -ро иҷро мекунем. Дар ин ҳол $t \geq 0$ ва муодилаи намуди $t^2 + 5t - 36 = 0$ -ро мегирад. Муодилаи охириин решаҳои $t = -9$ ва $t = 4$ дорад, аз инҳо дуҷумаш мусбат.

Пас, $\left(\frac{2x}{x+1}\right)^2 = 4$, яъне $\frac{2x}{x+1} = 2$ ёки $\frac{2x}{x+1} = -2$.

$\frac{2x}{x+1} = 2$ муодила реша надорад, муодилаи $\frac{2x}{x+1} = -2$ бошад, ҳалли ягонаи $x = -0,5$ -ро дорад.

Ҷавоб: $x = -0,5$. ▲

2) Равшан аст, ки адади $x = 0$ муодиларо қаноат мекунонад, агар $x \neq 0$ бошад. Сурат ва махраҷи муодиларо ба x тақсим кунем:

$$\text{муодилаи } \frac{x + 3 + \frac{2}{x}}{x - 1 + \frac{2}{x}} + \frac{1}{x - 2 + \frac{2}{x}} = 1 - \text{ро ҳосил мекунем.}$$

Ивазкунии $z = x + \frac{2}{x} - 2$ -ро иҷро кунем, муодилаи додашуда намуди

$$\frac{z + 5}{z + 1} + \frac{1}{z} = 1 - \text{ро мегирад.}$$

Муодилаи охириро ҳал мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{z + 5}{z + 1} + \frac{1}{z} = 1 &\Leftrightarrow \frac{(z + 5)z}{(z + 1)z} + \frac{z + 1}{z(z + 1)} - \frac{z(z + 1)}{z(z + 1)} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{z^2 + 5z + z + 1 - z^2 - z}{z(z + 1)} = 0 \Leftrightarrow \frac{5z + 1}{z(z + 1)} = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

Акнун x -ро меёбем.

$$x + \frac{2}{x} - 2 = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow x + \frac{2}{x} - \frac{9}{5} = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 3x + 10 = 0.$$

Ба сабаби манфӣ будани дискриминанти муодилаи квадратии

$5x^2-9x+10=0$ он решаи ҳақиқӣ надорад. Ҷавоб: $x=0$. ▲

Системаи муодилаҳои ратсионалӣ

Ҳалли системаҳои аз муодилаҳои ратсионалӣ ташкилёфтaro ҳал кардан ба усулҳои гузориш, ҷамъкунӣ ва ғайра, ки ба мо маълум аст, таъя мекунад. Дар ин ҳолат ба сифр баробар набудани махрачи ифодаҳои ратсионали иштироккардаро қайд мекунем.

Мисоли. Системаро ҳал кунед

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6}, \\ x^2 - y^2 = 5. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2xy - 3\frac{x}{y} = 15, \\ xy + \frac{x}{y} = 15. \end{cases}$$

△ 1) Дар муодилаи якум ивазкунии $\frac{x}{y} = t$ -ро иҷро кунем, $\frac{y}{x} = \frac{1}{t}$ ($t \neq 0$) мешавад.

$$t - \frac{1}{t} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 6t^2 - 5t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2}, \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ яъне } \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{2}, \\ \frac{x}{y} = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Аз ин ё системаи $\begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$ ё $\begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ x^2 - y^2 = -5 \end{cases}$ -ро ҳосил мекунем.

Ин системаро ҳал мекунем.

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ \frac{9}{4}y^2 - y^2 = 5 \end{cases} \text{ ё ки } \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ \frac{4}{9}y^2 - y^2 = 5. \end{cases}$$

Системаи якум ҳалҳои $(3, 2)$, $(-3, -2)$ -ро дорост, системаи дуюм ҳал надорад.

Ҷавоб: $(3; 2)$, $(-3; -2)$.

2) Ишоракунии $a=xy$, $b = \frac{x}{y}$ -ро дохил кунем.

$$\begin{cases} 2a - 3b = 15, \\ a + b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12, \\ b = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 12, \\ \frac{x}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y, \\ y \cdot 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y, \\ y^2 = 4. \end{cases}$$

Ҷавоб: (6; 2), (-6; -2). ▲



Савол ва супоришҳо

1. Ба муодилаи ратсионалӣ таъриф диҳед.
2. Ба муодилаҳои баробарқувва таъриф диҳед.
3. Ба системаи муодилаҳои баробарқувва мисол оред.

Машқҳо

1. Муодилаҳоро ҳал кунед. (1–2):

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{x+1-9}{2(x-1)} = \frac{9}{2(x+4)} + \frac{1}{x-1}; & \text{b)} \frac{2y-5}{y+5} = \frac{3y+21}{2y-1}; & \text{c)} \frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}; \\ \text{d)} \frac{2x}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{4x}{x^2-1}; & \text{e)} \frac{x^2-2x}{x-2} = x^2-2; & \text{f)} \frac{1}{x} - \frac{2x}{x+1} = 0; \\ \text{g)} \frac{7}{2x+9} - 6 = 5x; & \text{h)} \frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = \frac{3}{2}; & \text{i)} \frac{15}{x-2} = \frac{14}{x} + 1. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{2. a)} \frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}; & \text{b)} \frac{8c-3}{4c^2-2c+1} + \frac{6}{8c^3+1} = \frac{2}{2c+1}; \\ \text{c)} \frac{3x-2}{x-1} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)}; & \text{d)} \frac{2-3x}{x+1} - \frac{4}{3} \cdot \frac{x+1}{2-3x} = \frac{4}{3}; \\ \text{e)} \frac{x-49}{x+6} + \frac{2x+50}{x+5} = 2; & \text{f)} \frac{(x+2)^2-9}{x-1} \cdot (x-5) = -24. \end{array}$$

3. Муодилаҳои баробарқувваро нишон диҳед;

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{(5x-4)}{x+1} = 0; & \text{b)} 5x-4=0; & \text{c)} (5x-4)(x+1)=0; \\ \text{d)} 10x=8; & \text{e)} \left(x-\frac{4}{5}\right)(x+1)=0; & \text{f)} 6x-4=x; \\ \text{g)} x^2+2x+18=0; & \text{h)} 2x^2+2x+11=0. & \end{array}$$

4. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед (4–7):

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} \frac{x}{2y+3} = 3, \\ \frac{y}{2y+3} = -\frac{1}{9}; \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 2, \\ \frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 2; \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{25}{y} = 7, \\ \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 2. \end{cases} \end{array}$$

$$5. \quad \begin{cases} a) \begin{cases} \frac{5x}{8y} = \frac{8y}{5x}, \\ 5x - 8y = 20; \end{cases} & b) \begin{cases} 2x + \frac{7}{y} = 11, \\ 7x + \frac{2}{y} = 16; \end{cases} & c) \begin{cases} \frac{(x-9)(x-6)}{y+8} = 0, \\ \frac{(y+8)(y-8)}{x-6} = 0. \end{cases} \end{cases}$$

$$6. \quad \begin{cases} a) \begin{cases} 4x = \frac{25}{y} + 15, \\ 4y = \frac{25}{x} + 15; \end{cases} & b) \begin{cases} \frac{x}{4x-7} = -\frac{y}{4x-7}, \\ 4x^2 - 11y + 7 = 0; \end{cases} & c) \begin{cases} \frac{x}{5x-4y} = \frac{y}{5y-4x}, \\ xy = -16. \end{cases} \end{cases}$$

$$7. \quad \begin{cases} a) \begin{cases} (x+1)(x-8) = 0, \\ \frac{y-3}{x+y-2} = 5; \end{cases} & b) \begin{cases} \frac{1}{x^2} = \frac{4}{y^2}, \\ xy = -8; \end{cases} & c) \begin{cases} \frac{x^2}{y^5} = 5 \frac{x^2}{y^4}, \\ x-5y = 15. \end{cases} \end{cases}$$

8. Дар зали клуб 320 -то ҷой буда, аз рӯи қатор як хел тақсим карда шудааст. Шумораи ҳар як қатори ҷойҳоро 4-то зиёд карда, баъди боз як қатор илова кардан, дар толор 420 -то ҷой мешавад. Шумори қаторҳои дар толор буда чандто мешавад?

9. 108 нафар имтиҳонсупоранда иншо навишт. Ба онҳо 480 варақ тақсим карда шуд, бинобари ин, ҳар як духтарбача нисбат ба писарбачаи наврас як варақ қоғаз зиёд гирифт. Ҳамаи духтарон, наврасон чанд варақ қоғаз гирифта бошанд, ҳамон қадар қоғаз гирифтанд. Чанд нафар наврасон ва духтарон буданд?

29-32 МУОДИЛАҶОИ ИРРАТСИОНАЛИИ СОДДА ВА ҲАЛЛИ ОНҶО

Муодилаи тағйирёбандааш тахти реша иштирок доштаро муодилаи ирратсионалӣ меноманд.

Усулҳои ҳалли баъзе намудҳои муодилаҳои ирратсионалиро оварем.

Муодилаи ирратсионалии соддаи намуди $I \quad \sqrt{f(x)} = g(x) \quad (1)$ -ро назар надозем.

Ҳангоми ғайриманфӣ будани ифодаҳои $f(x)$, $g(x)$ ҳарду қисми ин муодиларо ба квадрат бардорем, ба муодилаи баробарқувва меоварем.

барои $f(x) = g^2(x) \geq 0$ буданаш, ифодаи $f(x)$ ғайриманфӣ мешавад.

Пас, ҳал кардани муодилаи (1)

аз рӯи қоидаи $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$ ба амал оварда мешавад

Худи ҳамин хел муодилаи намуди $\sqrt[n]{f(x)} = h(x)$ ба системаи

$$\begin{cases} f(x) = h^{2n}(x) \\ h(x) \geq 0 \end{cases}$$

баробаркувва аст.

Мисоли 1. Муодиларо ҳал кунед. $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$

△ Ҳар ду тарафи муодиларо ба квадрат бардошта, дар натиҷа ба муодилаи $2x-x^2=x^2-4x$ ё $2x(x-3)=0$ соҳиб мешавем. Аз ин решаҳои $x_1=0$, $x_2=3$ ҳосил мекунем.

Барои $x > 2$ буданаш ҳалли муодилаи $x=3$ додашуда. ▲

II Муодилаи намуди $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} = 0$

Барои ба сифр баробар шудани ҳосили зарби ду ифода ақаллан яке аз онҳо ба сифр баробар шуданаш зарур.

Пас, барои $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} = 0$ буданаш ё баробарӣ $g(x)=0$ ё системаи

$$\begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

ҷой доштани даркор.

Ин ҳолат мухтасар $\begin{cases} g(x) = 0, \\ f(x) = 0, \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ навишта мешавад.

Мисоли 2. Муодиларо ҳал кунед. $(x^2 + 3x - 10)\sqrt{x+4} = 0$

△ $(x^2 + 3x - 10)\sqrt{x+4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 10 = 0, \\ x + 4 \geq 0, \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -5, \\ x = 2, \end{cases} \\ x + 4 \geq 0, \\ x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -4. \end{cases}$

Ҷавоб: -4 ва 2. ▲

Мисоли 3. Муодиларо ҳал кунед $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$

△ Муодилаи додашуда ба шакли $(x-3)(\sqrt{x^2-5x+4}-2) = 0$ оварда мешавад. Барои ҳал надоштани системаи

$\begin{cases} x = 3, \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$ ба муодилаи $\sqrt{x^2-5x+4} = 2$ назар андохтан кифоя аст. Ҳар

ду қисми ин муодиларо ба квадрат бардорем, муодилаи ба он баробаркувва

будай $x^2-5x+4=4$ -ро ҳосил мекунем

Ҷавоб: 0 ва 5. ▲

III Муодилаи намуди $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$

Дар ҳалли чунин муодилаҳо дараҷаи решааш ба ҷуфту тоқ будани адади n эътибор дода мешавад ва муодилаи додашударо ба муодилаи баробарқувва - оварда мерасонад.

Агар n - тоқ бошад: $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Мсалан, муодилаи $\sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{g(x)}$ ба муодилаи $f(x) = g(x)$ баробарқувва аст.

Мисоли 4. Муодиларо ҳал кунед. $\sqrt[3]{x^2 + 8x - 8} = \sqrt[3]{2x - 1}$

$$\triangle \quad \sqrt[3]{x^2 + 8x - 8} = \sqrt[3]{2x - 1} \Leftrightarrow x^2 + 8x - 8 = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = -7. \end{cases}$$

Ҷавоб: 1 ва -7 . \blacktriangle

Агар n ҷуфт, яъне $n = 2k$ бошад, муодилаи додашуда ба ҳар якеи ин система баробарқувва аст.

$${}^{2k}\sqrt{f(x)} = {}^{2k}\sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{ёки} \quad {}^{2k}\sqrt{f(x)} = {}^{2k}\sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Дар амал аз инҳо осонтар интиҳоб карда мешавад.

Мисоли 5. Муодиларо ҳал кунед. $\sqrt[6]{x^2 - 2} = \sqrt[6]{x}$

$$\triangle \quad \sqrt[6]{x^2 - 2} = \sqrt[6]{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = x, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 2, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Ҷавоб: $x = 2$. \blacktriangle

IV Тағйирёбандаҳоро иваз намудан.

Мисоли 6. Муодиларо ҳал кунед. $\sqrt{\frac{3-x}{x-1}} + 3\sqrt{\frac{x-1}{3-x}} = 4$

\triangle Ивазшавии $u = \sqrt{\frac{3-x}{x-1}}$ -ро дохил мекунем. Дар он ҳолат

$$\begin{cases} u + \frac{3}{u} = 4, \\ u \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1, \\ u = 3, \\ u \geq 0. \end{cases}$$

Акнун решаи муодилаҳои додашударо меёбем.

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3-x}{x-1}} = 1, \\ \sqrt{\frac{3-x}{x-1}} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 1, 2. \end{cases}$$

Ҷавоб: $x = 2$ ва $x = 1, 2$. \blacktriangle

Мисоли 7. Муодиларо ҳал кунед. $x^2 + 3x + \sqrt{x^2 + 3x} = 6$.

△ Иваскунии $z = \sqrt{x^2 + 3x}$ -ро дохил мекунем:

$$\begin{cases} z^2 + z = 6, \\ z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3, \\ z = 2, \\ z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow z = 2.$$

Акнун решаҳои муодиларо меёбем.

$$\sqrt{x^2 + 3x} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ҷавоб: $x = -4$ ва $x = 1$. ▲

Системаи муодилаҳои иррационалӣ

Ҳалли системаҳои аз муодилаҳои иррационалӣ ташкилёфта ба усулҳои чамъкунӣ, гузориш ва ғайраи ба мо маълум таъя мекунад. Албатта, дар ин ҳолат соҳаҳои мавҷудияти ифодаҳои иррационали иштироккардаро ба инобат гирифтани лозим.

Мисоли 8. Системаи муодиларо ҳал кунед. $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5, \\ \sqrt{xy} = 6 \end{cases}$

△
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5, \\ \sqrt{xy} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} = 25, \\ xy = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 13, \\ xy = 36 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 13 - x, \\ x(13 - x) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 13 - x, \\ x^2 - 13x + 36 = 0. \end{cases}$$

Аз ин система ҳалҳои (4; 9) ва (9; 4)-ро меёбем. ▲

Мисоли 9. Системаи муодиларо ҳал кунед. $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ x + y = 9 \end{cases}$

△ $\sqrt[3]{x} = u$, $\sqrt[3]{y} = v$ гуфта ишорат мекунем, аз формулаи зарби мухтасар истифода барем:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3, \\ u^3 + v^3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3, \\ (u + v)(u^2 - uv + v^2) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3, \\ u^2 - uv + v^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3, \\ (u+v)^2-3uv=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3, \\ uv=2. \end{cases}$$

ба система сохиб мешавем. Ҳалли ин система $u_1=1, v_1=2, u_2=2, v_2=1$ мешавад. Аз ин ҳалҳои (1; 8) ва (8; 1) -ро меёбем. ▲

Масъалаи 10.

Дар ҳамворӣ нуқтаи $C(x; 0)$ -и аз нуқтаҳои $A(3; 4)$ ва $B(-2; 5)$ дар масофаи баробар ҷойгиршударо ёбед.

▲ $AC=BC$ будани аз формулаи масофаи байни ду нуқта, муодилаи ирратсионалии $\sqrt{(x-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{(x+2)^2+(0-5)^2}$ -ро ҳосил мекунем.

Ин муодиларо аз хосияти муодилаи баробаркувва ва формулаи зарби мухтасар истифода бурда ҳал кунем, муодилаи $(x-3)^2+16=(x+2)^2+25$ ё $-10x=4$ - ро ҳосил мекунем. Решаи муодилаи охирин $x=-0,4$ мешавад. Пас, нуқтаи ҷустуҷӯшаванда $C(-0,4; 0)$ будааст. ▲

Масъалаи 11.

Дар ҳамворӣ нуқтаи аз нуқтаҳои $A(-1; 2)$ ва $B(3; -4)$ дар масофаи баробар ҷойгиршуда ва дар хати рости $y=3x$ хобидаро ёбед.

▲ Аз рӯи шарт ординатаи нуқтаи ҷустуҷӯшуда $y=3x$ мешавад. Пас, нуқтаи ҷустуҷӯшаванда нуқтаи координатаноки $C(x; 3x)$ будааст. Аз $AC=BC$

будан, аз рӯи формулаи масофаи байни ду нуқта муодилаи ирратсионалии $\sqrt{(x+1)^2+(3x-2)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(3x+4)^2}$ -ро ҳосил мекунем. Ин муодиларо ҳал кунем, ба муодилаи $(x+1)^2+(3x-2)^2=(x-3)^2+(3x+4)^2$, ё $-28x=20$. Решаи

муодилаи охирин $x=-\frac{5}{7}$ мешавад, Пас, нуқтаи ҷустуҷӯшуда $C(-5/7; -15/7)$ будааст.

Ҷавоб: $C(-5/7; -15/7)$. ▲

Савао ва супоришҳо

1. Ба муодилаи ирратсионалӣ таъриф диҳед ва мисол оред.
2. Ба муодилаи ирратсионалии баробаркувва таъриф диҳед



3. Системаи муодилаи намуди $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = a, \\ \sqrt{xy} = b \end{cases}$ чӣ гуна ҳал карда мешавад?

4. Системаи муодилаи намуди $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = a, \\ x + y = b \end{cases}$ чӣ гуна ҳал карда мешавад?

Машқҳо

Муодиларо ҳал кунед (10–19):

10. a) $\sqrt{3x+5} = -8$; b) $\sqrt{4x-6} = 9$; c) $\sqrt{5x+9} = 17$; d) $\sqrt{13x+5} = -17$.

11. a) $\sqrt{12x-11} = 15$; b) $\sqrt{23x+5} = -7$; c) $\sqrt{23x-7} = 27$; d) $\sqrt{6x+13} = -2$.

12. a) $\sqrt{x^2-3x+1} = x+2$; b) $\sqrt{x^2+5x+2} = x+4$.

13. a) $\sqrt{x^2+7x+1} = x-1$; b) $\sqrt{x^2-6x+2} = x+5$.

14. a) $\sqrt{x^2+3x-2} = \sqrt{-2x-1}$; b) $\sqrt{-2x^2-3x-2} = \sqrt{x+1}$.

15. a) $\sqrt{x^2+8x-7} = \sqrt{-x-1}$; b) $\sqrt{-x^2+3x+5} = \sqrt{x+10}$.

16. a) $x^2+3x-1+\sqrt{x^2+3x-9} = 0$; b) $x^2-x-7+\sqrt{x^2-x-9} = 0$.

17. a) $x^2+2x-11+\sqrt{x^2+2x-1} = 0$; b) $x^2-8x+3+\sqrt{x^2-8x-7} = 0$.

18. a) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$; b) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$.

19. a) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+11} = 5$; b) $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 3$.

Системаи муодиларо ҳал кунед (20–23):

20. a)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} = 3y, \\ y^2 + 2\sqrt{x} = 4; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 5\sqrt{x} = 4y, \\ y^2 + 5\sqrt{x} = 5. \end{cases}$$

21. a)
$$\begin{cases} x - 4\sqrt{y} = 1, \\ x + 2y = 17; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + 2\sqrt{y} = -2, \\ x + 2y = 2. \end{cases}$$

22. a)
$$\begin{cases} (\sqrt{x}-5)(\sqrt{y}-3) = 0, \\ 3x+5y = 60; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} (\sqrt{x}-2)(\sqrt{y}-3) = 0, \\ 3x+2y = 15. \end{cases}$$

23. a)
$$\begin{cases} 5x-3\sqrt{y} = -34, \\ 5x+3\sqrt{y} = -16; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 6x-5\sqrt{y} = -37, \\ 6x+5\sqrt{y} = 13. \end{cases}$$

24. Дар ҳамворӣ аз нуқтаҳои $A(5; 7)$ ва $B(-3; 4)$ нуқтаи $C(x; 0)$ -и дар масофаи баробар ҷойгиршударо меёбем.

25. Дар ҳамворӣ аз нуқтаҳои $A(5; 9)$ ва $B(-6; 7)$ нуқтаи $C(x; 0)$ -и дар масофаи баробар ҷойгиршударо меёбем.

Муодилаи нишондиҳандагӣ

Муодилаи тағйирёбандааш дар дараҷа иштирокдоштаро муодилаи нишондиҳандагӣ меноманд.

Дар ҳалли муодилаи нишондиҳандагӣ аз айниятҳои зерин истифода мекунем:

$$(a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

1. $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$;
2. $a^x a^y = a^{x+y}$;
3. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;
4. $a^x b^x = (ab)^x$;
5. $(a^x)^y = a^{xy}$;
6. $a^0 = 1$.

Усулҳои ҳалли баъзе намудҳои муодилаҳои нишондиҳандагиро меорем.

I Ба асоси якхела овардан

Бо ин усул ин муодила ба муодилаи намуди $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ оварда мешавад. Аз ин $f(x) = g(x)$ мешавад.

Мисоли 1. Муодиларо ҳал кунед. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$

△ $\frac{3}{7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-1}$ буданаширо ба инобат гирифта, муодилаи додашударо ба намуди $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{3}{7}\right)^{-7x+3}$ менависем,

аз рӯи айнияти (1) $3x - 7 = -7x + 3$, $x = 1$.

Ҷавоб: 1. ▲

Мисоли 2. Муодиларо ҳал кунед. $0,125 \cdot 4^{2x-8} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$

△ Муодиларо ба намуди зерин менависем:

$$\frac{1}{8} \cdot 2^{2(2x-8)} = \left(\frac{1}{4} \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{-x} \quad 2^{-3} \cdot 2^{2(2x-8)} = \left(2^{-2} \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{-x}$$

аз рӯи айнияти 2 $2^{-3+2(2x-8)} = (2^{-2-0,5})^{-x}$ ё $2^{4x-19} = 2^{2,5x}$

Муодилаи охири ба муодилаи $4x - 19 = 2,5x$

баробарқувва аст. Аз ин $x = \frac{38}{3}$.

Ҷавоб: $x = \frac{38}{3}$. ▲

II Тағйирёбандаи нав дохил кардан.

Мисоли 3. $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$ Муодиларо ҳал кунед

△ Айнияти 2-ро дастгирӣ намуда, муодиларо таври $5^{2x} \cdot 5^{-1} + 5^x \cdot 5 - 250 = 0$ навишта мегирем.

$5^x = t > 0$ гуфта, тағйирёбандаи нав мебарорем. Дар он ҳол ба муодилаи $\frac{1}{5}t^2 + 5t - 250 = 0$ меоем.

У решаҳои $t_1 = -50$, $t_2 = 25$ дорад. Аммо, решаи $t_1 = -50$ шарти $t > 0$ ро қаноат намекунонад. Пас, $5^x = 25$ ва $x = 2$.

Ҷавоб: $x = 2$. ▲

Мисоли 4. Муодиларо ҳал кунед. $9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x$

△ Ҳар ду қисми муодиларо ба $4^x \neq 0$ тақсим мекунем

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \text{ ё ки } \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0.$$

$\left(\frac{3}{2}\right)^x = t > 0$ гуфта, муодилаи охириро ба намуди $t^2 + t - 2 = 0$ меорем.

Ҳалли ин муодиларо меёбем: $t_1 = -2$, $t_2 = 1$.

Барои қимати t_1 шарти $t > 0$ иҷро намешавад. Пас,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1, \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^0 \Rightarrow x = 0.$$

Ҷавоб: $x = 0$. ▲

Мисоли 5. Муодиларо ҳал кунед. $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4$

△ Бо сабаби $(\sqrt{2-\sqrt{3}}) \cdot (\sqrt{2+\sqrt{3}}) = 1$ бодан $\sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

Муодиларо ба намуди $\left(\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4$ менависем.

$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = t > 0$ гўем. Аз ин $\frac{1}{t} + t = 4$, яъне $t^2 - 4t + 1 = 0$.

Муодилаи охирин ба решаи $t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$ соҳиб мешавад.

Ҳолати 1. $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 2+\sqrt{3}, \quad (2+\sqrt{3})^{\frac{x}{2}} = 2+\sqrt{3}, \quad \frac{x}{2}=1, \quad x=2.$

Ҳолати 2. $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 2-\sqrt{3}, \quad \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{2}x} = 2-\sqrt{3},$

$(2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}x} = 2-\sqrt{3}, \quad -\frac{x}{2}=1, \quad x=-2.$

Ҷавоб: $x=-2$ ва $x=2$. ▲

III Зарбкунандаҳои умумиро аз қавс мебарорем.

Мисоли 6. Муодиларо ҳал кунед. $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$

▲ Дар тарафи чап 6^x ро, дар тарафи рост бошад, 2^x -ро аз қавс берун мебарорем. Дар натиҷа ба муодилаи $6^x(1+6) = 2^x(1+2+4)$ ё ба муодилаи $6^x=2^x$ меоем. Ҳар ду тарафи муодиларо ба $2^x \neq 0$ тақсим кунем, $3^x=1$, яъне $x=0$ -ро ҳосил мекунем.

Ҷавоб: $x=0$. ▲

Системаи муодилаҳои нишондиҳандагии соддатарин.

Мисоли 7. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:
$$\begin{cases} 3^{x+y} = 27, \\ 2^{5x-y} = 8. \end{cases}$$

▲ Аз рӯи хосиятҳои дараҷа системаи муодилаҳо ба системаи муодилаҳои зерин баробаркувваанд:
$$\begin{cases} 3^{x+y} = 3^3, \\ 2^{5x-y} = 2^3. \end{cases}$$
 Аз ин ба системаи
$$\begin{cases} x+y=3, \\ 5x-y=3 \end{cases}$$
 меоем.

Ҳалли он $x=1, y=2$ буданаш равшан.

Ҷавоб: $x=1, y=2$. ▲

Мисоли 8. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед
$$\begin{cases} 3^{5x+6y} = 9, \\ 2^{7x+3y} = 8. \end{cases}$$

▲ Аз рӯи хосиятҳои дараҷа системаи муодила намуди зеринро мегирад:

$$\begin{cases} 3^{5x+6y} = 3^2, \\ 2^{7x+3y} = 2^3. \end{cases}$$

Системаи муодилаи охирин бошад, ба системаи муодилаҳои хаттии
$$\begin{cases} 5x+6y=2, \\ 7x+3y=3 \end{cases}$$
 баробаркувва аст.

Муодилаи 2 юми системаи муодилаи хаттиро ба (-2) зарб зада, ба муодилаи 1 чамъ кунем, муодилаи $-9x=-4$ ро ҳосил мекунем. Аз ин $x=\frac{4}{9}$ буданашро

меёбем. Онро ба муодилаи 2 -юм гузорем, $\frac{28}{9} + 3y = 3$ ё $3y = 3 - \frac{28}{9}$, ё $3y = -\frac{1}{9}$ ё $y = -\frac{1}{27}$ -ро меёбем. Ҷавоб: $x = \frac{4}{9}, y = -\frac{1}{27}$. ▲

Мисоли 9. Системаи муодиларо ҳал кунед:
$$\begin{cases} 4^x + 5^y = 9, \\ 4^x - 5^y = -1. \end{cases}$$

▲ Ишораи $4^x = u, 5^y = v$ дохил кунем, системаи муодилаи додашуда чунин намудро мегирад:
$$\begin{cases} u + v = 9, \\ u - v = -1. \end{cases}$$
 Равшан аст, ки ҳалли ин системаи

муодилаҳо $u=4, v=5$. Дар ин ҳол муодилаҳои $4^x=4$ ва $5^y=5$ -ро ҳосил мекунем. Дар ин ҷо ҳалҳои $x=1, y=1$ -ро меёбем.

Ҷавоб: $x=1, y=1$. ▲

Машқҳо

Муодилаҳоро ҳал кунед. (26–35):

26. a) $4^{3x+5} = 4^{3-5x}$; b) $7^{4x+5} = 7^{9-5x}$; c) $6^{x+5} = 6^{3x}$;
d) $8^{x+5} = 8^{2-5x}$; e) $11^x = 11^{2+5x}$; f) $2^{x-5} = 2^{25x}$.

27. a) $2 \cdot 2^{x+2} - 3 \cdot 2^{x+1} - 5 \cdot 2^x = -6$; b) $3 \cdot 5^{x+3} - 5^{x+2} - 2 \cdot 5^{x+1} = 68$;
c) $2 \cdot 4^{x+2} + 4^{x+1} - 5 \cdot 4^x = 31$; d) $2 \cdot 7^{x+2} - 2 \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^x = 10$.

28. a) $11^{3x^2+46} = 11^{x^2+25x}$; b) $3^{x^2-4x} = 3^{2(x^2-15)}$;
c) $7^{2x^2-4} = 7^{3(x^2-x)}$; d) $5^{5x^2+x} = 5^{3(x^2-2x)}$.

29. a) $9^x + 3^x - 6 = 84$; b) $25^x + 5^x - 30 = 0$;
c) $5 \cdot 4^x + 2^x - 6 = 0$; d) $9^x + 3^x - 12 = 0$.

30. a) $9 \cdot 25^x - 7 \cdot 15^x - 16 \cdot 9^x = 0$; b) $7 \cdot 16^x + 9 \cdot 12^x - 16 \cdot 9^x = 0$.

31. a) $4^x + 7 \cdot 6^x - 8 \cdot 9^x = 0$; b) $9 \cdot 16^x + 7 \cdot 12^x - 16 \cdot 9^x = 0$.

32. a) $(0,125)^{x-1} = \sqrt{2^{5-4x}}$; b) $\frac{4}{5} \cdot (0,8)^{x-1} = (1,25)^{x+3}$.

33. a) $32^{x^2+x} = \frac{4}{16^x}$; b) $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$.

34. a) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$; b) $5 \cdot 2^{3(x-1)} - 3 \cdot 2^{5-3x} + 7 = 0$.

35. a) $2^{x+\sqrt{x^2-4}} - 5 \cdot (\sqrt{2})^{x-2+\sqrt{x^2-4}} - 6 = 0$; b) $8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x$.

36. Дар муддати муайян миқдори солонаи 22% ба бонк 100 000 000 сӯм гузошт. Дар охири муддат ӯ 221 533 456 сӯм гирифт. Пул барои муддати чанд сол гузошта шуданаширо ёбед.

37. Дар муддати муайян соҳибкор ба ставкаи фоизи солона 21% ба бонк 10 000 000 сӯм гузошт. Дар охири муддат ӯ 17 715 610 сӯм гирифт.

Пул барои чанд сол гузошта шудааст?

38. Шумораи аҳоли ҳар сол 4% афзояд, баъди чанд сол 3 баробар меафзояд?

39. Шумораи аҳоли ҳар сол 2% кам шавад, баъди чанд сол он 10% кам мешавад?

40. Системаи муодиларо ҳал кунед.(40–43):

$$\text{a) } \begin{cases} 3^{5x-6y} = 27, \\ 2^{7x+3y} = 32; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3^{x+16y} = 81, \\ 2^{3x-5y} = 4; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3^{x+2y} = 81, \\ 9^{3x} \cdot 3^y = 27. \end{cases}$$

$$41. \quad \text{a) } \begin{cases} 3^{5x-y} = 243, \\ 2^{7x+11y} = 16; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3^{x+8y} = 9, \\ 2^{x-12y} = 64; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 2^x - 2^y = 2. \end{cases}$$

$$42. \quad \text{a) } \begin{cases} 5^{3x-y} = 25 \\ 2^{x^2+xy+y^2} = 8 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} 5^{x+2y} = 125 \\ 2^{x^2+3xy-y^2} = 8 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} 11^x + 7^y = 18 \\ 11^x - 7^y = 4 \end{cases}$$

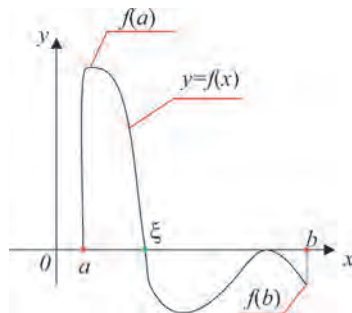
$$43. \quad \text{a) } \begin{cases} 5^{x+y} = 25 \\ 2^{x^2-3xy+2y^2} = 1 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} 5^{3x-y} = 25 \\ 2^{x^2+xy+y^2} = 8 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} 6^x + 3^y = 39 \\ 6^x - 3^y = 108 \end{cases}$$

37-38

ҲАЛЛИ ТАҚРИБИИ МУОДИЛАҲО

Агар $f(x)$ -и бисёраъзогӣ дар нӯгҳои $[a, b]$ қимати ишораи гуногун қабул кунад, яъне $f(a)f(b) < 0$ бошад, дар нӯги ин порча камаш як ҳалли муодилаи $f(x) = 0$ мавҷуд аст. Яъне, ҳамин тавр $\xi \in [a, b]$ ("кси" гуфта хонда мешавад) мавҷуд аст, ки $f(\xi) = 0$.

Ин тасдиқ дар нақшаи зерин тасвир шудааст.



Ба порчаи $[a, b]$, ки айнан як решаи муодиларо фаро гирифтааст, нигоҳ кунем.

Усули ба ду қисми баробар тақсим кардани порча то хурд шудани аниқии ε , ки дарозии порчаи ҳосилшавандаи порчаи $[a, b]$ дода шудааст,

аз ба ду қисми баробар тақсим кардан иборат аст.

Барои ин:

1) дар $x=a$ қимати $f_a=f(a)$ ифодаи $f(x)$ ҳисоб карда мешавад.

2) порча ба ду қисми баробар тақсим мешавад, яъне $x=(b-a)/2$ ҳисоб мешавад;

3) Қимати $f(x)$ дар $x=(b-a)/2$ будаи ифодаи f_x ҳисоб карда мешавад.

4) шарти $f_a \cdot f_x > 0$ санҷида мешавад

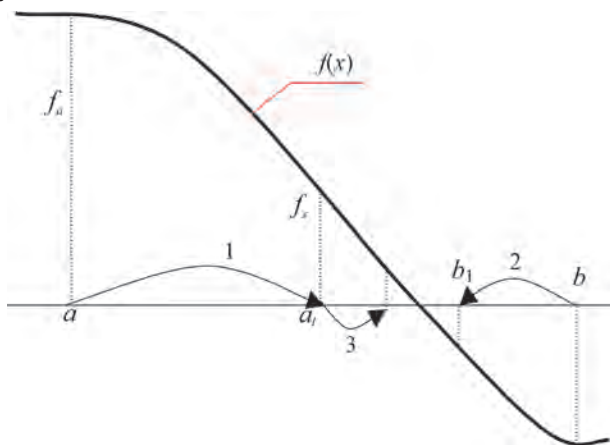
5) агар ин шарт иҷро шавад, ба сифати сарҳади чапи порчаи нав миёнаҷои аввала гирифта, яъне $a=x$, $f_a=f_x$ гуфта гирифта мешавад, сарҳади чапи порча ба миёна мегузарад;

6) агар ин шарт иҷро нашавад, сарҳади чапи порчаи нав ба миёна мегузарад, яъне $b=x$ гуфта гирифта мешавад;

7) баъди тақсими навбатии порча, иҷрои шарти $b-a < \varepsilon$ санҷида мешавад.

8) агар ин шарт иҷро шавад, ҳисобкуниҳо ба охир мерасанд. Дар ин ҳолат ба сифати ҳалли тақрибӣ ба қимати охири ҳисобкардаи x - гирифта мешавад. Агар ин шарт иҷро нашавад, ба қимати 2- юми алгоритми мазкур гузашта, (баргашта), ҳисобкуниҳо давом дода мешаванд.

Дар ин нақша моҳияти усули ба ду қисми баробар тақсим кардани порча тасвир шудааст:



Ёфтани интервали решаи ҳақиқӣ ҳобида

Барои ёфтани интервали решаи муодилаи $f(x)=x^3+ax^2+bx+c=0$ ҳобида

$A=\max\{a,b,c\}$ ва $B=\max\{\frac{1}{c}; \frac{a}{c}; \frac{b}{c}\}$ ҳисоб карда мешавад.

Барои решаи муодилаи додашуда нобаробарии $\frac{1}{1+B} < |x| < 1+A$ ҷой дорад. Пас, ақалан якто решаи муодилаи додашуда дар

интервали $(-1-A; 1+A)$ чойгир шудааст. Барои ёфтани тақрибии ин реша қаноаткунандаи нобаробарҳои $-1-A < d_1 < d_2 < 1+A$ ва $f(d_1) \cdot f(d_2) = (d_1^3 + ad_1^2 + bd_1 + c)(d_2^3 + ad_2^2 + bd_2 + c) < 0$ ададҳои бутуни d_1 ва d_2 ёфта мешавад.

Мисоли 1. Интервали решаи ягонаи муодиларо ёбед. $2x^3 + 3x^2 + 5x + 1 = 0$

△ Ҳар ду тарафи муодиларо ба 2 тақсим кунем, муодилаи $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} = 0$ ҳосил мешавад, барои $a = \frac{3}{2}$; $b = \frac{5}{2}$; $c = \frac{1}{2}$ буданаиш $A = \max\{\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\} = 2,5$.

Пас, дар интервали $x \in (-2,5; 2,5)$ ақалан якто решаи муодила ҳаст. Муодила дар интервали $(0; 2,5)$ реша надорад, чунки $x_0 \in (0; 2,5)$ бошад, $2x_0^3 + 3x_0^2 + 5x_0 + 1 > 0$ мешавад. Пас, муодила дар интервали $(-2,5; 0)$ дорои реша аст. Барои хурдтар намудани ин интервал ададҳои бутунро мегирем, яъне, $d_1 = -2$; $d_2 = -1$; $d_3 = 0$.

Акнун ададҳои $d_1 = -2$; $d_2 = -1$; $d_3 = 0$ - ро ба муодила гузошта ва шартинро санҷида решаи муодилаи

$$d_1^3 + \frac{3}{2}d_1^2 + \frac{5}{2}d_1 + \frac{1}{2} = -8 + 6 - 5 + 0,5 = -6,5 < 0;$$

$$d_2^3 + \frac{3}{2}d_2^2 + \frac{5}{2}d_2 + \frac{1}{2} = -1 + 1,5 - 2,5 + 0,5 = -1,5 < 0;$$

$$d_3^3 + \frac{3}{2}d_3^2 + \frac{5}{2}d_3 + \frac{1}{2} = 0,5 > 0 \text{ дар интервали } (-1; 0) \text{ буданаширо меёбем. } \blacktriangle$$

Усули интервали дар дақиқии ε додашудаи решаи муодиларо ба ду қисми баробар тақсим карда ёфтан.

Аз боло маълум аст, ки агар $(\alpha^3 + a\alpha^2 + b\alpha + c)(\beta^3 + a\beta^2 + b\beta + c) < 0$ бошад, решаи муодила дар интервали $(\alpha; \beta)$ мешавад. Акнун $\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}$ бошад.

Агар $|\gamma^3 + a\gamma^2 + b\gamma + c| < \varepsilon$ бошад, адади $x = \gamma$ - решаи муодила дар аниқии ε . Агар $(\gamma^3 + a\gamma^2 + b\gamma + c)(\beta^3 + a\beta^2 + b\beta + c) < 0$ бошад, решааш аз интервали $(\gamma; \beta)$ ҷустуҷӯ карда мешавад; агар $(\gamma^3 + a\gamma^2 + b\gamma + c)(\alpha^3 + a\alpha^2 + b\alpha + c) < 0$ бошад, решааш аз интервали $(\alpha; \gamma)$ ҷустуҷӯ карда мешавад. Ин чараён то дақиқии лозимиро ёфтани реша давом дода мешавад.

Мисоли 2. Решаи муодилаи $x^3 + 1,5x^2 + 2,5x + 0,5 = 0$ - ро дар дақиқии $\varepsilon = 0,1$ ёбед.

△ Аз мисоли аввала маълум аст, ки реша дар интервали $(-1; 0)$ меҳобад.

Аз $\gamma = \frac{-1+0}{2} = -0,5$ ва $(-0,5)^3 + 1,5(-0,5)^2 + 2,5(-0,5) + 0,5 = -0,5 < 0$ будан, решаи муодила дар интервали $(-0,5; 0)$ будааст

Барои $\gamma = \frac{-0,5+0}{2} = -0,25$ ва $|(-0,25)^3 + 1,5(-0,25)^2 + 2,5(-0,25) + 0,5| = |-0,046| < 0,1$ будан ҳалли муодила дар аниқии $0,1$ $x = -0,25$ мешавад. ▲

Савол ва супоришҳо



1. Интервали решаи муодилаи $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ хобида чӣ хел ёфта мешавад?

2. Усули масофаи дар аниқии ε решаи муодилаи додашударо ба ду қисми баробар тақсим карда ёфтано фаҳмонед.

Машқҳо

Интервали решаи муодила хобидаро ёбед (44–47):

44. 1) $x^3 + 3x^2 + 5x + 1 = 0$; 2) $x^3 + 3x^2 + 7x + 6 = 0$.

45. 1) $2x^3 + 4x^2 + 5x + 1 = 0$; 2) $x^3 + 4x^2 + 9x + 17 = 0$.

46. 1) $4x^3 + 3x^2 + 5x + 7 = 0$; 2) $x^3 + x^2 + x + 19 = 0$.

47. 1) $2x^3 + 3x^2 + 5x + 9 = 0$; 2) $x^3 + x^2 + x + 19 = 0$.

Решаи муодиларо дар аниқии $\varepsilon = 0,1$ ёбед (48–51):

48. 1) $x^3 + 3x^2 + 5x + 1 = 0$; 2) $x^3 + 3x^2 + 7x + 6 = 0$.

49. 1) $2x^3 + 4x^2 + 5x + 1 = 0$; 2) $x^3 + 4x^2 + 9x + 17 = 0$.

50. 1) $4x^3 + 3x^2 + 5x + 7 = 0$; 2) $x^3 + x^2 + x + 19 = 0$.

51. 1) $2x^3 + 3x^2 + 5x + 9 = 0$; 2) $x^3 + x^2 + x + 19 = 0$.

39-41

НОБАРОБАРИҲОИ РАТСИОНАЛИИ СОДДА ВА ҲАЛЛИ ОНҲО

Нобаробариҳои ратсионалии яктағйирёбанда ва усулҳои ҳалли онҳо.

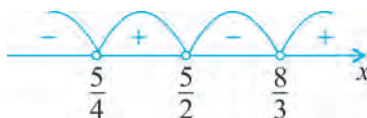
Барои ифодаҳои ратсионалии $A(x)$ ва $B(x)$ муносибатҳои $A(x) > B(x)$, $A(x) < B(x)$, $A(x) \geq B(x)$, $A(x) \leq B(x)$ - ро нобаробариҳои тағйирёбандаи x меноманд. Ҳар гуна ба нобаробариҳои адади дуруст табдилдиҳандаи нобаробариҳои x ҳалли нобаробарӣ номида мешавад.

Мисоли 1. Нобаробариҳо ҳал кунед: $2(2x-5)(3x-8)(5-4x) < 0$.

▲ Нобаробариҳо бо ёрии усули интервалҳо ҳал мекунем. Бо ин усул дар синфи 9 шинос ҳастед. Ифодаҳои дохили кавсро ба сифр баробар намуда, ададҳои $x_1 = \frac{5}{4}$, $x_2 = \frac{5}{2}$, $x_3 = \frac{8}{3}$ - ро меёбем. Онҳо тири ададиҳо ба интервалҳои

$(-\infty; \frac{5}{4})$, $(\frac{5}{4}; \frac{5}{2})$, $(\frac{5}{2}; \frac{8}{3})$, $(\frac{8}{3}; +\infty)$ ҷудо мекунам. Ба нобаробарӣ ба интервали $(\frac{8}{3}; +\infty)$ дахлдор, масалан адади $x=10$ -ро гузорем, нобаробарӣ ба нобаробарии дуруст табдил мегардад. Пас, нобаробарӣ дар интервали

$(\frac{5}{4}; \frac{5}{2}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$ ҷой дорад. ▲



Мисоли 2.

Нобаробариро ҳал кунед: $\frac{x^2(x+1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} > 0$.

▲ Ададҳои $x=2$, $x=4$ ҳалли нобаробарӣ нест ҳангоми $x \neq 2$, $x \neq 4$ будан $(x-2)^2 \cdot (x-4)^2 > 0$ мешавад. Аз ҳамин сабаб дар натиҷаи ҳарду қисми муодиларо ба $(x-2)^2 \cdot (x-4)^2$ зарб задан ба нобаробарии зерини ба нобаробарӣ $(x+1)x^2(x-3)(x-2)(x-4) > 0$ баробарқувва ҳосил мешавад.

Қавсхоро ба сифр баробар намуда, ададҳои $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=0$, $x_4=2$, $x_5=3$, $x_6=4$ -ро меёбем. Дар натиҷа тири ададӣ интервалҳои $(-\infty; -1)$, $(-1; 0)$, $(0; 2)$, $(2; 3)$, $(3; 4)$, $(4; +\infty)$ ҷудо мешаванд. Дар ин ҷо адади сифр 2 маротиба вомехӯрад. Бинобар ин нобаробарӣ дар интервали паҳлӯи 2-и адади сифр як хел ишора дорад. Аз интервали охирин адади $x=10$ ба сарҳад нақбидаро гирифта, ба нобаробарӣ гузорем, нобаробарии дуруст ҳосил мекунем. Пас, ҳалли нобаробарӣ интервалиҳо зерин: $(-\infty; -1) \cup (2; 3) \cup (4; +\infty)$. ▲



Мисоли 3. Нобаробариро ҳал кунед: $\frac{x^2-5x+4}{x-3} \geq 0$.

▲ Равшан аст, ки сурати $x \neq 3$ -ро ба сифр баробар намуда, ададҳои $x^2-5x+4=0$, $x_1=1$, $x_2=4$ -ро ҳосил мекунем, ададҳои $x_1=1$ ва $x_2=4$ нобаробариро қаноат мекунонад. Пас, тири ададӣ ба интервалҳои $(-\infty; 1]$, $[1; 3)$, $(3; 4]$, $[4; +\infty)$ ҷудо мешаванд.

Аз интервали охирин адади $x=5$ - и дар сарҳад набударо гирем нобаробарии ададии дуруст ҳосил мешавад. Бинобар ин интервалҳои $[1; 3) \cup [4; +\infty)$ ҳалли нобаробарӣ мешаванд.



Системаи нобаробарии ратсионалии содда

Мисоли 4. Системаи нобаробариро ҳал кунед: $\begin{cases} 3x - 8 \leq 1, \\ 4x + 3 > 5. \end{cases}$

△ Ҳар як нобаробарии системаро содда намоем, $\begin{cases} 3x \leq 1 + 8, \\ 4x > 5 - 3 \end{cases} \begin{cases} 3x \leq 9, \\ 4x > 2 \end{cases}$ яъне нобаробариҳои $\begin{cases} x \leq 3, \\ x > 0,5 \end{cases}$ -ро ҳосил мекунем. Пас, ҳалли система аз қисми умумии интервалҳо $(-\infty; 3]$ ва $(0,5; +\infty)$, яъне аз интервали $(0,5; 3]$ иборат аст. ▲

Мисоли 5. Системаи нобаробариро ҳал кунед: $\begin{cases} (3-x)(4+x) \geq 0, \\ (2+x)(5-x) < 0. \end{cases}$

△ Ҳар як нобаробарии системаро ҳал намуда, ҳалли нобаробарии 1 интервали $[-4; 3]$, ҳалли нобаробарии 2-бошад, интервалҳои $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ буданаширо меёбем. Пас, ҳалли системаи нобаробариҳо аз қисми умумии ин ҳалҳо, яъне аз интервалҳои $[-4; 2)$ иборат мебошад. ▲

Савол ва супоришҳо



1. Ҳалли нобаробарии чист, мисолҳо оред.
2. Ба нобаробариҳои баробарқувва мисолҳо оред.
3. Акнун ҳалли системаи нобаробарии соддаро бо як мисол фаҳмонед.

Машқҳо

Нобаробариро ҳал кунед (52–53):

52.

- 1) $(x-6)(3-17x)(2x+8) \leq 0;$
- 2) $(x^2+5x-6)(7x-11) > 0;$
- 3) $(3+5x)(2x^2-6x+4) < 0;$
- 4) $\frac{2x-5}{2x+1} \geq 0;$
- 5) $(x^2+6x-7)(x^2+x+1) \geq 0;$
- 6) $\frac{3x+11}{2-x} < 0;$
- 7) $\frac{x-1}{4x-1} < 1;$
- 8) $\frac{2x-7}{3-7x} \geq 1;$
- 9) $\frac{x^2-5x+11}{x^2-7} \leq 0;$
- 10) $\frac{x^3-1}{2x^2-3x+1} > 1.$

53.

- 1) $(x-5)(3-7x)(2x+8) \leq 0;$
- 2) $(x^2-5x-6)(7x+11) > 0;$
- 3) $(3-5x)(2x^2-4x+4) < 0;$
- 4) $\frac{x-5}{2x+1} \geq 0;$
- 5) $(x^2-6x-7)(x^2+x+1) \geq 0;$
- 6) $\frac{3x+1}{2-x} < 0;$
- 7) $\frac{x+1}{4x-1} < 1;$
- 8) $\frac{2x-7}{3-7x} \geq 3;$
- 9) $\frac{x^2-5x+1}{x^2-7} \leq 0;$
- 10) $\frac{x^3+1}{2x^2-3x+1} > 1.$

54. Системаи нобаробариро ҳал кунед. (54–55):

$$1) \begin{cases} 3x - 5 \leq 7x, \\ 2x + 1 > -2x + 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{2x-1}{5} < 1, \\ -\frac{5x+1}{2} - \frac{7}{3} > \frac{x}{5}; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x + 5 \leq 7x, \\ 2x - 1 > -3x + 3; \end{cases}$$

55.

$$1) \begin{cases} 2(x-5) \leq 4(x+3), \\ 2x-1 > -5x; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{5x}{3} - \frac{2x}{4} \geq 3\frac{1}{3}, \\ 2 - \frac{5-4x}{2} < \frac{6x}{5}; \end{cases} \quad 3) \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

42-43

НОБАРОБАРИҲОИ ИРРАТСИОНАЛИИ СОДДА

Нобаробарии ирратсионалӣ гуфта нобаробари тахти ишораи решаи номаълум буда фаҳмида мешавад.

Маҷмӯи ҳалҳои нобаробариҳо, одатан аз маҷмӯи ададҳои беохир иборат мебошанд, аз ҳамин сабаб ин ададҳоро бо роҳи бевосита ба нобаробарии нахуст гузоштаи маҷмӯи ҳалҳоро санҷидан, мумкин нест. Роҳи ягонаи ҷавоби дурустро таъминкунанда - бо ҳар ҳел ивазкунӣ нобаробарии нахустро ба ин нобаробарӣ нобаробарии баробарқувва ҳосил шуданастро мушоҳида намудан лозим.

Дар вақти ҳалли нобаробари ирратсионалӣ ҳангоми ҳар ду қисми нобаробариро ба дараҷаи тоқ бардоштан ҳар вақт ба нобаробарии нобаробарии даставвал баробарқувва ҳосил шуданастро дар ёд доштан лозим. Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба дараҷаи ҷуфт бардошта шуданӣ бошад, дар он ҳолат ба нобаробарии нахуст баробарқувва ва нобаробарии ҳамон гуна ишораи нобаробарӣ дошта фақат дар ҳолати манфӣ набудани ҳарду қисми нобаробарии нахустин ҳосил мешавад.

Барои ёфтани маҷмӯи ҳалҳои нобаробарии ирратсионалӣ, одатан ҳар ду қисми нобаробариро ба дараҷаи натуралӣ бардоштан дуруст меояд. Яке аз усулҳои ҳалли нобаробарии ирратсионалӣ ин усули ба нобаробарии ратсионалии баробарқувва овардан аст.

Акнун нобаробари ирратсионалии содда намуди зерин дорад:

- 1) $\sqrt{A(x)} < B(x)$ ёки $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$;
- 2) $\sqrt{A(x)} > B(x)$; ёки $\sqrt{A(x)} \geq B(x)$;
- 3) $\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}$; ёки $\sqrt{A(x)} \geq \sqrt{B(x)}$

Нобаробарии ирратсионалии $\sqrt{A(x)} < B(x)$ ё $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$ ба системаи нобаробариҳои зерин баробарқувва аст.

$$\begin{cases} A(x) < B^2(x), \\ A(x) \geq 0, \\ B(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad \begin{cases} A(x) \leq B^2(x), \\ A(x) \geq 0, \\ B(x) \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Нобаробарии якуми системаи (1) дар натиҷаи ба квадрат бардоштани нобаробарии додашуда, шарти мавҷуд будани решаи нобаробарии дуюмро мефаҳмонад, нобаробарии сеюм бошад, ба квадрат бардошта шуданро мефаҳмонад. Барои ҳал кардани нобаробарии

ирратсионалии $\sqrt{A(x)} > B(x)$ ба системаи зерин назар андохтан зарур:

$$\begin{cases} A(x) > B^2(x), \\ B(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad \begin{cases} A(x) \geq 0, \\ B(x) < 0. \end{cases} \quad (2)$$

нобаробари ирратсионалии $\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}$ ба системаи нобаробарии зерин баробарқувва аст:

$$\begin{cases} A(x) > B(x), \\ B(x) \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Ҳар ду қисми нобаробариҳои додашуда ба сабаби он ки барои x -ҳо ҷоиз ғайриманфӣ мебошанд, онро ба квадрат бардоштан мумкин. Нобаробарии якуми системаи (3) нобаробариест, ки дар натиҷаи ба квадрат бардоштани нобаробарии додашуда ҳосил гардидааст. Нобаробарии дуюм шарти мавҷуд будани решаро мефаҳмонад. Равшан аст, ки албатта шарти $A(x) \geq 0$ иҷро мешавад.

Қоидаҳои (1)–(3) усулҳои асосии ҳалли нобаробариҳои ирратсионалӣ ҳисобида мешаванд. Моҳияти онро дар якҷанд мисолҳо нишон медиҳем.

Мисоли 1. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{10x+5} < -3$.

△ Қисми рости ин нобаробарӣ манфӣ, баробари ин, қисми чапи нобаробарӣ барои x -ҳои ҷоиз ғайриманфист. Бинобар ин нобаробарӣ ҳал надорад.

Ҷавоб: Ҳал вуҷуд надорад. ▲

Мисоли 2. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{3x-9} > -5$.

△ Қисми рости нобаробари манфӣ, бо баробари ҳамин қисми чап барои x -ҳои ҷоиз ғайриманфист. Пас, нобаробарии мазкур барои ҳамаи x -ҳои қаноаткунандаи шарти $x \geq 3$ -ро қаноатбахш иҷро мешавад.

Ҷавоб: $x \in [3; +\infty)$. ▲

Мисоли 3. Нобаробари ҳал кунед. $\sqrt{2x-3} < 1$.

△ аз рӯи қоидаи (1) $\begin{cases} 2x-3 < 1^2, \\ 2x-3 \geq 0. \end{cases}$

ба сабаби он ки шарт $B(x) = 1 \geq 0$ барои ҳамаи x -ҳо иҷро шуда аст онро алоҳида навиштан шарт нест.

Ҷавоб: $\left[\frac{3}{2}; 2\right)$. ▲

Мисоли 4. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{4x-3} > 1$.

△ Ин нобаробарӣ аз рӯи қоидаи (2) ҳал карда мешавад. Дар ин ҳол ба сабаби он ки шарт $B(x) = 1 \geq 0$ барои ҳамаи x -ҳо иҷро шудааст, ба нобаробарии мазкур бевосита нобаробарии баробаркувваро навиштан мумкин: $4x - 3 > 1^2$.

Ҷавоб: $x > 1$. ▲

Мисоли 5. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{x+18} < 2-x$.

△ Ин нобаробарӣ аз рӯи қоидаи (1) ҳал карда мешавад:

$$\begin{cases} x+18 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \\ x+18 < (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -18 \\ x \leq 2 \\ x^2 - 5x - 14 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -18 \leq x < 2 \\ \begin{cases} x < -2 \\ x > 7 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -18 \leq x < -2.$$

Ҷавоб: $x \in [-18; -2)$, ▲.

Мисоли 6. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{x^2+x-2} > x$.

△ Ин нобаробарӣ аз рӯи қоидаи (2) ҳал карда мешавад:

$$\begin{cases} x < 0, \\ x^2 + x - 2 \geq 0, \\ x \geq 0, \\ x^2 + x - 2 > x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq 1, \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 0, \\ x > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2, \\ x > 2. \end{cases}$$

Ҷавоб: $x \in (-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$. ▲

Мисоли 7. Нобаробариро ҳал кунед: $\sqrt{2x+1} > \sqrt{2-3x}$.

△ Ин нобаробарӣ аз рӯи қоидаи (3) ҳал карда мешавад:

$$\begin{cases} 2x+1 > 2-3x \\ 2-3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5} < x \leq \frac{2}{3}.$$

Ҷавоб: $\frac{1}{5} < x \leq \frac{2}{3}$. ▲

Мисоли 8. Нобаробариро ҳал кунед: $\frac{\sqrt{x^2-25}}{x+6} < 1$.

△ Маҷмӯи дорои маънои нобаробарии x -и номаълумро меёбем:

$$\begin{cases} x^2 - 25 \geq 0, \\ x + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5, \\ x \geq 5, \\ x \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -6, \\ -6 < x \leq -5, \\ x \geq 5. \end{cases}$$

Агар $x+6>0$ бошад, нобаробарии мазкурро ба квадрат бардоштан мумкин:

$$\begin{cases} -6 < x \leq -5, \\ x \geq 5, \\ \sqrt{x^2 - 25} < x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < x \leq -5, \\ x \geq 5, \\ x^2 - 25 < x^2 + 12x + 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < x \leq -5, \\ x \geq 5, \\ x > -\frac{61}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{61}{12} < x \leq -5, \\ x \geq 5. \end{cases}$$

$x < -6$ бошад, нобаробарии албатта, ичро мешавад.

Ҷавоб: $x \in (-\infty; -6) \cup \left(-\frac{61}{12}; -5\right] \cup [5; +\infty)$. ▲

Доҳил кардани тағйирёбандаи нав

Ҳангоми ҳал кардани муодилаҳои иррационалӣ усули доҳил кардани тағйирёбандаи нави истифодашударо ба нобаробариҳои иррационалӣ ҳам татбиқ кардан мумкин.

Мисоли 9. Нобаробариро ҳал кунед. $-9\sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 18 \geq 0$.

▲ Нобаробариро чунин навишта мегирем: $-9\sqrt[4]{x} + (\sqrt[4]{x})^2 + 18 \geq 0$

Тағйирёбандаи нав доҳил мекунем: $t = \sqrt[4]{x}$, $t \geq 0$ Дар ин ҳол

$$\begin{cases} -9t + t^2 + 18 \geq 0, \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 6, \\ t \leq 3, \\ t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 6, \\ 0 \leq t \leq 3. \end{cases}$$

Ҳамин тавр:

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x} \geq 6, \\ 0 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6^4, \\ 0 \leq x \leq 3^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1296, \\ 0 \leq x \leq 81. \end{cases}$$

Ҷавоб: $x \in [0; 81] \cup [1296; +\infty)$. ▲

Мисоли 10. Нобаробариро ҳал кунед: $\frac{3-x}{\sqrt{15-x}} < 1$.

▲ Тағйирёбандаи нав доҳил мекунем: $\sqrt{15-x} = t$, $t > 0$.

Дар ин ҳол нисбат ба $x = 15 - t^2$ ва тағйирёбандаи t нобаробарии ратсионалиро ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} \frac{3-(15-t^2)}{t} < 1, \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t^2-t-12}{t} < 0, \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(t-4)(t+3)}{t} < 0, \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t < 4.$$

Аз ин x - ро меёбем:

$$0 < \sqrt{15-x} < 4 \Leftrightarrow 0 < 15-x < 16 \Leftrightarrow -1 < x < 15.$$

Ҷавоб: $x \in (-1; 15)$. ▲

Савол ва супоришҳо



1. Нобаробарии иррационалӣ гуфта чиро меноманд?
2. Дар ҷараёни ҳалли нобаробари иррационалӣ оиди гузаштан ба ивазкунии баробарқувва мисол оред.
3. Доир ба мавҷуд набудани ҳалли нобаробарии иррационалӣ мисол оред.

Машқҳо

Дар кадом қиматҳои номаълумҳо нобаробарӣ маъно доард? (56–59)

56.

$$1) \sqrt{x} + \sqrt{2x-6} > 10; \quad 2) \sqrt[4]{18-2x} < 3.$$

57.

$$1) \sqrt{10-\sqrt{x-5}} < 27; \quad 2) \sqrt{(x+3)(x-8)} > x+2.$$

58.

$$1) \sqrt[3]{x^2-x} > -x\sqrt[3]{2}; \quad 2) \sqrt{x-3} + \sqrt{1-x} > \sqrt{8x-5}.$$

59.

$$1) \sqrt{x^2+3x+1} < x+1; \quad 2) \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} \geq 2.$$

Нобаробариро ҳал кунед (60-66):

60.

$$1) \sqrt{2x-1} < x+2; \quad 2) \sqrt{x^2-1} > x-2.$$

61.

$$1) \sqrt[4]{2x^2-1} \leq x; \quad 2) \sqrt{x^2-x-2} \geq 2x+3.$$

62.

$$1) x-3 < \sqrt{x^2+4x-5}; \quad 2) \sqrt{x^2-55x+250} < x-14.$$

63.

$$1) \sqrt[3]{x^2+6x} > x; \quad 2) \sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} \geq 2.$$

64.

$$1) \sqrt{2x+1} > \sqrt{3-x}; \quad 2) x > \sqrt{x(1+\sqrt{x(x-3)})}.$$

65.

$$1) \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} \geq 4 + \frac{\sqrt{x-1}}{2}; \quad 2) \sqrt{3x} - \sqrt{2x+1} \geq 1.$$

66.

$$1) \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} > 8; \quad 2) \sqrt[3]{x+1} \leq \sqrt[3]{5x}.$$

67. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(9; 4)$, $B(-4; 5)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .
68. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(2; 4)$, $B(-3; 5)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .
69. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(4; 4)$, $B(-5; 7)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .
70. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(2; 4)$, $B(+3; -5)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .
71. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(5; 4)$, $B(-6; 5)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .
72. Дар ҳамворӣ нуктаҳои $A(8; 4)$, $B(-7; 5)$, $C(x; y)$ дода шудааст, соҳаи каноаткунандаи шarti $AC > BC$ - ро ёбед .

Супоришҳои тести назоратӣ

Дар ҳар як машқи санҷишӣ 4-тоғӣ ҷавоб дода шудааст, аз 4-то "ҷавоб" фақат яктоаш дуруст, боқимондааш нодуруст мебошад. Аз хонандагон иҷрои машқҳои санҷишӣ ё бо ёрии дигар мулоҳизаҳо ҳамин ҷавобҳои дурустро ёфтан (онро ишорат намудан) талаб карда мешавад.

- Муодилаҳои баробарқувваро нишон диҳед:
1) $10x=8$; | 2) $6x-4=x$; | 3) $x^2+2x+18=0$.
A) 1 ва 3; | B) 2 ва 3; | C) 1 ва 2; | D) ҳамааш
- Решаи калони муодиларо ёбед: $(x-5)(x+4)(x-11)=0$.
A) -4; | B) 5; | C) 16; | D) 11.
- Суммаи решаҳои муодилаи биквадратиро ёбед: $3x^4+8x^2-11=0$.
A) 1; | B) -1; | C) 0; | D) $11/3$.
- Системаи муодила чанд ҳал дорад $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = 3. \end{cases}$
A) 1; | B) 2; | C) 3; | D) 4.
- Муодиларо ҳал кунед? $\sqrt{5x+9} = 7$.
A) 2; | B) 4; | C) 6; | D) 8.
- Системаи муодила чанд ҳал дорад? $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 11, \\ \sqrt{xy} = 30. \end{cases}$
A) 1; | B) 2; | C) 3; | D) 4.
- Дар ҳамворӣ аз нуктаҳои $A(3; 1)$ ва $B(7; 3)$ дар масофаи баробар нуктаи $C(5; x)$ -и ҷойгиршударо ёбед.
A) (5;2); | B) (5;3); | C) (4;2); | D) (4;3).
- Муодиларо ҳал кунед: $3 \cdot 5^{x+3} - 5^{x+2} - 2 \cdot 5^{x+1} = 68$.
A) 1; | B) 2; | C) -1; | D) 0.

9. Решаҳои бутуни муодиларо ёбед: $11^{3x^2+23} = 11^{x^2+25x}$.
 A) 1; B) -1; C) 2; D) 1 ва -1.
10. Шумораи аҳолии қадом давлате, ки ҳар сол 3% кам шавад, баъди чанд сол шумораи аҳолиаш 20% кам мешавад?
 A) 6; B) 2; C) 8; D) 4.
11. Нобаробариҳо ҳал кунед: $(x^2+6x-7)(x^2+x+1) \leq 0$.
 A) [-7; 1]; B) [-7; -1]; C) [7; -1]; D) [7; 1].
12. Нобаробариҳо $|x-2| \leq 5$ чанд ҳалли бутун дорад?
 A) 10; B) 11; C) 8; D) 9.
13. Нобаробариҳо ҳал кунед: $|4x-1| \leq -2$.
 A) [-7; 1]; B) [-7; -1]; C) [7; -1]; D) ҳал надорад
14. Нобаробариҳо $\sqrt{x^2 - 13x + 12} \leq 5 - x$ чанд ҳалли бутун дорад?
 A) 3; B) 4; C) 5; D) 6.

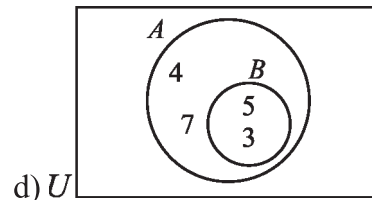
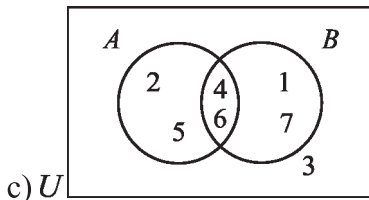
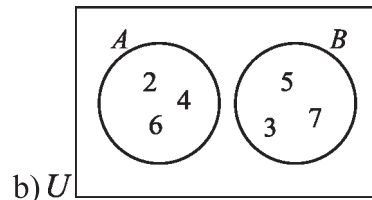
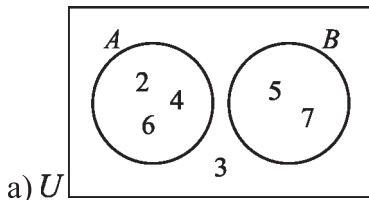
Ҷавобҳо

БОБИ 1.

1. a) $5 \in D$; b) $6 \notin G$; c) $\{2, 5\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; d) $\{3, 8, 6\} \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 2. a) **i**) $\{9\}$ **ii**) $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$. b) **i**) \emptyset **ii**) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. c) **i**) $\{1, 3, 5, 7\}$ **ii**) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. 3. a) 5; b) 6; c) 2; d) 9. 4. a) охиринок; b) беохир. 5. a) намебурад; b) мебурад. 6. a) охиринок; b) беохир; c) беохир; d) беохир. 7. a) маҷмӯи ададҳои бутуни маҷмӯи A аз -1 калон ё баробар ва аз 7 хурд ё баробар **ii**) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ **iii**) 9. b) **i**) маҷмӯи ададҳои натуралии маҷмӯи A аз -2 калон ва аз 8 хурд буда; **ii**) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ **iii**) 8. c) маҷмӯи ададҳои ҳақиқии **i**) маҷмӯи A аз 0 калон ё баробар ва аз 1 хурд ё ки баробар буда **ii**) мумкин нест; **iii**) беохир. d) маҷмӯи ададҳои ҳақиқии; **i**) маҷмӯи A аз 5 калон ё баробар ва аз 6 хурд ё баробар буда **ii**) мумкин нест; **iii**) беохир. 8. a) $A = \{x \mid -100 < x < 100, x \in \mathbb{Z}\}$; b) $A = \{x \mid x > 1000, x \in \mathbb{R}\}$; c) $A = \{x \mid 2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Q}\}$. 9. a) **i**) 8 та: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$; **ii**) 16 та: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$; b) 2^n . 10. a) \mathbb{X}_a ; b) \mathbb{H}_e ; c) \mathbb{X}_a ; d) \mathbb{X}_a ; e) \mathbb{H}_e ; f) \mathbb{H}_e . 11. b) $C' = \mathbb{N}$; c) $C' = \{x \mid x \geq -4, x \in \mathbb{Z}\}$; d) $C' = \{x \mid 2 < x < 8, x \in \mathbb{Q}\}$. 12. a) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; b) $\{0, 1, 8\}$; c) $\{5, 6, 7, 8\}$; d) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$; e) $\{5, 6, 7\}$; f) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; g) $\{2, 3, 4\}$. 13. a) 9; b) 11. 14. a) $\{1, 2, 10, 11, 12\}$; b) $\{1, 2, 3, 4, 12\}$; c) $\{1, 8, 9, 10, 11, 12\}$; d) $\{3, 4, 5, 6, 7\}$; e) $\{1, 2, 8, 9, 10, 11, 12\}$; f) $\{8, 9, 10, 11\}$; g) $\{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$; h) $\{2, 10, 11\}$; 15. a) $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$; b) $\{2, 5, 11\}$; c) $\{2, 3, 4, 5, 7, 11, 12, 13, 15, 17, 19, 23\}$; d) $12 = 9 + 6 - 3 \checkmark$. 16. a) $P = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, $Q = \{1, 2, 3, 5, 8, 10, 20, 30\}$; b) $\{2, 5, 10\}$; c) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 30, 40\}$; d) $12 = 8 + 8 - 4 \checkmark$. 17. a) $P = \{32,$

36, 40, 44, 48, 52, 56}, $Q = \{36, 42, 48, 54\}$; b) $\{36, 48\}$; c) $\{32, 36, 40, 42, 44, 48, 52, 54, 56\}$; d) $9 = 7 + 4 - 2 \checkmark$. **18.** a) $R = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; b) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$; c) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; d) $9 = 7 + 7 - 5 \checkmark$. **19.** a) $C = \{-4, -3, -2, -1\}$, $D = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$; b) $\{-4, -3, -2, -1\}$; c) $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$; d) $7 = 4 + 7 - 4 \checkmark$. **20.** a) $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $Q = \{1, 2, 3, 5, 9, 18\}$, $R = \{1, 3, 9, 27\}$. b) **i**) $\{1, 2, 3, 6\}$; **ii**) $\{1, 3\}$; **iii**) $\{1, 3, 9\}$; **iv**) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$; **v**) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 27\}$; **vi**) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27\}$. c) **i**) $\{1, 3\}$; **ii**) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27\}$. **21.** a) $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$, $B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$, $C = \{12, 24, 36\}$. b) **i**) $\{12, 24, 36\}$; **ii**) $\{12, 24, 36\}$; **iii**) $\{12, 24, 36\}$; **iv**) $\{12, 24, 36\}$. c) $\{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36\}$. d) $12 = 9 + 6 + 3 - 3 - 3 + 3 \checkmark$. **22.** a) $A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$. b) **i**) $\{6, 30\}$; **ii**) $\{2, 3, 5\}$; **iii**) \emptyset ; **iv**) \emptyset . c) $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 23, 24, 29, 30\}$. d) $18 = 5 + 8 + 10 - 2 - 3 - 0 + 0 \checkmark$.

23.



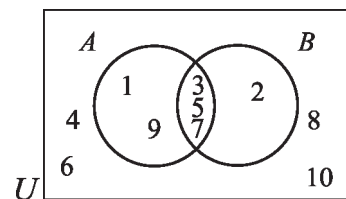
24.

a) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$;

b) $A \cap B = \{3, 5, 7\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$;

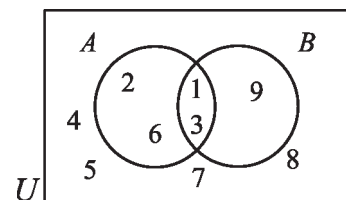


25. a) $A = \{1, 2, 3, 6\}$

$B = \{1, 3, 9\}$;

b) $A \cap B = \{1, 3\}$

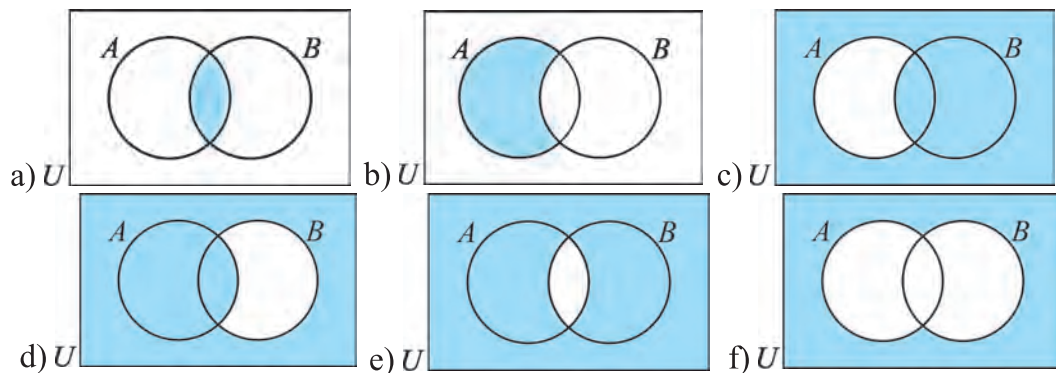
$A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$;



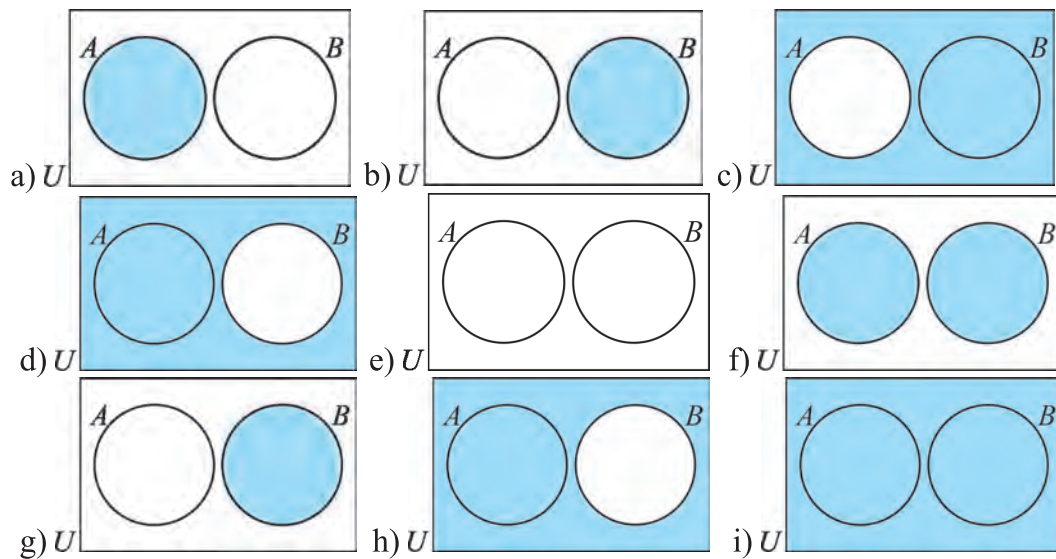
26. a) $\{b, d, e, h\}$; b) $\{e, f, h, i, j\}$; c) $\{a, c, f, g, i, j, k\}$; d) $\{a, b, c, d, g, k\}$;

e) $\{e, h\}$; f) $\{b, d, e, f, h, i, j\}$; g) $\{a, c, g, k\}$; h) $\{a, b, c, d, f, g, i, j, k\}$. 27. a) **i)** $\{a, b, c, d, h, j\}$; **ii)** $\{a, c, d, e, f, g, k\}$; **iii)** $\{a, b, e, f, i, l\}$; **iv)** $\{a, c, d\}$; **v)** $\{a, b, e, f, i, l\}$; **vi)** $\{a, e, f\}$; **vii)** $\{a\}$; **viii)** $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$.

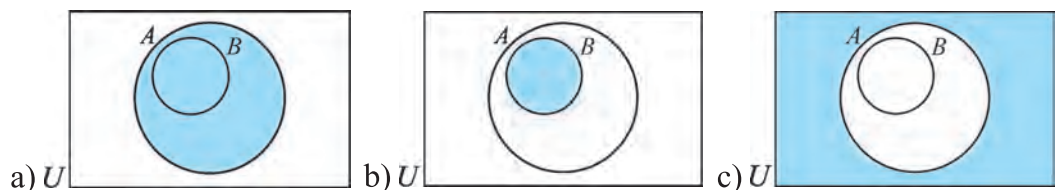
28.

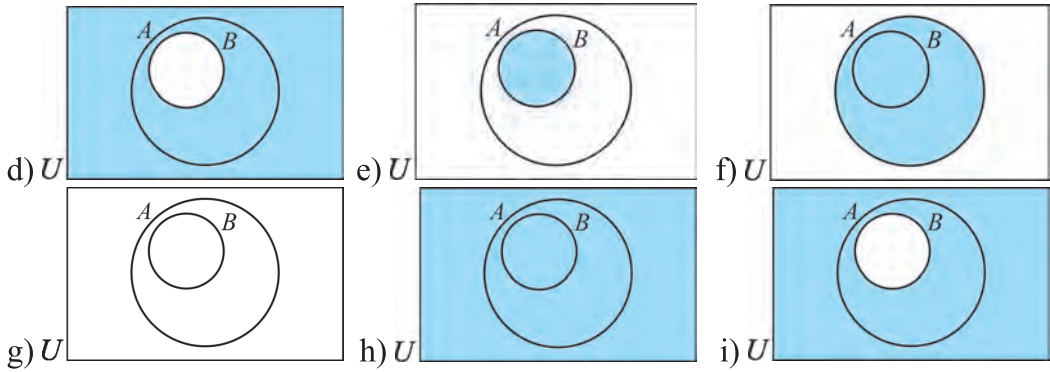


29.

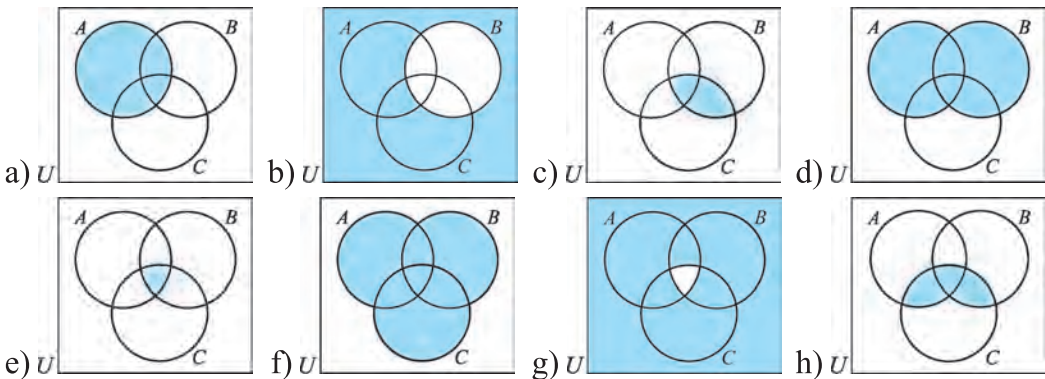


30.



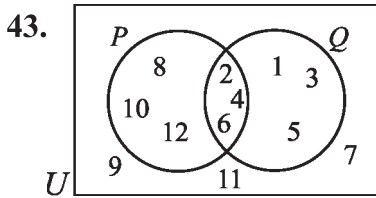


31.



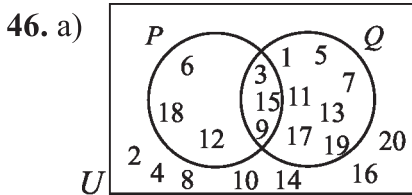
32. a) Ҳа, дурӯғ; b) ҳа, рост; c) ҳа, рост; d) ҳа, рост; e) ҳа, рост; f) ҳа, рост; g) не; h) ҳа, рост; i) не; j) ҳа, аниқ нест; k) ҳа, аниқ нест; l) не; m) ҳа, аниқ нест; n) ҳа, аниқ нест; o) ҳа, аниқ нест; p) Ҳа, дурӯғ. 33. k) $\neg p$: баъзе чоркунҷаҳо параллелограмм нест; m) $\neg r$: 7 – адади ратсионалӣ намебошад; n) $\neg s$: $23-14 \neq 12$; o) $\neg t$: $52:4 \neq 13$; p) $\neg u$: Фарқи баъзе дуто адади чуфт адади чуфт мешавад; q) $\neg p$: Пайдарпай ҳосили зарби ададҳои натуралӣ доимо чуфт намешавад; r) $\neg q$: Баъзе кунҷҳои кунд байни худ баробар нестанд; s) $\neg r$: баъзе трапетсияҳо параллелограмм нест; t) $\neg s$: Ду кунҷи секунҷа байни худ баробар аст, аммо баробарпахлу нест.

34. a) $x \geq 5$; b) $x < 3$; c) $y \geq 8$; d) $y > 10$; 35. e) Не, Қади Мадина 140 см шуданаш ҳам мумкин f) НЕ g) ҳа . 36. f) $x \geq 5$, $x \in \mathbb{N}$; g) x – гов, $x \in \{\text{аспон, гӯсфандон, говон}\}$; h) $x < 0$, $x \in \mathbb{Z}$; i) x – хонанда духтарбача, $x \in \{\text{хонандагон}\}$; j) x – духтарбачаи хонанда набуда, $x \in \{\text{духтарбачаҳо}\}$. 41. e) $p \wedge q$: Мадина – терапевт, Муниса бошад, стоматолог f) $p \wedge q$: аз 15 калон ва аз 30 хурд; g) $p \wedge q$: ҳаво абрнок аст, борон борида истодааст; h) $p \wedge q$: Мӯйҳои Олим сиёҳ ва чашмонаш кабуд. 42. a) рост; b) дурӯғ; c) дурӯғ; d) рост; e) дурӯғ;



44. a) рост; б) дурӯғ;

45. a) рост ; б) рост;

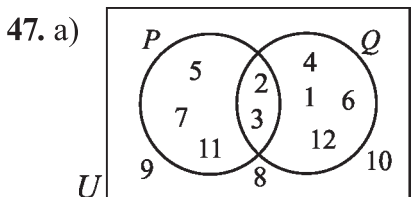


б) i) {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20};

ii) {1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19};

iii) {3, 9, 15};

iv) {1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19}.



б) i) {2, 3};

ii) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12};

iii) {1, 4, 5, 6, 7, 11, 12}.

48. a) $\neg x$; б) $x \wedge y$; в) $x \vee y$; д) $\neg x \wedge \neg y$; е) $x \wedge \neg y$. 50. а) Сардор барвақт хест; б) Сардор дар хӯроки бегоҳӣ палав хӯрд; в) Сардор дар нонушта қаймоқ хӯрд ва бо варзиш машғул гардид ; д) Сардор дар хӯроки нисфирӯзӣ шӯрбо нӯшид; е) Сардор ё дар нисфирӯзӣ хӯроки шом хӯрд.

51. а)

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

в)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

д)

p	$p \vee q$
T	T
F	F

52. а) тавтология нест; б) тавтология; в) тавтология нест.

55.

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

57. д) офтоб дурахшад ман

оббозӣ меравам; е) адади x

ба 6 тақсим шавад, он ҷуфт

мешавад; в) дар яхдон тухм

бошад, Мадина торт мепазад.

59. а) $p \Rightarrow q$; б) $q \Rightarrow p$; в) $\neg q$; д) $\neg p$; е) $\neg p \Rightarrow \neg q$; в) $p \Rightarrow \neg q$; г) $\neg q \Rightarrow p$; ҳ) $p \Leftrightarrow q$;

63. а) Конверсия : Агар Диёра гарм шавад, \bar{y} ҷемпир мепӯшад; Инверсия: Агар

Диёра ҷемпир напӯшад, \bar{y} гарм шуда наметавонад; б) Конверсия: Агар ду кунчи

мувофиқи секунҷа баробар бошад, онҳо монанд мешаванд;

Инверсия : Агар ду секунҷа монанд бошад, кунҷҳои мувофиқи он баробар

намешавад; с) Агар $2x^2=12$ бошад, дар он ҳол $x = \pm\sqrt{6}$ мешавад; Конверсия: Агар $x = \pm\sqrt{6}$ бошад, дар он ҳол $2x^2=12$ мешавад; Инверсия: Агар $2x^2 \neq 12$ бошад, дар он ҳол $x \neq \pm\sqrt{6}$ мешавад; д) Конверсия: Агар Олим хурсанд бошад, \bar{y} бозӣ мекунад; Инверсия: Олим бозӣ накунад, \bar{y} хурсанд намешавад;

е) Агар секунҷа мунтазам бошад, дар он ҳол тарафҳои он баробар мешавад; Конверсия: Агар тарафҳои секунҷа баробар бошад, он мунтазам мешавад; Инверсия: Агар секунҷа мунтазам набошад, тарафҳои он баробар намешавад;

64. а) Агар гул хордор набошад, он садбарг намешавад; б) Инсони қарори дуруст бароварда натавонистаги судя намебошад;

с) Инсони тўбро ба нишони аниқ зада натавониста футболести хуб намешавад;

д) Агар модда дар зарфи гузошташуда шакли зарфро нагирад, моеъ намебошад;

е) Агар инсон муваффақиятнок набошад, \bar{y} ҳалол ва соҳиби илм намебошад;

65. а) инсони математикаро наомӯхта хонандаи синфи 10 намебошад.; б) Шавкат математикаро меомӯзад; Мирислом хонандаи синфи 10 намебошад. Хулосаи дақиқ бароварда наметавонем: **66.** а) адади x^2 ба 9 тақсим нашавад, адади x ба 3 тақсим намешавад; б) x –адади ҷуфт набошад, рақами охири он 2 нест; с) $AB \parallel CD$ ва $AD \parallel BC$ намебошад, $ABCD$ – росткунҷа намебошад; д) $\angle ACB \neq 60^\circ$ бошад, ACB –секунҷаи мунтазам намебошад. **67.** i) Агар хона трубаи дудбаро дошта бошад, ҳадди аксар се оинадор мешавад; ii) Агар аз 3 - то зиёд оина дошта бошад, он ба берун трубаи дудбаро надорад.; iii) Агар хона трубаи берун дудбаро надошта бошад, ҳадди аксар 3 оинадор намешавад.; **69.** а) $\exists x P(x)$; б) $\exists x P(x)$; с) $\forall x P(x)$; д) $\forall x P(x)$; е) $\forall x P(x)$; ф) $\forall x P(x)$; г) $\forall x P(x)$; ҳ) $\forall x P(x)$; и) $\exists x P(x)$; j) $\exists x P(x)$; к) $\forall x P(x)$; **70.** а) Сазан ширхӯра нест; б) Ҷамаи шохон камбудӣ доранд; ф) Тилло токро хуб мегузаронад; г) Баъзе стунмуҳрадорон лона мегузоранд; ҳ) Ин инсон дардманд аст. **71.** а) y *хнаберааш* ; б) Дар ҳар инсон фарзанд ҳаст; с) Ҷар кадом инсон фарзанди касе **72.** а) Барои тамоми инсонҳо, якеаш дигарашро дӯст ҳисобад, \bar{y} ҳам дӯст меҳисобад; в) Барои инсони дилхоҳ инсони дӯстдоштаи \bar{y} ҳаст; с) Ҷамин хел инсон мавҷуд аст, ки онро ҳама дӯст меҳисобанд; д) Барои ҳар гуна инсон касони \bar{y} ро дӯст мегуфтагӣ ҳаст; е) Ҷамин хел инсоне ҳаст, ки \bar{y} ҳамаро дӯст меҳисобад; ф) Ҷамин хел инсоне ҳаст, ки онро ҳама дӯст медорад. **73.** а) адади бутуни дилхоҳ, адади бутуни ба он тақсимшаванда мавҷуд аст; б) Ҷамин гуна адади бутуни дилхоҳ, мавҷуд аст, ки он ба ҳамаи ададҳои бутун тақсим мешавад; с) Ҷамин гуна адади бутун мавҷуд аст, ки ба ҳамаи ададҳои бутун тақсим мешавад; д) Чунин адади бутун мавҷуд аст, ки ба тамоми ададҳои бутун тақсим мешавад. е) Барои адади дилхоҳи бутун тақсимкунандаи он мавҷуд. ф) Чунин адади бутун мавҷуд аст, ки он ба тамоми ададҳои бутун тақсим мешавад.. **82.** а) 7; б) 14; с) 14; д) 7; е) 5; ф) 9. **83.** а) 5; б) 6; с) 17; д) 8; е) 3; ф) 2. **84.** а) $b+c$; б) $c+d$; с) b ; д) $a+b+c$; е) $a+c+d$; ф) d . **85.** а) 15; б) 4. **86.** а) 18; б) 6. **87.** а) 7; б) 23.

Боби II

1. a) £630; b) £630; c) ¥238333; d) €4402,46. 3. \$2600. 4. £14 400. 5. €20219,78.
 6. a) $6\frac{2}{3}\%$; b) 9,41%. 7. $11\frac{2}{3}\%$. 8. 15,4%. 9. a) 4; b) 7; 11. a) €5512,69;
 b) \$7293,04; c) £18938,83. 12. 787,50. 13. €1418,75. 14. £1660. 15. \$274,83.
 16. a) €111,39; b) £763,31; c) ¥77157. 17. \$9021,58. 18. €301,26. 19. a) \$7650;
 b) \$8151,65; c) \$8243,81.

20.

	Солҳо	Амортизатсия	Нархаш
	0		€2500
	1	15% €2500 = €375	€2125
	2	15% €2125 = €318,75	€1806,25
	3	15% €1806,25 = €270,94	€1535,31

Боби III.

1. a) 5; b) -2; 50; c) 1; -9; d) \emptyset ; e) -1; f) 1; -0,5; g) -1; -4,7; i) -4; 7;
 2. a) 7; b) -0,25; c) решаҳош нест; e) -1; 5; f) -1.
 3. a) ва b); a) ва d); a) ва f); b) ва d); b) ва f); d) ва f); c) ва e); g) ва h).
 4. a) $(81/11; -3/11)$; b) $(4; 4)$; c) $(9; 8)$. 6. b) $(1; 1)$. 7. a) $8; -33/4$.
 9. 48 нафар духтар ва 60 нафар наврас. 11. a) $19\frac{2}{3}$; b) \emptyset ; c) 32; d) \emptyset ; 13. a) \emptyset ; b) $-\frac{23}{16}$.
 15. a) $\frac{-9-\sqrt{105}}{2}$. 17. b) \emptyset ; 19. a) 5. 21. a) $(9; 4)$. 23. a) $(-5; 9)$. 25. $\frac{21}{22}$.
 26. a) -0,25; b) -4/9; c) -2,5. 28. c) \emptyset . d) $\{0; -3,5\}$. 29. c) 0; d) 1. 31. a) 0; b) 0.
 37. 3 yil. 39. 8 yil. 41. a) $(\frac{69}{62}; \frac{35}{62})$; b) $(\frac{18}{5}; -\frac{1}{5})$. 43. a) $(1; 1)$; b) $(4/3; 2/3)$;
 53. 1) $[-4; \frac{3}{7}] \cup [5; +\infty)$; 2) $(-\frac{11}{7}; -1) \cup (6; +\infty)$; 3) $(-\infty; \frac{3}{5})$;
 4) $(-\infty; -0,5) \cup [5; +\infty)$; 5) $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$; 6) $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2; +\infty)$ 7) $(0,25; 1)$;
 8) $(-\infty; \frac{3}{7}) \cup [\frac{16}{23}; +\infty)$; 9) $(-\sqrt{7}; \frac{15-\sqrt{21}}{2}) \cup (\sqrt{7}; \frac{15+\sqrt{21}}{2})$;
 10) $(0; 0,5) \cup (1; +\infty)$. 55. 1) $(\frac{1}{7}; +\infty)$; 2) \emptyset . 57. $(-\infty; -3]$; 59. 1) \emptyset . 2) \emptyset .
 61. 1) $[0; 1)$. 63. 1) $(-\infty; -2) \cup (0; 3)$. 65. 1) $[81; +\infty)$. 66. 2) $[0,25; +\infty)$.
 68. $y > 5x + 7$. 70. $y < (x - 2) / 9$. 72. $y > 15x - 3$.

МУНДАРИЧА

Боби 1. МАЧМУЪҶО. МАНТИҚ 3

Дарсҳои 1-4 . Мафҳуми маҷмӯъ, амалҳо болои маҷмӯъҳо. Маҷмӯи пуркунанда	3
Дарсҳои 5-7. Мулоҳизаҳо. Инкор, конъюнксия ва дизъюнксия	14
Дарсҳои 8-9 . Баробаркувваи мантиқӣ. Қонунҳои мантиқӣ.....	21
Дарсҳои 10-11. Импликатсия, конверсия, инверсия ва контропозитсия.....	23
Дарсҳои 12-13. Предикатҳо ва кванторҳо.....	29
Дарсҳои 14-15. Қонунҳои дуруст фикр рондан (аргументатсия) Софизмҳо ва парадоксҳо	33
Дарсҳои 16-18 . Ҳалли масъалаҳо	39

Боби 2. ЭЛЕМЕНТҶОИ МАТЕМАТИКАИ МОЛИЯВӢ.....48

Дарсҳои 19-21. Ҷоизҳои содда, ҷоизҳои мураккаб.....	48
Дарсҳои 22-24. Ҳалли масъалаҳо.....	53

Боби 3. ФУНКСИЯҶОИ ЭЛЕМЕНТАРӢ ВА МУОДИЛАҶО 58

Дарсҳои 25-28. Муодилаҳои ратсионалии содда ва системаи онҳо	58
Дарсҳои 29-32. Муодилаҳои ирратсионалии содда ва системаи онҳо	64
Дарсҳои 33-36. Муодилаҳои нишондиҳандагии содда ва системаи онҳо	70
Дарсҳои 37-38. Ҳалли тақрибии муодилаҳо.....	74
Дарсҳои 39-41. Нобаробариҳои ратсионалии содда ва системаи онҳо	77
Дарсҳои 42-43 . Нобаробариҳои ирратсионалии содда.....	80
Чавобҳо	86

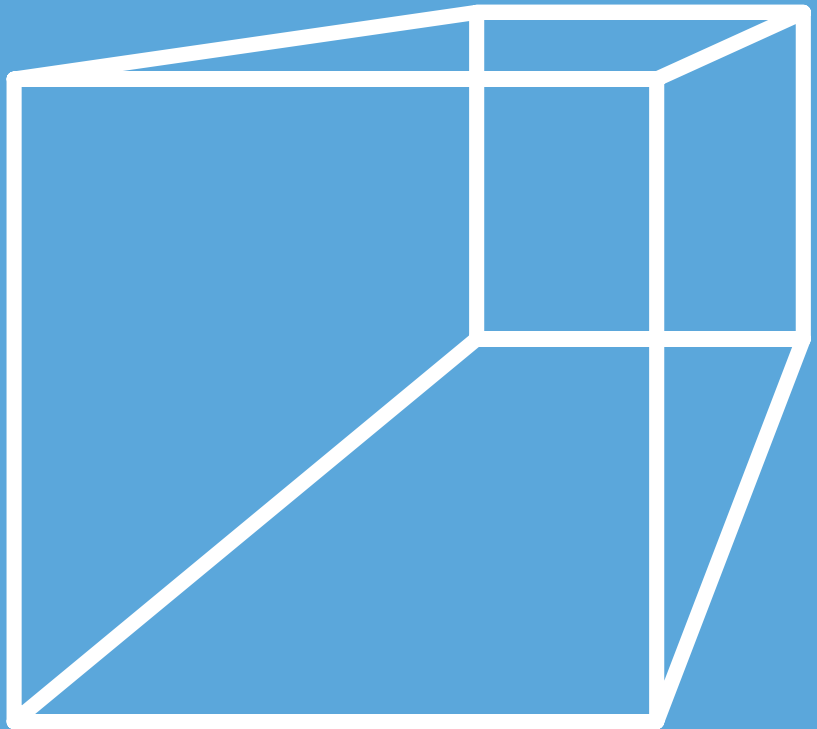
Адабиётҳои истифодабурда ва тавсияшаванда

1. Ш.А.Алимов, О.Р.Холмухамедов, М.А.Мизоаҳмедов Алгебра ва ибтидои анализ китоби дарси синфи 10 . Toshkent: "O'qituvchi", 2004.
2. Mal Coad and others. Mathematics for the international students. Mathematical Studies SL 2nd edition. Haese and Harris publications. 2010.
3. Э. Сайдаматов и др. Алгебра и основы математического анализа. часть 1, Ташкент: "O'qituvchi", 2016.
4. А.У. Abduhamidov va boshqalar. Algebra va matematik analiz asoslari, 1-qism, Toshkent: "O'qituvchi", 2012.
5. Н.П. Филичева Уравнения и системы уравнений: Учебно-методическое пособие. "Рязань". 2009.
6. М.И. Исроилов Ҳисоблаш методлари. Тошкент: "Ўқитувчи" 1988.
7. Г.К. Муравин Алгебра и начала анализа. Учебник для 10 класса. Москва, "Дрофа", 2006.
8. Алгебра. Учебное пособие для 9-10 классов. Под ред. Н.Я. Виленкина. Москва, "Просвещение", 2004.
9. <http://www.ams.org/mathweb/> – Internetda matematika (ingliz tilida).
10. "Математика в школе" jurnali.
11. Fizika, matematika va informatika. Ilmiy-uslubiy jurnal (2001 - yildan boshlab chiqa boshlagan).
12. М.А. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismailov Matematikadan qiziqarli va olimpiada masalalari. I qism, Toshkent, "Turon-Iqbol", 2016.
13. Matematikadan qo'llanma, I va II qismlar. O'qituvchilar uchun qo'llanma. Prof. T.A. Azlarov tahriri ostida. Toshkent, "O'qituvchi", 1979.
14. М.А. Mirzaahmedov, D.A. Sotiboldiyev O'quvchilarni matematik olimpiadalarga tayyorlash. Toshkent, "O'qituvchi", 1993.
15. <http://www.uzedu.uz> – Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portali.
16. <http://www.eduportal.uz> – Multimedia markazi axborot ta'lim portali.
17. <http://www.problems.ru> – Matematikadan masalalar izlash tizimi (rus tilida).
18. <http://matholymp.zn.uz> – O'zbekistonda va dunyoda matematik oimpiadalar.

МАТЕМАТИКА



ГЕОМЕТРИЯ



Синфи 10

Дар қисми стереометрияи геометрияи синфи 10 ба омӯзиши низоми хосиятҳои шаклҳои геометрияи фазогӣ дохил мешавем. Аз китоби дарсӣ шаклҳои фазогӣ, бисёррӯяҳо, ҷисмҳои ҷарҳзанӣ ва хосиятҳои асосии онҳо, хатҳои рости параллел ва перпендикуляр дар фазо, ҳамвориҳо ва доир ба хосиятҳои он масъалаҳо ҷой дорад.

Дар китоби дарсии “Геометрия-10” барои бо забони содда ва раван ифода кардани материалҳои назариявӣ ҳаракат карда шудааст. Тамоми мавзӯҳо ва мафҳумҳо бо мисолҳои гуногуни ҳаёти кушода дода шудааст. Баъди ҳар як мавзӯ саволҳои овардашуда, бисёр мисол ва масъалаҳои доир ба исботкунӣ, ҳисобкунӣ ва сохтан матраҳшуда донишомӯзро ба фикрронии эҷодӣ даъват мекунад, барои мустаҳкамкунӣ ва амиқсозии донишҳои омӯхта ёрӣ медиҳад.

Китоби дарсии “Геометрия -10” барои хонандагони синфи 10 мактабҳои таълими умумӣ пешбинӣ карда шудааст, аз он китобхонҳое, ки геометрияро мустақил омӯхтан ва такрор кардан мехоҳанд, низ истифода бурданашон мумкин.

МУНДАРИҶА

Боби 1. Такрори низомноки планиметрия

1. Сохти мантиқии планиметрия	97
2. Масъалаҳои геометрӣ ва методи ҳалли онҳо	102
3. Машқҳои амалӣ ва татбиқҳо	108

Боби 2. Муқаддимаи стереометрия

4. Шаклҳои геометрии фазогӣ .Бисёррӯяҳо	112
5. Ҷисмҳои ҷарҳзанӣ: цилиндр, конус ва кура	116
6. Машқҳои амалӣ ва татбиқҳо	119

Боби 3. Хатҳои рости ва ҳамвориҳо дар фазо

7. Хатҳои рости ва ҳамвориҳо дар фазо	126
8. Бисёррӯяҳо ва буриши содаи онҳо	131
9. Машқҳои амалӣ ва татбиқҳо	135

Дар қисми "Геометрия" - и китоби дарсӣ ишораҳои қорбурда ва талқини онҳо;



— тавсифи теорема



— охири исботи теорема



— тавсифи аксиома



— татбиқи амалӣ



— саволҳо доир ба мавзӯ



— лавҳаҳои таърихӣ



— машғулотӣ фаъолкунанда



— ҷайвордҳои геометрӣ

Боби 1



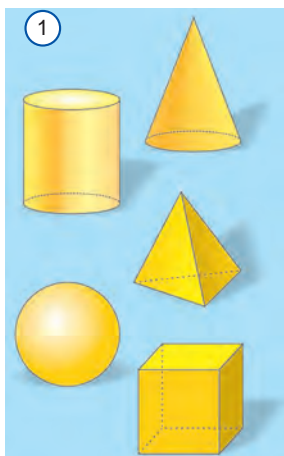
ТАКРОРИ НИЗОМНОКИ ПЛАНИМЕТРИЯ

1

СОХТИ МАНТИҚИИ ПЛАНИМЕТРИЯ

Фанни геометрия миқдори нишондиҳандаи предметҳои ҳаёти реалӣ ва шаклҳои фазогиро меомӯзад. Хосиятҳои чизҳоро дигар фанҳо меомӯзанд. Агар барои омӯзиши ягон чиз фақат шакли фазогӣ, ченакҳои он ба инобат гирифта шавад, дар он ҳолат ба объекти абстракту шакли геометрӣ соҳиб мешавем.

Геометрия калимаи юнонӣ буда, маънояш заминченкунӣ мебошад. Геометрияи дар мактаб омӯхташавандаро бо номи олими Юнони қадим Евклид "геометрияи Евклидӣ" меноманд. Геометрия аз ду қисм иборат аст: планиметрия ва стереометрия. Планиметрия дар ҳамворӣ, стереометрия бошад, дар фазо хосиятҳои шаклҳои геометрӣро меомӯзанд (расми 1). Барои аз якдигар фарқ кардани шаклҳои геометрӣ хусусиятҳои онҳо тавсиф карда мешавад, яъне ба онҳо таъриф дода мешавад. Даставвал барои як чанд-



тои онҳоро бе таъриф қабул кардан маҷбурем. Онҳоро шаклҳои геометрии ибтидоӣ (асосӣ) гуфта мегирем. Сохти мантиқии геометрӣ бо тартиби зерин амалӣ мешавад:

1. Аввал шаклҳои геометрии ибтидоӣ (асосӣ) бе таъриф қабул карда мешавад.
2. Хосиятҳои асосии шаклҳои геометрӣ бе исбот қабул карда мешавад.
3. Дигар шаклҳои геометрӣ ба шаклҳои асосӣ ва хосиятҳои онҳо таъриф дода мешавад, хосиятҳои онҳо ба хосиятҳои тӯо он маълум таъриф кар-

да исбот карда мешавад.

Ин намуди сохтори фанро *сохтори аксиоматикӣ* гуфта мешавад: аксиома гуфта хосияте дар назар аст, ки дурустияш бе исбот қабул карда мешавад. То ҳамин вақт шаклҳои планиметрияи мо омӯхта, ин нукта ва хати рост буд. Онҳоро бе таъриф қабул кардем. Ба дигар шаклҳои геометрии порча, нур, секунча ва ғайраҳо таъриф додем. Ҳамчунин хосиятҳои зеринро (тасдиқхоро) ба сифати аксиома бе исбот қабул кардем.

I. Гурӯҳи аксиомаҳои дахлдор

1.1. Дар ҳамворӣ ҳар гуна хати росте нагирад, дар он ҳолат нуқтаҳои ба ин хати рост дахлдор ҳам, дахл надошта ҳам мавҷуданд, ки ба ин хати рост тааллуқ надоранд.

1.2. Аз ду нуқтаи дилхоҳ хати рост гузарондан мумкин ва фақат якто.

II. Гурӯҳи аксиомаҳои тартибӣ.

2.1. Аз се нуқтаи як хати рост фақат яктоиш дар байни дутои дигариаш меҳобад.

2.2. Ҳар як хати рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ тақсим мекунад.

III. Гурӯҳи аксиомаҳои ченкунӣ.

3.1. Ҳар гуна порча бо фарқ аз сифр (нол) дарозии муайян дошта, он бо адади мусбат ифода карда мешавад. Дарозии порча ба ҳосили ҷамъи дарозии қисмҳои, ки нуқтаи ихтиёрии он ҷудо кардааст, баробар мебошад.

3.2. Ҳар гуна кунҷ андозаи градуси таъин дошта, қимати он бо адади мусбат ифода карда мешавад. Андозаи градуси кунҷи сатҳӣ ба 180° баробар аст. Андозаи градуси кунҷ ба ҳосили ҷамъи (суммаи) андозаи градуси кунҷҳои ихтиёрии нур ҷудокунанда, ки аз байни тарафҳои кунҷ мегузаранд, баробар аст.

IV. Гурӯҳи аксиомаҳои шаклҳои баробарро гузаштан

4.1. Дар нури дилхоҳ аз нӯги он сар карда порчаи дарозииаш маълум кашидан мумкин аст ва фақат якто.

4.2. Аз нури дилхоҳ ба нимҳамвори додашудаи муайян, ба кунҷи кушод баробар набуда, кунҷи ягона гузоштан мумкин.

4.3. Барои ҳар гуна секунча секунҷаи ба он баробар мавҷуд аст ва онро аз нур ба нимҳамвории муайян бо тарзи ягона гузоштан мумкин.

V. Аксиомаҳои параллелӣ.

5.1. Аз нуқтае, ки дар хати рости додашуда воқеъ нест, дар ҳамворӣ ба ин хати рост фақат як хати рост параллел гузарондан мумкин.

Дурустии ягон тасдиқотро бо ёрии мулоҳизаҳои мантиқӣ баровардан исбот гуфта мешавад. Тасдиқоти дурустияш бо роҳи исботкунӣ асоснок-

шаванда **теорема** номида мешавад. Теорема ода-тан, аз қисмҳои шарт ва хулоса иборат мешавад. Қисми якум - шarti теорема чиҳо дода шуданашро баён мекунад. Дар қисми дуюми хулоса бошад, чиро исбот кардан лозим буданашро ифода мекунад.

Исбот кардани теорема аз шартҳои он истифода бурда, ба хосиятҳои то ин исботкарда ва қабулкарда така карда, мулоҳиза ронда, дар қисми хулоса дурустии ҷумлаи ифодашударо пайдо кардан мебошад. Қисмҳои шарт ва хулосаи теоремаро муайян карда гирифтани теоремаро равшан месозад, чараёни фаҳмидан ва исботкунии онро осон мегардонад.

Олими Юнон Платон дар геометрия як қонунияти аҷоибро дарк кардааст: Аз хосиятҳои аввал омӯхташуда, дурустияш исботшуда тавассути фикрронии мантиқӣ, мулоҳизаронӣ хулосаҳои нав баровардан мешавад. Аз чунин имконияти аҷоиб истифода бурда, хосиятҳои боқимонда дар намуди теорема ифода мешавад ва ба аксиомаҳо ҳамчунин хосиятҳои дурустияшон то ин вақт исботшуда асос карда, тавассути мулоҳизаҳои мантиқӣ рондан исбот карда мешавад.

Дар чараёни мулоҳиза рондан аз хосиятҳои исботнашуда (гарчи дурустии онҳо кушоду равшан намоён шуда бошад ҳам) истифода бурдан манъ карда мешавад. Ҳамин ҳел геометрияро як бино гуфта муносибат кунем, фаҳмишҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо пойдевори онро ташкил мекунад. Дар болои ин пойдевор ғиштҳои чидашуда аз хосиятҳои дар намуди мафҳумҳо ва теоремаҳои нав таърифшуда иборат мешавад. Олимони Юнони қадим дар асосгузориҳои геометрия ба сифати фанни мустақил ҳиссаи калон гузоштаанд. Масалан, Гиппократ Хиосский дар бораи асосҳои геометрия тасаввурҳои даставвалро баён кардааст. Дар бораи ин соҳа корҳои асосиро олими бузурги Юнон Евклид (то эраи мо солҳои 356-300) ба амал баровардааст. Асари асосии ӯ "Ибтидо" планиметрия, стереометрия ва баъзе масъалаҳои назарияи ададҳо, ҳамчунин алгебра, назарияи умумии нисбатҳо, усули ҳисобкуни масоҳат ва ҳаҷмҳо ва элементҳои назарияи лимитҳоро дар бар мегирад. Дар "Ибтидо" Евклид тамоми муваффақиятҳои математикони Юнони қадимро ҷамъ намуда ва барои ривоҷи он асос гузошт. "Ибтидо" аз 13 китоб иборат буда, пеш аз эраи мо асрҳои V-IV аз



*Евклид
(солҳои 356-300 пеш
аз эраи мо)*



Умари Хайём
(1048-1131)

такрорӣ коркарди асарҳои математикони Юнон иборат аст. Дар асар 23 таъриф, 5 -то постулат ва 9-то аксиома дода шудааст. Дар асар ба чоркунҷаи росткунҷа, квадрат, давра таърифи дуруст дода шудааст. Ба нуқта ва хати рост чунин таъриф дода шудааст: "нуқта гуфта ҳамин хел чизро меноманд, ки ба қисмҳо соҳиб нест", "Хати рост гуфта дарозии бар нодоштаро меноманд. Дар "Ибтидо" 9-то аксиома -мулоҳизаҳои беисбот қабулкарда баён шудааст. Аз мулоҳизаҳои математикӣ (постулат)-и баёнгари имкон доштани амалисозии офаринишҳои геометрии панҷтои зерин баён карда шу-

дааст:

- I. Аз ҳар гуна ду нуқта фақат як хати рост гузарондан мумкин.
- II. Буриши хатҳои ростро беохир давом додан мумкин.
- III. Аз ҳар хел марказ дар масофаи ихтиёрӣ давра сохтан мумкин.
- IV. Ҳамаи кунҷҳои рост байни худ баробаранд.

V. Агар ду хати рости дар ҳамворӣ ҳобидаро хати рости сеюм бурида, кунҷи даруни яктарафа ҳосил кунад ва ҳосили ҷамъи кунҷҳо аз ду кунҷи рост хурд бошад, ҳангоми давом додани хатҳои рости мазкур ҳосили ҷамъи онҳо аз ду кунҷи рост дар тарафи кунҷҳои хурд бурида мешавад.

Асари мазкур ба шӯҳрати баланд соҳиб шуд, хусусан постулати V ба мулоҳизаҳои илмии калон сабаб шуд. Агар кунҷҳои ивазшавандаи дохилии постулати V-ро α ва β гӯем (расми 1), хатҳои рост a ва b бошад, дар он ҳолат аз рӯи мазмуни постулат $\alpha + \beta < 180^\circ$ бошад, хатҳои рости a ва b мебуранд.

Дар роҳи исботи постулат як қатор мулоҳизаҳои баробарқувва пайдо шуд. Масалан, аксиомаи параллелии математики англис Ян Плейфер (1748-1819) аз ҷумлаи онҳост: аз нуқтаи беруни хати рости додашуда ба хати рости додашуда параллел гузарондан мумкин ва фақат якто. Математик, шоир, астроном ва файласуф Умар Ғиёсиддин Абулфатҳ ибни Иброҳим Хайём ҳам ба ин масъала машғул шудааст. Хайём дар "Шарҳи мушқилоти қисми муқаддимаи китоби Евклид, ном асараш дар бораи постулати V истода гузаштааст. Ӯ барои исбот кардани теорема будани постулати Евклид росткунҷаи дар асоси поёни ду кунҷаш ростро назар карда (расми 2) ва агар ду кунҷи поёни он рост бошад, ба хулосаи зарурати рост будани ду кунҷи боло меояд. Умари Хайём "Ба як хати рост перпендикуляр будани ду хати рост ҳарду тарафи хати ростро бурида наметавонад" мегӯяд. Аз

ин корҳои Умар Хайём беҳабар математики италиёвӣ Ч.Саккери (1667-1733) ҳам бо постулати V машғул шуда, ба чоркунҷаи росткунҷа муроҷиат кардааст. Дар асосҳои геометрия ин чоркунҷаи росткунҷа бо номи "чоркунҷаи Хайём-Саккери" дохил шудааст.



*Н.И.Лобачевский
(1792-1856)*

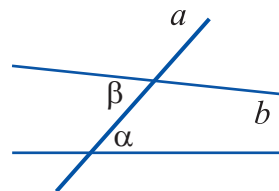
Ин муамморо математики рус Николай Иванович Лобачевский (1792-1856) ҳал кард ва геометрияи неевклидиро офарид. Бори якум Лобачевский постулати панҷум ба дигар аксиомаҳои геометрияи вобаста набуданашро исбот кард. Ин геометрия аз геометрияи Евклидӣ тамоман фарқ мекард.

Лекин ӯ ба муқобилиятҳои (зиддиятҳо) мантиқӣ дучор шуданаш лозим буд, чунки ду геометрия дар як вақт мавҷуд буданаш мумкин набуд. Ба ин нигоҳ накарда, натиҷаҳои навро оварда дод, онҳо ба муқобилиятҳои мантиқӣ вонахӯрд. Дар геометрияи нав ва геометрияи Евклид чор аксиомаи гурӯҳи аввала мувофиқ меояд. Гурӯҳи ин аксиомаҳо ва натиҷаи онҳо геометрияи абсолютӣ гуфта сар шуд. Лекин геометрияи неевклидӣ (Лобачевский) аз геометрияи Евклидӣ ҷиддӣ фарқ мекунад. Масалан, дар геометрияи Лобачевский секунҷа дар суммаи кунҷҳои дохили аз π хурд, секунҷаҳои ба он монанд ва нобаробар мавҷуд нест. Маҷмӯи нуқтаҳои аз хати ростии додашуда дар масофаи яхела дуршуда хати рост намебошад, балки хати қавқ ҳисобида мешавад. ва ғайра.

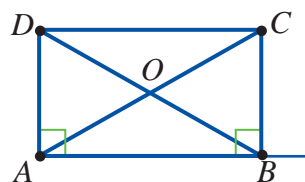
Барои ба вучуд овардани геометрияи неевклидӣ математики венгерӣ Янош Боляй (1802-1860) ва математики немис Карл Фридрих Гаусс (1777-1885) ҳиссаи калон гузоштаанд. Бо ҳамин аз рӯи тавсифи геометрияи нав математики итолёвӣ Еученио Белтрами (1835-1900) ва математики немис Бернхард Риман (1826-1866) корҳои калон кардаанд.

Дар маънои маълум аксиоматикаи саркардаи Евклидро математики немис Давид Гилберт (1862-1943) ва математики рус Вениамин Фёдорович Каган (1859-1953) дар қорхояшон ба охир расонидаанд.

①



②



? Саволҳо доир ба мавзӯ.

1. Дар бораи Евклид, ки системаи аксиомаҳо баён кардааст, чиҳо медонед?
2. Дар бораи асари "Ибтидо"-и Евклид нақл кунед.

3. Таъриф чист? Дар ҳамворӣ кадом шаклҳо ба сифати шаклҳои асосӣ (ибтидоӣ) бе таъриф қабул шудаанд?
4. Теорема ва аксиома аз якдигар бо чӣ фарқ мекунанд?
5. Аксиомаҳои планиметрияро шумored ва шарҳ диҳед.
6. Фанни геометрия чӣ гуна таҳия шудааст?
7. Постулати панҷуми Евклид дар бораи чист ва чаро ба исботи он кӯшидаанд?
8. Оиди олимони ба исботкунӣ ин постулат кӯшида ва корҳои онҳо нақл кунед.
9. Лобачевский барои ба вучуд овардани геометрияи нав чӣ хел ҳисса гузоштааст?
10. Оиди олимони геометрияи неевклидро офарида ва корҳои онҳо нақл кунед.



МАСЪАЛАҲОИ ГЕОМЕТРӢ ВА МЕТОДҲОИ ҲАЛЛИ ОНҲО

Чи хеле, ки дар боло таъкид кардем, хусусиятҳои аҷоибии геометрия ин аз хосиятҳои аввал омӯхта ва дурустияш исботшуда ба воситаи фикркунӣ мантиқӣ, мушоҳида ба вучуд овардани хосиятҳои нав аст. Аз чунин имкониятҳои аҷоиб истифода намуда, ба хосиятҳои дигари дар намуди теорема ё масъалаҳо ифодашуда ва аксиома, ҳамчунин, хосиятҳои дурустияш то ин вақт исботшуда асос намуда, ба воситаи мулоҳизаронии мантиқӣ исбот шудааст. Бо ҳамин зайл масъалаҳои математикӣ ва геометрӣ ба вучуд омадааст.

Дар масъалаҳои математикӣ як чизҳо (шартҳо) дода мешавад. Аз онҳо истифода бурда чизеро ёфтани (ҳисоб кардан) ё исбот намудан, ё сохтан талаб карда мешавад. Иҷрои талаби гузошташуда ҳалли масъаларо мефаҳмонад.

Аз рӯи талаби гузошташуда масъалаҳои геометрӣ ба масъалаҳои ҳисобкунӣ, исботкунӣ, татбиқкунӣ ва сохтан чудо мешавад.

Барои ҳалли масъалаҳои математикӣ донишмандони назарияи ҳоли кифоя нест. Ба малака ва таҷрибаи масъалаҳалкунӣ соҳиб будан ҳам талаб карда мешавад. Бо ин гуна малака дар навбати худ аз масъалаҳои содда сар карда, ба воситаи масъалаи торафт мураккабтарро ҳал кардан мерасанд. Ҳамчунин, усулҳои намуди гуногуни ҳалли масъалаҳо мавҷуд буда, онҳоро фақат тавассути ҳал кардани масъалаҳои зиёд омӯختан мумкин. Ҳар як усул барои ҳал кардани масъалаҳои ба гурӯҳи муайян дахлдор истифода мегардад. Ҳар қадар зиёд усулҳо аз худ карда шавад, малакаи масъалаҳалкунӣ шакл меёбад.

Ба болои баъзе усулҳои муҳими ҳалли масъалаҳои геометрӣ истода мегузарем.

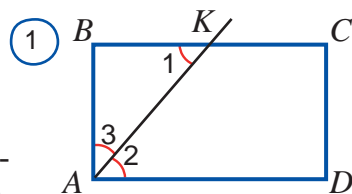
Усулҳои ҳалли масъала аз рӯи сохт ба намудҳои синтетикӣ, аналитикӣ, аз баръаксаш фарз кардан ва ҳоказо чудо мешавад. Аз рӯи истифодаи аппаратҳои математикӣ бошад, ба намудҳои алгебравӣ, векторӣ, координатӣ, усули масоҳат, усули монандӣ, ивазшавиҳои геометрӣ барин тақсим мешавад.

Усули синтетикӣ моҳиятан аз шартҳои масъалаи додашуда истифода

намуда, тавассути мулоҳизаронӣ занҷири фикрҳои мантиқӣ ҳосил карда мешавад. Қисмати охири занҷири мулоҳизаҳо то бо талаби масъала болои ҳам афтодан давом дода мешавад.

Мисоли 1. Биссектрисаи кунҷи росткунҷа тарафи онро ба дарозии порчаҳои 7 ва 9 чудо мекунад (расми 1). Периметри росткунҷаро ёбед.

Ҳалл. Фарз кардем, $ABCD$ -росткунҷа, AK -биссектриса, $K \in BC$, $BK = 7$ см, $KC = 9$ см бошад.



1. Барои он ки $BC \parallel AD$ AK бурранда мебошад. $\angle 1 = \angle 2$. (1)

мешавад, чунки ин кунҷҳо кунҷҳои ивазшавандаи дохилианд. $\angle 2 = \angle 3$. (2)

2. AK – Биссектриса: $\angle 2 = \angle 3$. (2)

3. Дар он аз рӯи (1) ва (2) $\angle 1 = \angle 3$.

4. Дар он ҳол ABK секунҷаи баробарпаҳлӯ ва $AB = BK$. (3)

5. Аз ин натиҷа истифода намуда, ҳисобкуниҳоро ба амал меоварем: $AB = BK = 7$ см.

$$P = 2(AB + BC) = 2(7 + 16) = 46 \text{ (см)}. \quad \square$$

Ин масъала ба қатори масъалаҳои тақиягоҳӣ мебарояд, чунки бисёр масъалаҳо дар атрофи ҳамин ғоя сохта мешаванд. Биссектрисаи параллелограмм ва кунҷи трапетсия аз ҳамвории ин шаклҳо секунҷаи баробарпаҳлӯ бурида мегирад. Ин факҳои тақиягоҳро доим дар ёд нигоҳ доштан даркор. Онҳо дар вақти ҳал кардани дигар масъалаҳо хеле кӯмак мерасонанд.

Усули аналитикӣ моҳиятан қисми хулосаи теорема (масъала) пеш аз тасдиқотҳои маълум истифода бурда, тавассути мулоҳизаронӣ занҷири фикрҳои матиқиро ҳосил мекунад. Ин қисми охири занҷири мулоҳизаҳо то муайян кардани натиҷаи шартӣ масъала давом дода мешавад.

Мисоли 2. Миёнаҳои тарафҳои чоркунҷаи дилҳох қул्लाҳои параллелограмм буданашро исбот кунед.

Исбот. Фраз кунем $ABCD$ – росткунҷа (расми 2), $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ бошад.

Диагоналҳои AC ва BD -и чоркунҷаро мегузаронем

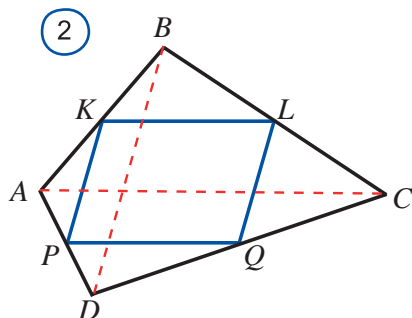
1. Дар $\triangle ABC$ KL хати миёна: $KL \parallel AC$ (1);

2. Дар $\triangle ADC$ PQ хати миёна: $AC \parallel PQ$ (2);

3. аз (1) ва (2) $KL \parallel PQ$ (3);

4. Монанди болоӣ: $KP \parallel LQ$ (4);

5. аз (3) ва (4) : $KLQP$ – параллелограмм. \square



Усулҳои синтетикӣ ва аналитикии дар боло нишондодшуда усулҳои дуруст ҳам номида мешавад. Дар вақти ҳал кардани масъалаҳо бо усули дуруст аввал мазмуни масъала таҳлил карда мешавад. Аз рӯи натиҷаи таҳлил усул интихоб мешавад. Баъди ҳамин ба намуди расм модел (нақша)-и ҳалли масъала тартиб дода ва дар бораи нақша мушоҳида ронда мешавад. Ҳамин тавр, мулоҳизаҳо ронда, аз шарти масъала ба қисми хулосаи он роҳ гирифта мешавад.

Усулҳои баръакси ҳалли масъалаҳо низ мавҷуд аст. Бо он бисёр маротиба дучор мешавем. Онро "**усули фарз карда исбот намудани баръакс**" меноманд. Алгоритми истифодаи ин усулро меоварем.

Алгоритми истифодаи усули фарз карда исбот намудани баръакс

Теорема (тасдиқи дуруст)	<i>Агар A ҷой дошта бошад, B ҷой дорад.</i> (A ва B – ягон намуди фикрҳо)
Исбот:	
Баръаксашро фарз мекунем	Баръакси тасдиқоти дар теорема овардари фарз мекунем, яъне шарти теорема иҷро шаваду хулосааш ҷой надошта бошад: <i>Агар A ҷой дошта бошад, B ҷой надорад.</i>
Мулоҳиза меронем:	Бо тақя ба теоремаи дурустияш пеш аз исботшуда ё аксиомаҳои қабулшуда мулоҳизаҳои мантиқӣ меронем.
Ба зиддият дучор мешавем:	Ба тасдиқи ба яке теорема дурустияш пеш исботшуда ё аксиомаҳои қабулшуда муқобил дучор маоем.
Хулоса мебарорем:	Пас, фарзи мо нодуруст, яъне теоремаи додашуда дуруст аст.
Теорема исбот шуд.	

Мисоли 3. Агар ҳар яки ду хати рост ба хати рости сеюм параллел бошад, онҳо байни худ параллел мешаванд.

Фарз кардем, хатҳои рости a ва b дода шуда, ҳар яки онҳо ба хати рости сеюми c параллел бошад. Бо усули фарз кардани баръакс исбот мекунем.

Исбот. Баръаксашро фарз мекунем: ҳар яки хатҳои рости a ва b он ба хати рости сеюми c параллел бошаду онҳо байни худ параллел набошанд, яъне дар ягон нуқтаи A бурида шаванд (ба расми 3 нигаред). Дар он аз нуқтаи A ба хати рости c ду хати рости a ва b параллел мегузаранд. Ин ба аксиомаи параллел зид аст, зиддият нодуруст будани фарзро нишон медиҳад. Яъне ҳар як хати рости a ва b ба хати рости сеюм c параллел бошад, онҳо байни худ параллел мешаванд. \square



Усули мазкур ба қонуни мантиқии зерин асоснок карда шудааст: аз ду

тасдики ба ҳам зид фақат яктояш рост, дуоумаш бошад, дурӯғ мешавад ҳолати сеюм шуданаш мумкин нест.

Акнун ба дигар усулҳои ҳалли масъалаҳои геометрӣ истода мегузарем.

Усули алгебравӣ

Дар вақти ҳал кардани масъалаҳои геометрӣ бо усули алгебравӣ дар асоси алгоритми зерин кор кардан мувофиқи мақсад мешавад:

- 1) мазмуни масъаларо таҳлил намудан ва модели нақшаи онро сохтан;
- 2) номаълумҳоро бо ҳарфҳо ишора кардан;
- 3) муодила ё системаи муодилаи ифодакунандаи шартҳои масъаларо тартиб додан;
- 4) муодила ва системаи муодилаи тартибодаро ҳал кардан;
- 5) ҳалли ҷавобро таҳлил кардан;
- 6) ҷавобро навиштан.

Мисоли 4. Периметри секунҷаи росткунҷа ба 36 см баробар. Нисбати гипотенуза ба катет 5:3. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

Фарз кардем, $\triangle ABC$ дода шуда, дар он $\angle C = 90^\circ$, $P = 36$, $AB:AC = 5:3$ бошад.

Ҳал. Коэффициенти пропорционалиро бо k ишора мекунем.

Дар он $AB = 5k$, $AC = 3k$.

Аз рӯи теоремаи Пифагор $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ё ки $25k^2 = 9k^2 + BC^2$.

аз ин, $BC = \sqrt{25k^2 - 9k^2} = 4k$;

$P = AB + AC + BC$.

аз рӯи шарт $P = 36$, $5k + 3k + 4k = 36$, $k = 3$;

$AB = 5k = 15$ см, $AC = 3k = 9$ см, $BC = 4k = 12$ см.

Ҷавоб: 15 см, 9 см, 12 см. \square

Усули масоҳатҳо

Дар баъзе ҳалли масъалаҳои геометрӣ аз формулаҳои ҳисобкунии масоҳатҳо истифода бурдан натиҷаи интизор бударо зуд медиҳад. Дар ин ҳолат талаб карда ёфтани масоҳати шаклҳои дар масъалаи номаълум ёридиҳанда аз муодилаи дар натиҷаи баробаркунӣ ҳосил шударо ёфта мешавад. Инро дар мисоли зерин намоиш медиҳем.

Мисоли 5. Тарафҳои секунҷа 13 см, 14 см ва 15 см. Баландии дарозташ ба 14 тарафи баробар фурувардаро ёбед.

Фарз кардем, $\triangle ABC$ дода шуда, дар он $a = 13$ см, $b = 14$ см, $c = 15$ см бошад.

Ҳал. $a < b$ ва $b < c$, h_c – баландӣ шавад.

Аз рӯи формулаи Герон $S_{\triangle} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 3 \cdot 7 \cdot 4 = 84$ (см²).

Аз рӯи формулаи дигар: $S_{\Delta} = \frac{1}{2} b \cdot h_b$; $\frac{1}{2} b \cdot h_b = 84$, $h_b = 12$ (см).

Ҷавоб: 12 см. \square

Усули векторҳо

Барои ҳал кардани масъалаҳои геометрӣ бо усули векторҳо дар асоси алгоритми зерин кор кардан мувофиқи мақсад аст:

1) масъаларо бо забони вектор гардондан, яъне ба баъзе бузургҳои масъала ба сифати вектор нигоҳ карда, доир ба онҳо муодилаи векторӣ сохтан;

2) аз хосиятҳои маълуми векторҳо истифода бурда, шакли ивазкунии муодилаҳои векторӣ ва номаълумро ёфтан;

3) аз забони векторҳо ба забони геометрия баргаштан;

4) ҷавобашро навиштан.

Бо усули вектор ҳал кардани масъалаҳои геометрӣ мувофиқи мақсад мешавад:

a) муайян кардани параллели хатҳои рост (порчаҳо);

b) порчаҳоро ба нисбати додашуда тақсим кардан;

c) се нуқтаи дар як хати рост хобидаро нишон додан;

d) чоркунҷа будани параллелограмм (ромб, трапетсия, квадрат, росткунҷа) буданашро нишон додан.

Мисоли 6. Миёнаҳои тарафҳои чоркунҷаи барҷаста нӯгҳои параллелограмм буданашро исбот кунед.

Фарз кардем, чоркунҷаи $ABCD$ дода шуда, дар он $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ бошад. (расми 4).

Исбот 1. Порчаҳои додашударо мувофиқ бо векторҳои \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} , \overline{DC} , \overline{AD} , \overline{KL} , \overline{PQ} , \overline{BL} , \overline{KB} иваз карда, масъаларо ба забони вектор мегузаронем;

2. Аз қоидаи секунҷаи ҷамъи векторҳо истифода мебарем:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}, \quad \overline{KB} + \overline{BL} = \overline{KL};$$

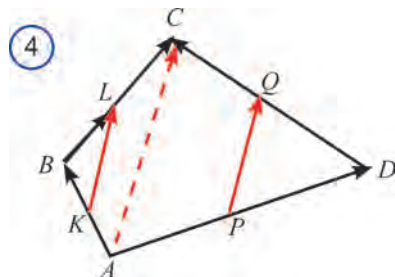
$$KB = \frac{1}{2} \overline{AB} \text{ ва } \overline{BL} = \frac{1}{2} \overline{BC} \text{ буданаш}$$

$$\text{истифода намуда, } \overline{KL} = \overline{KB} + \overline{BL} = \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \overline{AC} \text{ буданашро}$$

меёбем.

$$\text{Ба ҳамин монанд } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{AC} \text{ мешавад}$$

3. $KL=PQ$, яъне ин векторҳо самти якхела доранд ва дарозиашон баробар аст. Ин чоркунҷаи $KLQP$ параллелограмм буданашро мефаҳмонад. \square



Усули координатаҳо

Дар вақти ҳал кардани масъалаҳои геометрӣ бо усули координатаҳо дар асоси алгоритмҳои зерин кор кардан мувофиқи мақсад мешавад:

1) мазмуни масъаларо таҳлил кардан ва онро ба забони координатаҳо гардондан;

2) шакли ифодаҳо иваз ва қиматашро ҳисоб намудан;

3) натиҷаро ба забони геометрӣ гардондан;

4) ҷавобашро навиштан.

Бо усули координатаҳо ҳал кардани масъалаҳои геометрии зерин мувофиқи мақсад аст: а) ҷои геометрии нуқтаҳо ёфтани; б) вобастагии байни элементҳои хатноки шаклҳои геометрии исбот намудан.

Дар вақти ҳал кардани масъалаҳо бо усули координатаҳо ибтидои координатаҳо дуруст интихоб намудан муҳим аст. Шакли додашударо дар ҳамвории координатаҳо чунон ҷойгир кардан лозим аст, ки то будани имконият координатаи нуқтаҳо ба сифр баробар шавад.

Мисоли 7. Росткунҷа шудани параллелограмми диагональҳои баробарро исбот кунед.

Исбот. Системаи координатаҳо чунон интихоб менамоем, ки нуқтаҳои параллелограмм ба координатаҳои зерин соҳиб шавад (ба расми 5 нигаред):

$$A(0; 0), B(b; c), C(a+b; c), D(a; 0),$$

дар ин ҷо $a > 0$, $b \geq 0$, $c > 0$.

масофаи байни нуқтаҳои A, B, C, D -ро тавассути координатаҳои онҳо ифода мекунем:

$$AC = \sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2}, \quad BD = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}.$$

$$\text{Дар он } \sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

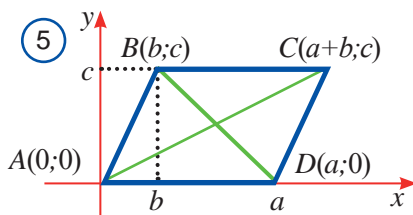
$$\text{ёки } (a+b-0)^2 + (c-0)^2 = (a-b)^2 + (0-c)^2. \text{ Аз ин, } 4ab = 0.$$

Лекин $a > 0$, дар он $b = 0$. Ин бошад, дар навбати худ, нуқтаи $B(b; c)$ дар тире Oy хобиданаширо мефаҳмонад. Барои ҳамин BAD кунҷи рост мешавад.

Аз ин параллелограмми $ABCD$ росткунҷа буданаш бармеояд. \square

Усули ивазкуниҳои геометрӣ

Ба усули ивазкуниҳои геометрӣ тобдихӣ, инъикоскуниҳои симетрӣ, рӯбардорӣ параллел ва гомотетия барин усулҳои ба ивазкуниҳои асоси дохил мешавад. Дар ҷараёни ҳалли масъалаҳо бо ёрии ивазкуниҳои геометрӣ дар қатори шаклҳои геометрии додашуда шаклҳои бо ёрии ивазкуниҳои геометрии нав, истифодашуда ҳам нигаронда мешаванд. Хосиятҳои нави



шаклҳо муайян карда ба шакли додашуда гузаронда мешавад, баъди ҳамин роҳи ҳалли масъала ёфта мешавад. Ҳамаи усулҳои дар боло овардашуда бо як номи умумӣ усулҳои геометрӣ номида мешавад.

Хотиррасони муҳим!

Материалҳои дар ин қисм ҷой гирифта барои такрори планиметрия оварда шудааст. Барои такрори кардани масъалаҳо аз зурурат зиёд оварда шудааст. Имконияти тамоми онҳоро дар синф дидан набудани мумкин. Қатъи назар аз ин мустақил ҳал карда баромадани онҳоро маслиҳат медиҳем. Ин ба шумо барои омӯхтани геометрия синфи 10 -ро бо муваффақият давом додан замина фароҳам месозад.



Саволҳо доир ба мавзӯ.

1. Масъалаи математикӣ гуфта чиро мефаҳмед?
2. Кадом намудҳои масъалаҳои геометрияро медонед?
3. Кадом усулҳои ҳал кардани масъалаҳоро медонед?
4. Дар бораи усулҳои синтетикӣ, аналитикии ҳал кардани масъалаҳои геометрия сухан кунед.
5. Дар бораи усулҳои дуруст ва баръакси ҳалли масъалаҳо чиро медонед?
6. Моҳияти усули аз баръакс фараз карда исбот намудан дар чист?
7. Алгоритми ҳалли масъалаҳои геометрияро бо усули алгебравӣ фаҳмонед.
8. Алгоритми ҳалли масъалаи геометрияро бо усули векторӣ фаҳмонед.
9. Одатан чӣ гуна масъалаҳо бо усули вектор ҳал карда мешаванд?
10. Алгоритми ҳалли масъалаи геометрияро бо усули координатаҳо фаҳмонда диҳед.
11. Одатан чӣ гуна масъалаҳо бо усули координатаҳо ҳал карда мешаванд?
12. Усули ивазкунии геометрияро фаҳмонда диҳед.



МАШҚИ АМАЛӢ ВА ТАТБИҚӢ

1.1. Дар чадвали зерин ба ҳар як шарт ($A - E$) ҳулосаи аз он ба вучуд оянда (1 – 5) -ро мувофиқ гузоред:

- | | |
|--|--|
| A) $\angle 1 = \angle 3$; | 1) $\angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$; |
| B) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$; | 2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = 90^\circ$; |
| C) $\angle 1 = \angle 2 + 90^\circ$; | 3) $\angle 1$ ва $\angle 4$ – ҳамсоя; |
| D) $\angle 2 + \angle 4 = 260^\circ$; | 4) $\angle 1$ ва $\angle 3$ – кунҷи тез; |
| E) $\angle 3 = 90^\circ$. | 5) $\angle 2$ ва $\angle 4$ – кунҷи амудӣ. |

A	
B	
C	
D	
E	

1.2. Ченаки градуси баъзе кунҷҳои (1–7) дода шуда. Кадоме аз ҷуфти онҳо

хамсоя шуданастро муайян кунед..

1) 18° ; 2) 72° ; 3) 128° ; 4) 62° ; 5) 28° ; 6) 108° ; 7) 38° .

A) 1 ва 2; B) 2 ва 6; C) 3 ва 4; D) 1 ва 7; E) 2 ва 5.

1.3. Агар дар расми 2 $\angle 1 = \angle 7$ бошад, тасдиқи дурустастро ёбед.

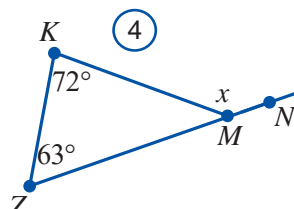
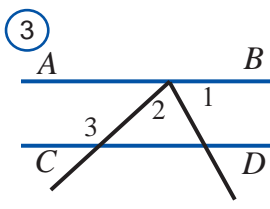
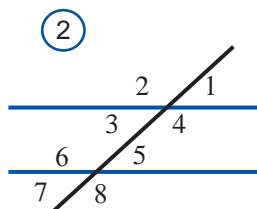
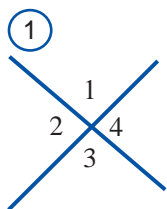
A) $a \parallel b$; B) $a \perp b$; C) a ва b намебурад

1.4. Агар дар расми 3 $CD \parallel AB$, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 2 = 72^\circ$ бошад, $\angle 3 = ?$

A) 72° ; B) 144° ; C) 108° ; D) 36° ; E) 124° .

1.5. Агар кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯ дар нисбати 3 : 4 : 3 бошад, кунҷи байни биссектриса ва тарафи паҳлӯиро ёбед.

A) 18° ; B) 36° ; C) 72° ; D) 60° ; E) 30° .



1.6. Ченакҳои градуси кунҷи KMN -ро, ки ба кунҷи секунҷаи KMZ -и дар расми 4 тасвишуда берунӣ мебошад, ёбед.

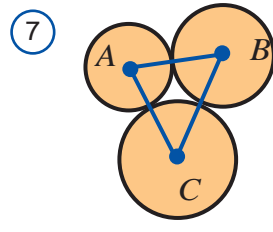
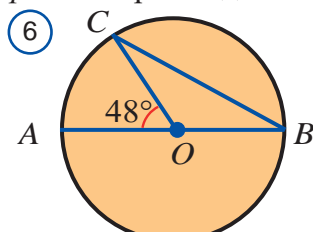
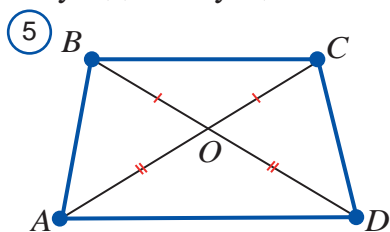
A) 135° ; B) 108° ; C) 45° ; D) 125° ; E) 117° .

1.7. Баробарии дурустро муайян кунед. (расми -5).

A) $\triangle ABO = \triangle OCD$; B) $BA = CD$; C) $\triangle ABO = \triangle COD$;

D) $\angle AOB = \angle DOC$; E) $\angle BAO = \angle DCO$; F) $\angle BAO = \angle CDO$.

1.8. Кунҷҳои секунҷаи BOC -и расми 6-ро ёбед.



A) $48^\circ, 48^\circ, 84^\circ$; B) $24^\circ, 132^\circ, 24^\circ$; C) $132^\circ, 48^\circ, 48^\circ$; E) $42^\circ, 90^\circ, 48^\circ$; D) $48^\circ, 32^\circ, 20^\circ$.

1.9. Нӯғҳои секунҷа дар маркази се давраи радиусҳояш 6 см, 7 см ва 8 см будаи чуфт-чуфт расанда меҳобад (расми 7). Периметри ин секунҷаро ёбед.

A) 28 см; B) 29 см; C) 27 см; D) 42 см; E) 21 см.

1.10. Тарафи квадрат ба $20\sqrt{2}$ баробар аст. Радиуси давраи берункашида шудаи ин квадратро ёбед.

A) 20; B) $10\sqrt{2}$; C) 10; D) $5\sqrt{2}$; E) 5.

1.11. Як асоси трапетсия аз дигараш 8 см дароз, хати миёнааш бошад, ба

10 см баробар. Асоси хурди трапетсияро ёбед.

A) 2 см; B) 4 см; C) 6 см; D) 8 см; E) 10 см.

1.12. Масоҳати ромби диагоналҳояш 10 м ва 36 м бударо ёбед.

A) 90 м^2 ; B) 92 м^2 ; C) 180 м^2 ; D) 184 м^2 ; E) 36 м^2 .

1.13. Хатҳои рости m ва n дар расми 8 буда байни худ параллел бошанд, кунҷи байни a ва b ро ёбед.

A) 50° ; B) 80° ; C) 100° ; D) 65° ; E) 115° .

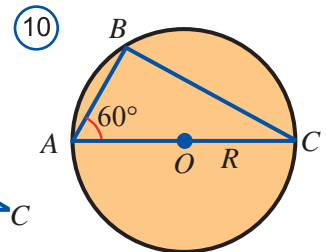
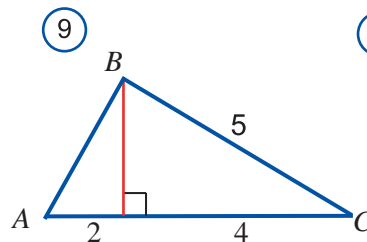
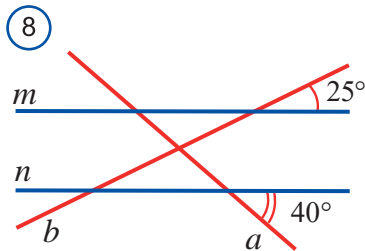
1.14. Масоҳати секунҷаи дар расми 9 бударо ёбед.

A) 6; B) 9; C) 12; D) 24; E) 30.

1.15. Тарафи BC секунҷаи ABC -ро, ки ба давраи радиусаш R расми 10 дарун кашида шудаастро ёбед.

A) R ; B) $R\sqrt{2}/2$; C) $R\sqrt{2}$; D) $R\sqrt{3}$; E) $R\sqrt{3}/2$.

1.16. Дрозии давраи доираи масоҳаташ $9\pi \text{ см}^2$ ихота кардаро ёбед.



A) $3\pi \text{ см}$; B) $9\pi \text{ см}$; C) $12\pi \text{ см}$; D) $18\pi \text{ см}$; E) $6\pi \text{ см}$.

1.17. Масоҳати доираи дар доҳили квадрати тарафаш ба 6 см баробарро ёбед.

A) $9\pi \text{ см}^2$; B) $144\pi \text{ см}^2$; C) $36\pi \text{ см}^2$; D) $72\pi \text{ см}^2$; E) $18\pi \text{ см}^2$.

1.18. Радиуси дар доҳили квадрат кашида шуда 5 см. Диагонали квадратро ёбед.

A) $5\sqrt{2}/2$; B) $5\sqrt{2}$; C) $5\sqrt{2}/4$; D) $10\sqrt{2}$; E) $20\sqrt{3}$.

1.19. Шумораи тарафҳои бисёркунҷаи мунтазамро, ки суммаи кунҷҳои доҳили он 1600° мебошад, ёбед.

A) 12; B) 14; C) 16; D) 18; E) 20.

1.20. Периметри ромби диагоналҳояш 24 см ва 18 см бударо ёбед.

A) 120 см; B) 60 см; C) 84 см; D) 108 см; E) 144 см.

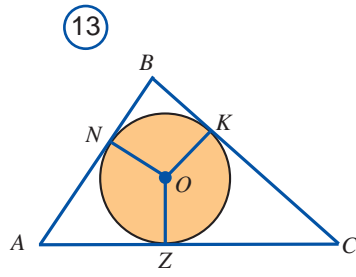
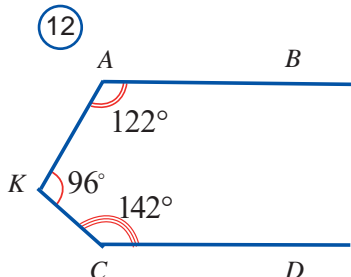
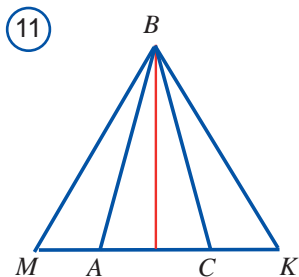
1.21. Периметри параллелограмм 48 дм буда, як тарафаш аз дигараш 8 см дароз аст. Тарафи хурди параллелограммро ёбед.

A) 8 дм; B) 16 дм; C) 6 дм; D) 12 дм; E) 10 дм.

1.22. Дар беруни секунҷаи баробарпахлӯи ABC расми 11 ду кунҷи баробари ABM ва CBK сохта шуд. Тарафҳои ин кунҷҳо тарафи AC -ро мувофиқан

дар нуктаҳои M ва K бурида гузаштаанд. Баробарии секунҷаҳои MBC ва KBA -ро исбот кунед.

- 1.23. Дар байни ҳам чойгиршавии хатҳои рости AB ва CD -ро, ки дар расми 12 тасвир шудааст, муайян кунед. Ҷавобро асоснок кунед.
- 1.24 Дар расми 13 ба секунҷаи ABC давраи дарун кашида шудааст. Расандаи давраи нуктаҳои N ва Z фарқи тарафҳои AB ва AC секунҷаро мувофиқан ба порчаҳои 3 см ва 4 см ҷудо мекунад. ($AN > NB$, $AZ > ZC$) Агар периметри секунҷа 28 см бошад, тарафҳои онро ёбед.
- 1.25. Давраи радиусаш $3\sqrt{3}$ буда, ба секунҷаи баробартараф берун кашида шудааст. Радиуси давраи дарункашидашударо ёбед.
- 1.26. Ба трапетсияи баробарпахлӯ кунҷи асосаш 30 давраи берун кашида шудааст. Баландии трапетсия 7 см бошад, хати миёнаи онро ёбед.
- 1.27. Трапетсияи баробарпахлӯи кунҷи асосаш 150° буда ба давра берун кашида шуда аст. Хати миёнаи трапетсия ба $16\sqrt{3}$ баробар бошад, баландии онро ёбед.
- 1.28. Тарафи паҳлӯи секунҷаи баробарпахлӯи асосаш 16 см ва баландии ба ин асос баланди 15 см бударо ёбед.
- 1.29. Баландии секунҷаи ABC тарафи BC -и онро ба порчаҳои BO ва OC ҷудо мекунад. Агар $AB=10\sqrt{2}$ см, $AC=26$ см ва $\angle B=45^\circ$ бошад, дарозии порчаи OC -ро ёбед.
- 1.30. Тарафи ромб 10 см, яке аз диагоналҳояш 12 см, радиуси давраи дарункашидашудаи ромбро ёбед.



- 1.31. Дар давраи радиусаш 15 см аз маркази он дар масофаи 12 см хорда гузаронда шудааст. Дарозии хордаро ёбед.

Боби II

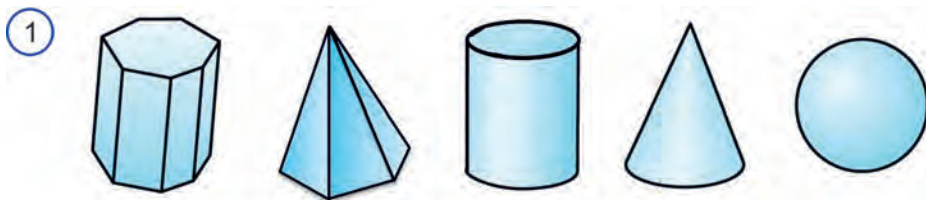


МУҚАДДИМАИ СТЕРЕОМЕТРИЯ

4

ШАКЛҲОИ ГЕОМЕТРИИ ФАЗОГӢ. БИСӖРРӢЯҲО

Маълум аст, ки шаклҳои геометрӣ дар ҳамворӣ пурра ё нопурра хо-
бидааш нигоҳ карда ба шаклҳои барҷаста ва фазогӣ чудо мешаванд. Дар
синфҳои пешина дар дарсҳои геометрия асосан, хосиятҳои шаклҳои гео-
метрии барҷастаро омӯхтем. Охири синфи 9 бошад, баъзе шаклҳои фазогӣ
призма, пирамида, цилиндр, конус ва кура (расми 1)-ро дида баромадем.
Қисми планиметрияи геометрия шаклҳои барҷастаи геометриво, қисми *сте-
реометрия* бошад, хосиятҳои шаклҳои фазогиро (ё ҷисмҳои) меомӯзад.
Калимаи стереометрия аз юнонӣ гирифта шуда, "stereos" – "фазогӣ", "metreo"
– маънои "ҷен мекунам" -ро мефаҳмонад.



Дар расми 2 баъзе чизҳои муҳити атроф ба тимсоли сифати ҷисмҳои фазогӣ дар бораи онҳо тасаввур медиҳанд. Тамоми предметҳои муҳити атроф сеченака буда, шакли онҳо ба кадоме аз ҷисмҳои геометрии фазогӣ монанд аст.

Дар охири синфи 9 бо чунин ҷисмҳои фазогӣ шинос ҳастед. Омӯзиши курси стереометрияро бо тарзи низомнок сар мекунем. Аввал дар бораи баъзе элементҳои ҷисмҳои фазогӣ маълумоти мухтасарро хотиррасон карданро лозим донистем.

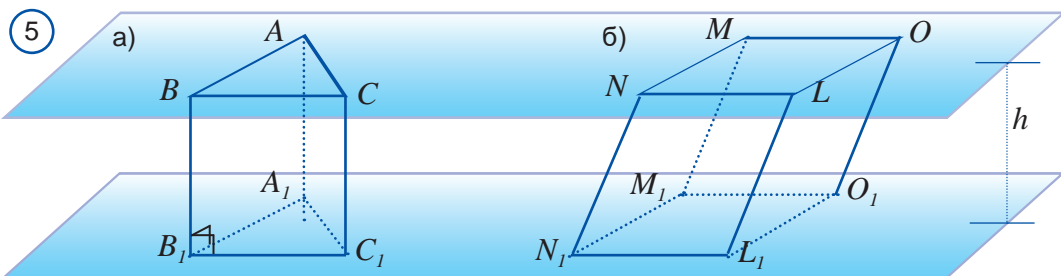
Бисёррӯя - гуфта ҷисми бо бисёркунҷаҳои барҷаста маҳдудшударо меноманд. Бисёркунҷаҳои барҷаста рӯяҳои бисёррӯя, қуллаҳои бисёркунҷа қуллаҳои бисёррӯя, теғаҳои тарафҳо бошад, теғаҳои бисёррӯя ном доранд. Порчаи пайваस्तкунандаи қуллаҳои ба як рӯя тааллуқ надоштаро диагонали бисёррӯя меноманд (расми 3).



Сарҳади бисёррӯяро сатҳи он меноманд. Сатҳи бисёррӯя фазоро ба ду қисм ҷудо мекунад. Қисми беохири онҳо соҳаи беруни бисёррӯя, қисми охириноки онҳо бошад соҳаи дохили бисёррӯя ном гирифтааст.

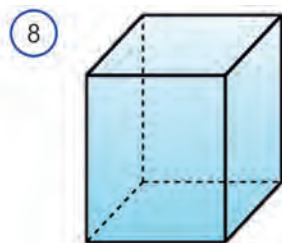
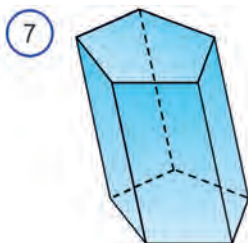
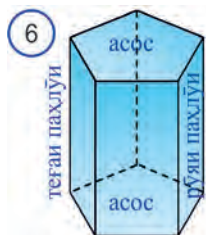
Агар бисёррӯя дар як тарафи ҳамвории рӯяи ихтиёриаш хобида хоб равад, бисёррӯяи барҷаста меноманд. Масалан, куб бисёррӯяи барҷаста мебошад. Дар расми 4 бошад бисёррӯяи барҷаста набуда тасвир шудааст. Дар оянда соддатарин бисёррӯяҳои барҷаста: призма ва пирамидаҳоро меомӯзем.

Призма гуфта бисёррӯяе дар назар аст, ки ду рӯяаш аз бисёркунҷаи баробар, рӯяҳои боқимондааш аз параллелограммҳо иборат аст (расми 5). Рӯяҳои баробар асосҳои призма, параллелограммҳо бошад, рӯяҳои паҳлӯӣ мебошанд (расми -б). Ба шумори тарафҳои асосҳо нигоҳ карда призмаҳо, призмаи секунҷа, призмаи чоркунҷа ва ғайра призмаи n -гуфта мешавад. Дар расми 5 а) призмаи секунҷаи $ABCA_1B_1C_1$ дар расми 5.б бошад, призмаи



чоркунҷаи $MNLOM_1N_1L_1O_1$ тасвир шудааст.

Ба асоси рӯяҳои паҳлӯи призма бо назардошти перпендикуляр ё перпендикуляр набуданаш, призмаи рост (расми 6) ё призмаи моил (расми 7) меноманд.

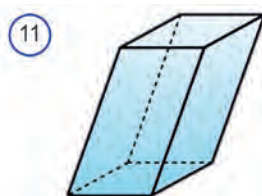
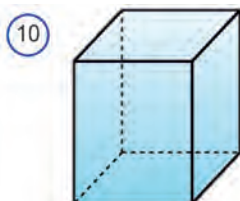
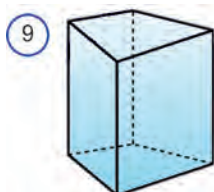


Призмаи асосаш аз параллелограмм иборат буда параллелопипед номида мешавад (расми 9).

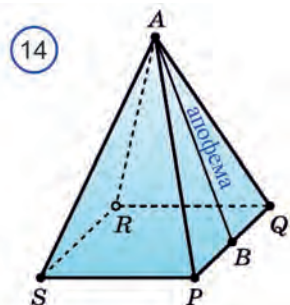
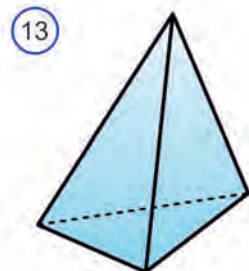
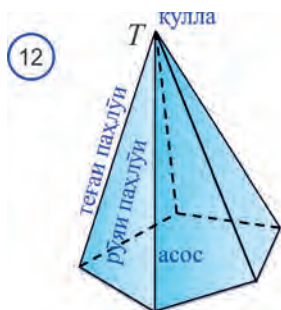
Параллелопипедҳо ҳамчун призмаи рост ва моил шуданаш мумкин. Параллелопипеди асосаш аз росткунҷа иборат бударо параллелопипеди росткунҷа меноманд (расми 10). Равшан аст, ки тамоми рӯяҳои параллелопипеди росткунҷа аз росткунҷаҳо иборат мешавад.

Се теғай аз як қуллаи параллелопипеди росткунҷа баромадаро ченакҳои он мегӯянд.

Параллелопипеди росткунҷаи ченакҳояш баробар куб номида мешавад. Равшан аст, ки тамоми рӯяҳои куб аз квадратҳои баробар иборатанд. мебошад.



Пирамида бисёррӯе дар назар аст, ки як рӯяш аз бисёркунҷа, рӯяҳои боқимондааш бошад аз секунҷаҳои дорои як қулла иборат аст. Бисёркунҷа асоси пирамида, секунҷаҳо бешад, рӯяҳои паҳлӯии он номида мешаванд. Дар расми 12 пирамидаи панҷкунҷаи $TABCDE$ тасвир шудааст. $ABCDE$ асоси пирамидаи панҷкунҷа, секунҷаҳои ATB , BTC , CTD , DTE ва ETA – рӯяҳои



пахлӯи он, T бошад, қуллаи он аст.

Ба шумори тарафҳои асоси он нигоҳ карда пирамидаҳои секунҷа, чоркунҷа ва ҳ.к. пирамидаи n -кунҷа гуфта мешаванд.

Дар расми 13 пирамидаи секунҷа, расми 14 бошад, пирамидаи чоркунҷа тасвир карда шудааст.

Ба асоси рӯяҳои паҳлӯи пирамида перпендикуляр ё перпендикуляр набуданаширо ба эътибор гирифта, пирамидаи рост ё моил меноманд.

Пирамидаи мунтазам гуфта пирамидаи асосаш бисёркунҷаи мунтазам ва порчаи аз қулла ба хати рости маркази ҳамвории асос перпендикуляр бударо меноманд.

Баландии аз қуллаи пирамида фурувардаи рӯяи паҳлӯи пирамидаи мунтазим апофемаи он гуфта мешавад.

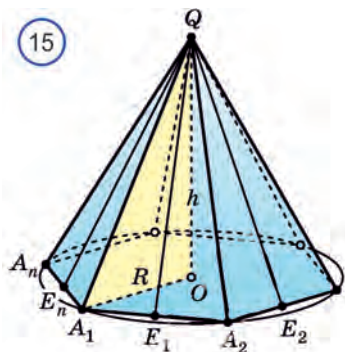
Дар расми 14 пирамидаи чоркунҷаи мунтазामी $APQRS$ тасвир шудааст.

Дар он порчаи AB яке аз апофемаҳои пирамидаро мефаҳмонад.

Теоремаи 1.1. *Пирамидаи мунтазамро а) рӯяҳои паҳлӯӣ; б) тегаҳои паҳлӯӣ; в) апофемаҳои байни худ баробаранд.*

Исбот. Фарз кардем, $QA_1A_2\dots A_n$ пирамидаи мунтазам, O бошад асоси маркази пирамида бошад (расми 15).

а) Порчаҳои OA_1, OA_2, \dots, OA_n барои аз радиуси давраи берун кашида шудаи бисёркунҷа иборат буданаш байни худ баробар мешаванд. Дар секунҷаи росткунҷаҳои $QOA_1, QOA_2, \dots, QOA_n$ барои ду катетҳо байни худ баробар будан онҳо баробаранд. Дар он гипотенузаи онҳо ҳам баробар мешавад: $QA_1 = QA_2 = \dots = QA_n$.



б) Барои байни худ баробар будани тегаҳои паҳлӯии пирамидаи мунтазामी $QA_1A_2\dots A_n$ рӯяҳои паҳлӯӣ аз секунҷаҳои баробарпахлӯ иборат мешаванд.

с) Барои баробар будани рӯяҳои паҳлӯи пирамидаи мунтазам, баландиҳои аз қуллаи Q фурувардашуда ҳам байни худ баробар мешаванд.

Пас, апофемаҳои пирамидаи мунтазам ҳам байни худ баробаранд.

Теоремаи 1.2. *Сатҳи паҳлӯи пирамидаи мунтазам ба ҳосили зарби нимпериметр ва апофема баробар.*

Исбот. Фарз кардем $QA_1A_2\dots A_n$ пирамидаи мунтазам бошад (расми 15). Сатҳи паҳлӯи пирамида ба ҳосили ҷамъи масоҳати рӯяҳои паҳлӯӣ баробар аст, рӯяҳои паҳлӯии он бошад, аз секунҷаҳои баробарпахлӯӣ байни худ баробар иборат аст. Дар навбати худ баландиҳои ин секунҷаҳо ҳам аз

апофемаҳои байни худ баробар иборат аст.

$$QE_1 = QE_2 = \dots = QE_n$$

$$\begin{aligned} \text{Аз инҳо } S &= SA_1QA_2 + SA_2QA_3 + \dots + SA_nQA_1 = \\ &= \frac{1}{2} A_1A_2 \cdot QE_1 + \frac{1}{2} A_2A_3 \cdot QE_2 + \dots + \frac{1}{2} A_nA_1 \cdot QE_n = \\ &= \frac{1}{2} QE_1 (A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_nA_1) = p \cdot a, \text{ дар ин ҷо } p \text{ нимпериметри} \end{aligned}$$

асоси пирамида, a – апофемаи пирамида.

дар ин ҷо p нимпериметри асоси пирамида, a – апофемаи пирамида. \square

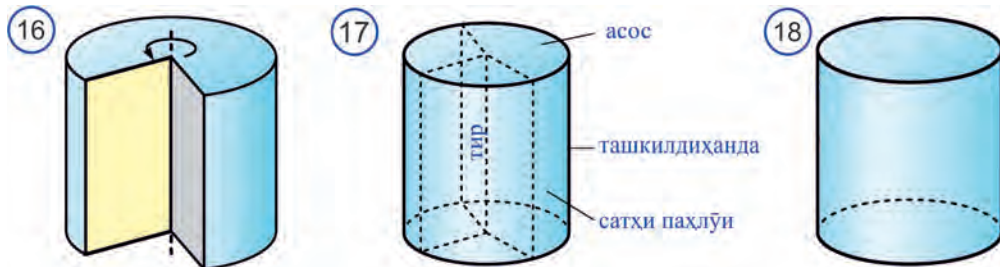
? Саволҳо доир ба мавзӯ

1. Чӣ гуна шаклҳои геометрӣ а) барҷаста ; б) фазогӣ номида мешавад?
2. Чӣ гуна ҷисмро бисёррӯя меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед.
3. Чӣ гуна ҷисмро призма меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед.
4. Чӣ гуна намудҳои призмаро медонед?
5. Ба параллелопеди рост таъриф диҳед.
6. Чӣ гуна ҷисмро пирамида меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед.
7. Қадом намудҳои пирамидаро медонед?
8. Хосиятҳои пирамидаи мунтазамро гӯед.

5 ҶИСМҲОИ ЧАРХЗАНИ: СИЛИНДР, КОНУС ВА КУРА

Боз яке аз сифатҳои муҳими шаклҳои фазогӣ ин ҷисмҳои чархзанӣ мебошад. Ба онҳо цилиндр, конус ва кура дохил мешаванд.

Ҷисми дар атрофи як тарафи росткунча аз чархзанӣ ҳосилшударо цилиндр меноманд (расмҳои 16-18). Дар чунин чархзанӣ як тарафи росткунча беҳаракат менамояд онро тири цилиндр мегӯянд (расми 17).



Сатҳи дар тарафи муқобили тир хобида ҳосилшударо сатҳи палӯи меноманд, ҳуди тарафро бошад, ташкилдиханда меноманд.

Ҷисми дар атрофи як катети секунҷаи росткунча аз чархзанӣ ҳосилшударо конус меноманд (расмҳои 19-21). Ин катетро тири конус меноманд.

Дар ин чархзанӣ доираи ҳосилкардаи катети дигарро асоси конус, сатҳи ҳосилкардаи гипотенуза бошад, сатҳи паҳлӯи конус гуфта, ҳуди гипотенуза бошад, ташкилдихандаи конус номида мешавад.

19



20



21

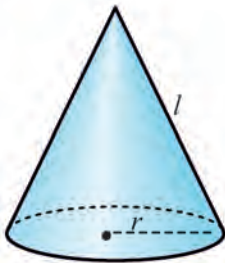


Ҳамчунин, дар ин чархзанӣ қуллаи секунҷаи беҳаракатро қуллаи конус меноманд.

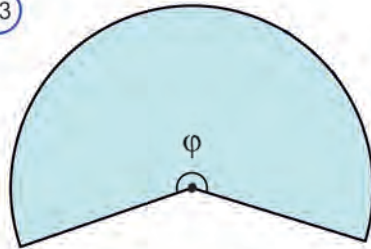
Теоремаи 1.3 Сатҳи паҳлӯи конус ба нисфи ҳосили зарби масоҳати асос ва ташиқидиҳандаи он баробар.

Исбот. Фарз кардем, конуси радиуси асосаш r ва ташиқидиҳандааш l дода шуда бошад (расми 22). Сатҳи паҳлӯи конусро дар ҳамворӣ мекушоем. Дар натиҷа ба сектори доиравии радиусаш ба l баробар соҳиб мешавем (расми 23).

22



23



Қунҷи марказии ин сектор φ – ро меёбем (расми 21). Ин қунҷи марказӣ ба дарозии давраи асоси конус камони давраи сектор, ба $2\pi r$ тақиякарда баробар аст, тақия кардааст.

Маълум аст, ки дарозии давраи радиусаш l буда ба $2\pi l$ баробар буда, он ба қунҷи марказии 360° тақия кардааст. Дар натиҷа ба пропорсия соҳиб мешавем: қунҷи марказии дорои φ° -камони ба $2\pi r$ баробар.

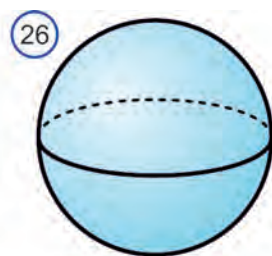
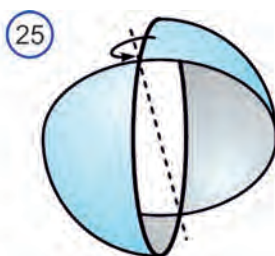
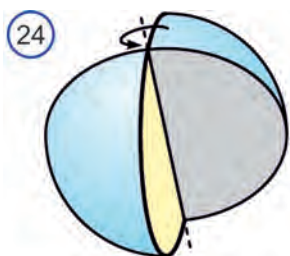
қунҷи марказии дорои 360° – ба камони $2\pi l$ баробар

$$\text{Аз он } \varphi = \frac{360^\circ}{2\pi l} \cdot 2\pi r = \frac{360^\circ \cdot r}{l}.$$

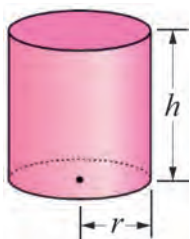
Акнун масоҳати сектори S , ки радиусаш ба l баробар буда дорои қунҷи φ аст, меёбем

$$S = \frac{\pi l^2}{360^\circ} \cdot \varphi^\circ = \frac{\pi l^2}{360^\circ} \cdot \frac{360^\circ \cdot r}{l} = \pi r \cdot l. \quad \square$$

Қисми аз чархзанӣ дар атрофи диаметри худ доира ҳосилшударо қура меноманд (расми 24). Сатҳи дар ин чархзанӣ ҳосилкардаи давраро сфера меноманд. Дар расми 25 қура тасвир шудааст.

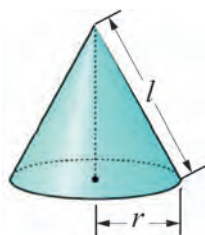


Формулаҳои масоҳати сатҳи пурра ва паҳлӯи ҷисмҳои чархзанӣ:



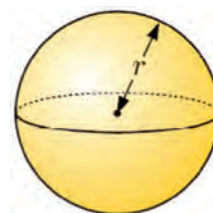
Силиндр

$$\begin{aligned} S_{\text{пахлӯ}} &= 2\pi rh \\ S_{\text{пурра}} &= 2S_{\text{асос}} + S_{\text{пахлӯ}} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \end{aligned}$$



Конус

$$\begin{aligned} S_{\text{пахлӯ}} &= \pi rl \\ S_{\text{пурра}} &= S_{\text{асос}} + S_{\text{пахлӯ}} \\ &= \pi r^2 + \pi rl \end{aligned}$$

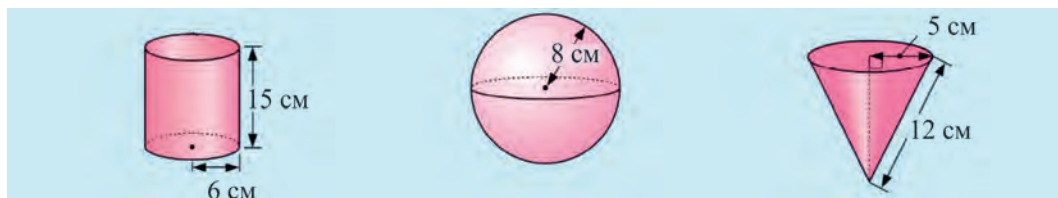


Кура

$$S = 4\pi r^2$$



Мисол. Масоҳати сатҳи паҳлӯи ҷисмҳои зеринро ёбед.



$$\begin{array}{|l} S_{\text{пахлӯ}} = 2\pi rh = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 15 = \\ = 565,5 \text{ (см}^2\text{)} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{|l} S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 = \\ = 804,2 \text{ (см}^2\text{)} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{|l} S_{\text{пурра}} = \pi rl + \pi r^2 = \\ = 3,14 \cdot 5 \cdot 12 + 3,14 \cdot 5^2 = \\ = 267 \text{ (см}^2\text{)}. \end{array} \right.$$

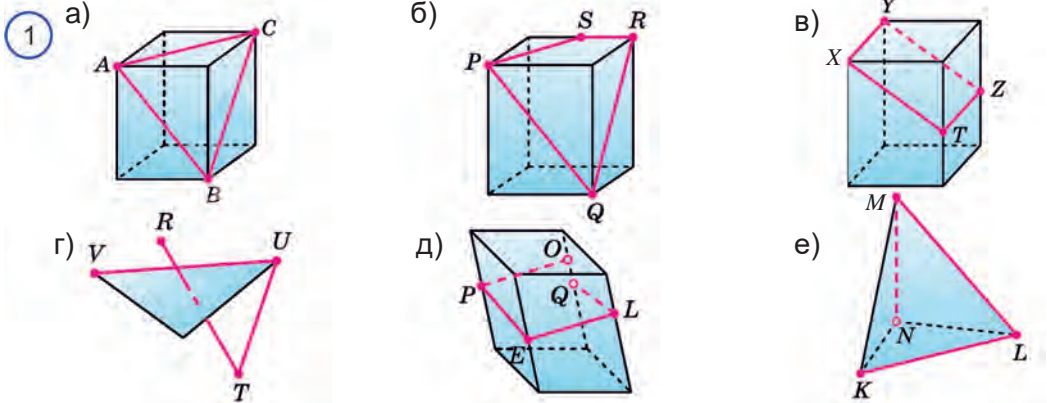
? Саволҳо доир ба мавзӯ

1. Ба ҷисмҳои чархзананда мисол оред.
2. Чӣ гуна ҷисро цилиндр меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед.
3. Чӣ гуна ҷисро конус меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед..
4. Чӣ гуна ҷисро кура меноманд? Ба элементҳои он таъриф диҳед.

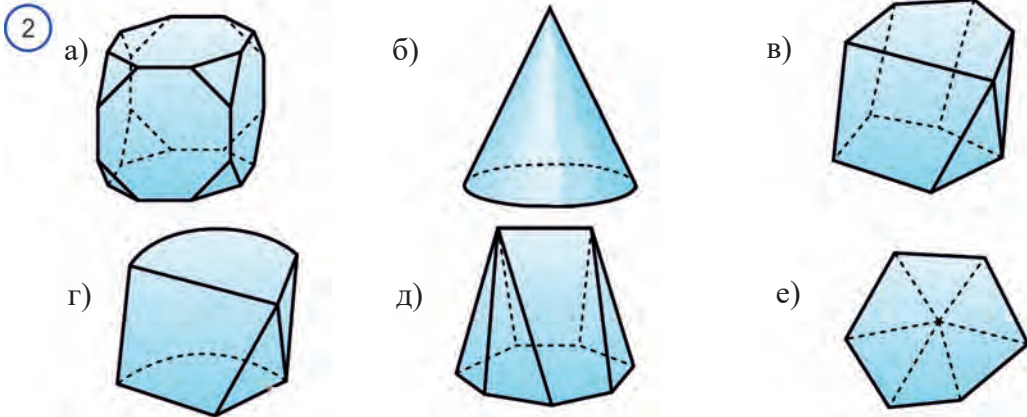
2.1. Росткунча будани рӯяи паҳлӯи призмаи ростро исбот кунед.

2.2. Призмаи рост ба периметри асоси сатҳи паҳлӯ ва ҳосили зарби теғаҳои паҳлӯӣ баробар буданаширо исбот кунед.

2.3. Дар расми 1 чӣ гуна хати шикастаи фазогӣ тасвир шудааст?

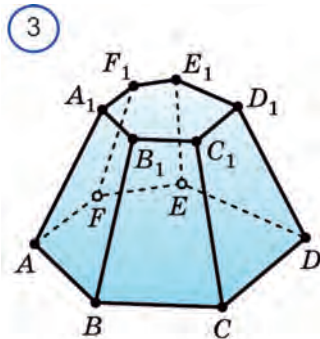


2.4. Кадом ҷисмҳои расми 2 бисёррӯя мешаванд?



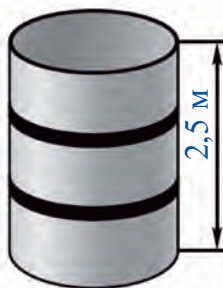
2.5. Дар расми 3 бисёррӯяи $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ тасвир шудааст. Дар он а) CD рӯяҳои теғааш умумибударо; б) DD_1 рӯяҳои теғааш умумибударо; в) E рӯяҳои нӯгааш умумибударо; г) C_1 рӯяҳои нӯгааш умумибударо; д) A теғаҳои нӯгааш умумибударо; е) F_1 теғаҳои нӯгааш умумибударо гӯед.

2.6. Асоси параллелопипеди рост аз ромб иборат аст. Тарафи ромб ба 8 м, диагонаҳои он ба 10 м ва 24 м баробар аст. Сатҳи пурраи параллелопипедро ёбед.



- 2.7. Хатҳои рости АВ ва АК ба чанд нуқтаи умумӣ соҳиб шуданаш мумкин?
- 2.8. Тарафи асоси призмаи секунҷаи мунтазам 6 см, теғай паҳлӯиаш ба 11 см баробар бошад. Сатҳи пурраи призмаро ёбед.
- 2.9. Тарафи асоси призмаи n -кунҷаи мунтазам a , теғай паҳлӯӣ ба h баробар. Агар: а) $n=3$, $a=5$, $h=10$; б) $n=4$, $a=10$, $h=30$; в) $n=6$, $a=18$, $h=32$; г) $n=5$, $a=16$, $h=25$ бошад, сатҳи паҳлӯӣ ва сатҳи пурраи призмаро ёбед.
- 2.10. Апофемаи пирамидаи секунҷаи мунтазам ба 15, дарозии порчаи пайвастандаи қуллай пирамида ба маркази асос ба 12 баробар аст. а) теғай паҳлӯӣ ва тарафи асоси пирамида; б) сатҳи паҳлӯи пирамида; в) сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.
- 2.11. Тарафи асоси пирамидаи чоркунҷаи мунтазам ба 12 см дарозии порчаи пайвастандаи қуллай пирамида ба макази асос ба 16 см баробар аст. а) теғай паҳлӯӣ ва апофемаи пирамида; б) сатҳи паҳлӯӣ; в) сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.
- 2.12*. Тарафҳои асоси пирамидаи $REFGH$ 10 см ва 18 см ва масоҳаташ аз параллелограмми $EFGH$ ба 90 см^2 баробар буда иборат аст. Қуллай пирамида ба нуқтаи бурриши диагонаҳои асоси R ба дарозии порчаи ба O пайвастанда ба 6 см баробар. а) теғай паҳлӯӣ; б) сатҳи паҳлӯӣ; в) сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.
- 2.13*. Тарафҳои асоси пирамида аз параллелограмми тарафҳояш 8 ва 10 ва диагонали хурдаш ба 6 баробар иборат аст. Нуқтаи буриш ва дарозии порчаи пайвастандаи диагонаҳои қуллай пирамида ба 4 баробар аст. а) теғай паҳлӯӣ; б) сатҳи паҳлӯӣ; в) сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.
- 2.14*. Тарафи асоси пирамидаи шашкунҷаи мунтазам ба 10 см баробар. Дарозии порчаи қуллай пирамидаро ба маркази асос пайвастанда ба $\sqrt{69}$ баробар. а) теғай паҳлӯӣ ва апофема; б) сатҳи паҳлӯӣ; в) сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.
- 2.15. Масоҳати сатҳи паҳлӯӣ пирамидаи шашкунҷаи мунтазам ба 150 м^2 , теғай паҳлӯӣ ба 10 м баробар. Масоҳати асоси пирамидаро ёбед.
- 2.16. Асоси сатҳи паҳлӯи цилиндр ба ҳосили зарби дарозии давраи асос ва ташкилдиҳандаи он баробар буданашро исбот кунед.
- 2.17. Аз рӯи радиуси асос ва ташкилдиҳандаи цилиндр сатҳи паҳлӯи онро ёбед: а) 7 см ва 12 см; б) 12 см ва 7 см; в) 1 м ва 12 м; г) 0,7 м ва 1,2 м.

4



2.18. Масоҳати асоси цилиндр 300 см^2 , ташкилдиҳандаш 6 см бошад. Масоҳати сатҳи пурраи цилиндрро ёбед.

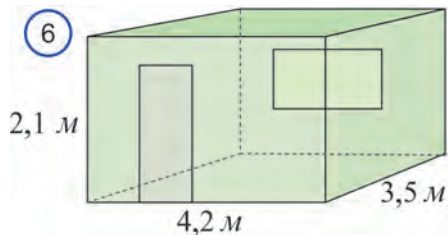
2.19. Масоҳати сатҳи паҳлӯи цилиндр $90\pi \text{ см}^2$, ташкилдиҳандаш 5 см бошад, масоҳати сатҳи пурраи цилиндрро ёбед.

2.20. Диаметри асоси цилиндр 1 м, ташкилдиҳандаш бошад, ба дарозии давраи асос баробар аст. Масоҳати сатҳи паҳлӯи цилиндрро ёбед.

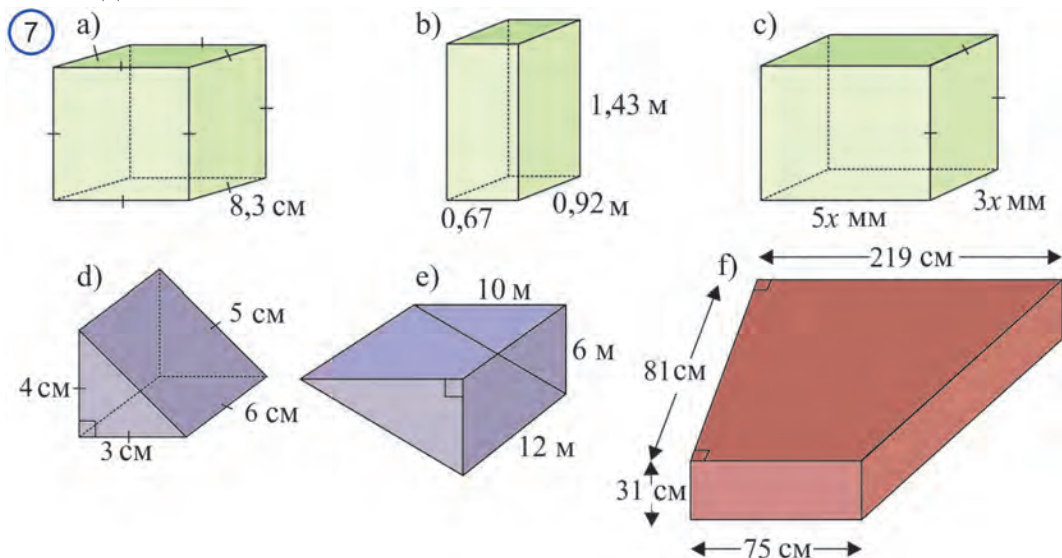
- 2.21. Ташкилдиҳандаи цилиндр аз радиуси асос 12 см дароз аст. Масоҳати сатҳи пурраи цилиндр бошад 128π см². Радиуси асос ва ташкилдиҳандаи цилиндрро ёбед.
- 2.22. Ҷар ду тарафи баки дар шакли цилиндр дар расми 4 тасвирёфтгаро ранг кардан лозим. Агар баландии бак 2,5 м, диаметри асосаш 1,2 м ғафсии қабати ранг 0,1 мм бошад, барои ранг кардани бак чӣ қадар ранг лозим мешавад?
- 2.23. Барои тайёр кардани трубаи расми 5, ки дарозияш 25 м ва диаметр 6 м аст чанд қисм тунука даркор мешавад? Барои ба якдигар пайванд кардани қисмҳои тунука ба 2,5 % сатҳи паҳлӯи труба баробар тунука истифода шударо ба ҳисоб гиред.
- 2.24. Радиуси асоси конус 12 мм, дарозии порчаи пайвастандандаи қуллаи конус бо маркази асос ба 35 мм баробар. Сатҳи паҳлӯи конусро ёбед.
- 2.25. Диаметри асоси конус 32 см, дарозии порчаи пайвастандандаи қуллаи конус бо маркази он ба 63 см баробар аст. Сатҳи паҳлӯи конусро ёбед.
- 2.26*. Ташкилдиҳандаи конус ба l баробар буда, он бо радиуси асос кунҷи α - ро ташкил мекунад, агар:
- а) $l = 10$ см, $\alpha = 30^\circ$; б) $l = 24$ дм, $\alpha = 45^\circ$; г) $l = 5$ м, $\alpha = 60^\circ$ бошад, сатҳи пурраи конусро ёбед.
- 2.27*. Ташкилдиҳандаи конус ба l баробар буда, он бо радиуси асос кунҷи α - ро ташкил мекунад, агар:
- а) $l = 18$ см, $\alpha = 30^\circ$; б) $l = 20$ дм, $\alpha = 45^\circ$; в) $l = 2,4$ м, $\alpha = 60^\circ$ бошад, сатҳи пурраи конусро ёбед.
- 2.28*. Радиуси асоси конус ва ташкилдиҳандаи он мувофиқан:
- а) 11 см ва 8 см; б) 8 мм ва 11 мм; в) 3 м ва 18 м; г) 2,7 м ва 1,2 м баробар бошад, масоҳати сатҳи паҳлӯи конусро ёбед.
- 2.29. Хонаи дар расми 6 тасвиркардари таъмир кардан даркор. Дар хона бо ченаки 0,8 м ва 2,2 м буда дар ва бо ченакҳои 183 см ва 91 см буда тиреза аст. Ҷар ду тарафи дарро ранг кардан лозим, дар чадвал нархи ду хел ранг дода шудааст. Аз ин маълумотҳо истифода бурда, барои таъмири камхарҷ чӣ қадар маблағ даркор буданаширо ҳисоб кунед.



Намуди ранг	Ҳаҷмаш	Масоҳати рангкарда	Нарҳаш
Барои девор	4 l	16 м ²	32450 сум.
	2 l	8 м ²	20800 сум.
Барои дар	2 l	10 м ²	23600 сум.
	1 l	5 м ²	15400 сум.

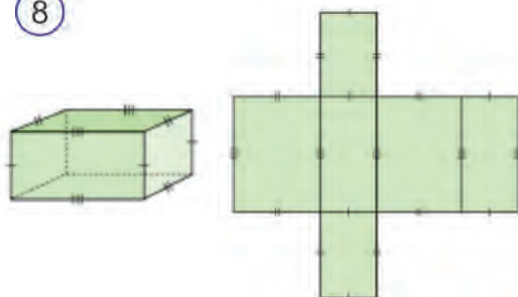


2.30. Аз маълумотҳои расми 7 истифода бурда, сатҳи пурраи бисёррӯяхоро ёбед.



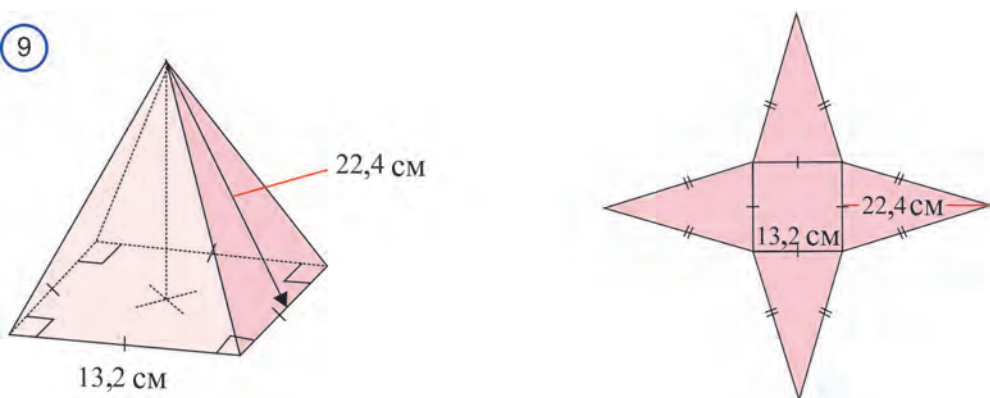
2.31. Аз рӯи кушодии параллелопеди рости дар расми 8 тасвирёфта сатҳи пурраи онро ёбед.

8

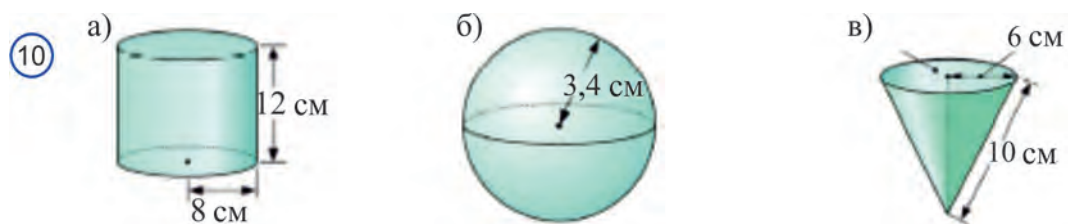


2.32. Аз рӯи кушодии пирамидаи чоркунҷаи мунтазами дар расми 9 тасвирёфта формулаи сатҳи пурраи пирамидаро ёбед.

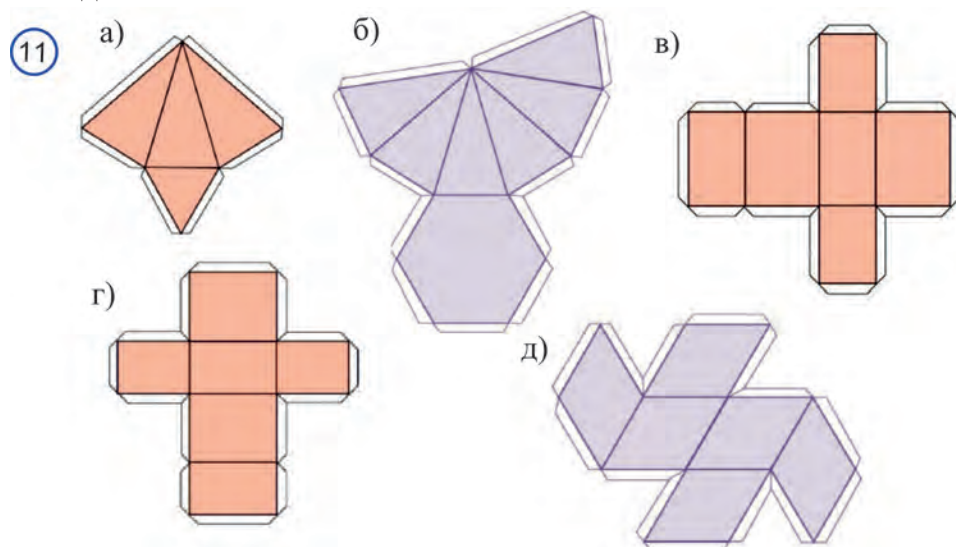
9



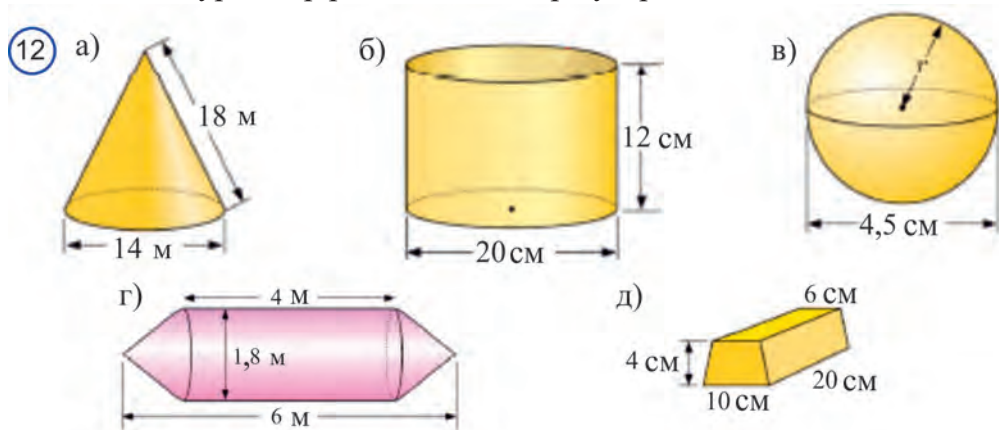
2.33. Сатхи пурраи ҷисмҳои ҷарҳзании дар расми 10 тасвиршударо ёбед.

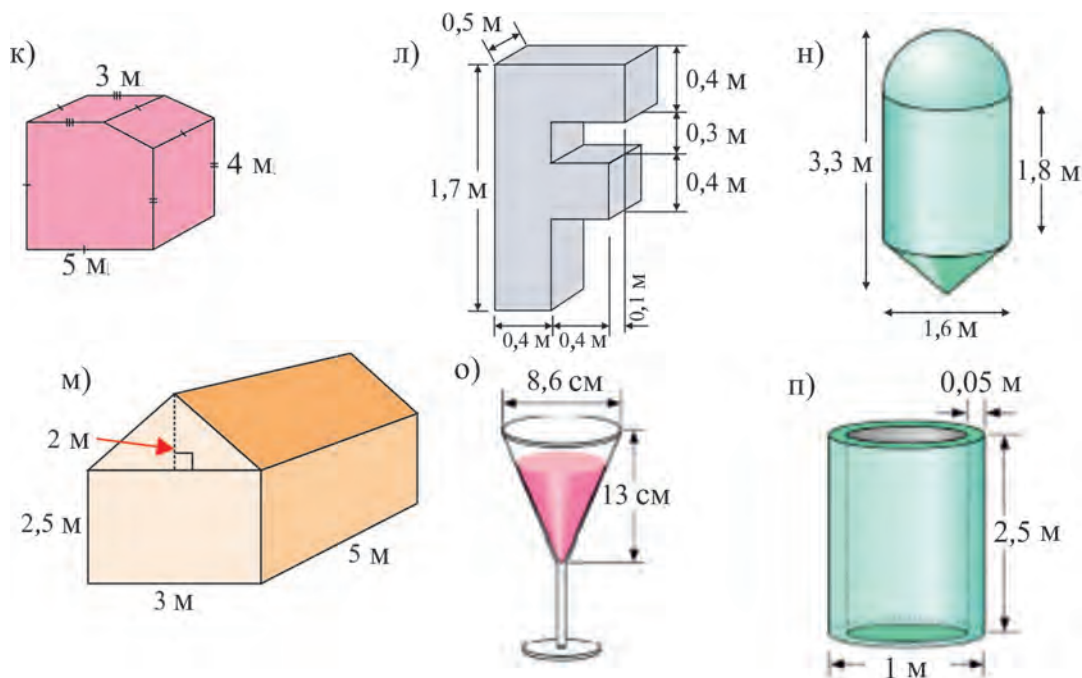


2.34. Барои нағзтар тасавур кардани ҷисмҳои фазогӣ аз моделҳои он истифода бурдан маъқул. Моделҳои ҷисмҳои фазогиро аз кушодаи он истифода бурда сохтан мумкин (расми 11). Дида истодаед ки кушодаи ҷисмҳои фазогӣ аз шаклҳои барҷастаи геометрӣ иборат аст. Аз кушодҳои зерин истифода бурда, модели параллелопипеди рост, куб ва пирамидаро соzed.



2.35. Сатхи пураи дар расми 12. тасвиршударо ёбед.





Ҷозибҳои геометрӣ

Дар сохтани архитектура ва ёдгориҳои қадимии таърихи гузашта бобоёни мо ба дониш ва салоҳияти бузурги геометрӣ соҳиб будаанд. Инро аз ёдгориҳои таърихии дар майдони Регистони шаҳри Самарқанд сохташуда доништан мумкин (расми 1).



Дар расми Ичан-қалъаи шаҳри Хива (расми 2) чӣ гуна шаклҳои геометрӣ дида истодаед?

Тоҷмаҳал –яке аз ҳафт мӯъҷизаи дунё (расми 3). Ёдгори қадимӣ, ки дар шаҳри Агра аз тарафи Шоҳичаҳон-шоҳи бобуриҳо сохта шудааст. Донишҳои мукаммали геометрӣ доштани устоҳои онро сохта равшан аст.



Театри оперои шаҳри Сидней (расми 4) -намунаи меъмории замонавӣ дар Австралия сохташуда, бо намуди аҷоибӣ геометрии худ сазовори диққат мебошад.

Аз намуди аҷоибӣ маҷмӯи истироҳати "Галакси Соҳо", ки дар шаҳри Пекини пойтахти Хитой дар асоси лоиҳаи соҳиби тасаввуроти аҷиби геометрӣ архитекторзани машҳури ироқӣ Заҳа Ҳадид завқ набурдан имкон надорад (расми 5).



Лоиҳаи маҷмӯаи "Toshkent city" -ро, ки дар пойтахти мамлакатамон қад рост мекунад, дида дар ҳайрат намондан илоҷ надорад. Барои офаридани чунин зебоии аҷоиб ба муҳандиси сохтмонӣ қадар донишҳои геометрӣ даркор буданаширо тасаввур кардан мумкин (расми 6).



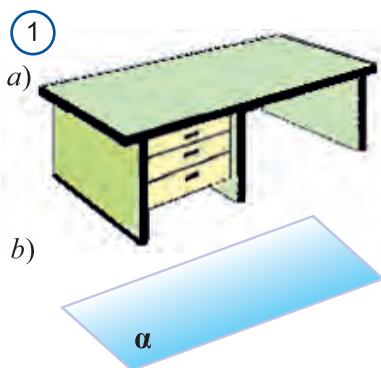
Боби 3



ХАТҲОИ РОСТ ВА ҲАМВОРИҲО ДАР ФАЗО

7

ХАТҲОИ РОСТ ВА ҲАМВОРИҲО ДАР ФАЗО



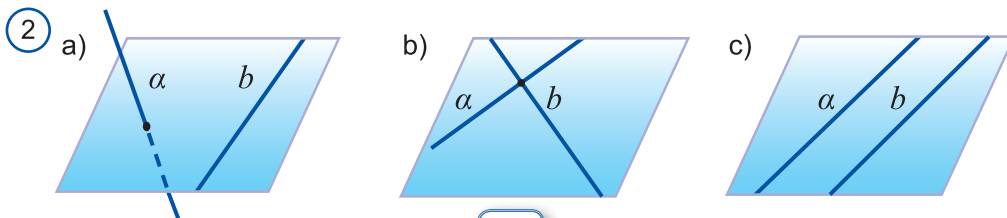
Шаклҳои геометрӣ дар фазо: нуқта, хати рост ва ҳамворӣ мебошад. Ҳамвориро мисли сатҳи миз ҳамвор гуфта тасаввур мекунем (расми 1). Ҳамворӣ ҳам ба монанди хати рост беохир мебошад. Дар расм фақат як қисми ҳамвориро (одатан дар шакли параллелограмм) тасвир мекунем (расми 1а). Лекин онро ба ҳама тараф беохир давомдор тасаввур менамоем ва дар нақша шакли параллелограмм тасвир мекунем. Ҳамворихоро бо ҳарфҳои

калони юнонии α , β , γ ,...ишорат мекунем.

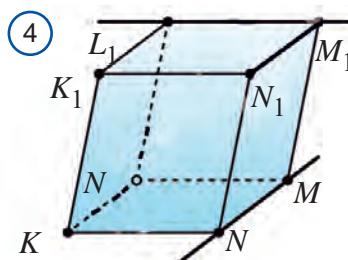
Ду хати рост дар фазо дар як ҳамворӣ хобиданаш ва нахобиданаш мумкин (расми 2). Дар фазо ду хати рости дар як ҳамворӣ нахобандаро хатҳои рости чилликӣ меноманд (расми 2.а).

Хатҳои рости дар як ҳамворӣ хобанда ва як нуқтаи умумӣ доштара хати рости буридашаванда меноманд (расми 2.б).

Ду хати рости дар як ҳамворӣ хобанда байни худ набуридаро хатҳои рости параллел меноманд (расми 2.с).

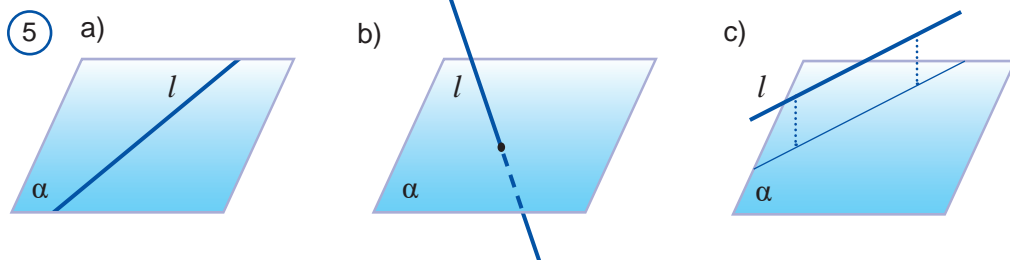


Ба сифати хатҳои рости чилликӣ роҳҳои яке аз кӯпрӯк, дуҷумаш аз тағи кӯпрӯк гузаштаре мисол овардан мумкин (расми 3). Хатҳои рости дар теғаҳои MN ва L_1M_1 параллелограм хобида ҳам чилликӣ мешаванд.

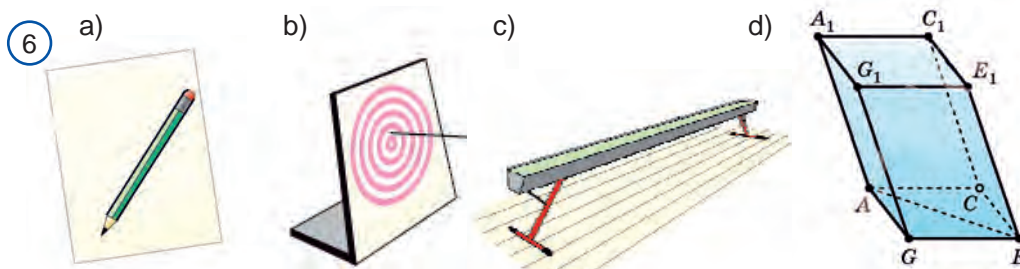


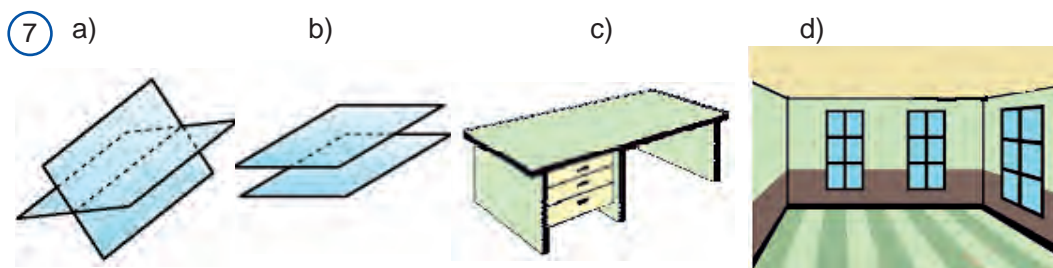
Дар фазо хати рост ва ҳамворӣ байни худ чӣ гуна ҷойгир шуданаш мумкин?

Хати рост дар ҳамворӣ хобиданаш (расми 5.a), онро бурида гузаштанаш (расми 5.b) ё набуриданаш, яъне нуқтаи умумӣ надоштанаш (расми 5.c) мумкин. Дар ҳолати охири хати ростро ба ҳамворӣ параллел меноманд.



Қалами рӯйи миз хобида дар бораи хати рости дар ҳамворӣ хобида (расми 6.a), тири ба нишон гирифта (расми 6.b) – дар бораи хати рости ҳамвориро бурранда, чӯби гимнастикии дар фарши хона истода дар бораи хати рости параллел дар ҳамворӣ, тасаввурот медиҳад (расми 6.c).





Ҳамчунин, диагонали асоси $AGEC$ -и параллелопипеди дар расми 6.d тасвиршуда дар ҳамворию асоси хати рости AE хобида мехобад, ҳамворию рӯи AGA_1G_1 хобидаро бурида мегузарад ва ба ҳамворию асоси баланди $A_1G_1E_1C_1$ параллел мешавад.

Акнун ба ҷойгиршавии байниҳамдигарии ҳамвориҳо равшанӣ андозем.

Дар фазо буриши ҳамвориҳо аз рӯи ягон хати рост (расми 7.a) ё ба нуқтаи умумӣ соҳиб нашуданаш мумкин (расми 7.б). Аз ҳамин бармеояд, ки ин ҳамвориҳо ба равиши мувофиқ ҳамвориҳои параллел ё бурранда номида мешаванд.

Сатҳи боло ва рӯи паҳлӯи мизи дар расми 7.c, тасвирёфта дар бораи буриши ҳамворӣ, пол ва шифти хона бошад (расми 7.d), дар бораи ҳамвориҳои параллел тасаввурот медиҳад.

Ҳамчунин, рӯяҳои паҳлӯии ғайримуқобили параллелопипеди дар расми 4 тасвир шуда дар бораи ҳамвориҳои буридашаванда, асосҳои болоӣ ва поёни ва рӯяҳои муқобил бошад, дар бораи ҳамвориҳои параллел тасаввур медиҳанд.

Ишораи параллелии – "||" нафақат хатҳои ростро, балки дар ишоракунии хатҳои рости параллели ҳамворӣ ва ҳамвориҳои параллел кор фармуда мешавад.

$$a \parallel b, a \parallel \alpha \text{ va } \alpha \parallel \beta.$$

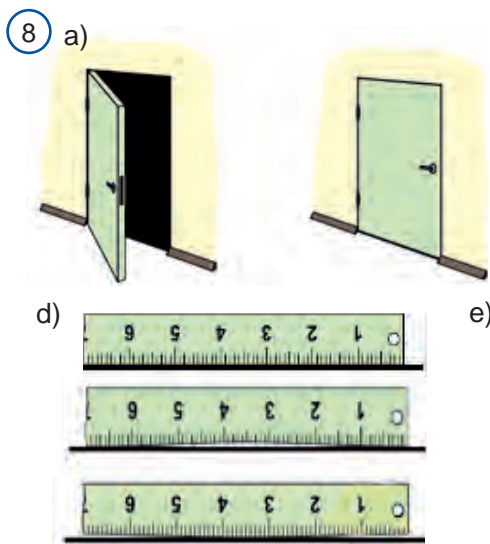
Баъзе хосиятҳои шаклҳои геометрӣ дар стереометрия ҳам мисли дар планиметрия бе исбот қабул карда мешавад. Дар фазо хосиятҳои зерини ҳамвориро бе исбот ба сифати гурӯҳи аксиомаҳои S қабул мекунем.

S₁ Агар се нуқта дар як хати рост нахобад, дар он ҳол аз онҳо ҳамворию ягона гузарондан мумкин.

S₂ Агар ду нуқтаи хати рост дар як ҳамворӣ хобад, дар он ҳол тамоми нуқтаҳои дар ин ҳамворӣ мехобад.

S₃ Агар ду ҳамворӣ нуқтаи умумӣ дошта бошад, дар он ҳол ин ҳамвориҳо ба хати рости умумии аз ҳамин нуқта гузаранда соҳиб мешаванд.

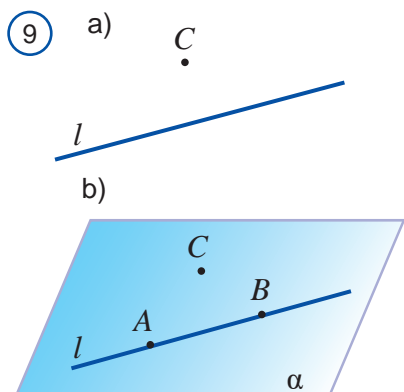
Машиқи фаъолкунанда. Ҳангоми фаҳмондани ҳолатҳои зерини расми 8 ба кадом аксиомаҳо таъя намудан мумкин?



Дар якҷоягӣ дохил кардани аксиомаҳои планиметрия ин се аксиомаҳои стереометрияро ташкил медиҳад. Ҳаминро хотиррасон кардан лозим аст, ки мо дар планиметрия тамоми шаклҳои ҷойгиршуда дар як ҳамвориро соҳиб будем. Дар стереометрия бошад, ин хел ҳамвориҳои беохир бисёр буда, дар тамоми онҳо аксиомаҳои планиметрия ва тамоми хосиятҳои исботкардаи планиметрия ҷой доард. Бо ҳамин дар курси стереометрия ба аксиомаҳои планиметрия аз нуқтаи назарияи стереометрия назар кардан дуруст меояд.

Теоремаи 2.1. *Аз хати рост ва нуқтаи дар он нахобида якто ва фақат якто ҳамворӣ гузарондан мумкин.*

Исбот. l –хати рости додашуда, C нуқтаи дар он нахобанда бошад. (расми 9).

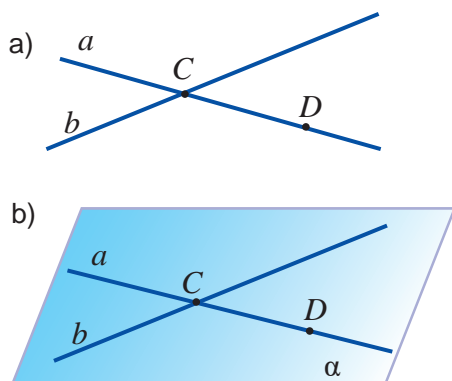


Аввал мавҷудияти ҳамворӣ қисми хулосаи теоремаро нишон медиҳад. Дар хати рости l нуқтаҳои A ва B -ро мегирем. Аз рӯи шарт нуқтаҳои A , B ва C дар як хати рост намехобанд. Дар он аз рӯи аксиомаи S_1 тавассути нуқтаҳои A , B ва C ҳамвории α гузарондан мумкин (расми 9.б). Аз рӯи S_2 бошад, ҳамвории α аз хати рости l мегузарад.

Пас, α –ҳамвории ҷустуҷӯшуда будааст. Акнун ягонагии ҳамвориҳоро нишон медиҳем.

Баръаксастро фарз мекунем: l – аз хати рости додашуда ва нуқтаи C дар он нахобида боз як ҳамвори β гузарондан мумкин бошад. Дар он ҳамвори β ҳам аз нуқтаҳои A, B ва C мегузарад. Лекин аз рӯи аксиомаи S_2 аз се нуқта фақат якто ҳамворӣ гузарондан мумкин. Ба зиддият дучор шудем. Пас, фарз нодуруст. Тавассути хати рост ва нуқтаи дар он нахобанда якто ва фақат якто ҳамворӣ гузарондан мумкин. \square

10



Теоремаи 2.2. *Аз ду хати рости буррандаи додашуда ҳамвори α ягона гузарондан мумкин.*

Исбот. Хатҳои рости додашудаи a ва b нуқтаи C - ро бурад (расми 10.a).

Дар хати рости a боз як нуқтаи аз C фарқкунанда нуқтаи D -ро мегирем. Дар ин ҳол аз рӯи теоремаи 1 тавассути хати рости b ва нуқтаи D - и дар он нахобида ҳамвори α мегузарад. (расми 10.b). Ин ҳамворӣ аз нуқтаи C ва D хати рости a мегузарад. Дар он аз рӯи

аксиомаи S_2 ҳамвори α аз хати рости a ҳам мегузарад.

Пас, ҳамвори α тавассути ду хати рости буррандаи додашуда мегузарад.

Ягонагии ин ҳамвориро мустақилона асоснок кунед. \square

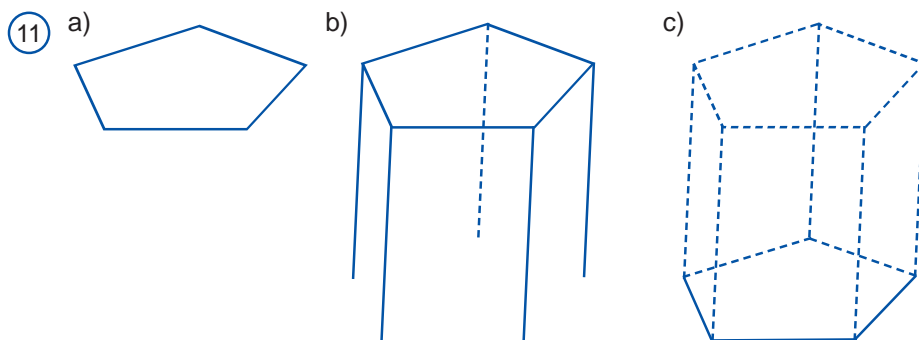


Саволҳои доир ба мавзӯ

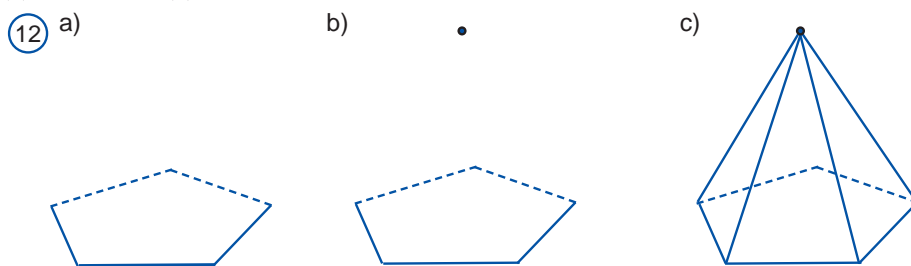
1. Шаклҳои асосии геометрияи фазогиро гӯед..
2. Гурӯҳи аксиомаҳои S - ро гӯед.
3. Чӣ гуна хатҳои рости дар ҳамворӣ хобанда: а) бурранда; б) параллел номида мешавад?
4. Чӣ гуна хатҳои ростро чилликӣ меноманд? Мисолҳо оред.
5. Ду хати рост дар фазо чӣ гуна ҷойгир шуданиш мумкин?
6. Чӣ гуна хатҳои рост: а) дар ҳамвори хобанда; б) ба ҳамвори параллел номида мешавад?
7. Хатҳои рост ва ҳамворӣ дар фазо чӣ гуна ҷойгир шуданиш мумкин?
8. Чӣ гуна ҳамвориҳоро дар фазо: а) бурранда б) параллел меноманд?
9. Ду ҳамворӣ дар фазо чӣ гуна ҷойгир шуданиш мумкин?
10. Аксиомаҳои ифодакунандаи хосиятҳои хати рости ҳамворӣ дар фазоро номбар кунед.
11. Хосияти ҳамвори аз се нуқта гузарандаро номбар кунед.

Дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ мувофиқи шарти масъала кашидани нақша хеле муҳим мебошад. Баъзе ҳолат нақшаи дуруст тасвиркарда ба "нисфи" ҳалли масъала баробар мешавад. Дар стереометрия дуруст тасвир кардани нақшаи масъала ниҳоят муҳим, масъулияти баланд ва дар баъзе ҳолат кори мураккаб ҳисобида мешавад. Чунки шаклҳои стереометрия сеченакӣ буда, онҳоро дар ҳамворӣ, дар саҳифаи дафтар тасвир кардан лозим мешавад, нақшаи нодуруст кашида ба ҳалли нодуруст ё кӯчаи беохир мебаррад.

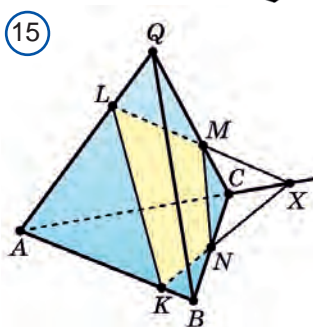
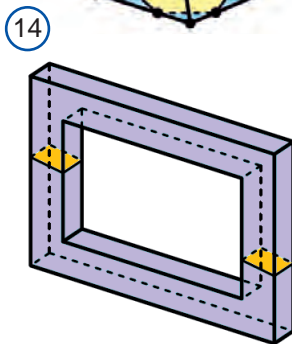
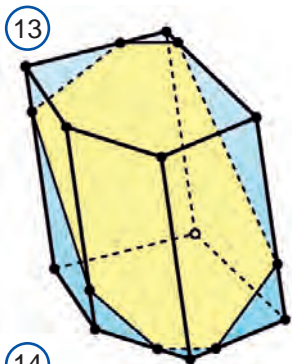
Тасвири призма бо тартиби зерин амалӣ мегардад (расми 11). Аввал яке аз асосҳои шакли бисёркунҷа кашида мешавад. Баъд аз ҳар як нӯги он порчаҳои байни худ параллел ва баробар, яъне ташкилкунандаҳои призма кишида мешавад. Охири порчаро бо равиши мувофиқ пайваст карда мебароянд. Пас, асоси дуюм пайдо мешавад. Дар нақша тегаҳои намоён набудаи призма бо хатҳои штрих -пунктир мекашанд.



Тасвири пирамида ҳам ба ҳамин тартиб бурда мешавад (расми 12). Аввал асоси шакли бисёркунҷа кашида мешавад. Баъд қуллаи пирамида ишора карда шуда, ин нуқта бо ҳар қуллаи асоси ин нуқта пайваст карда мешавад. Дар нақша тегаҳои намоёнбудаи пирамида бо хатҳои пунктир кашида мешаванд.



Фақат бо дуруст тасаввур кардани байни худ ҷойгиршави шаклҳои геометрии фазовӣ дуруст кашидани нақшаи он имкон дорад. Ҳангоми яке аз шаклҳои фазогӣ бисёррӯя, дуомаш ҳамворӣ шудан, буришҳои гуногунро тасвир кардан дуруст меояд. Бо сохтани буришҳои бисёррӯяҳои зерин машғул мешавем.



Фарз кардем, бисёррӯяро ягон ҳамворӣ бурида гузашта бошад. Буриши бисёррӯя гуфта, шакли геометрии аз нуқтаҳои ба ҳамворӣ дахлдори бурандаи бисёррӯя дар назар аст.

Ҳамвории буранда сатҳи бисёррӯяро аз рӯи порчаҳо бурида мегузарад, буриши ҳамворӣ бошад, аз як ё якчанд бисёркунча иборат мешавад. Дар расми 13 буриши аз ҳафткунча иборати призмаи панҷкунча тасвир шудааст. Ҳангоми буридани ромби расми 14 бо ҳамворӣ буриши ҳосилшуда аз дуто чоркунча иборат аст.

Барои тасвир кардани буриши бисёррӯя ҳамвории буррандаи рӯяҳо ва нуқтаҳои умумии онро муайян кардан кифоя.

Масъалаи 1. Тегаҳои AB , AQ ва CQ пирамидаи секунҷаи $QABC$ - ро дар нуқтаҳои K , L ва M бо равиши мувофиқ бо ёрии ҳамвории α бурранда бурриши ҳосилшударо месозем (расми 15).

Сохтан. Бурандаи ҳамвории α бо рӯи AQB пирамида ду нуқта умумӣ: K ва L дорад. Дар он ҳамворӣ бурранда ин рӯяро аз рӯи порчаи KL бурида мегузарад.

Ба ҳамин монанд, ҳамвории α бо рӯи AQC пирамида ду нуқтаи умумӣ: M ва L доштанин, ин рӯяро аз рӯи порчаи ML бурида мегузарад.

Буррандаи ҳамвории α бо рӯи ABC пирамида як нуқтаи умумии K дорад. Нуқтаи аз тегаи BC

гузарандаи ин ҳамвориро меёбем.

Хатҳои ростии LM ва AC ба ин ҳамворӣ дахлдорро давом дода нуқтаи бурриши онҳо X - ро меёбем. Нуқта X дар ҳамвориҳои AQC ва ABC ҳам мехобад.

Бурранда бо рӯи ABC -и пирамидаи ҳамвории α ду нуқтаи умумӣ: K ва X дорад. Дар он ҳамвории буранда ин рӯяро аз рӯи порчаи KX бурида

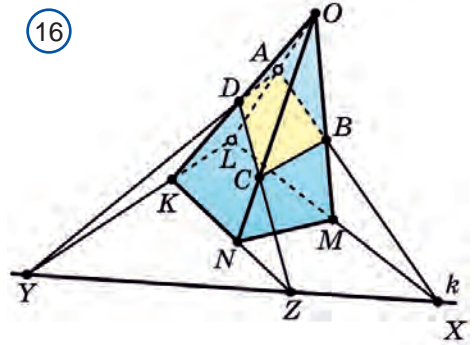
мегузарад. Хати рости KX ва нуқтаи буриши рӯяи BC , N ҳам дар ҳамвори α мехобад.

Пас, ҳамвори α рӯяи ABC - ро бинобар порчаи KN , рӯяи BQC - ро бошад аз рӯи почаи MN бурида мегузарад.

Чоркунҷаи $KLMN$ аз порча ва пирамидаи ҳамвори α иборат аст. Порчаҳои KL ва KN изҳои ҳамвори α дар рӯяҳои ABQ ва ABC номида мешаванд.

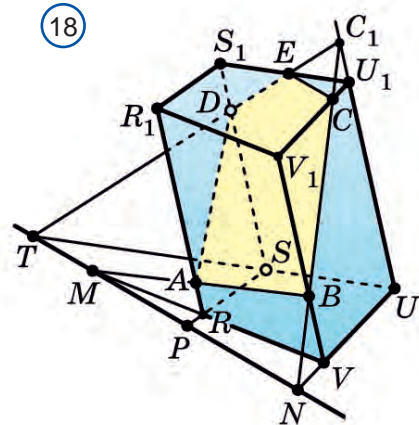
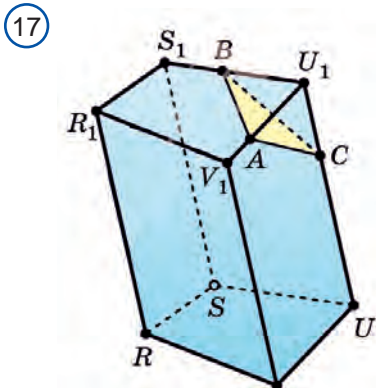
Масъалаи 2. Бурише, ки ҳангоми нуқтаи A - и теғаи OL - и пирамидаи $OKLMN$ ва дар ҳамвори асоси $KLMN$ пирамида бо ҳамвори b хати рости k гузаранда хобанда буридаи ҳосилшавандаро месозем (расми -16).

Сохтан. Нуқтаи буриши хатҳои рости LM ва k - ро меёбем. Ин нуқта барои дар хати рости k хобиданаш ба ҳамвори b тааллуқ дорад. Ҳамчунин, ин нуқта барои дар хати рости LM хобиданаш ба рӯяи LOM ҳам тааллуқ дорад, нуқтаи A ба ҳарду ин ҳамворӣ тааллуқ дорад. Барои ҳамин ҳамвори b ҳамвори LOM - ро аз рӯи хати рости AX , рӯяи LOM бошад, аз рӯи порчаи AB бурида мегузарад. Дар ин ҷо нуқтаи B нуқтаи буриши хатҳои рости AX ва OM .



Мисли ҳамин, нуқтаҳои Y ва D ва порчаи AD -ро, ки рӯяи OLK - и ҳамвори β -ро бурида мегузарад, муайян мекунем. Баъд нуқтаҳои Z ва C ва порчаҳои DC ва BC - ро муайян мекунем. Дар натиҷа чоркунҷаи ҳосилшудаи $ABCD$ аз порчаҳои чустучӯшаванда иборат мешавад.

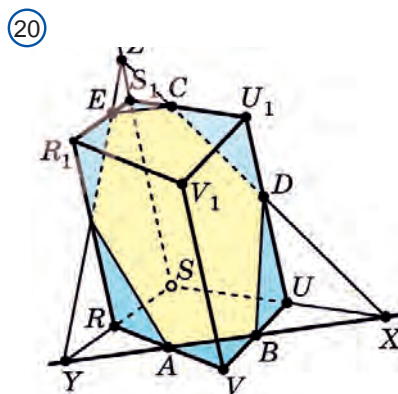
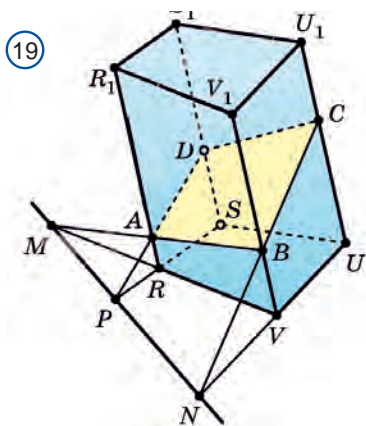
Масъалаи 3. A , B ва C нуқтаҳои призмаи чоркунҷа дар рӯяҳои гуногун.



Буриши призма бо ҳамвори ABC - ро ёбед. (расми -17).

Буриши चुस्तчӯшаванда ба кадом рӯяҳо ва чӣ гуна хобидаи нуктаҳои A , B ва C вобаста мешавад. Дар расми 17 ҳолати соддатарини ба рӯяҳои аз як қулла барояндаи нуктаҳои A , B ва C хобида тасвир шудааст.

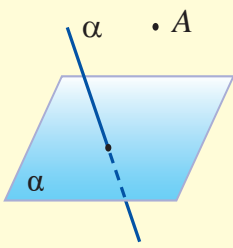
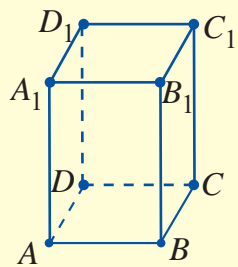
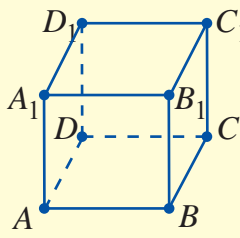
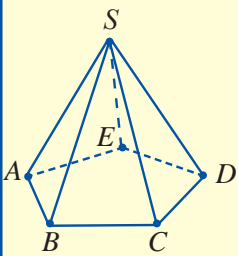
Соختани ҳолтаи буриши дар расми 18 тасвиршуда кори хеле мураккаб мебошад. Ҳолатҳои боқимондаи буриш дар расмҳои зерини 19 ва 20 оварда шудааст. Чӣ хеле, ки дида истодаед, буриш аз секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва шашкунҷа иборат шуда истодааст. Сохташавии ин буришҳоро мустақил таҳлил кунед.

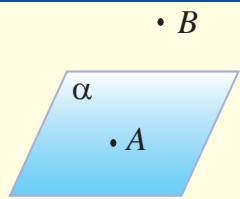
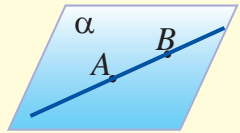
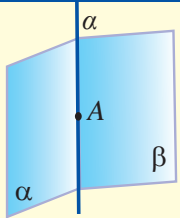


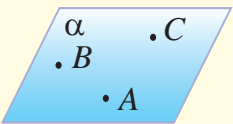
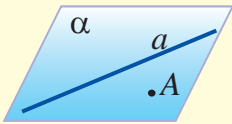
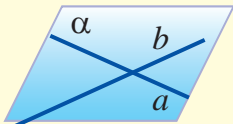
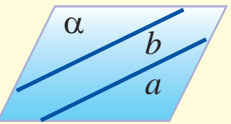
? Саволҳои доир ба мавзӯ

1. Буриши бисёррӯя гуфта чиро меноманд?
2. Буриши бисёррӯя дар чӣ гуна шакл шуданиш мумкин?
3. Изи як ҳамворӣ дар ҳамвории дуюм гуфта чиро меноманд?
4. Буриши бисёррӯяи чоркунҷа чиҳо шуданиш мумкин?

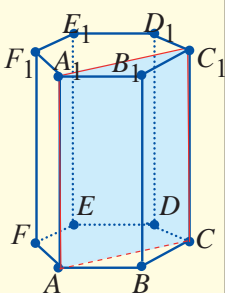
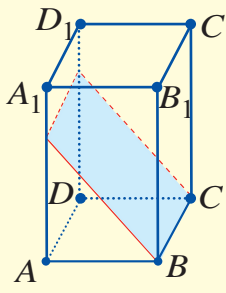
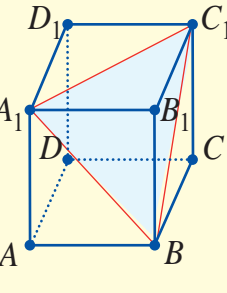
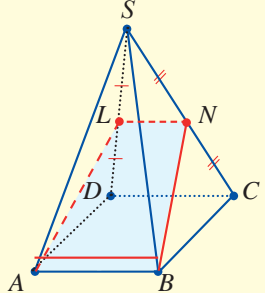
3.0. Маълумотҳои назарияви тақиягоҳро аз рӯи қисми 3-юми зерин тақро­ р намоед. Онҳо ба шумо барои умумигардони мавзӯҳои гузашта ва иҷрои машқҳои амалӣ ёрдам медиҳанд.

Шаклҳои асосӣ	Бисёррӯяҳо		
	Параллело­ педи росткун­ ча	Куб	Пирамида
 <p>А нукта, α хати рост, a ҳамворӣ</p>	 <p>Асосҳояш – росткун­ чаҳо, рӯяҳояш – росткун­ чаҳо</p>	 <p>Асосҳояш – квадратҳо, рӯяҳояш – квадратҳо</p>	 <p>Асосаш – бисёркун­ ча, рӯяҳояш – секун­ ча</p>

Аксиомҳои стереометрия ва натиҷаҳои аз он бароянда		
 <p>Нуктаҳои ба онҳо тааллуқ дошта ва нуктаҳои ба он тааллуқ надошта мавҷуд аст.</p>	 <p>Агар ду нуктаи хати рост дар ҳамворӣ хо­ бад, дар ин ҳол тамоми нуктаҳои он ба ҳамворӣ ме­ хобад.</p>	 <p>Агар ду ҳамворӣ нуктаи умумӣ дошта бо­ шад, дар он ҳол онҳо ба хати рости умумии аз ҳамин нукта гузаранда ҳам со­ хиб мешаванд.</p>

			
Тавассути се нуқтаи дар як хати рост на-хобида	Тавассути хати рост ва нуқтаи дар он нахобида	Тавассути ду хати рости бур-ранда	Тавассути ду хати рости параллел
... якто ва фақат якто ҳамворӣ гузарондан мумкин			

а) Дар чадвал буришҳои содаи баъзе бисёррӯяҳо дода шудааст. Ба онҳо мушоҳидакорона нигоҳ карда чӣ гуна ҳосил шудани ин буришҳоро эзоҳ диҳед.

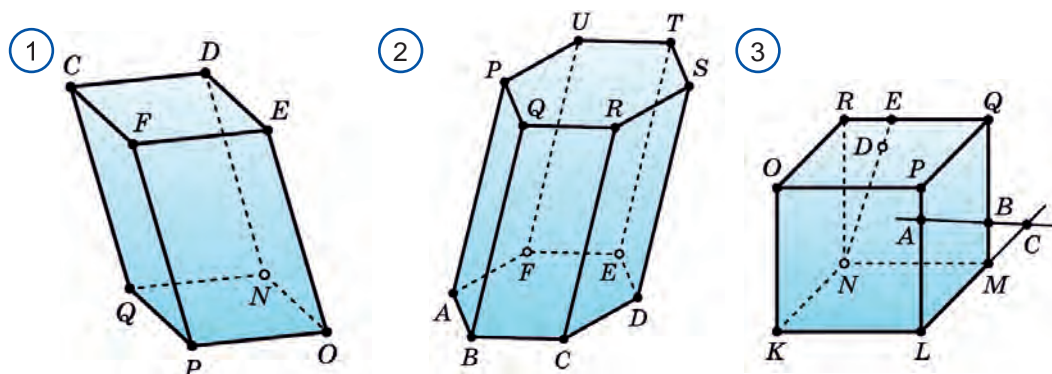
Буришҳои содаи бисёррӯяҳо			
Призмаи бисёркунча	Паралле-лопипеди росткунча	Куб	Пирамида
 <p>ACC_1 -ҳамвори аз нуқтаҳои A, C, C_1 гузаранда, бур-ранда ACC_1CA_1 – бу-риш</p>	 <p>CBK –ҳамвори аз нуқтаи K ва хати рости CB гузаранда, бур-ранда, $CBKM$ – буриш.</p>	 <p>A_1BC_1-ҳамвори аз хатҳои рости BC_1 ва BA_1 гузаранда, бурранда, ACC_1CA_1 – бу-риш</p>	 <p>ABN- ҳамвори аз хатҳои рости па-раллели AB ва LN гузаранда, бурранда $ABNL$ –буриш.</p>

б) сутуни чапи чадвал ҳамвори, сутуни рост бошад, баъзе хосиятҳои ба

якдигар монанди шаклҳои фазови геометрии оварда шудааст. Онҳоро дар назар оред ва ба чигуна монанди соҳиб буданашро муайян кунед. Боз ҷи гуна монандии ҳамворӣ ва фазоро овардан мумкин?

Дар ҳамворӣ	Дар фазо
Агар хатҳои рост нуктаи умумӣ дошта бошад, онҳо дар ҳамин нукта бурида мешаванд.	Агар ҳамвориҳо ба хати рости умумӣ соҳиб бошанд, онҳо аз рӯи ҳамин хати рост бурида мешаванд.
Аз ягон нуктаи ҳамворӣ хатҳои рости беохир гузарондан мумкин.	Аз ягон хати рости фазо ҳамвории зиёди беохир гузарондан мумкин.
Аз нуктаи беруни хати рости хобида ба хати рости додашуда ва фақат якто хати рости параллел гузарондан мумкин.	Тавассути хати рости дар ҳамворӣ нахобида параллел ба ҳамвории додашуда фақат ва фақат якто ҳамворӣ гузарондан мумкин.
Хатҳои рости ба як хати рост параллел байни худ параллеланд.	Ҳамвориҳои ба як ҳамворӣ параллел байни худ параллеланд.

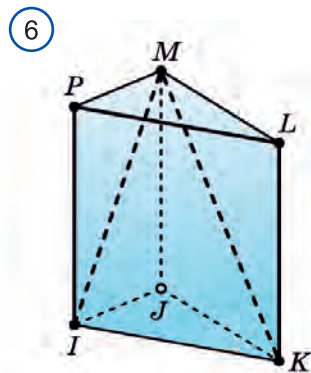
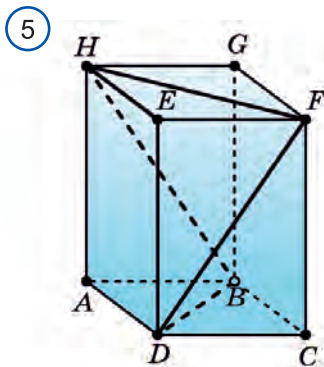
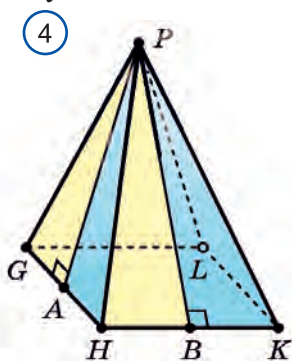
- 3.1.** Дар фазо а) ду хати рост; б) хати рост ва ҳамворӣ; с) ду ҳамворӣ ба чанд нуктаи умумӣ соҳиб шуданаш мумкин?
- 3.2.** Дар фазо а) ду хати рост; б) хати рост ва ҳамворӣ; с) ду ҳамворӣ; д) се ҳамворӣ ба нуктаи умумии ягона соҳиб шуданаш мумкин аст?
- 3.3.** Дар расми 1 параллелолипеди $NOPQDEFC$ тасвир шудааст. а) хатҳои рости бо хати рости CD бурранда; б) хатҳои рости бо хати рости FP бурранда; с) хатҳои рости бо хатҳои рости CD параллел; д) хатҳои рости бо хати рости FP параллел; е) хатҳои рости бо хати рости CD ҷилликшаванда; ф) хатҳои рости бо хати рости FP ҷилликшавандаро номбар кунед.
- 3.4.** Дар расми 2. Параллелолипеди $ABCDEFPPQRSTU$, ки асосаш шашкунча мебошад, тасвир шудааст. а) хатҳои рости бо ҳамвории ABC бурранда; б) хатҳои рости бо ҳамвории UTF бурранда; с) хатҳои рости бо ҳамвории PTR бурранда; д) хатҳои рости бо ҳамвории CDR бурранда; е) хатҳои рости бо ҳамвории FEC бурранда; ф) хатҳои рости бо ҳамвории AQB буррандаро номбар кунед.
- 3.5.** Дар параллелолипеди $NOPQDEFC$ расми 1: а) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости CQ ; б) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости OP ; с) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости NO ; д) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости DN ; е) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости CF ; ф) ҳамвориҳои бурранда бо хати рости EO параллелро номбар кунед.
- 3.6.** Дар расми 2 параллелолипеди $ABCDEFPPQRSTU$, ки асосаш шашкунча



- мебошад, тасвир шудааст. а) ҳамвориҳои бо ҳамвори UQR бурранда; б) ҳамвориҳои бо хати рости FT буррада; в) ҳамвориҳои ба ҳамвори ACE параллел; д) ҳамвориҳои бо ҳамвори ETS параллелро номбар кунед.
- 3.7. Аз расми 3 истифода бурда, а) нуқтаҳои дар ҳамвори LMQ ва NME хобида; б) ҳамвориҳои хати рости NR хобидаро; в) нуқтаҳои буриши хати рости BC - ро бо ҳамвори KLN ; д) нуқтаҳои буриши хатҳои рости PL ва ND бо ҳамвори OPR ; е) хати рости дар натиҷаи буриши ҳамвориҳои KON ва KLM ; ф) хати рости дар натиҷаи буриши ҳамвориҳои PDQ ва MNK -ро; г) нуқтаи буриши хатҳои рости AB ва LM - ро; ҳ) нуқтаҳои буриши хатҳои рости BQ ва MC -ро гӯед.
- 3.8. Аз се нуқтаи дар як хати рости хобида имкон доштани ҳамворӣ гузаронданро исбот кунед. Шумори ин хел ҳамвориҳо чандтоанд?
- 3.9. Нуқтаҳои A, B, C ва D дар як ҳамворӣ намехобанд. Буриши хатҳои рости AB ва CD - ро исбот кунед.
- 3.10. Аз нуқтаи буриши ду хати рости додашуда, оё хати рости бо ин хатҳои рости нахобанда гузарондан мумкин? Ҷавобатонро асоснок кунед.
- 3.11. Нуқтаҳои A, B, C дар ҳар яки ду ҳамвориҳои гуногун мехобад. Дар як хати рости хобидани ин нуқтаҳоро исбот кунед.
- 3.12. Аз хати рости ду ҳамвориҳои гуногун гузаштаниро исбот кунед.
- 3.13. Хатҳои рости a ва b дар як ҳамворӣ намехобанд, оё ба хатҳои рости a ва b параллел хати рости c -ро гузарондан мумкин?
- 3.14. Агар ҳамворӣ аз ду хати рости параллел якеашро бурида гузарад, он дуомашро ҳам бурида гузаштаниро исбот кунед.
- 3.15. Аз ду хати рости чилликишавандаи дилхоҳи яке ба дуомаш ҳамвориҳои параллел гузарондан мумкин буданиро исбот кунед.
- 3.16. Секунҷаи ABC дода шудааст, ҳамвориҳои параллел ба хати рости AB тарафи AC - и ин секунҷаро дар нуқтаи A_1 тарафи BC -ро дар нуқтаи B_1

бурида мегузарад. Дарозии порчаи A_1B_1 -ро ёбед. Дар ин чо: а) $AB=15$ см, $AA_1:AC=2:3$; б) $AB=8$ см, $AA_1:AC=5:3$; в) $B_1C=10$ см, $AB:BC=4:5$; д) $AA_1=a$, $AB=b$, $A_1C_1=c$.

3.17. Дар расми 4 пирамидаи чоркунҷаи мунтазам дода шудааст. PA ва PB баландии рӯяҳои PGH ва PHK бошад, $\triangle PGA = \triangle PHB$ буданаширо исбот кунед.



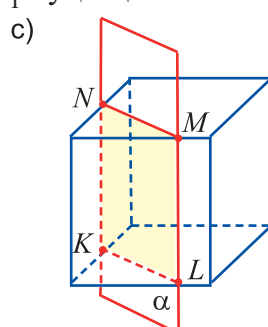
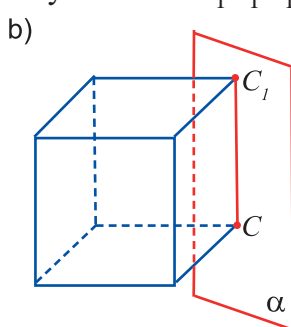
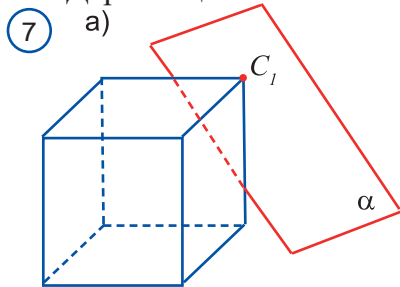
3.18. Тегаи паҳлӯии параллелопипеди росткунҷаи $ABCDHGFE$ (расми 5) ба 8 см, асосаш аз квадрати тарафи асосаш аз квадрати ба 6 см баробар иборат аст. Дарозии хати шикастаи фазогии $HFDBH$ -ро ёбед.

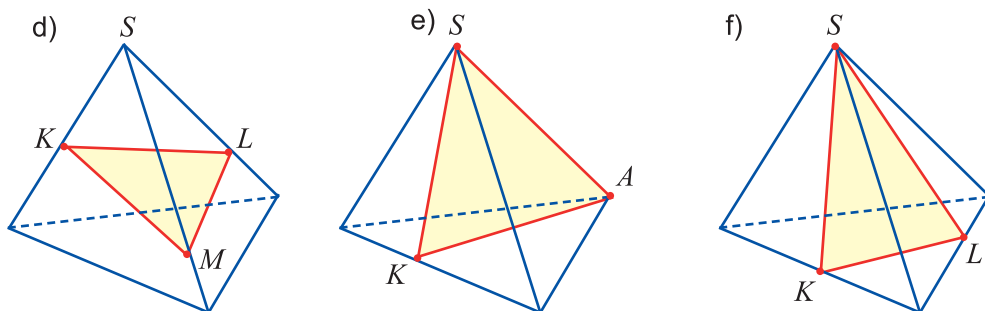
3.19. Дарозии тегаҳои асос ва паҳлӯи призмаи рости секунҷаи $IJKPML$ (расми 6) дар нисбати 2:3. Агар дарозии хати шикастаи фазогии $IPLKMI$ ба $16+4\sqrt{13}$ баробар бошад, масоҳати сатҳи паҳлӯи призмаро ёбед.

3.20. Масоҳати сатҳи паҳлӯи параллелопипеди росткунҷаи асосаш квадрат ба 12 см^2 баробар аст. Диагонали асосаш $\sqrt{2}$ бошад, диагонали рӯяи паҳлӯиро ёбед.

3.21. Дар ҳолатҳои дар расми 7 овардашуда кадом буриши шаклҳои фазогӣ тасвир шуданаширо эзоҳ диҳед.

3.22. Дар тегаҳои AD ва CD -и куби $ABCA_1B_1C_1D_1$ нуктаҳои M ва N дода





шудааст. Ҳангоми буриши куб бо ҳамвории MNB_1 буриши ҳосилшударо созед.

3.23. Куби $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ро кашед ва нуктаҳои M , N ва L миёнаҳои тегаҳои AB , BC ва BB_1 бударо ишора кунед: а) буриши кубро бо ҳамвории MNL буриши ҳосилшударо созед; б) мунтазам будани секунҷаи MNL -ро исбот кунед; с) тегаи куб 1 см бошад, масоҳати секунҷаи MNL -ро ёбед.

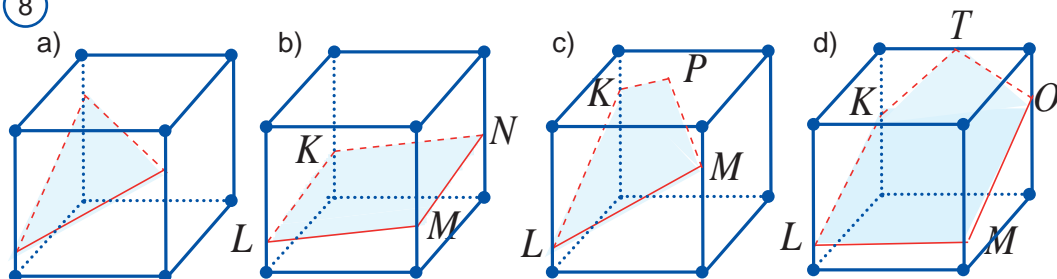
3.24. Тегаи параллелопипеди росткунҷаи $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 6$ см, $AD = 6$ см ва $AA_1 = 8$ см, буриши параллелопипед бо ҳамвории $BC_1 D$ секунҷаи баробарпаҳлӯ буданашро исбот кунед ва баландии ин секунҷаро ёбед.

3.25. Призмаи $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ тасвир кунед. Ҳамворӣ ва буриши аз нуктаҳои M , N ва L гузаранда, ки миёнаи тегаҳои AD , AA_1 ва DD_1 -и призма мебошанд, созед.

3.26. Ҳангоми кубро бо ҳамворӣ буридан дар буриш кадом ҳолатҳои расми 8 тасвирёфта шуданаш мумкин? Кадомаш не ?

3.27. Дар асоси маълумотҳои додашудаи расми 9 буришҳои тааллуқдоштаи

8



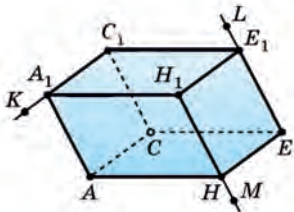
шаклҳои фазогии аз нуктаҳои а) K , L ва M ; б) A , B ва C ; с) A , B ва C нуктаҳо гузарандаро созед.

3.28. Нуктаҳои A , B ва C -и дар тегаҳои MM_1 , $M_1 P_1$ ва $M_1 T_1$ -и призмаи $MPQT M_1 P_1 Q_1 T_1$ хобида гирифта шудаанд (расми 10). Буриши призма бо ҳамвории ABC -ро созед.

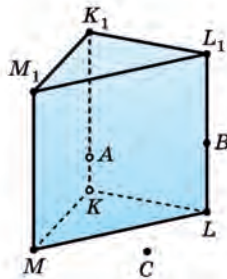
3.29. Дар асоси маълумотҳои додашудаи расми 11 аз нуктаҳои U , V ва W ,

расми 12 аз нуқтаҳои A ва B буришҳои дахлдори шаклҳои фазовии гузарандаро созад.

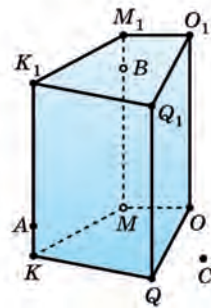
9) a)



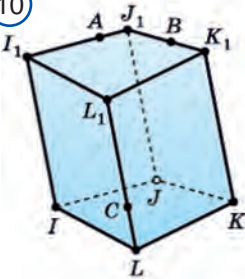
b)



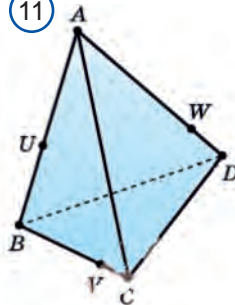
c)



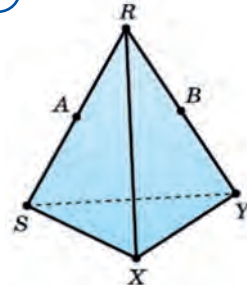
10)



11)



12)



Татбиқҳо ва ташаккулдиҳии компетенсияҳои амалӣ

1. Аз чӣ сабаб барои баро ягон иморат пеш аз ӯра (чуқур) кандан, корҳои иморат бо ёрии риштаи таранг кашида иҷро карда мешавад.?

Ҷавоб: Буриши ду ҳамворӣ аз хати рост иборат мебошад.

2. Дар ҷараёни гузоштани ғишт ба қолиб лой андохта, қисми тахтаи ҳамвор ба қолиб давонда шуда, қисми зиёдагии лой гирифта партофта мешавад. Дар ин ҳол аз чӣ сабаб сатҳи ғишт ҳамвор мебарояд?

3. Барои санҷидани пойҳои курсии сохташуда, дар як ҳамвори хобиданаш дуредгар ба пояҳои муқобили курсӣ ришта кашида месанҷад. Ин усулро истифода бурда бинед ва он ба чӣ асос шуданашро гӯед.

Ҷавоб: Ду хати рости бурранда ҳамвории ягонро муайян мекунанд.

4. Як қисми чӯби тахтаро арра карда истода, дуредгар ба ҳамвор шудани сатҳи аррашуда чӣ хел муваффақ мешавад?

Ҷавоб: ба ду рӯйи ҳамсои чӯби тахта порчаҳои AB ва AC -ро кашида ва то имкон будан арраро аз ҳамин порчаҳо гузаранда карда арракуниро иҷро мекунанд. Дар натиҷа барои ягона будани ҳамворие, ки аз ду хати рости бурранда мегузарад, сатҳи арракарда ҳамвор мебарояд.

5. Барои нишондани фотоаппарат аз чӣ сабаб таги дастгоҳи пешбинишуда сепоя карда шудааст?

Ҷавоб: Аз се нуқтаи дар як хати рост нахобида фақат ва фақат якто ҳамворӣ мегузарад.

6. Дуредгар ҳамвор будани сатҳи пардоздодаи тахтаи додашударо чӣ хел месанҷад? Ин усул ба чӣ асос карда шудааст?

Ҷавоб: агар ду нуқтаи хати рост дар як ҳамворӣ хобад, худи он ҳам бо бутунияш дар ҳамин ҳамворӣ мехобад.

7. Аз чӣ сабаб мототсикли сепоя нисбат ба ду пояш хеле оромона меравад? *Ҷавоб: аз се нуқтаи дар як хати рост нахобида фақат якто ҳамворӣ мегузарад.*

8. Барои чӣ дарҳои кушод дар лапиш дар ҳолати худ ба ҳаракат меоянд? Чаро ин бо дарҳои пӯшида содир намешавад? *Ҷавоб: аз хати рост ва нуқтаи дар он нахобида фақат якто ҳамворӣ гузаштаниш мумкин.*

9. Буриш – аз квадрати тарафаш 7 дм иборат, баландиаш 4 м буда, барои сохтани 18-то сутуне, ки тарафи бурришаш аз квадрати 7 дм, баландиаш аз 4 м иборатбуда чӣ қадар ғишт лозим мешавад? (Ченакҳои ғишт: 1:1,5:3 дм. дар чараёни сохтан 5 % ғишт ихтисор шуд.). *Ҷавоб: 8200 дона.*

Ҷавобҳо ва нишондодҳо

- 1.23.** $AB \parallel CD$. **1.24.** $7\frac{2}{3}$ см, $8\frac{2}{3}$ см. **1.25.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см. **1.26.** 14 см. **1.27.** $8\sqrt{3}$ см.
1.28. 17 см. **1.29.** 24 см. **1.30.** 4,8 см. **1.31.** 18 см.
2.6. 256 м². **2.8.** $(11+\sqrt{3})$ см. **2.9.** а) 150; 12,5 $(12+\sqrt{3})$; б) 1200; 1400; в) 3456; 108 $(32+9\sqrt{3})$; д) 2000; $2000+640 \operatorname{tg} 54^\circ$. **2.10.** а) $6\sqrt{13}$ см; $18\sqrt{3}$ см; б) $405\sqrt{3}$ см²; в) $648\sqrt{3}$ см². **2.11.** а) $2\sqrt{82}$ см; $2\sqrt{73}$ см; б) $48\sqrt{73}$ см²; в) $144+48\sqrt{73}$ см². **2.12.** а) $\sqrt{142-45\sqrt{3}}$ м; $\sqrt{142+45\sqrt{3}}$ м; б) 192 м²; в) 282 м²; **2.13.** а) 5 м; $\sqrt{89}$ м; б) $8(5+\sqrt{34})$ м²; в) $8(11+\sqrt{34})$ м². **2.14.** а) 13 см; 12 см; б) 360 см²; в) $30(12+5\sqrt{3})$ см². **2.15.** $150(2\sqrt{3}-3)$ см². **2.17.** а) 168π см²; б) 168π см²; в) $2,4\pi$ м²; д) $1,68\pi$ м². **2.18.** 625π см². **2.19.** 252π м². **2.20.** π^2 м². **2.21.** 4 см; 16 см. **2.22.** 2,11 л. **2.23.** 4,83 м². **2.24.** 37 мм. **2.25.** 1040π см². **2.26.** а) 75π см²; б) 288π дм²; в) $6,25\pi$ м². **2.28.** а) 88π см²; б) 88π см²; в) 540π дм²; д) $3,24\pi$ м².
3.18. $\sqrt{10}$ см. **3.19.** $4(5+3\sqrt{2})$ см. **3.20.** 72 дм². **3.23.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$ м².

Адабиётҳои таълимиву услубӣ ва захираҳои электронии дар офарида- ни китоби дарсӣ истифодашуда ва барои омӯзиши иловагӣ тавсия- шаванда

1. A. A'zamov, B. Haydarov. "Matematika sayyorasi". Toshkent. «O'qituvchi», 1993.
2. Y. Saitov «Matematika va matematiklar haqida». Toshkent. «O'qituvchi», 1992.
3. Yosh matematik qomusiy lug'ati. Toshkent. «O'zbekiston ensiklopediyasi», 1991.
4. S.I. Afonina Matematika va go'zallik, Toshkent, O'qituvchi, 1986.
5. R.K. Otajonov Geometrik yasash metodlari, Toshkent, «O'qituvchi», 1982.
6. X. Norjigitov, Ch. Mirzayev Stereometrik masalalarni yechish. Akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma.-Toshkent, 2004 y.
7. I. Israilov, Z. Pashayev Geometriya. Akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma. II qism. Toshkent, «O'qituvchi», 2005 y.
8. A.B. Погорелов "Геометрия 10–11", учебник, Москва. "Просвещение", 2009.
9. С. Атанасян "Геометрия 10–11 классы", учебник, Москва. Просвещение", 2002.
10. Я.И. Перельман Қизиқарли геометрия, Тошкент. "Ўқитувчи", 1981.
11. Б. А. Кордемский Математическая смекалка. Москва. «Наука», 1991.
12. Л. А. Латотин, Б. Д. Чеботаревский. "Математика 10", учебник, Минск, 2013.
13. И.М. Смирнова, В.А. Смирнов Геометрия. 10–11 класс. учебник, Москва, 2008
14. О.Я. Билянина и др. "Геометрия 10" учебник, Киев, "Генеза", 2010.
15. А.Д. Александров "Геометрия – 10–11", учебник, Москва. "Просвещение", 2013.
16. С. Daniel Alexander, Elementary geometry for college students, Canada, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.
17. Mal Coad and others, Mathematics for the international students, Haese and Harris publications, Australia, 2010.
18. Jennie M. Bennett, «Pre-Algebra» Holt, Rinehart and Winston, New York, 2004
19. <http://www.uzedu.uz> – Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portali.
20. <http://www.eduportal.uz> – Multimedia markazi axborot ta'lim portali.
21. <http://www.school.edu.ru> – Umumta'lim portali (rus tilida).
22. <http://mathc.chat.ru> – Matematik kaleydoskop (rus tilida).
23. <http://www.problems.ru> Matematikadan masalalar izlash tizimi (rus tilida);
24. <http://www.pdmi.ras.ru/~olymp> – Matematikadan olimpiada masalalari (rus tilida).
25. <http://www.ixl.com> – Masofadan turib o'qitish sayti (ingliz tilida).
26. <http://www.mathkang.ru> – "Kenguru" xalqaro matematik tanlov sayti (rus tilida).

M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismailov, A.Q. Amanov, B.Q. Haydarov

MATEMATIKA 10
ALGEBRA VA ANALIZ ASOSLARI
GEOMETRIYA
I QISM

О‘рта та’лим муассасаларининг 10-синфи о‘қувчилари uchun darslik
1- nashr
(*Tojik tilida*)

Тарчимон:
Муҳаррир:

Ф. Кабиров
Х. Ҳамидов

Муҳаррири техникӣ:
Саҳифабанди компютерӣ:

К. Мадияров
А. Абдусаломов

Литсензияи Нашриёт АИ № 296. 22.05.2017
Ба чоп рухсат дода шуд 02.02.2018. Андозаи $70 \times 100^{1/16}$
Гарнитурани «TimesNewRoman» .
Қузъи чопӣ 9,0. Қузъи нашрӣ. 9,0.
Адади нашр 7648 нусха
Макети оригиналӣ дар ҚММ «Extremum-press»
тайёр карда шуд. 100053, ш.Тошканд.
кўчаи Боғи шамол, 3. Тел: 234-44-05
Дар чопхонаи Хонаи эҷодии табъу нашри «О‘қитувчи»-и
Агентии матбуот ва ахбори Ўзбекистон. чоп шуд.
100206, ш.Тошканд, даҳаи Юнусобод,
кўчаи Янгишаҳр, хонаи 1.
Супориши № 232-17.