GEOMETRIÝA 7

Umumy orta bilim berýän mekdepleriň
7-nji synpy üçin derslik

Düzedilen we üsti ýetirilen üçünji neşir

Özbegistan Respublikasynyň Halk bilimi
ministrligi tarapyndan tassyklanan

DAŞKENT
“YANGIYO‘L POLIGRAF SERVIS”
2017

UO'K: 514=512.164(075.3)
KBK: 22.151ya72

Awtorlar: A. A'zamow, B. Haýdarow, E. Sarikow, A. Koçkarow , U. Sa'diýew

Syn ýazanlar:

A. Ýa. Narmanow, fizika-matematika ylymlarynyň doktory, professor, Özbegistan Milli Uniwersitetiniň Geometriýa we amaly matematika kafedrasy müdiri;
S. F. Saidaliýewa, pedagogika ylymlarynyň kandidaty, matematika we ony okatmagyň metodikasy kafedrasynyň dosenti;
B. K. Eşmamatow, fizika-matematika ylymlarynyň kandidaty, Daşkent şäherindäki 6-njy ýöriteleşdirilen mekdebiň direktory;
M. M. Şaniýazowa, Daşkent şäherindäki 300-njy mekdebiň matematika mugallymy;
M. Sanaýewa, Daşkent welaýatynyň Zangiata tümenindäki 23-nji mekdebiň ýokary derejeli matematika mugallymy;

Derslikde ulanylan şertli belgiler

Täze girizilýän geometrik düşünjäniň kesgitlemesi	Amaly gönükme
Soraglar, meseleler we ýumuşlar	Nusga mesele ýa-da amaly iş
Aksioma	Internetden maslahat berilýän maglumatlaryň salgysy
Gyzykly mesele	Teorema
Ugrukdyryjy gönükme	Geometrik barlag
Durmuşymyzda geometriýa	Taryhy sahypalar

* Çylşyrymly meseleler

Respublikanyň ýörite kitap gaznasynyň serişdeleriniň hasabyndan çap edildi.

ISBN 978-9943-4935-1-3

MAZMUNY

I BAP

BAŞLANGYÇ GEOMETRIK MAGLUMATLAR. PLANIMETRIÝA

1

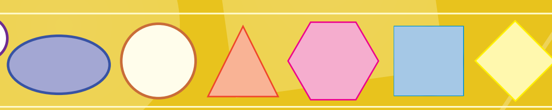
2

3

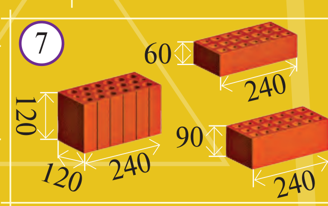
4

5

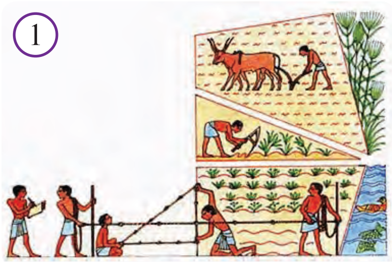
6

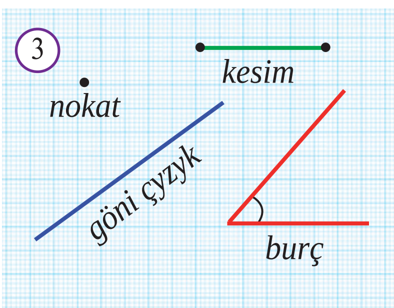


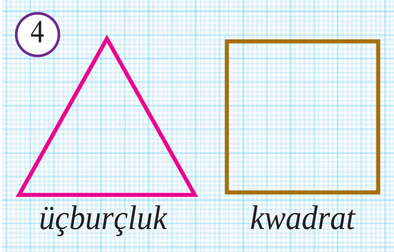
7

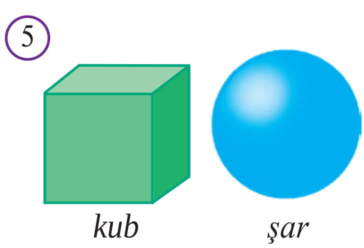


1 GEOMETRIÝA YLMY WE PREDMETI. GEOMETRIÝA YLMYNYŇ WEZIPELERI









Geometriýa degişli başlangyç düşünjeler mundan 4–5 müň ýyl öň gadymky Müsürde peýda bolupdyr. Şol wagtlarda Nil derýasynyň suwy her ýyl daşyp, ekin meýdanlaryny ýuwup durupdyr. Şonuň üçin, ekin meýdanlaryny gaýtadan paýlamak we salgyt mukdaryny kesgitlemek üçin bu meýdanlarda belgileme we ölçeg işlerini ýerine ýetirmäge dogry gelipdir (*1-nji surat*). Gadymky grek alymlary ýer ölçemegiň usullaryny müsürlilerden öwrenip, ony geometriýa diýip atlandyrypdyrlar. ***“Geometriýa”*** grekçe söz bolup, “geo” – ýer, “metrio” – ölçemek diýen manyny aňladýan böleklerden düzülen.

Mil. öň. VII–VI asyrlarda Gadymky Horezmde hem Müsürdäki ýaly Amyderýanyň aşaky böleginde ýer ölçemek işleri ýerine ýetirilipdir.

Geometriýa degişli başlangyç düşünjeler Gadymky Wawilonda-da bolupdyr. Hususan-da, taryhçylar Pifagoryň teoremasy Wawilonda tapylan diýip hasaplaýarlar.

Gadymky grek alymy Ewklid şol wagta çenli mälim bolan ähli geometrik düşünjeleri we häsiýetleri tertibe salyp, ***“Esaslar”*** diýip atlandyrylýan kitabynda beýan etdi. Bu kitap iki müň ýylyň dowamynda mekdepler üçin iň möhüm derslik wezipesini ýerine ýetirdi we ylmyň ösmeginde uly ähmiýete eýe boldy. Geometriýany okatmak häzir hem şol kitapdaky taglymlara daýanýar.

Geçmişde ýaşap geçen alymlaryň aglabasy geometriýa bilen meşgullanypdyrlar. Beýik watandaşlarymyz Muhammet ibn Musa al-Horezmi, Ahmet Fergany, Abu Reýhan Biruny, Abu Ali ibn Sina, Ulugbek hem Ewklidiň “Esaslaryny” pugta öwrenip, bu ylmyň ösmegine öz goşandyny goşupdyrlar. Gündogar ýurtlarynda geometriýa inženerlik bilen goşup ***handasa*** diýlipdir we oňa uly üns berlipdir. Häzir “inžener” sözi muhandis diýilmegi-de şondan.

Bizi gurşaýan her bir predmet nähilidir şekle eýe. Meselem, kerpiç ýa-da karton gutyny alalyň. Olar 5-nji synpdan size tanyş bolan gönüburçly

***Geometriýa** – geometrik şekiller we olaryň häsiýetleri baradaky ylym.*

parallelepiped şeklindedir (*2-nji surat*). Parallelepipediň 8 depesi bar – bular nokatlar, 12 gapyrgasy – kesimler, 6 gyraňy bar – bular gönüburçluklar.

Nokat, göni çyzyk, kesim, burç, üçburçluk, kwadrat, töwerek, kub, şar ýaly ençeme geometrik şekiller bilen siz aşaky synplarda tanşansyňyz (*3-5-nji suratlar*).

3-5-nji suratlarda görkezilen şekiller dürli jisimleriň geometrik tymsalyndan ybarat. Jisimleri geometrik nukdaý nazardan öwrenmekde olaryň diňe şeklini hasaba alarys.

Biz nokat, kesim, burç, üçburçluk ýaly ýasy şekilleri depderiň listine çyzyp bileris. Kub, piramida, şar ýaly giňişlikdäki geometrik şekilleri bolsa doly çyzyp bilmeýäris, emma olaryň görnüşini kagyzda şekillendirip bileris.

Planimetriýa Geometriýanyň bölümi bolup, ol bir tekizlikde ýerleşýän geometrik şekilleriň häsiýetlerini öwrenýär. Giňişlikdäki şekilleriň häsiýetlerini bolsa geometriýanyň ***stereometriýa*** diýilýän bölümi öwrenýär. Biz geometriýany öwrenmegi planimetriýadan başlaýarys.

***Planimetriýa** – geometriýanyň tekizlikdäki geometrik şekilleriň häsiýetlerini öwrenýän bölümi.*

6

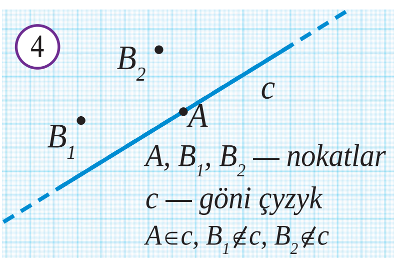
Ewklid
(Miladydan öňki III asyr)

Gadymky grek alymy, geometriýa ylmynyň şekillenmeginde uly orun tutan – “Esaslar” eseri bilen meşhur.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Geometriýa degişli başlangyç maglumatlar nirede we nähili peýda bolupdyr?
2. Geometriýa sözüniň manysy näme we näme üçin ol şu at bilen atlandyrylypdyr?
3. Geometriýanyň ösmegine goşant goşan haýsy alymlary bilýärsiňiz?
4. 6-njy suratda şekillendirilen Hywa şäherindäki gök Minar ýadygärligi nähili geometrik görnüşde? Minaranyň üstünde nähili geometrik şekilleri görmek mümkin?
5. Geometriýa ylmy nämäni öwrenýär?
6. Planimetriýa geometriýanyň nähili bölümi? Stereometriýa nähili?
7. Stereometriýanyň nähili özboluşly taraplary bar?
8. Daş-töweregiňizden geometrik şekilleri ýatladýan predmetlere mysallar getiriň we olary depderiňize çyzyň.
9. 3-5-nji suratlarda görkezilen şekilleriň haýsy aýratynlyklaryna garap toparlara bölmek mümkin? Bu aýratynlyklar nähili?
10. Planimetriýa 3-5-nji suratlardaky şekillerden haýsylarynyň häsiýetlerini öwrenýär?

2 IŇ ÝÖNEKEÝ GEOMETRIK ŞEKILLER: NOKAT, GÖNI ÇYZYK WE TEKIZLIK



Nokat, göni çyzyk we tekizlik – geometriýanyň iň esasy düşünjeleri. Geometriýa ylmynyň başlangyç düşünjeleri bolany üçin olara kesgitleme berilmeýär. Şunuň bilen birlikde olar başga düşünjeleri girizmek üçin esas wezipesini ýerine ýetirýär.

Galamyň ujuny kagyza, meli doska degrende galan yz ýa-da asmandaky ýyldyzlary (*1-nji surat*) alyp garaýan bolsak, olar gözümize gaty kiçi görünýändigi üçin, olaryň ölçeglerini hasaba alynmasa hem bolýar. ***Nokat*** – ine şeýle, ölçeglerini hasaba almasa hem bolýan örän kiçi zatlaryň geometrik nusgasydyr. Ewklid “Esaslar” diýlip atlandyrylan eserinde nokady hiç bir bölege eýe bolmadyk şekil hökmünde kesgitläpdir.

Awtomobil ýoly boýunça çekilen çyzyklar (*2-nji surat*), sütünleriň arasynda berk çekilen ýüp, asmana garap gönükdirilen yşyklandyryjy şöhle (*3-nji surat*), kagyzyň çeti ýaly şekilleriň geometrik nusga – ***göni çyzyk*** barada düşünje berýär. Ýagtylyk şöhlesi göni çyzyk boýunça ýaýraýar. Aslynda göni çyzyk çäksiz şekildir. Biz ony kagyz, synp doskasynda şekillendirende, kiçi bölegini çyzmak bilen çäklenýäris. Ýöne göni çyzygy hemişe iki tarapa-da çäksiz dowam edýär diýip göz öňüne getirmeli.

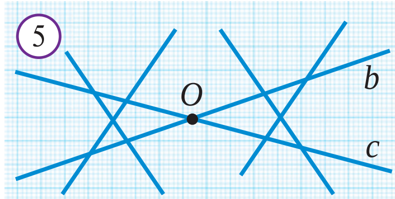
Poluň, stoluň üstki bölegi, diwar, petik, depder listi, asuda köldäki suwuň derejesi (*3-nji surat*) ýalylaryň geometrik nusgasy ***tekizlik*** bolýar.

Nokatlar uly latyn harplary A, B, C, D, ..., göni çyzyklar bolsa kiçi latyn harplary a, b, c, d, ... bilen belgilenýär we “*A nokat*”, “*a göni çyzyk*” ýaly okalýar (*4-nji surat*).

Tekizlikde nähili göni çyzyk alynsa-da, bu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.

Meselem, 4-nji suratda A nokat c göni çyzyga degişli, B_1 we B_2 nokatlar c göni çyzyga degişli däl. Bu gysgaça $A \in c$ we $B_1 \notin c$, $B_2 \notin c$ ýaly ýazylýar. Bu ýazuw şeýle okalýar: “A nokat c göni çyzyga degişli, B_1 we B_2 nokatlar c göni çyzyga degişli däl”. Bu aňlatmany gysgaldyp, “A degişli c-ge, B_1 we B_2 degişli däl c-ge” diýmek mümkin.

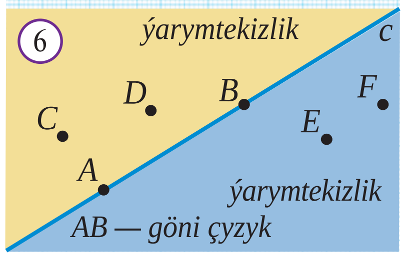
b we *c* – dürli göni çyzyklar bolsun. Eger *O* nokat *b* göni çyzyga hem, *c* göni çyzyga hem degişli bolsa, *b* we *c* göni çyzyklar *O* nokatda kesişýär (*5-nji surat*). Munda *O* nokat *b* we *c* göni çyzyklaryň kesişme nokady diýilýär.



O nokat — b we c göni çyzyklaryň kesişme nokady.

6-njy suratda *A* nokat hem, *B* nokat hem *c* göni çyzyga degişli. Şeýle ýagdaýda, adatda “*c* göni çyzyk *A* we *B* nokatlardan geçýär” diýip aýdylýar.

Islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçýär.



Bu häsiýete görä, göni çyzygyň iki nokady görkezilse, bu göni çyzyk anyklanan bolýar. Şonuň üçin göni çyzygy onda ýatýan iki nokadyň kömeginde hem belgilmek mümkin. 6-njy suratda *AB göni çyzyk* görkezilen.

Ýatda saklaň: *Indikide iki göni çyzyk* (*iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...*) *diýlende dürli iki göni çyzyk* (*iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...*) *düşünilýär.*

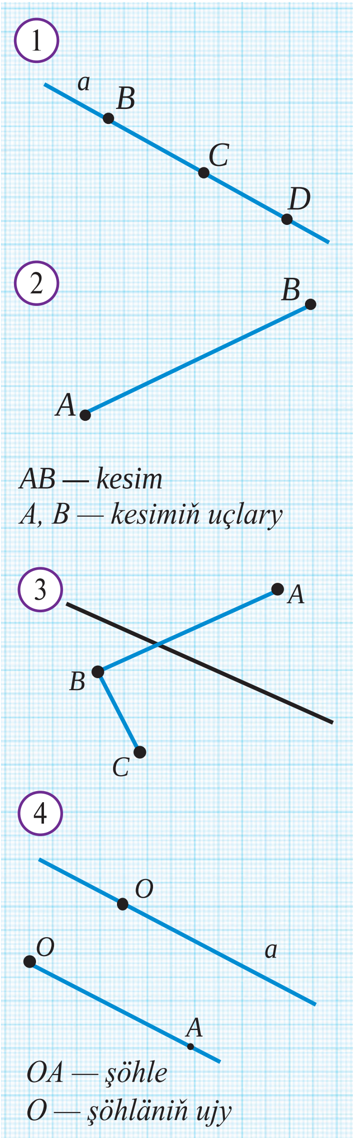
Her bir göni çyzyk tekizligi iki bölege: iki ýarymtekizlige bölýär.

Göni çyzygyň özi ýarymtekizlikleriň ikisine-de degişli diýlip hasaplanýar. Ol özi bölen ýarymtekizlikleriň umumy araçägi bolýar. 6-njy suratda *c* göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýändigi görkezilen.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Geometriýanyň esasy düşünjelerini aýdyň. Olar nähili belgilenýär?
2. Nokat, göni çyzyk we tekizligi siz nähili göz öňüne getirýärsiňiz?
3. Aňlatmalary okaň, düşündiriň we çyzyň: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; $C \notin AB$.
4. *A* we *B* nokatlar *d* göni çyzyga degişli, *C* nokat bolsa *d* göni çyzyga degişli däl. *AB* we *AC* göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?
5. *AB* we *AK* göni çyzyklar näçe umumy nokada eýe bolmagy mümkin?
6. *c* göni çyzyk çyzyň we onda *A* nokady belgiläň. *c* göni çyzykdan tapawutly *AB* göni çyzygy geçiriň. *B* nokat *c* göni çyzykda ýatýarmy?
7. a) bir; b) iki; c) üç nokatdan geçýän näçe göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy esaslandyryň.
8*. Islendik üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan a) üç; b) dört nokat arkaly şu nokatlary jübüt-jübüti bilen utgaşdyrýan näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
9*. Dört göni çyzygyň ikisi kesişen nokatlary belgilendi. Nokatlaryň sany köpi bilen näçe bolýar? Göni çyzyklar bäş sany bolsa nähili?
10. Tekizlikde bäş nokady şeýle ýerleşdiriň, ýagny olaryň ikisi arkaly göni çyzyk geçirende, göni çyzyklar bäş sany bolsun.
11. 5-nji suratda näçe göni çyzyk bar? Olar näçe nokatda kesişýär?
12. 6-njy suratdaky şekilleriň arasyndaky gatnaşyklary belgileriň kömeginde ýazyň.

3 KESIM WE ŞÖHLE



Eger *a* göni çyzykda *B*, *C*, *D* nokatlar 1-nji suratdaky ýaly ýerleşýän bolsa, olaryň diňe biri – bu görnüşde *C* nokat – galan ikisi, ýagny *B* we *D* nokatlaryň arasynda ýatýar. *B* we *C* nokatlar *D* nokatdan bir tarapda, *C* we *D* nokatlar bolsa *B* nokatdan başga bir tarapda ýatýarlar.

Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokatdan biri we diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

Kesim *diýip göni çyzygyň iki nokadynyň arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar.*

2-nji suratda kesim görkezilen. *A* we *B* nokatlara ***kesimiň uçlary*** ýa-da ***çetki nokatlary*** diýilýär. Olaryň arasyndaky nokatlar bolsa kesimiň ***içki nokatlary*** diýlip atlandyrylýar. Kesim özüniň çetki nokatlarynyň kömeginde "*AB kesim*" ýaly belgilenýär. Edil şu kesimi "*BA kesim*" ýaly ýazmak hem mümkin.

Tekizlikde göni çyzyk geçirilen bolsun. Ol şu tekizligi iki ýarymtekizlige bölýär. Bu ýarymtekizliklerden birine degişli *A*, *B* nokatlara garalyň. Munda *AB* kesim doly şu ýarymtekizlikde ýatýar we onuň araçägini kesmeýär. Eger dürli ýarymtekizliklerden bir sanydan nokat – 3-nji suratda *B* we *C* alynsa, onda *AB* kesim göni çyzygy hökman kesýär.

Şöhle *diýip göni çyzygyň haýsy-da bolsa nokatdan bir tarapda ýatýan ähli nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar.*

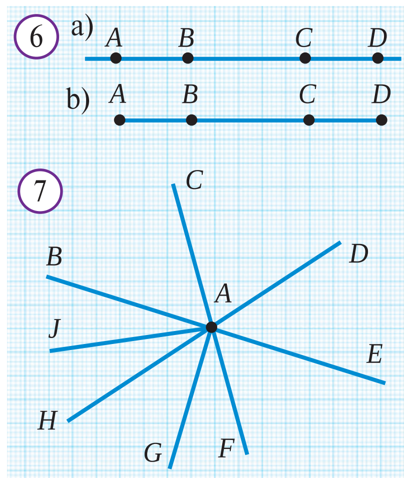
a göni çyzykda ýatýan *O* nokat şu göni çyzygy ***bir-birini üstüni ýetirýän iki şöhlä*** bölýär. *O* nokat bu şöhleleriň ***ujy*** ýa-da ***başlangyç nokady*** diýlip atlandyrylýar. Şöhläniň ujy *O* we haýsy-da bolsa nokady *A* bolan şöhle "*OA şöhle*" ýaly ýazylýar (*4-nji surat*). beýle ýazuwda şöhläniň ujy birinji orunda ýazylýar.

Käbir ýagdaýlarda *OA* şöhlä "***O nokatdan çykýan şöhle***" diýlip hem aýdylýar.

Şöhläni ýagtylyk şöhlesiniň geometrik nusgasy hökmünde garamak mümkin. "Şöhle" adalgasy şondan gelip çykan.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. 6-njy *a* suratda *B* nokat haýsy nokatlaryň arasynda ýatyr? Haýsy nokatlar *C*-ge görä bir tarapda ýatyr?
2. Kesime we şöhlä kesgitleme beriň. Olar nähili belgilenýär?
3. Göni çyzykda *C* we *D* nokatlar berlen. *CD* we *DC* kesimler üstme-üst düşýärmi? *CD* we *DC* şöhleler nähili?
4. Kesim, şöhle we göni çyzyk bir-birinden nämesi bilen tapawutlanýar?
5.* a) bir sany; b) iki sany; c) üç sany; d) 10 sany; e) *n* sany nokat göni çyzygy näçe bölege bölýär?
6. 6-njy *b* suratda näçe kesim bar?
7. 7-nji suratda näçe şöhle bar? Olaryň haýsylary bir-birini üstüni ýetirýän şöhleler?
8. Bir göni çyzykda ýatýan 2 sany nokat şu göni çyzykda ýatýan näçe şöhläni anyklaýar? 3 sany nokat nähili?
9. Tekizlikde ýatýan iki göni çyzyk şu tekizligi köpi bilen näçe bölege bölýär?
10. Göni çyzyk we onda ýatmaýan *A*, *B*, *C* nokatlar berlen. *AB* kesim berlen göni çyzygy kesip geçýär, *AC* kesim bolsa kesip geçmeýär. *BC* kesim bu göni çyzygy kesip geçýärmi?
11. ***Geometriýada göz öňüne getirme.*** Göni çyzyk we onuň üstünde ýatmaýan *A*, *B*, *C*, *D* nokatlary gözöňüne getiriň. Şekile seretmezden aşakdaky soraglara jogap beriň.

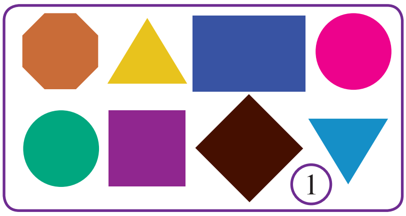


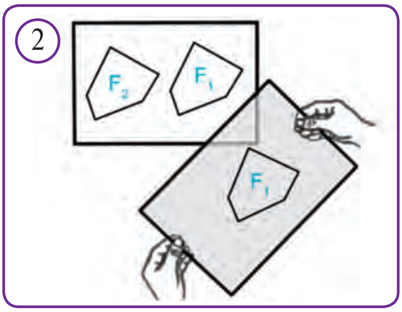
1. Eger *AB*, *BC* we *CD* kesimler göni çyzygy kesip geçse, *AD* kesim ony kesýärmi, kesmeýärmi?
2. *AC* we *BC* berlen göni çyzygy kesipdir, emma *BD* kesmedik ýagdaýda nähili bolardy?
3. *AB* we *CD* berlen göni çyzygy kesipdir, emma *BC* kesmedik ýagdaýda nähili bolardy?
4. *AB* we *CD* berlen göni çyzygy kesmezden, *BC* kesen ýagdaýda nähili bolardy?
5. Eger *AB*, *BC* we *CD* berlen göni çyzygy kesmese, *AD* barada näme diýmek bolar?
6. Eger *AC* hem, *BC* hem, *BD* hem berlen göni çyzygy kesmese, *AD* barada näme diýmek mümkin? Jogaplaryňyzy kagyza ýazyň, soň çyzgynyň kömeginde esaslandyryň.

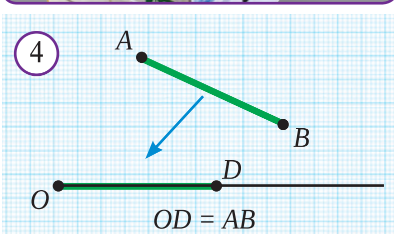
Suratda görkezilen Gün şöhlesi bilen geometriýadaky şöhle şekiliniň meňzeş taraplary barada pikir bildiriň. Olaryň nähili tapawutly taraplary bar?

4 KESIMLERI DEŇEŞDIRMEK

Ugrukdyryjy gönükme







1. 1-nji suratdaky şekillerden haýsylary üstme-üst düşýär?

2. Daş-töweregiňizden şekili-de, ölçegleri-de birmeňzeş bolan zatlara mysallar getiriň.

Deň şekiller *diýip birini ikinjisiniň üstüne hut üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin bolan şekillere aýdylýar.*

Bir geometrik şekili ikinjisiniň üstüne goýmak düşünjesi bilen ugrukdyryjy gönükmelerde tanyşdyk. Bu düşünjäni amalda aşakdaky ýaly göz öňüne getirmek mümkin. Bir şekili ikinjisiniň üstüne goýmak üçin, ilki dury plýonka birinji şekiliň nusgasyny göçürip ülňi alýarys. Soň, dury plýonkany tekizlik boýunça süýşürip, birinji şekiliň ülňüsini ikinji şekil bilen hut üstme-üst düşýän edip goýmaga hereket edýäris (*2-nji surat*). Eger şekiller hut üstme-üst düşse, bu şekiller deň bolýar.

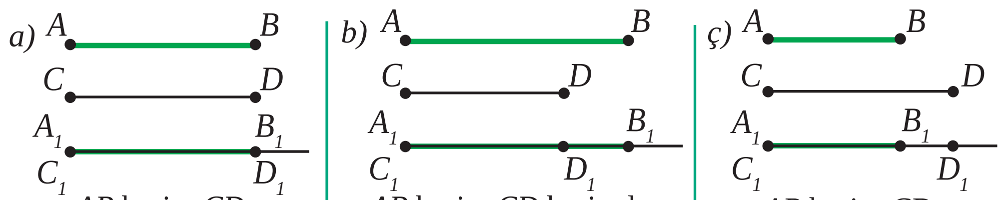
Gündelik durmuşda deň şekillere örän köp duşmak mümkin. Bulara birmeňzeş ölçegdäki kagyzlary, kitap listlerini mysal edip getirmek mümkin (*3-nji surat*).

Kesimi şöhlä goýmak. O şöhle we AB kesim berlen bolsun. Eger AB kesimi O şöhlä göçürende, ol şöhledäki OD kesim bilen üstme-üst düşse, kesgitlemä görä, $OD = AB$ bolýar. Beýle ýagdaýda “AB kesim O şöhlä goýuldy” diýilýär (*4-nji surat*).

Kesimi şöhlä goýmak amalyny dury plýonka ýa-da sirkul bilen amala aşyrmak mümkin.

Islendik şöhlä onuň başlangyç nokadyndan berlen kesime deň ýeke-täk kesimi goýmak mümkin.

Kesimler deň bolmasa, biri ikinjisinden uzyn ýa-da gysga bolýar. Iki kesimi özara deňeşdirmek üçin iki kesimi-de bir şöhlä goýup görmeli. Soň, aşakdaky ýagdaýlardan haýsysy bolmagyna garap, kesimleriň özara deňligi ýa-da uzyn-gysgalygy (ýagny uly-kiçiligi) barada netije çykarylýar. 5-nji *a* suratda *AB* we *CD* kesimler deň, 5-nji *b* suratda *AB* kesim *CD*-den uzyn, 5-nji *ç* suratda bolsa gysga.

5


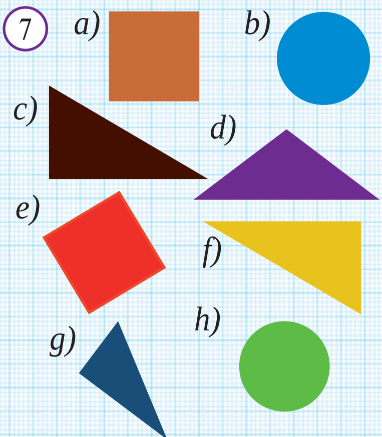
AB kesim *CD* kesime deň — *AB* kesim *CD* kesimden uzyn — *AB* kesim *CD* kesimden gysga

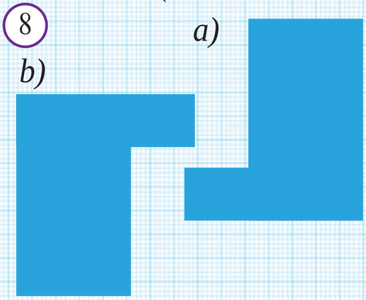
Kesimiň ortasy *diýip ony özara deň iki kesime bölýän nokada aýdylýar.*

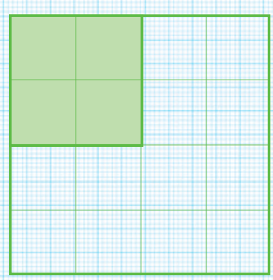
6-njy suratda *AB* kesimiň ortasy bolan *C* nokat görkezilen. Çyzgyda deň kesimler birmeňzeş sandaky çyzyjaklar bilen belgilenýär.

6


$AC = CB$

7


8


9


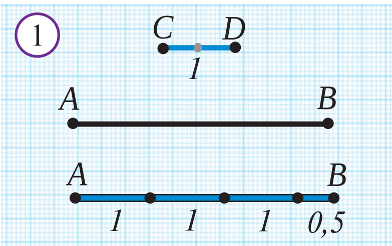
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Nähili şekilleri özara deň diýýäris?
2. 7-nji suratdaky şekilleriň haýsylary özara deň?
3. Aşakdaky harp bölekleriniň haýsylary geometrik şekil hökmünde özara deň?

   a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q
4. 8-nji *a* suratda görkezilen şekili kagyza ölçeglerini üýtgedilmedik ýagdaýda çyzyp, gyrkyp alyň. Soň ony 8-nji *b* suratdaky geometrik şekiliň üstüne goýmak arkaly, olaryň deň ýa-da deň dälligini anyklaň.
5. Nähili kesimler özara deň bolýar?
6. Kesimler nähili deňeşdirilýär?
7. Kesimiň ortasy näme?
8. Göni çyzykda *A*, *B*, *C*, *D* nokatlar berlen. Uçlary şu nokatlarda bolan näçe kesim bar? Olary ýazyň?
9. Käbir kesim çyzyň we onuň ortasyny göz bilen çenäp tapyň. Netijäni çyzgyjyň kömeginde barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.

10*. Daýhanyň kwadrat şeklindäki mellegi bardy. Ol melleginň çärýek bölegini 9-njy suratda görkezilişi ýaly edip özi üçin galdyrdy. Galan bölegini bolsa birmeňzeş görnüşdäki deň böleklere bölüp, dört ogluna paýlap berdi. Daýhan muny nähili amala aşyrypdyr?

5 KESIMIŇ UZYNLYGY WE ONUŇ HÄSIÝETLERI



Kesimleri şöhläniň üstüne goýmak arkaly deňeşdirmek onçakly amatly däldir. Adatda kesimleriň haýsysynyň uzyn ýa-da gysgadygyny (ýagny uly ýa-da kiçiligini) olaryň uzynlyklaryny deňeşdirmek bilen anyklanýar.

Haýsy-da bolsa bir kesimi birlik kesim diýip alyp, onuň uzynlygyny 1-e deň diýip kabul edýäris. Galan kesimleriň uzynlyklaryny şu birlik kesimiň uzynlygyna görä anyklaýarys. ***Kesimiň uzynlygy*** položitel san bolup, şu kesimde birlik kesim we onuň bölekleri näçe gezek ýerleşmeginiň mümkinligini görkezýär. 1-nji suratdaky *CD* kesimi birlik kesim we onuň uzynlygyny 1-e deň diýsek, onda *AB* kesimiň uzynlygy 3,5-e deň bolýar. Çünki, *AB* kesime *CD* kesim üç gezek bitinligine we ýene ýarysy ýerleşýär.

Islendik kesim belli bir položitel sana deň uzynlyga eýedir.

AB kesimiň uzynlygy geometriýada |*AB*| ýaly belgilenýär. Şeýdip, *AB* — kesim (geometrik şekil), |*AB*| bolsa položitel san. Amalda kesimiň uzynlygyny hem *AB* görnüşde ýazmak däbe öwrülen. Göni çyzykda *A*, *B* we *C* nokatlar berlen bolup, *B* nokat *A* we *C* nokatlaryň arasynda ýerleşýän bolsun, *AC* kesimiň uzynlygy *AB* we *BC* kesimiň uzynlyklarynyň jeminden ybarat bolýar: $AC=AB+BC$ (*2-nji surat*). Kesimleriň uzynlyklary baradaky bu häsiýeti subutsyz kabul edýäris.

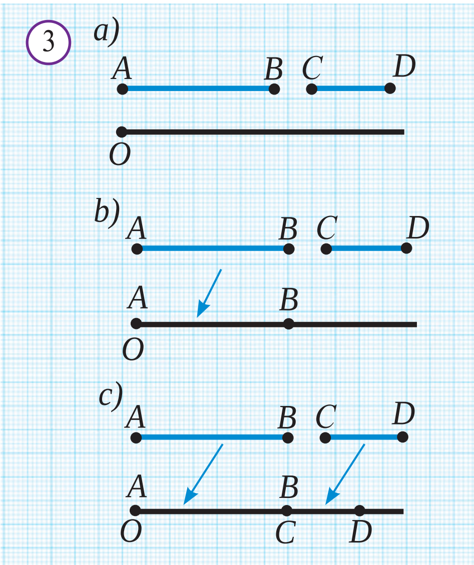
Eger göni çyzykda B nokat A we C nokatlaryň arasynda ýerleşýän bolsa, AC kesimiň uzynlygy AB we BC kesimleriň uzynlyklarynyň jemine deň bolýar:

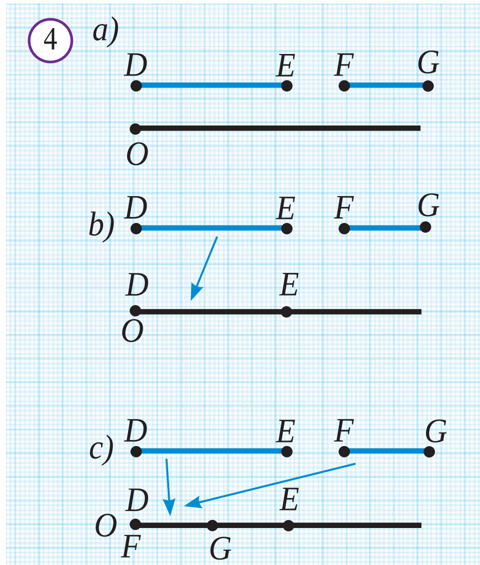
$$AC = AB + BC.$$

Ýokarda getirilen tassyklama kesimleriň üstünde goşmak we aýyrmak amallaryny kesgitlemäge mümkinçilik berýär. *O* şöhle, *AB* we *CD* kesimler berlen bolsun (*3-nji a surat*). Ilki *O* şöhlä *AB* kesimi goýýarys (*3-nji b surat*). Soň *B* şöhlä *CD* kesimi goýýarys (*3-nji ç surat*).

Netijede emele gelen *AD* kesim *AB* we *CD* ***kesimleriň jemi*** diýlip atlandyrylýar. Bu kesimler üçin $AD = AB + CD$ deňlik ýerlikli bolýar.

Kesimleri aýyrmak amaly ham şular ýaly girizilýär. Aýdaly, *O* şöhle, *DE* we *FG* kesimler berlen hem-de $DE > FG$ bolsun (*4-nji a surat*). *O* şöhlä ilki kesimlerden uzyny – *DE*-ni goýýarys (*4-nji b surat*). Soň ýene şu şöhlä *O* nokatdan başlap *FG* kesimi goýýarys (*4-nji c surat*). Emele gelen *GE* kesime *DE* we *FG* ***kesimleriň tapawudy*** diýilýär. Kesimleriň uzynlygy üçin $GE = DE – FG$ deňlik erlikli bolýar.





AB kesimiň uzynlygyna *A* we *B* nokatlaryň arasyndaky ***aralyk*** diýip hem aýdylýar.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Kesimiň uzynlygy diýende nämäni düşünýärsiňiz?
2. Nähili kesimlere özara deň kesimler diýilýär?
3. Kesimiň häsiýetlerini aýdyň.
4. Kesimleriň tapawudy we jemi näme?
5. Aralyk diýip nämä aýdylýar?
6. Dünýä kartasyna garalsa, Alžir Tokio bilen Los-Anželesiň arasynda (*5-nji surat*). Ýaponiýaly okuwçy "Tokio Alžir bilen Los-Anželesiň arasynda", ABŞ-ly talyp bolsa: "Ýok, Los-Anželes Alžir bilen Tokionyň arasynda," – diýip jedelleşmegi mümkin. Muny nähili düşündirýärsiňiz?

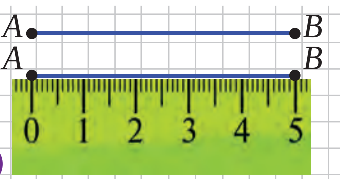
7. Eger *AB* we *DE* kesimler bir şöhlede ýatýan bolsa, $AB=10$ *sm*, $DE=20$ *sm* bolsa, *E* nokat *AB* kesimiň arasynda ýatmagy mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.
8*. *AB* kesim berlen. Uzynlygy: a) $2AB$; b) $AB:2$; c) $AB:4$ bolan kesimleri guruň.
9*. Göni çyzykdaky *A*, *B*, *C* nokatlar üçin $AB=5{,}6$ *sm*, $AC=8{,}9$ *sm* we $BC=3{,}3$ *sm* bolýandygy mälim. *A*, *B*, *C* nokatlaryň haýsysy galan ikisiniň ortasynda ýatýar?
10. Göni çyzykda *A*, *B*, *C*, *D* nokatlar berlen. *D* nokat *B* we *C* nokatlaryň arasynda ýatýar. $DC=4{,}2$ *sm* we $BD=2{,}4$ *sm* bolýandygy mälim. *AB* kesim *DC* kesimden iki esse uzyn. *AC* kesimiň uzynlygyny tapyň.

6 KESIMLERI ÖLÇEMEK

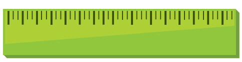
Gadymdan kesimleri we aralyklary ölçemekde dürli uzynlyk birliklerinden peýdalanyp gelinýär. Meselem, Orta Aziýada bogun, garyş, gulaç, çakyrym ýaly uzynlyk birlikleri ulanylypdyr. “Baburnoma”da 1 elik ≈ 2 sm, 1 tutam = 4 elik, 1 kari = 6 tutam, 1 ädim = 1,5 kari, 1 mil = 4000 ädim, 1 şariý ≈ 2,8 km ýaly birlikler agzalýar. Onçakly anyk bolmadyk ölçeg birlikleri amatsyzlyk dörедipdir. Şu sebäplide XVIII asyryň ahyrynda Fransiýada uzynlyk ölçegi birligi hökmünde ***metr*** kabul edilen. Soň ol bütin dünýä ýaýrapdyr.

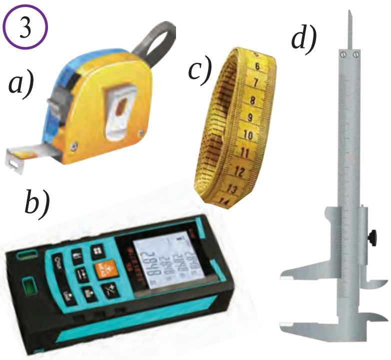
Siz uzynlyk nusgasy bolan metr etalony bilen 6-njy synp “Fizika” dersligi arkaly tanyşansyňyz. Ol ýerde metre görä uly ýa-da kiçi uzynlyklari ölçemek üçin peýdalanylýan birlikler hem getirilipdi. Şol sanda:

$1\ km = 1000\ m$; $1\ dm = 0{,}1\ m$; $1\ sm = 0{,}01\ m$; $1\ mm = 0{,}001\ m$.

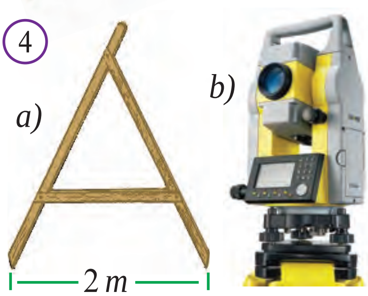


1


2



3



4

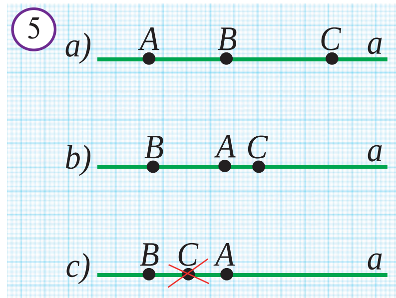
Uly aralyklary ölçemek üçin Astronomiýada astronomik birlik = 149597870,7 km, ýagtylyk ýyly = 9460730472581 *km*, parsek = $3{,}08567758491 \cdot 10^{13}$ *km*, atom fizikasynda bolsa örän kiçi uzynlyklar üçin mikron = $10^{-6}\ m$, millimikron = $10^{-9}\ m$, pikometr = $10^{-12}\ m$ ýaly birlikler ulanylýar.

Kesimleriň uzynlygy dürli esbaplar bilen ölçelýär. Olaryň iň ýönekeýi şkalaly, ýagny bölünme nokatlaryna eýe bolan çyzgyçdyr (*2-nji surat*). Kesimiň uzynlygynyň bahasy saýlanan ölçeg birligine bagly bolýar. Eger uzynlyk ölçeg birligi hökmünde uzynlygy 1 *sm*-e deň kesimi alýan bolsak, 1-nji suratda görkezilen kesimiň uzynlygy 5 *sm*-e deň bolýar, bu netije $AB = 5\ sm$ diýlip ýazylýar. Eger uzynlyk ölçeg birligi hökmünde uzynlygy 1 millimetre deň kesimi alsak, $AB = 50\ mm$ bolýar.

Käbir ýagdaýlarda kesimiň uzynlygy ölçeg birligi görkezilmezden ýazylýar. Meselem, $AB = 10$. Munda *AB* kesimiň uzynlygy 10 şertli ölçeg birligine deň diýip düşünilýär.

Ýeriň üstünde we gurluşykda dürli ölçemek işlerini amala aşyrmak üçin ruletka (*3-nji a surat*), lazerli elektron esbapdan (*3-nji b surat*) peýdalanylýar. Ýeňil senagatda tikinçi metri (*3-nji c surat*), inženerlikde we tokarçylykda ştangensirkul (*3-nji d surat*) ulanylýar. Ekin meýdanlarynda bolsa «hakka» – meýdan sirkulyndan (*4-nji a surat*) peýdalanylýar. Häzirki wagtda ýer ölçemek işleri örän ýokary takyklyga eýe bolan elektron teodolit (*4-nji surat*) diýen esbap bilen amala aşyrylýar.

Mesele. Bir göni çyzykda ýatýan A, B we C nokatlar üçin $AB=8$ *sm*, $BC=11$ *sm* bolsa, AC kesimiň uzynlygy nämä deň?



Çözülişi: Aşakdaky ýagdaýlara garaýarys:

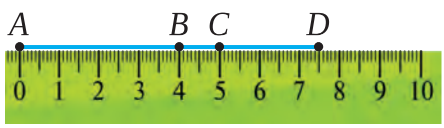
1) A, B, C nokatlar a göni çyzykda 5-nji a suratda görkezilen tertipde ýerleşýän bolsun. Kesimleriň uzynlyklarynyň häsiýetine görä $AC=AB+BC=8+11=19$ (*sm*) bolýar.

2) A, B we C nokatlar a göni çyzykda 5-nji b suratda görkezilen tertipde ýerleşýän bolsun. Onda kesimiň uzynlygynyň häsiýetine görä $BA+AC=BC$ ýa-da $AC=BC-BA$ $=11-8=3$ (*sm*) bolýar.

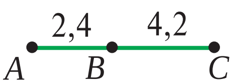
3) C nokat 5-nji c suratdaky ýaly B we A nokatlar arasynda ýatmaýar. Çünki $AB<BC$.
Jogaby: 19 *sm* ýa-da 3 *sm*.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Gadymda ulanylan nähili uzynlyk birliklerini bilýärsiňiz?
2. Häzir amalda nähili uzynlyk birlikleri bar?
3. Uzynlygy ölçeýän nähili esbaplary bilýärsiňiz?
4. Aşakdaky suratdan AB, AC, AD, BC, BD, CD kesimleriň uzynlygyny anyklaň.

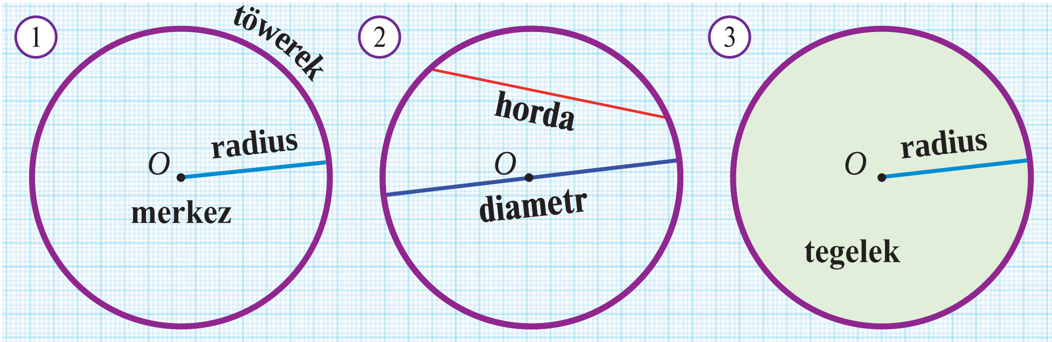


5. a) $AC=?$ b) $AB=3$, $AC=2BC$, $BC=?$ c) $AB=24$, $BC=AC+6$, $AC=?$



6. Eger $B\in AC$, $AB=7{,}2$ *sm*, $AC=2$ *dm* bolsa, BC-ni tapyň.
7. Eger $C\in AB$, $D\in AB$, $AB=5$, $AC=2{,}2$ we $BD=3{,}6$ bolsa, CD-ni tapyň.
8. Göni çyzykda göz bilen çenäp, a) 3 *sm*; b) 7 *sm*; c) 10 *sm* bolan kesim bölüp alyň. Soň işi näçe anyk ýerine ýetirendigiňizi çyzgyç bilen barlaň.
9. Göni çyzykdaky A, B, C nokatlar üçin $AB=600$ *m*, $BC=200$ *m* bolsa, AC-ni tapyň.
10*. Göni çyzykdaky A, B, C we D nokatlar üçin $AB=2$, $AC=CB$, $2AD=3BD$ bolsa, CD -ni tapyň.
11. Göni çyzykdaky uzynlyklary $AB=1{,}2$ *sm*, $CD=2{,}8$ *sm* bolan kesimlerden peýdalanyp uzynlygy a) 4 *sm*; b) 1,6 *sm*; c) 0,4 *sm* bolan kesimleri guruň.
12. Uzynlygy 9 *sm* bolan: AB kesim çyzyň. AB şöhlede şeýle, a) $AC-BC=1$ *sm*; b) $AC+BC=11$ *sm* bolar ýaly C nokady belgiläň.

7 TÖWEREK WE TEGELEK

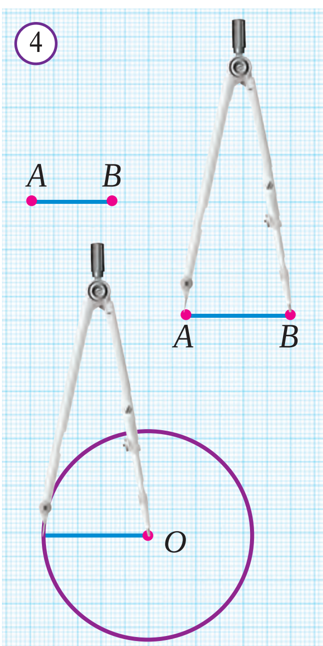


Mälim häsiýetleri kanagatlandyrýan ähli nokatlardan ybarat şekile ***nokatlaryň geometrik ýerleşişi*** diýlip atlandyrylýar.

Nokatlaryň geometrik ýerleşişine töwerek we tegelek mysal bolup biler.

Belli bir *O* nokatdan deň uzaklykda ýatýan ähli nokatlar toplumy ***töwerek*** diýlip atlandyrylýar. *O* nokat bu töweregiň ***merkezi*** diýilýär (*1-nji surat*). Töweregiň islendik nokadyndan onuň merkezine çenli bolan aralyk töweregiň ***radiusy*** diýlip atlandyrylýar. Töweregiň islendik iki nokadyny utgaşdyrýan kesim töweregiň ***hordasy*** diýlip atlandyrylýar. Merkezden geçýän horda bolsa ***diametr*** diýlip atlandyrylýar. Diametr — iň uly horda (*2-nji surat*).

Tegelek diýip, tekizligiň töwerek bilen çäklenen bölegine aýdylýar. Töweregiň merkezi, radiusy we diametri şu töwerek çäkleýän tegelege görä hem ulanylýar (*3-nji surat*).



Töweregi şekillendirende sirkuldan peýdalanylýar. Merkezi berlen *O* nokatda, radiusy *AB* kesimden ybarat töweregi sirkulyň kömeginde çyzmak 4-nji suratda görkezilen.

Eger kagyza töwerek çyzyp soň, gaýçy bilen şu töwerek gyrkyp çykylsa, iki tegelek emele gelýär — biri kagyz tegelek, ýene biri — onuň ornundaky deşik.

Töweregiň (tegelegiň) diametri merkezden geçeni üçin ol iki radiusdan ybarat bolýar (*2-nji surat*). Diýmek, diametr uzynlygy radiusyň uzynlygyndan iki esse uly eken.

Amaly sapak

Töweregi gözenek depdere sirkulsyz çyzmak.

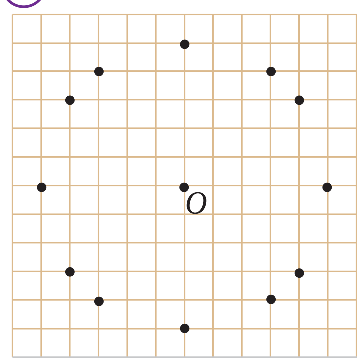
1. Gözenek depdere 5-nji suratda görkezilişi ýaly edip, nokatlary belgiläň. Onda nokatlaryň ýerleşýän ornuna üns beriň.
2. Emele gelen 12 nokady yzygider ýaý şekilli çyzyk bilen utgaşdyryp çykyň.

Netijede, merkezi O nokatda bolan töweregiň takmyny şekili emele gelýär. Bu usuly (nokatlaryň ornuny) ýatda saklaň. Ol size sirkuldan peýdalanmadyk ýagdaýda töwerek çyzmanda gerek bolýar.

Suratlarda görkezilen kakylyp çalynýan saz gurallarynyň tegelek görnüşde bolmagynyň sebäbi nämede diýip oýlaýarsyňyz?

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

5



1. Töwerege we tegelege kesgitleme beriň we çyzgyda düşündiriň.
2. Töweregiň merkezi, radiusy, hordasy we diametri näme?
3. Töweregiň haýsy hordasy iň uzyn bolýar?
4. Sirkul ulanmazdan töwerek çyzmagyň nähili usullaryny bilýärsiňiz?
5. Näme üçin arabanyň, welosipediň, awtomobilleriň tigirleri töwerek şeklinde bolýandygyny bilýärsiňizmi?
6. Näme üçin guýularyň gapagy kwadrat şeklinde däl, tegelek şeklinde bolýar?
7. AB kesim berlen. Diametri şu kesim bolan töweregi gurmak üçin ilki näme etmeli?
8. Daş-töweregiňizden töwerege mysal bolýan 10 predmetiň adyny ýazyň.
9. Töweregiň radiusy: a) 18 *mm*; b) 45 *sm*; c) 2 *m* 11 *sm* bolsa, onuň diametrini tapyň.
10. Tegelegiň diametri: a) 10 *sm*; b) 7 *sm*; c) 1 *m* 14 *sm* bolsa, onuň radiusyny tapyň;
11. Merkezi berlen göni çyzykda ýatýan we radiusy: a) 5 *sm*-e; b) 7 *sm*-e; c) 4,6 *sm*-e deň bolan töwerek çyzyň.
12. Aşakdaky aňlatmalaryň haýsysy merkezi O nokatda, radiusy R-e deň bolan töwerege ýa-da tegelege degişli A nokady aňladýar:

$$OA = R, \ OA \le R, \ AO > R.$$

13. Töweregiň diametri radiusyndan 65 *sm* uzyn. Töweregiň diametrini tapyň.
14. Radiusy 8 *m* bolan tegelegiň iň uly hordasyny tapyň.

8 AMALY SAPAK

Ugrukdyryjy amala sapak

Garyşyňyzyň we ädimiňiziň uzynlygyny ölçäp, ýatda saklaň. Olary bilmek size gündelik durmuşda köp gerek bolýar!

1. Eliňizdäki dersligiň uzynlygyny, inini we galyňlygyny çyzgyjyň kömeginde ölçäň.
2. Eliňizdäki dersligiň bir listiniň galyňlygyny nähili ölçemek mümkin?
3. Synpdaşlaryňyzyň boýuny çenäp ölçäň we deňeşdiriň. Boýy iň uzyn synpdaşyňyzy anyklaň.
4. Garyşyňyzy çyzgyjyň kömeginde santimetrlerde ölçäň. Soň birnäçe predmetleriň ölçeglerini (partanyň inini, uzynlygyny we beýikligini, äpişgäniň inini, doskanyň inini) garyşlap ölçäň we netijeleri santimetrlerde aňladyň.
5. Ädimiňiziň uzynlygyny ölçäň. Mekdep binasynyň uzynlygyny we inini, sport meýdançasynyň uzynlygyny we inini ädimläp ölçäň we metrlerde aňladyň.
6. Eliňizde uzynlygy 30 *sm*-lik çyzgyç bar. Siz onuň kömeginde synp otagynyň uzynlygyny we inini ölçemeli. Bu wezipäni nädip ýerine ýetiren bolardyňyz? Eger çyzgyjyň ýerine uzynlygy 5 *sm*-lik otluçöp gutusy bolsa näderdiňiz?
7. Özbegistanyň kartasyndan berlen masştaba görä dürli şäherleriň arasyndaky göni çyzyk boýunça aralyklary tapyň (*1-nji surat*). Ýer tekiz däl, şar şekilli bolany üçin karta boýunça ölçelen aralyk takmyny bolýar. Şäherler hem aslynda nokat däl, birnäçe kilometre uzap giden bolýar. Şoňa görä Daşkent bilen Buharanyň arasyndaky göni çyzyk boýunça aralyk 407 km töwereginde diýip netije çykarmaly.

1

Masştab (Möçber): 1 *sm*-da 100 *km*

Nusga:
Daşkent we Buhara şäherleriniň arasyndaky aralygy tapmak.
Kartada şäherleriň arasyndaky aralygy çyzgyjyň kömeginde ölçäp, 4,07 *sm*-e deňdigini tapýarys.
Masştaba görä, $4{,}07 \cdot 100\ km = 407\ km$ bolýandygyny anyklaýarys. Jogaby: 407 *km*.


2

Ençeme ýurtlarda halkara ölçeg birliklerinden daşary aşakdaky uzynlyk ölçeg birlikleri hem ulanylýar:

1 *dýuým* = 2,54 *sm*, 1 *mil* = 1,609 *km*.

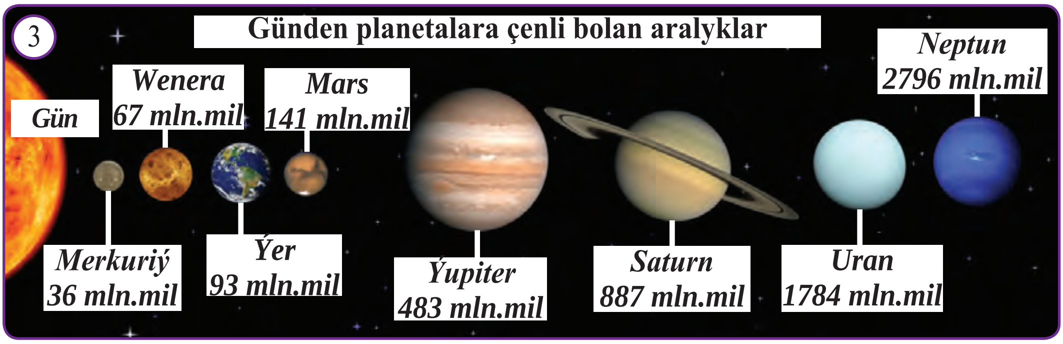
(iňlisçe duym – barmagyň bogny;
mil = milýa – müň sözünden alnan).

8. Telewizoryň we kompýuteriň monitorynyň diagonaly (2-nji surat) dýuýmlarda ölçelýär. 15, 17 we 19 dýuýmly monitorlaryň diagonalyny santimetrlerde aňladyň.

9. 3-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyp, Ýerden Güne çenli we başga planetalara çenli bolan aralygy tapyň we ony kilometrlerde aňladyň.

10. Eger bir çakyrym 900 *m* ekendigi mälim bolsa, Buhara we Samarkant şäherleriniň arasyndaky göni çyzyk boýunça aralygy çakyrymlarda aňladyň.

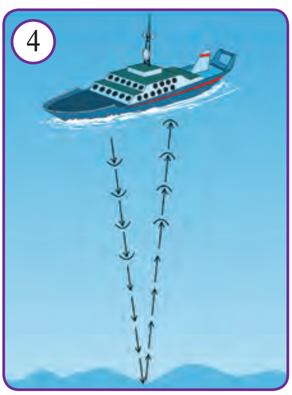
3



5-nji sahypadaky I babyň tituly boýunça

1. 3-nji suratdaky Fergana olimpiýa gorlary kolleži binasy we onuň töweregindäki geometrik şekilleriň atlaryny ýazyň. Olardan haýsylary özara deň?
2. 4-nji suratdaky çarhpelek nähili görnüşde? Onuň elementlerini görkeziň.
3. 7-nji suratdaky kerpiçler nähili görnüşde? Olaryň ölçeglerinden gelip çykyp, haýsysy birlik, birýarymlyk ýa-da ikilik diýip atlandyrylyşyny düşündiriň.

4



Gyzykly mesele

Aralygy ses bilen ölçemek. Deňizde ýüzüp ýören gämi üçin deňziň çuňlugyny bilmek örän möhüm hasaplanýar. Munuň üçin deňziň düýbüne ultrases signaly iberilýär we ultrasesiň deňziň düýbüne urlup näçe wagtda gaýdyp gelendigi ölçelýär. Bu wagtyň ýarysyny sesiň suwdaky tizligi – 1490 *m/s*-a köpeldip deňiz düýbüniň çuňlygy anyklanýar.

Eger bu wagt: a) 3; b) 5; c) 5,6 sekunt bolan bolsa, deňziň çuňlugy näçe eken?

9 BAP BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Jümleleri mazmunyndan gelip çykyp dolduryň:

1. Tekizlikde iki nokat arkaly .... göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Iki göni çyzyk diňe .... kesişýär.
3. Göni çyzygyň haýsy-da bolsa nokady we ondan bir tarapda ýatýan nokatlardan ybarat bölegi .... diýlip atlandyrylýar.
4. Göni çyzyk tekizligi .... bölýär.
5. Kesimi deň .... şu kesimiň ortasy diýlip atlandyrylýar.
6. Deň kesimleriň .... ham deň bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň:

1. Tekizlikdäki islendik iki göni çyzyk diňe bir umumy nokada eýe bolýar.
2. Islendik nokat arkaly diňe iki göni çyzyk geçirmek mümkin.
3. Tekizlikdäki iki göni çyzyk ony iki ýarymtekizlige bölýär.
4. Kesimi ýarpa bölýän nokat kesimiň ortasy diýlip atlandyrylýar.
5. Tekizlikdäki islendik A, B, C nokatlar üçin $AB + BC = AC$ deňlik ýerlikli.

3. Berlen häsiýete eýe bolan adalgany depderiňize ýazyň:

Belli bir uzynlyga eýe	Subutsyz dogry diýlip kabul edilýän jümle
Kesimi deň ýarpa bölýär	Ölçege eýe däl

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýetleri ýa-da düşündirişleri tapyp laýyklykda goýuň:

Düşünje	*Düşündirişi ýa-da häsiýeti*
1. Nokat	A. “Geometriýa” sözüniň manysy
2. Göni çyzyk	B. Göni çyzykdaky nokatdan bir tarapda ýatýan nokatlar
3. Kesim	C. Ölçegi bolmadyk geometrik şekil
4. Ýer ölçemek	D. Göni çyzygyň iki nokadynyň arasyndaky bölegi
5. Şöhle	E. Tekizlikdäki geometrik şekilleri öwrenýär
6. Deň şekiller	F. Tekizligiň göni çyzyk bölen böleklerinden biri
7. Ýarymtekizlik	G. Böleklere eýe däl
8. Planimetriýa	H. Hut üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin

5-nji sahypadaky I babyň tituly boýunça

1. 6-njy suratdaky trotuar plitkalary nähili şekillerde? Olaryň haýsylaryny trotuara düşemegi başga görnüşdäki goşmaça plitkalardan peýdalanmazdan amala aşyrmak bolýar?
2. 5-nji suratdaky ýol belgileri nähili geometrik şekillerde. Olaryň şekilleri we reňkleriniň dürlüliginiň sebäbi nämede diýip oýlaýarsyňyz?

5. Testler (dogry jogaby tapyň):

1. Kesgitlemesiz kabul edilen esasy geometrik düşünjeleri görkeziň:

   a) tekizlik; b) nokat; c) kesim; d) şöhle; e) göni çyzyk.

   A) a; b; c; B) b; c; e; D) a; b; c; e; E) a; b; e.
2. Geometriýa ylym hökmünde ilki haýsy ýurtda şekillenipdir?

   A) Gadymky Müsür; B) Wawilon; D) Gresiýa; E) Hytaý.
3. Hiç hili üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan 4 nokat berlen. Şu nokatlaryň her bir jübüti arkaly göni çyzyklar geçirildi. Olaryň sanyny tapyň.

   A) 1; B) 4; D) 5; E) 6.
4. *AB* kesimi 2 göni çyzyk kesip geçse, köpi bilen *AB* kesimde ýatýan näçe kesim emele gelýär?

   A) 3; B) 4; D) 5; E) 6.
5. Üç göni çyzyk tekizligi köpi bilen näçe bölege bölmegi mümkin?

   A) 4; B) 5; D) 6; E) 7.

6. Meseleler

1. Eger AB = 1,8 m, AC = 1,3 m we BC = 3 m bolsa, *A, B* we *C* nokatlar bir göni çyzykda ýatýarmy?

2. *A, B* we *C* nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger AB = 2,7 m, AC = 3,2 m bolsa, *BC* kesimiň uzynlygyny tapyň.

3. Uzynlygy 15 m bolan *AB* kesimde *C* nokat belgilenen. Eger:

a) *AC* kesim *BC* kesimden 3 m uzyn;

b) *C* nokat *AB* kesimiň ortasy bolsa;

c) *AC* we *BC* kesimleriň uzynlyklary 2:3 gatnaşykda bolsa, *AC* we *BC* kesimler uzynlyklaryny tapyň.

4. *A, B, C, D* nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger *B* nokat *AC* kesimiň, *C* nokat bolsa *BD* kesimiň ortasy bolsa, $AB = BC = CD$ bolýandygyny görkeziň.

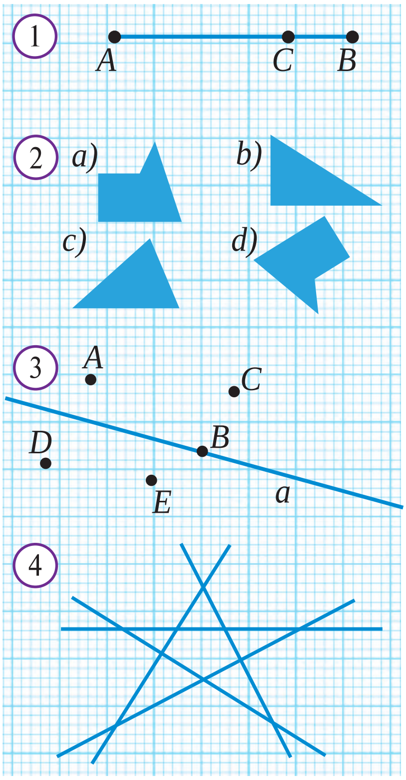
5. Hiç bir üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan: a) 6; b) 7; c) 10 nokadyň ikisi arkaly göni çyzyk geçirilen. Jemi näçe göni çyzyk geçirilipdir?

6. *OA* we *OB* şöhleler haçan üstme-üst düşýär?

7. *AB* şöhlede *C* nokat, *BA* şöhlede *D* nokat şeýle alnan, ýagny AC = 0,7 we BD = = 2,1. Eger AB = 1,5 bolsa, *CD*-ni tapyň.

9. *A, B* we *C* nokatlar tekizlikde şeýle ýerleşýär, ýagny a) $AC + CB = AB$; b) $AB + AC = BC$. Haýsy nokat galan ikisiniň arasynda ýatýar?

10 1-NJI BARLAG IŞI



Barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

I. Nazary bölek. Şu wagta çenli öwrenilen geometrik şekilleri sanamak, olara kesgitleme bermek we olaryň häsiýetlerini ýazmak teklip edilýär.

II. Amaly bölek. Aşakdaky meselelerden dördüsini çözmek talap edilýär:

1. Bir göni çyzykda ýatýan *A*, *B* we *C* nokatlar üçin *AB*=9 *sm*, *AC*=12 *sm* bolsa, *BC* kesimiň uzynlygy nämä deň?
2. *AB*=48, *AC*=3*BC*, *BC*=? (*1-nji surat*)
3. Töweregiň radiusy diametrinden 20 *sm* gysga. Töweregiň diametrini tapyň.

4*. Tegelegiň diametri 36 *sm*. Tegelegiň merkezinden 19 *sm* uzaklykdaky nokat şu tegelege degişli bolýarmy?

5. 2-nji suratdaky şekillerden haýsylary özara deň?
6. 3-nji suratdan mümkingadar köpräk nokat, göni çyzyk, tekizlik we ýarymtekizlikleriň arasyndaky gatnaşyklary aýdyň we olary girizilen belgileriň kömeginde ýazyň.
7. 4-nji suratda näçe göni çyzyk görkezilen? Olaryň ikisiniň kesişme nokatlary näçe?
8. Aşakdaky sifr belgileriniň haýsylary geometrik şekil hökmünde özara deň?

9. Depderiňizde uzynlygy 12 *sm* bolan *MN* kesim çyzyň. Onuň ortasynda *K* nokady belgiläň. Soň *MK* we *KN* kesimleriň ortalary bolan *E* we *F* nokatlary hem-de *EF* kesim ortasyny belgiläň. *K* nokat *EF* kesimiň ortasy bolýandygyny esaslandyryň.

10. Öýüň üçeginiň depesine çenli, üçegine çenli, äpişgesine we gapynyň sütünine çenli bolan beýiklikleri agaç reýkanyň we çyzgyjyň kömeginde nähili ölçemek mümkin? (*5-nji surat*)
11. 5-nji suratdaky geometrik şekilleriň atlaryny ýazyň. Suratdan özara deň geometrik şekilleri anyklaň.

Amaly kompetensiýalary ösdüriji goşmaça materiallar

1. ***1-nji mesele.*** Iki *a* we *b* göni çyzyk *C* nokatda kesişýär. *a* göni çyzyk *D* nokatdan geçýär. *b* göni çyzyk hem *D* nokatdan geçýärmi?

Çözülişi. *b* göni çyzyk *D* nokatdan geçip bilmeýär. Tersine bolanda *a* we *b* göni çyzyklaryň ikisi-de *C* we *D* nokatlardan geçen bolardy. Bu bolsa, iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin diýen häsiýete ters. Şu sebäpli-de, *b* göni çyzyk *B* nokatdan geçmegi mümkin däl.

Şu meseläni çözüp, göni çyzyklaryň aşakdaky ýene bir möhüm häsiýetini bildik.

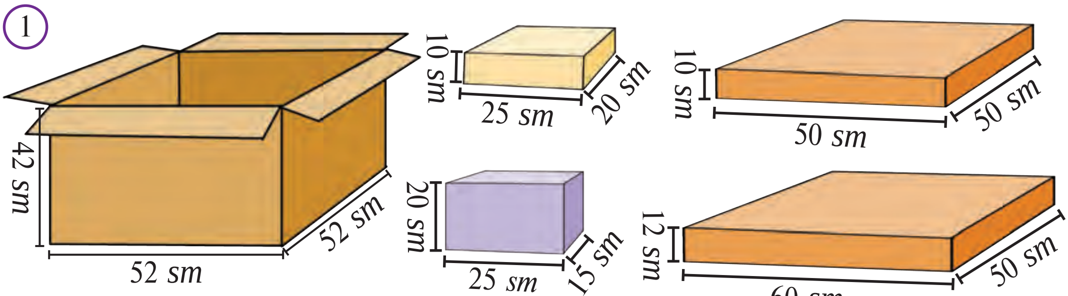
Häsiýet. ***Eger iki göni çyzyk kesişse, olar diňe bir nokatda kesişýär.***

2. ***2-nji mesele.*** *C* nokat *AB* göni çyzyga degişli. *AB* we *AC* göni çyzyklaryň dürlüçe bolmagy mümkinmi?

Çözülişi. *AB* we *AC* göni çyzyklaryň ikisi-de *A* we *C* nokatlardan geçýär. Mälim bolşy ýaly, iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçmegi mümkin. Şu sebäpli bu göni çyzyklar üstme-üst düşýär, ýagny dürlüçe bolup bilmeýär.

3. Guta zatlaryň her birinden näçeden ýerleşdirmek bolýar (*1-nji surat*)?

1



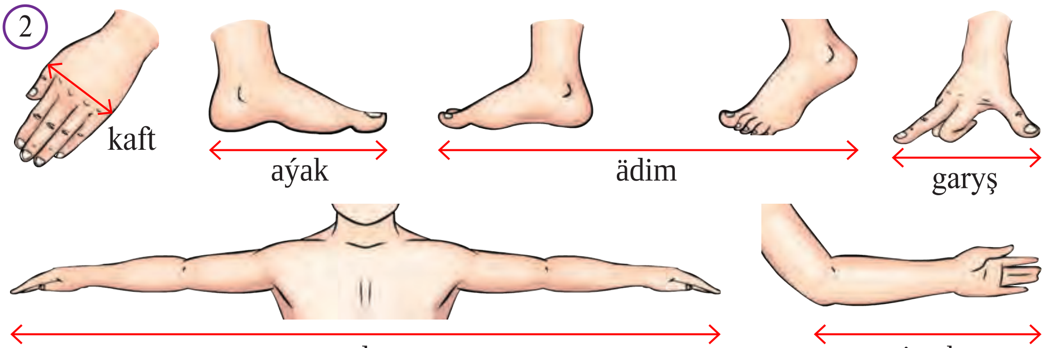
Taryhy sahypa

Nili jylawlan ferganaly beýik alym

Taryhy maglumatlara görä, ýurdumyzda ýetişip çykan beýik alymlardan biri Ahmet Fergany 861-nji ýylda Kair şäheriniň golaýynda Nil derýasyndaky suwuň derejesini ölçeýän “Nilometr” (ýagny “Nili ölçeýji”) diýlip atlandyrylan bozulyp giden desgany gaýtadan gurupdyr. Ylmy-tehniki we binagärçilik taýdan örän çylşyrymly hasaplanan hem-de özünde seýrek geometrik çözüwleri jemlän bu gurluşykda alnyp barylan ölçeg işleri uzak wagtlaryň dowamynda ekerançylyk üçin örän zerur bolan we ol häzire çenli saklanyp galypdyr. Ahmet Fergany özüniň “Usturlab gurmak barada risala” eserinde astronomiýa üçin möhüm häsiýet — Ptolemeýiň teoremasynyň nepis subudyny beripdir. Onuň ady arapça al-Fargany diýlipdir, orta asyr Ýewropa ylmy edebiýatynda bolsa Al’fraganus diýip atlandyrypdyrlar. Ahmet Farganynyň hormatyna Aýda tapylan krater atlandyrylypdyr we Kair şäherinde heýkel oturdylypdyr. 5-nji sahypadaky I babyň titulynda babakelanymyz Ahmet Farganyga Fergana şäheriniň merkezinde ornaşdyrylan heýkel (5-nji sahypadaky I babyň titulyndaky 1-nji surat) we Nil derýasy kenaryndaky “Nilometr” desgasynyň binasy görkezilen.

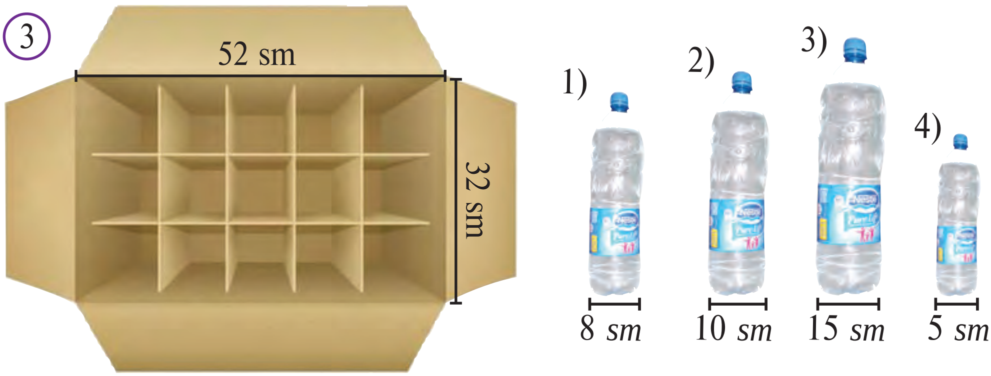
4. Elleriň we aýagyň kömeginde amala aşyrylýan ölçeg birliklerini ýatda saklaň (*2-nji surat*).

2



5. Gutynyň gözeneklerine haýsy gapdaky suwdan näçeden ýerleşýär? Haýsylary ýerleşmeýär (*3-nji surat*)? Näme sebäpden?

3



Amaly gönükme we onuň ulanylyşy

1. Faýazbeke laboratoriýa üçin turbajyklary 30 *sm*-dan edip ölçäp gyrkmak tabşyrylan. Ol öz işini aňsatlaşdyrmak we çaltlandyrmak üçin nähili çemeleşýär? Siz ýene haýsy ýagdaýlarda şu usuldan peýdalanan bolardyňyz? (*4-nji surat*)

2. Saidbek jigisiniň boýuny ölçemekçi. Ölçegi anyk we aňsat amala aşyrmak üçin oňa nähili maslahat beren bolardyňyz? (*5-nji surat*)

4

5

II BAP

BURÇ

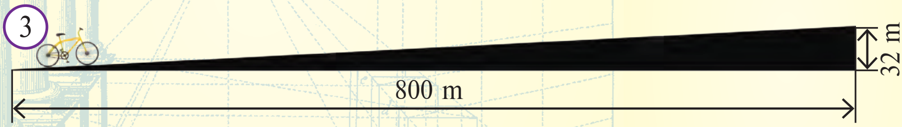
1

BURCHAK*

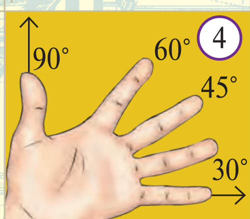
2

*Burç

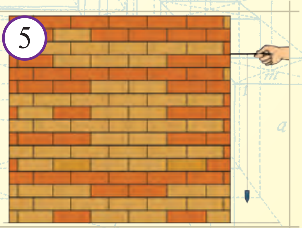
3



4



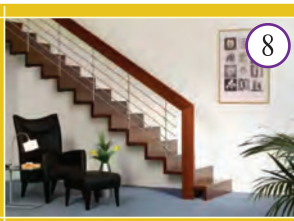
5



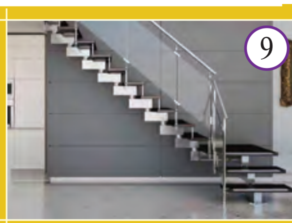
6

7

8



9

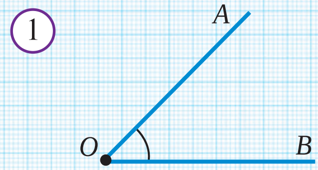


10

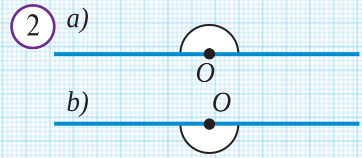
11 BURÇ. BURÇLARY DEŇEŞDIRMEK

*Bir nokatdan çykan iki şöhleden ybarat şekil **burç** diýlip atlandyrylýar.*

Burçy düzýän şöhleler ***burçuň taraplary***, olaryň umumy depesi bolsa ***burçuň depesi diýilýär***. 1-nji suratda burç görkezilen. Onda O nokat burçuň depesi, OA we OB şöhleler bolsa onuň taraplarydyr. Bu burç $\angle AOB$ ýa-da $\angle BOA$ ýaly ýazylýar we “*AOB burç*”, “*BOA burç*” diýlip okalýar. Şeýle ýazuwda burçuň depesi hemişe ortada ýazylýar. Şonuň ýaly-da, bu burç gysgaça “$\angle O$” ýaly hem ýazylyp, “*O burç*” diýlip okalmagy mümkin. Çyzgyda burçy tapawutlandyryp görkezmek üçin, käte onuň iki tarapy 1-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýaý şekilli çyzyk bilen utgaşdyryp goýulýar.



$\angle AOB$ — *AOB burç*
O — burçuň depesi
OA, OB şöhleler — burçuň taraplary



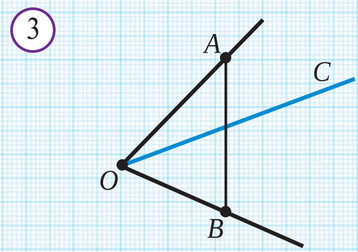
$\angle O$ — *ýazgyn burç*

Ýazgyn burç diýip taraplary bir-biriniň üstüni ýetirýän şöhlelerden ybarat burça aýdylýar.

2-nji suratda ýazgyn burçlar görkezilen.

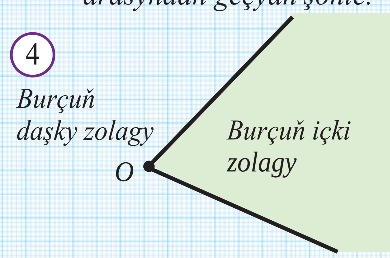
Ýazgyn burç bolmadyk $\angle O$ burç berlen bolsun. Depeleri bu burçuň taraplarynda ýatýan haýsy-da bolsa AB kesime garaýarys (*3-nji surat*).

Eger burçuň depesinden çykýan OC şöhle (*3-nji surat*) AB kesimi kesip geçse, bu şöhle ***burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär***. Beýle şöhle burçy iki burça bölýär.



OC — burç taraplarynyň arasyndan geçýän şöhle.

$\angle O$ burç ýazgyn bolanda, onuň depesinden çykýan we taraplaryndan tapawutly islendik şöhläni onuň taraplarynyň arasyndan geçýär, diýmek mümkin.



Görnüşi ýaly, burç tekizligi iki bölege bölýär (*4-nji surata garaň*).

Tekizligiň burçunyň taraplarynyň arasynda ýatýan bölegine ***burçuň içki zolagy***, ikinji bölegi bolsa ***daşky zolagy*** diýilýär.

Islendik OB şöhle we ýazgyn bolmadyk A burç berlen bolsun (*5-nji a surat*). OB göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýär. A burçy bir tarapy OB şöhle bilen üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin (*5-nji b surat*). Bu amal burç ýarymtekizliklerden haýsysynda ýatýandygyna garap iki usulda ýerine ýetirilýär. Şonuň üçin ol “burçy şöhleden ýarymtekizlige goýmak” diýip hem aýdylýar.

Deň burçlar 6-njy suratdaky ýaly birmeňzeş ýaýlar bilen belgilenýär.

Ýazgyn bolmadyk A burç, belli bir şöhlede we araçäginde bu şöhle ýatýan belli ýarymtekizlik berlen bolsun. Onda A burçy bu ýarymtekizlige bir tarapy şöhläniň üstüne düşýän edip ýeke-täk usulda goýmak mümkin.

Indi burçlar nähili özara deňeşdirilişi bilen tanşalyň. Ilki bilen, ýazgyn burç ýazgyn bolmadyk burçdan hemişe uly bolýandygyny nygtaýarys. Indi ýazgyn bolmadyk $\angle A_1B_1C_1$ we $\angle A_2B_2C_2$ burçlara garalyň.

Munuň üçin haýsy-da bolsa OD şöhle alarys (*7-nji surat*). Bu şöhleden geçen göni çyzyk bölýän ýarymtekizlige garaýarys. Soň deňeşdirilýän burçlary OD şöhleden şu ýarymtekizlige goýýarys.

Munda B_1C_1 we B_2C_2 taraplar OD şöhlede ýatsyn. B_1A_1 we B_2A_2 taraplar üçin aşakdaky üç ýagdaýdan biri bolmagy mümkin:

1-nji ýagdaý. B_1A_1 we B_2A_2 taraplar üstme-üst düşýär. Munda $\angle A_1B_1C_1$ we $\angle A_2B_2C_2$ burçlar deň diýilýär: $\angle\angle A_1B_1C_1 = \angle\angle A_2B_2C_2$.

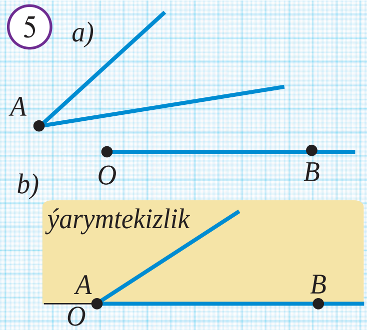
2-nji ýagdaý. B_1A_1 tarap A_2OD burçuň içinde ýatýar. Munda $\angle A_1B_1C_1$ burç $\angle A_2B_2C_2$ burçdan kiçi bolýar: $\angle\angle A_1B_1C_1 < \angle\angle A_2B_2C_2$.

3-nji ýagdaý. B_2A_2 tarap A_1OD burçuň içinde ýatýar. Munda $\angle A_1B_1C_1$ burç $\angle A_2B_2C_2$ burçdan uly bolýar: $\angle\angle A_1B_1C_1 > \angle\angle A_2B_2C_2$.

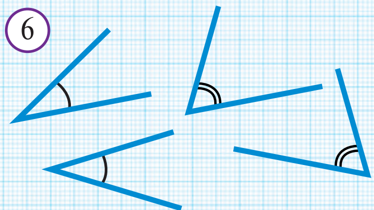
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Burça kesgitleme beriň.
2. Burçlaryň nähili elementleri bar?
3. Burç nähili ýazylýar we okalýar?
4. Burç çyzgyda nähili belgilenýär?
5. Ýazgyn burç näme?
6. Burç nähili edip ikä bölünýär?
7. Burç tekizligi nähili böleklere bölýär?
8. 8-nji suratda görkezilen burçlary ýazyň.
9. “Burçy şöhleden belli bir ýarymtekizlige goýmak” diýende nämäni düşünýärsiňiz?
10. Haçan burçlar özara deň bolýar?
11. Haçan bir burç ikinjisinden uly ýa-da kiçi bolýar?

5

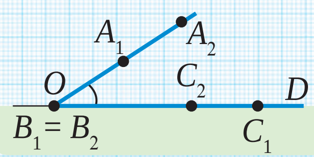


6

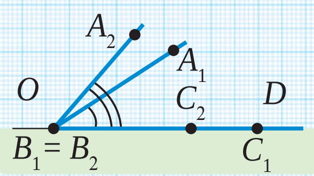


7

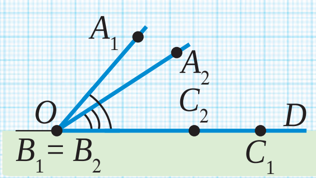
1-nji ýagdaý $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2$



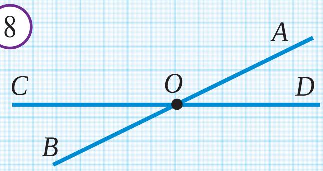
2-nji ýagdaý $\angle A_1B_1C_1 < \angle A_2B_2C_2$



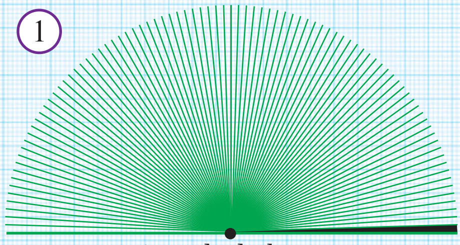
3-nji ýagdaý $\angle A_1B_1C_1 > \angle A_2B_2C_2$



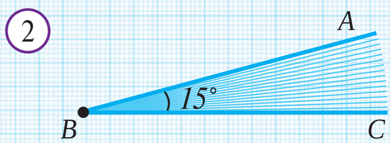
8

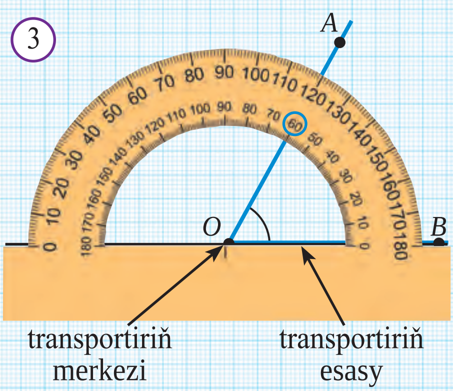


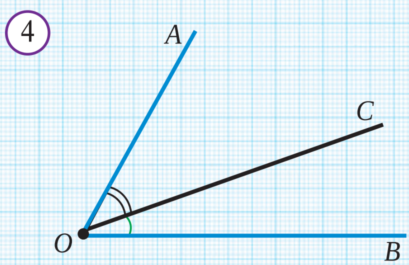
12 BURÇLARY ÖLÇEMEK. TRANSPORTIR



1 gradusly burç







$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$

Ýazgyn burç özüniň taraplarynyň arasyndan geçýän şöhleler bilen 180 sany deň burça bölünen bolsun (*1-nji surat*). Bu bölekleri burç ölçegi birligi, ýagny ***birlik burç*** hökmünde almak kabul edilen. Onuň ululygy ***bir gradus*** diýlip atlandyrylýar we 1° diýip belgilenýär. Islendik burçuň gradus ölçegini şu birlik esasynda kesgitlemek mümkin. ***Burçuň gradus ölçegi*** burçuň içki zolagyna näçe birlik burç we onuň bölekleri ýerleşýändigini görkezýär.

2-nji suratda görkezilen *ABC* burç 15°-a deň. Çünki onuň içki zolagyna 15 sany birlik burç ýerleşýär. Adatda çyzgyda burçuň näçe gradusdygyny 2-nji suratdaky ýaly burçuň içine ýazylýar.

> *Islendik burç belli bir gradus ölçegine eýe bolup, onuň bahasy položitel san bilen aňladylýar. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180°-a deň.*

Burçlaryň gradus ölçegi ***transportir*** diýlip atlandyrylýan esbabyň kömeginde tapylýar. Transportir bilen aşaky synplarda tanşansyňyz. Onuň şkalaly ýaý şekilli bölegi çyzyjaklar bilen 180 sany deň bölege bölünen bolup, her bir bölek bir gradusy aňladýar. 3-nji suratda transportiriň kömeginde burçy ölçemek prosesi görkezilen. Suratdan görşüňiz ýaly, *AOB* burçuň ululygy 60 gradusa deň we bu $\angle AOB = 60°$ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, birmeňzeş gradus ölçegine eýe bolan burçlar özara deň bolýarlar we tersine, özara deň burçlaryň gradus ölçegleri hem deň bolýar.

Burçlary ölçände gradusyň ülüşlerinden hem peýdalanylýar. 1°-yň 1/60 bölegi ***"minut"*** , 1/3600 bölegi ***"sekunt"*** diýlip atlandyrylýar we degişlilikde «′» we «″» ýaly belgilenýär. Meselem, ululygy 45 gradus 38 minut 59 sekunda deň burçuň gradus ölçegi 45°38′59″ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, 1°= 60′, 1′= 60″.

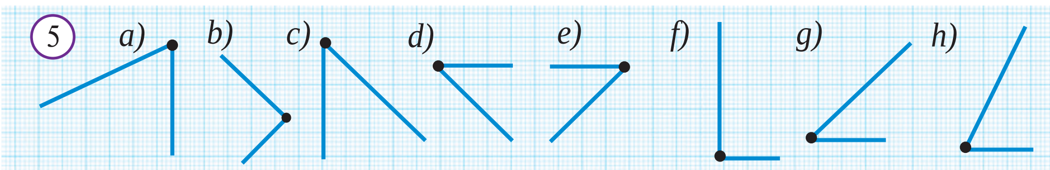
AOB burç berlen bolup, onuň taraplarynyň arasyndan geçýän *OC* şöhle ony *AOC* we *COB* burçlara bölsün (*4-nji surat*). Onda *AOC* burçuň gradus ölçegi $n°$, *COB* burçuňky $m°$ bolsa, *AOB* burçuň gradus ölçegi $n° + m°$ bolýar.

Bu häsiýeti aşakdaky ýaly aňlatmak mümkin:

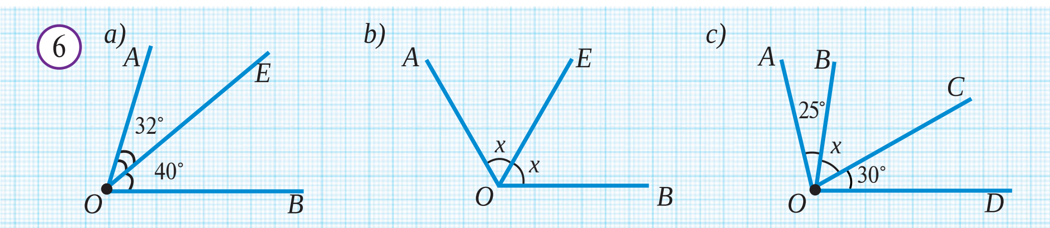
Burçy onuň içinden geçýän şöhle iki burça bölse, berlen burç ölçegi emele gelen burçlaryň ölçegleriniň jemine deň.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Burçuň gradus ölçegi diýip nämä aýdylýar?
2. Ýazgyn burç näçe gradus?
3. 1° -a deň burç diýende nähili burçy düşünýärsiňiz?
4. Iki burçuň gradus ölçegleri deň bolsa, olar deň bolýarmy?
5. Transportiriň kömeginde 5-nji suratda görkezilen burçlaryň arasyndan deň burçlary anyklaň.

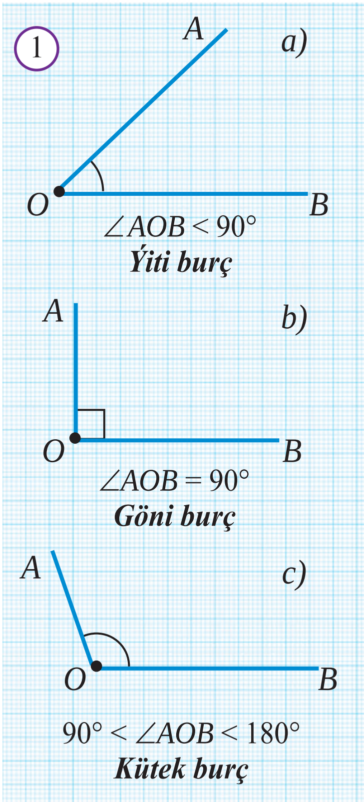


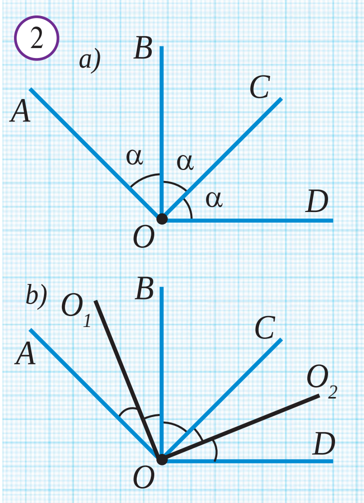
6. Transportiriň kömeginde 10°, 30°, 70°, 100° we 160°-ly burçlary guruň.
7. a) $\angle AOB = ?$ (*6-njy a surat*); b) $\angle AOB = 120°$, $x = ?$ (*6-njy b surat*); c) $\angle AOD = 105°$, $x = ?$ (*6-njy c surat*).



8. Berlen *OD* şöhlä 150°-ly *ABC* burçy goýuň.
9. *OB* şöhlede 60° we 120°-ly burçlary guruň. Nähili burçlar emele geldi?
10*. Eger a) $\angle AOE = 20°$, $\angle EOB = 40°$, $\angle AOB = 60°$; b) $\angle AOE = 80°$, $\angle EOB = 120°$; c) $\angle AOE > \angle AOB$ bolsa, *OE* şöhle $\angle AOB$ taraplarynyň arasyndan geçýärmi?
11. Depderiňize şöhle çyzyň we oňa gözüňiz bilen çenäp ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120° we 150°-ly burçlary goýuň. Soňra emele gelen burçlary transportiriň kömeginde ölçäň we näçe dogry çyzandygyňyzy barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.
12. Strelkaly sagatda wagt: a) 3:00; b) 6:00 bolanda sagat we minut milleri emele getiren burç näçe gradusa deň bolýandygyny anyklaň.
13. Her biri 100°-ly iki burç goşulsa, emele gelen burç ölçegi 200° däl, eýsem 160°-a deň bolýar. Sebäbi?

13 BURÇUŇ GÖRNÜŞLERI: GÖNI, ÝITI WE KÜTEK BURÇLAR. BISSEKTRISA





Öňki temalarda nygtaýşymyz ýaly, ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180° -a deň. Muny gysgaça: *“Ýazgyn burç 180° -a deň”* diýip hem aýdýarys. Burçlaryň ululygyna garap görnüşlere bölünýär. Eger burçuň gradus ölçegi:
90°-dan kiçi bolsa (*1-nji a surat*), ol ***ýiti burç***,
90°-a deň bolsa (*1-nji b surat*), ***göni burç***,
90° bilen 180° arasynda bolsa (*1-nji c surat*), ***kütek burç*** diýilýär.

Diýmek, ýiti burç göni burçdan kiçi, kütek burç bolsa uly bolýar.

Çyzgyda burçuň göni burçdygy aýratyn, 1-nji *b* suratdaky ýaly belgilenýär.

Burçuň depesinden çykyp, ony deň iki burça bölýän şöhle ***burç bissektrisasy*** *diýlip atlandyrylýar.*

3-nji suratda *AOB* burçuň *OC* bissektrisasy görkezilen.

Mesele. Eger $\angle AOD=135°$ we $\angle AOB=\angle BOC = \angle COD$ bolsa (*2-nji a surat*), onda:

a) çyzgyda näçe ýiti, kütek we göni burç bar?

b) *AOB* we *COD* burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

Çözülişi: a) $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\alpha$ bolsun. Onda, burçlary ölçemegiň esasy häsiýetine görä, $\angle AOD=\alpha+\alpha+\alpha=135°$. Mundan $\alpha=45°$. Diýmek, $\angle AOC=2\alpha=90°$, $\angle BOD=2\alpha=90°$. Şeýdip, çyzgyda 3 sany ýiti, 2 sany göni we 1 sany kütek burç bar.

b) OO_1 we OO_2 — laýyk bissektrisalar bolsun (*2-nji b surat*). $\angle AOB=\angle COD=45°$ bolany üçin, burçuň bissektrisasynyň kesgitlemesine görä,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2}=22,5°.$$

Gözlenýän burçy tapýarys:

$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \frac{\alpha}{2}+\alpha+\frac{\alpha}{2}=2\alpha=90°,$$

ýagny O_1OO_2 — göni burç.

Ýatlatma. Adatda burç we olaryň ölçegleri grek elipbiýiniň kiçi harplary bilen α (alfa), β (beta), γ (gamma) ýaly belgilenýär.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Nähili burça göni burç diýilýär? Daş-töwerekden göni burça mysallar getiriň.

2. Ýiti we kütek burçlar bir-birinden nähili tapawutlanýar?

3. Üç burç çyzyň. Olary degişlilikde $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ ýaly belgiläň. Transportirde olary ölçäň we görnüşlerini anyklaň.

4. OA şöhle çyzyň. Transportiriň kömeginde gradus ölçegi degişlilikde 25°, 72° we 146° bolan $\angle AOB$, $\angle AOC$ we $\angle AOD$ burçlary guruň.

5. Göni burçuň bissektrisasy onuň bir tarapy bilen nähili burç emele getirýär?

6. 4-nji suratda näçe: a) ýiti; b) kütek; c) göni; d) ýazgyn burç bar?

7. 5-nji suratda näçe ýiti we näçe kütek burç bar?

8. Kagyz listine burç çyzyň. Listi eplemek bilen çyzylan burçdan: a) 2 esse uly; b) 2 esse kiçi; c) ony göni burça üstüni ýetirýän burçy alyň.

9. Sagadyň sagat we minut milleri göni burç emele getirýän wagtlardan birnäçesini aýdyň.

10*. Sagadyň sagat mili: a) 1 sagatda; b) 6 sagatda; c) 2 minutda näçe gradusa öwrülýär?

11. Sagadyň minut mili: a) 1 minutda; b) 5 minutda; c) 0,5 sagatda näçe gradusa öwrülýär?

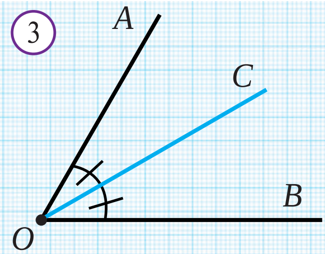
12*. 6-njy suratdaky sagatlardaky sagat we minut milleri emele getiren burçlary anyklaň.

13. Burçuň bissektrisasyna kesgitleme beriň.

14. AOB burç OC, OD we OE şöhleler bilen dört deň burça bölünen. Bu şöhleler haýsy burçlaryň bissektrisalary bolýar?

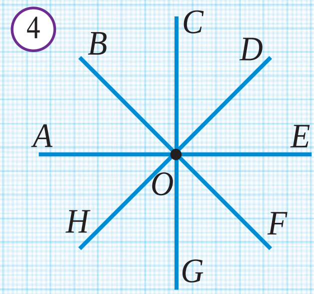
15. $ABCD$ gönüburçluk çyzyň. A we C nokatlary utgaşdyryň. Aşakdaky burçlary transportir bilen ölçäň: $\angle ACD$, $\angle ACB$, $\angle CAD$, $\angle CAB$.

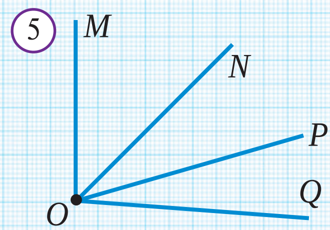
16. Nähili burçuň bissektrisasy ony iki göni burça bölýär?

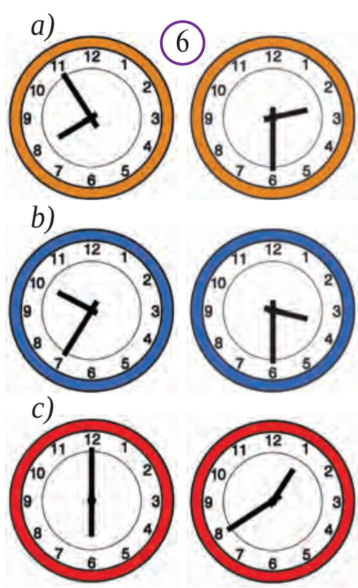


$\angle AOC = \angle COB$

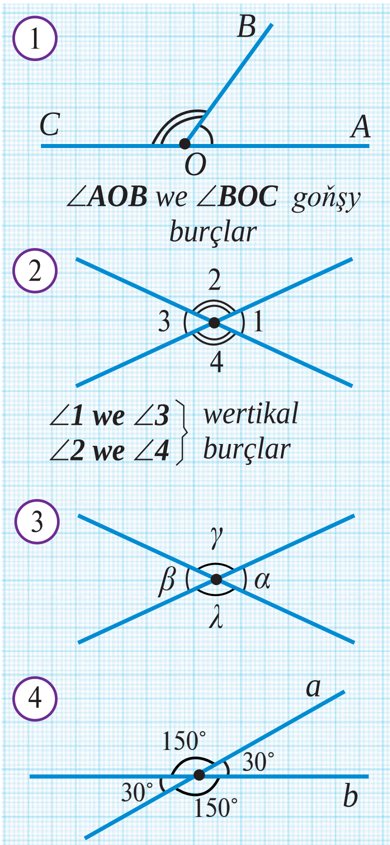
OC — *AOB burçuň bissektrisasy*







14 GOŇŞY WE WERTIKAL BURÇLAR HEM-DE OLARYŇ HÄSIÝETLERI



Bir sanydan tarapy üstme-üst düşüp, galan taraplary bir-biriniň üstüni ýetirýän şöhlelerden ybarat bolan iki burça ***goňşy burçlar*** diýilýär.

1-nji suratda *AOB* we *BOC* goňşy burçlar görkezilen. Olarda *OB* tarap umumy, *OC* we *OA* şöhleler bolsa bir göni çyzykda ýatýar we bir-biriniň üstüni ýetirýär.

Ugrukdyryjy gönükme

a) Goňşy burçlaryň jemi ýazgyn burç bolýandygyny esaslandyryň.

b) Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olaryň göni burç bolýandygyny esaslandyryň.

c) 2-nji suratda görkezilen, iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ we $\angle 4$ burçlardan haýsylary özara goňşy burçlar jübütini emele getirýär?

Goňşy burçlaryň jemi ýazgyn burç bolany üçin aşakdaky häsiýet ýerlikli:

Häsiýet. **Goňşy burçlaryň jemi 180°-a deň.**

3-nji suratda $\angle\alpha$ we $\angle\beta$ wertikal burçlardyr.

Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen we özara goňşy bolmadyk burçlar ***wertikal burçlar*** diýlip atlandyrylýar.

şonuň ýaly-da, $\angle\gamma$ we $\angle\lambda$ hem wertikal burçlar jübütini emele getirýär.

Endi wertikal burçlaryň aşakdaky häsiýetini subut edýäris.

Häsiýet. **Wertikal burçlar özara deň.**

Aýdaly, $\angle\alpha$ we $\angle\beta$ wertikal burçlar berlen, $\angle\gamma$ – olara goňşy burç bolsun (*3-nji surat*). $\angle\alpha = \angle\beta$ bolýandygyny subut edýäris.

Subudy: $\angle\alpha + \angle\gamma = 180°$, çünki $\angle\alpha$ we $\angle\gamma$ goňşy burçlardyr.

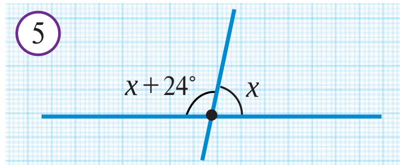
$\angle\gamma + \angle\beta = 180°$, çünki $\angle\gamma$ we $\angle\beta$ -lar hem goňşy burçlardyr.

Bu iki deňlikden $\angle\alpha + \cancel{\angle\gamma} = \cancel{\angle\gamma} + \angle\beta$, ýagny $\angle\alpha = \angle\beta$ bolýandygyny alarys.

Häsiýet subut edildi.

Şeýdip, iki göni çyzyk kesişende wertikal we goňşy burçlar emele gelýär. Mälim bolşy ýaly, goňşy burçlar jübüti özara ýazgyn burçy düzýär. Olaryň biri 90°-dan uly bolsa, ikinjisi 90°-dan kiçi bolýar. Eger goňşy burçlardan biri 90°-a deň bolsa, ikinjisi hem 90°-a deň bolýar. Goňşy burçlardan kiçisiniň gradus ölçegini ***göni çyzyklaryň***

arasyndaky burç diýip atlandyrmak kabul edilen. 4-nji suratdaky göni çyzyklaryň arasyndaky burç 30°-y düzýär. Beýle ýagdaýda ***“göni çyzyklar 30°-ly burç astynda kesişýär”***, diýip hem aýdylýar.



Mesele. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 24° uly bolsa, bu burçlary tapyň.

Çözülişi. Bu burçlardan biriniň ölçegi x bolsun (*5-nji surat*). Şerte görä ikinji burç $x+24°$ burç x ga wertikal burç bolmaýan goňşy burç bolýar.

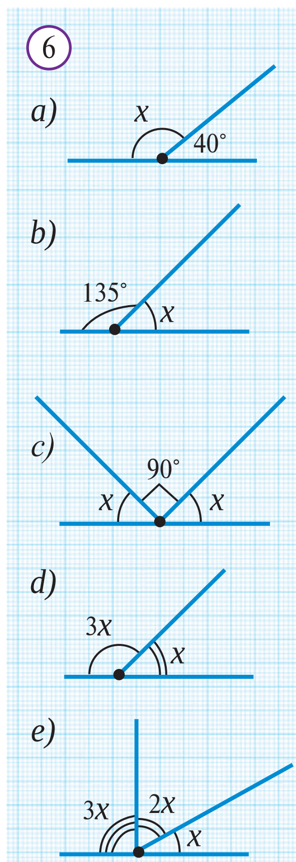
Goňşy burçlaryň häsiýetine görä, $x+x+24°=180°$. Mundan $x=78°$ we $x+24°=102°$ bolýandygyny anyklaýarys.

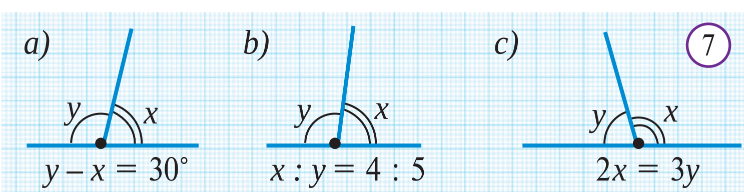
Diýmek, berlen göni çyzyklar kesişende 78°, 102°, 78° we 102°-ly burçlar emele gelýär.

Jogaby: 78°, 102°, 78° we 102°.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Nähili burçlara goňşy burçlar diýilýär?
2. Goňşy burçlaryň jemi nämä deň? Jogabyňyzy esaslandyryň.
3. Goňşy burçlaryň özara deň bolmagy mümkinmi?
4. Nähili burçlara wertikal burçlar diýlip atlandyrylýar?
5. Wertikal burçlaryň esasy häsiýetini düşündiriň.
6. a) 20°; b) 30°; c) 45°; d) 90°-ly burça goňşy bolan burç näçe gradusly bolýar?
7. Eger goňşy burçlaryň biri ikinjisinden üç esse uly bolsa, olary tapyň.
8.* Goňşy burçlaryň ikisi-de: a) ýiti; b) göni; c) kütek burçlar bolup bilermi?
9. Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolýarmy?
10. 6-njy suratdan näbelli x burçy tapyň.
11. Eger goňşy burçlaryň gradus ölçegleriniň gatnaşygy a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bolsa, olary tapyň.
12. 7-nji suratdaky şekillere garap mesele düzüň we ony çözüň.





15 GEOMETRIÝANY ÖWRENMEKDE PIKIRLER YZYGIDERLIGI WE BAGLYLYGY

Şu wagta çenli ençeme geometrik şekiller we olaryň häsiýetleri bilen tanşyp çykdyk. Meselem, geçen temada wertikal burçlar bilen tanyşdyk we olaryň özara deň bolýandygyny görkezdik. Ýadyňyzda bolsa, bu häsiýet bilen ýöne tanyşmazdan, ony subut etdik, ýagny “wertikal burçlar deň” diýen tassyklamanyň dogrudygyny esaslandyrdyk. Bu ***subut*** düşünjesi bilen ilkinji tanyşmagymyz boldy. Geometriýa birinji bolup ***subut*** düşünjesini alyp giren matematik – miladydan öňki 625 – 527 ýyllarda ýaşan grek alymy Fales hasaplanýar.

Käbir tassyklamanyň dogrudygyny mantyky pikir ýöretme kömeginde getirip çykarmak ***subut*** diýlip atlandyrylýar. Dogrudygy subut etmek ýoly bilen esaslandyrylýan tassyklama bolsa ***teorema*** diýlip atlandyrylýar. Teorema adatda şert we netije böleklerden ybarat bolýar. Teoremanyň birinji – şert böleginde nämeler berleni beýan edilýär. Ikinji – netije böleginde bolsa nämäni subut etmelidigi aňladylýar. Meselem, aşakdaky teoremany alyp garalyň:

Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olaryň ikisi-de göni burç bolýar.

Bu teoremanyň *şert bölegi* – “özara goňşy burçlaryň deň”ligi bolsa, *netije bölegi* – “olaryň ikisi-de göni burç” bolmagyndan ybarat. *Teoremany subut etmek* – onuň şertinden peýdalanyp, şuňa çenli mälim bolan maglumatlara daýanyp, pikir ýöredip, netije böleginde aňladylan tassyklamanyň dogrudygyny getirip çykarmakdyr. Teoremanyň şert we netije böleklerini kesgitlemek – teoremany aýdyňlaşdyrýar, ony düşünmek we subut etmek prosesini ýeňilleşdirýär. Şu sebäpli-de teoremany subut etmezden öň ony şert we netije böleklere bölüp, gaýtadan ýazyp almak maksada laýyk bolýar. Meselem, ýokarda getirilen teoremany aşakdaky görnüşde gaýtadan ýazyp almak mümkin:

Berlen: $\angle A$ we $\angle B$ goňşy burçlar, $\angle A = \angle B$ ⇨ ***Subut etmeli:*** $\angle A = \angle B = 90°$

Teoremanyň şerti — ***Teoremanyň netijesi***

Umuman alanda, teoremany şert we netije böleklere bölüp, aşakdaky shema görnüşinde şekillendirmek mümkin:

Eger **A jümle ýerlikli** bolsa, **B jümle ýerlikli** bolýar.

Teoremanyň şerti — ***Teoremanyň netijesi***

Başlangyç düşünjeler we aksiomalar. Nokat, göni çyzyk we tekizlik ýaly düşünjeler geometriýanyň başlangyç düşünjeleri hasaplanýar. Olara kesgitleme bermedik. ***Geometriýanyň başlangyç düşünjeleri*** kesgitlemesiz gönüden-göni girizilýän düşünjelerdir. Geometriýany bir bina diýip alsak, bu düşünjeler onuň esasydyr. Başlangyç düşünjeler esasynda başga täze şekiller we düşünjeler barada düşündiriş berilýär, ýagny olar ***kesgitlenýär***. Derslikde kesgitlemeler ✓ belgisi bilen aýratyn görkezilen.

Şonuň ýaly-da, şu wagta çenli nokat, göni çyzyk we tekizligiň öz-özünden aýdyň bolan ençeme häsiýetlerini hem subutsyz, gönüden-göni kabul etdik. Beýle häsiýetlere ***aksiomalar*** diýilýär. Eger üns beren bolsaňyz, derslikde ähli aksiomalary esasy tekstden aýratyn görkezip, A belgisi astynda berip geldik. Şu wagta çenli tanşyp çykan aksiomalara mysallar getirýäris (galanlaryny derslikden tapyp, ýazyp çykyň):

1. Tekizlikdäki islendik göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, oňa degişli bolmadyk nokatlar hem bar.

2. Islendik iki nokat arkaly diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.

3. Göni çyzykda alnan islendik üç nokatdan diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

Geometriýada düşünjeler yzygider, mantyky yzygiderlik tertibinde girizilýär. Ilki bilen geometriýanyň esasy – başlangyç düşünjeler kesgitlemesiz kabul edilýär. Soňra, şu esas esasynda täze düşünjeler kesgitlenilýär. Olaryň käbir häsiýetleri subutsyz, aksioma hökmünde kabul edilýär. Galan häsiýetler bolsa teoremalar görnüşinde aňladylýar we aksiomalara hem-de şu wagta çenli dogrudygy subut edilen häsiýetlere esaslanyp, mantyky pikir ýöretmeler arkaly subut edilýär. Pikir ýöretmek prosesinde aksiomalardan başga subut edilmedik häsiýetlerden – olaryň dogrudygy aç-açan görnüp duran bolsa-da – peýdalanmak gadagan. Çünki subut edilmedik häsiýetlerden peýdalanmak geometriýanyň mantyky “bina”syny bozup goýýar — “ýumurtga öň peýda bolanmy ýa-da towuk” diýen degişmeli sorag bilen aňladylýan mantyky ýalňyş getirip çykarýar.

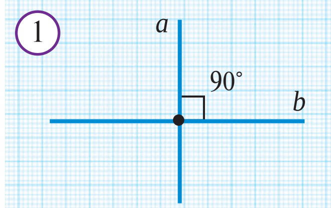
? Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Teorema näme? Ol nähili böleklerden ybarat?
2. Teoremalar nähili subut edilýär?
3. Teoremanyň subudy diýende nämäni düşünýärsiňiz?
4. Muayyan teoremany alyň we ony böleklere bölüň.
5. Kesgitleme näme? Haýsy düşünjeler kesgitlemesiz kabul edilýär?
6. Aksioma näme?
7. Geometriýada düşünjeler nähili yzygiderlikde kabul edilýär?
8. Eger şekiliň häsiýeti çyzgyda aç-açan görnüp duran bolsa, bu häsiýeti subut etmezden kabul etse bolýarmy?
9. Aşakda getirilen tassyklamalaryň haýsylary subutsyz kabul edilen:
1) islendik iki nokat arkaly diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin;
2) ýazgyn burç göni burçdan iki esse uly;
3) goňşy burçlaryň jemi 180°-a deň;
4) her bir kesimiň diňe bir ortasy bar;
5) her bir položitel san üçin uzynlygy şu sana deň bolan kesim bar.
10. Şu tassyklamany subutsyz kabul etse bolýarmy: “Bir göni çyzykda ýatýan A, B, C, D nokatlar üçin $AB=CD$ bolsa, AD we BC kesimleriň ortalary üstme-üst düşýär”?

16 PERPENDIKULÝAR GÖNI ÇYZYKLAR

Ugrukdyryjy gönükme

Iki göni çyzyk kesişende emele gelen burçlaryň biri göni burç bolsa (*1-nji surat*), galan burçlar barada näme diýmek mümkin?



$a \perp b$ – a göni çyzyk b göni çyzyga perpendikulýar

Göni burç astynda kesişýän göni çyzyklar ***perpendikulýar göni çyzyklar*** diýlip atlandyrylýar. Perpendikulýar göni çyzyklar 90°-ly burç astynda kesişýär.

1-nji suratda bir-birine perpendikulýar a we b göni çyzyklar görkezilen. Bu göni çyzyklaryň perpendikulýardygy mahsus belginiň kömeginde $a \perp b$ ýaly ýazylýar we "a göni çyzyk b göni çyzyga perpendikulýar" diýlip okalýar. Perpendikulýar göni çyzyklaryň kesişmeginden dört göni burç emele gelýär.

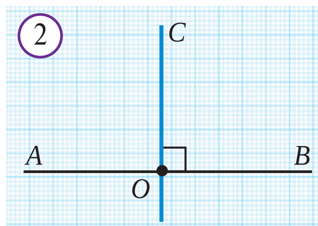
Perpendikulýar göni çyzyklarda ýatýan kesim, şöhle, göni çyzyklar hem bir-birine perpendikulýar diýilýär.

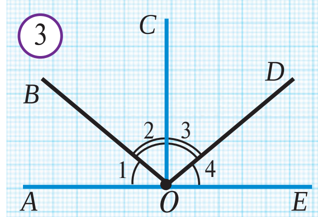
Göni çyzygyň islendik nokadyndan şu göni çyzyga ýeke-täk perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.

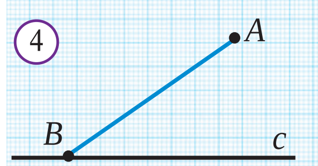
Subut. AB göni çyzyk we ondaky O nokat berlen bolsun (*2-nji surat*). OB şöhlä ujy O nokatda bolan, 90°-ly COB burç goýmak mümkin. Onda CO göni çyzyk AB göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk bolýar.

Burçy şöhlä goýmak aksiomasyndan perpendikulýaryň ýeke-täkligi gelip çykýar.

Teorema subut edildi.







1-nji mesele. Eger 3-nji suratda $\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 3$ bolsa, $CO \perp AE$ bolýandygyny görkeziň.

Çözülişi: Aýdaly $\angle 1=\angle 4=\alpha$, $\angle 2=\angle 3=\beta$ bolsun. Burçlary ölçemegiň häsiýetine görä $\angle AOE=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=\alpha+\beta+\alpha+\beta=2\alpha+2\beta=180°$, $2(\alpha+\beta)=180°$, ýagny $\alpha+\beta=90°$ bolýar. Onda, $\angle AOC=\angle 1+\angle 2=\alpha+\beta=90°$ bolany üçin, $CO \perp AE$ bolýar.

2-nji mesele. Eger 5-nji suratda $\angle ABC=\angle DBE$ bolsa, $\angle ABD = \angle CBE$ bolýandygyny görkeziň.

Çözülişi. Berlen $\angle ABC = \angle DBE$ deňligiň iki tarapyna-da $\angle CBD$-ni goşýarys: $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$

Ýöne, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ we

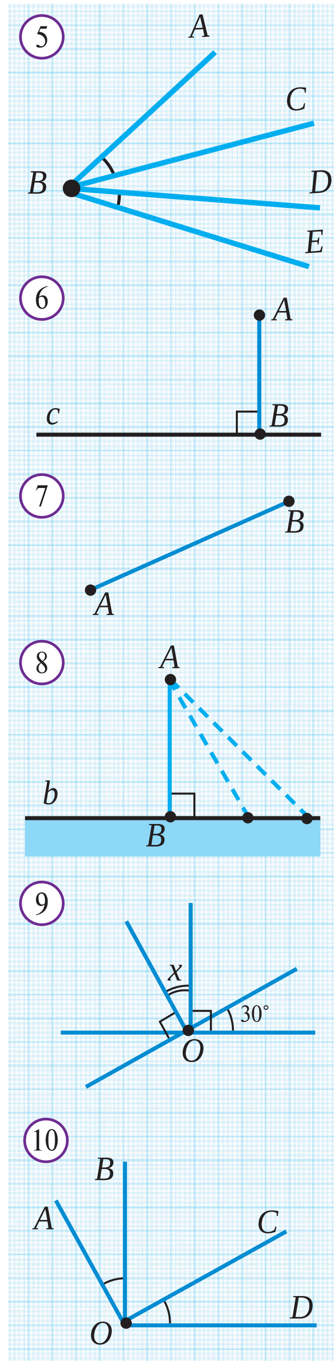
$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE$.

Diýmek, $\angle ADD = \angle CBE$.

Eger *AB* kesim *c* göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onda *AB* kesim ***A nokatdan c göni çyzyga geçirilen perpendikulýar*** diýilýär. 6-njy suratda *A* nokatdan *c* göni çyzyga geçirilen *AB* perpendikulýar görkezilen. Munda, *B* nokat perpendikulýaryň ***esasy*** diýip atlandyrylýar.

Eger *AB* kesim *c* göni çyzyga perpendikulýar bolmasa, *AB* kesim ***gyşarma*** diýlip atlandyrylýar (*4-nji surat*).

Mälim bolşy ýaly, *A* we *B* nokatlary utgaşdyrýan iň gysga “ýol” bu – *AB* kesimdir (*7-nji surat*). Şu sebäplide aşaky synplarda *AB* kesimiň uzynlygyny ***A we B nokatlaryň arasyndaky aralyk*** diýip kabul edipdik. Şoňa meňzeş, ***A nokatdan b göni çyzyga çenli bolan aralyk*** diýip, *A* nokatdan *b* göni çyzyga geçirilen *AB* perpendikulýaryň uzynlygyny kabul edýäris. Görnüşi ýaly, bu aralyk *A* nokatdan *b* göni çyzyga geçirilen ähli gyşarmalaryň uzynlygyndan kiçi bolýar (*8-nji surat*). Bu tassyklamanyň subudyna soň durup geçeris.



Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Haçan göni çyzyklara perpendikulýar diýilýär? Jogabyňyzy çyzgyda düşündiriň.
2. Berlen göni çyzykda ýatýan nokatdan oňa näçe perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy düşündiriň.
3. Göni burçuň ölçegi näçe gradusa deň?
4. Berlen nokatdan göni çyzyga geçirilen perpendikulýar diýip nämä aýdylýar?
5. Berlen nokatdan göni çyzyga geçirilen gyşarma näme?
6. Berlen *A* nokatdan göni çyzyga näçe gyşarma düşürmek mümkin?
7. 9-njy suratdaky näbelli burç *x*-i tapyň.
8. 10-njy suratda eger $OB \perp OD$ we $OA \perp OC$ bolsa, $\angle AOB = \angle COD$ bolýandygyny görkeziň.
9. Iki *A* we *B* nokatlaryň arasyndaky aralyk nämä deň?
10. Nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralyk näme?

17 TERSINI ÇAK EDIP SUBUT ETMEK USULY

“Tersini çak edip subut etmek usuly” aşakdaky ýönekeý mantyky meselä esaslanandyr. Aýdaly, ýolda barýarka, ýoluň ikä bölüne bölegine gabat geldiňiz (*1-nji surat*). Bu ýollaryň diňe biri menziliňize, bulaga eltýändigini bilýärsiňiz. Ýol görkezýän tagtajykda birinji ýol menziliňize eltýändigi görkezilen. Siz bu ýazuwa ynanmadyňyz we ikinji ýol boýunça ýoluňyzy dowam etdiňiz. ýöräp-ýöräp başga ýere – obanyň üstünden bardyňyz. Bu ýagdaýda birinji bolup Hyýalyňyza nähili pikir geler? Elbetde, “Tagtajykdaky ýazuw dogry eken!” diýen pikir geler (*2-nji surat*).

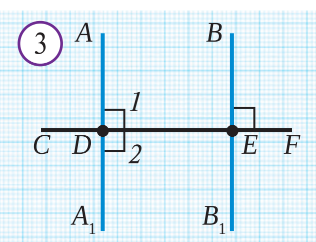
Tersini çak edip subut etmek usulynda hem şoňa meňzeş çemeleşilýär. Teoremanyň şertini ýerlikli diýip, onuň netijesiniň dogrudygyny görkezmeli. Munuň üçin teoremanyň netijesinde getirilen tassyklama ýerlikli däl, diýip çak edilýär.

Eger bu “ýol”daky mantyky pikir ýöretmeler gapma-garşylyga getirse, çakyň nädogrudygy mälim bolýar. Bu bolsa, öz nobatynda, birinji “ýol” dogrudygyny, ýagny teoremanyň şertiniň ýerlikli bolanda onuň netijesi hem ýerlikli bolýandygyny görkezýär. Şeýdip, teorema subut bolýar.

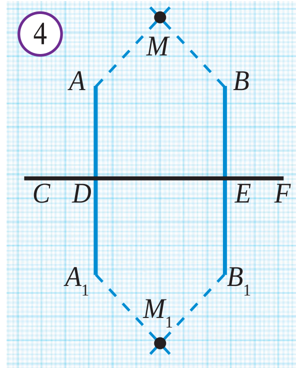
Tersini çak etmek usulyny ulanyp teoremalary subut etmekde aşakdakylarga üns berilmelidir: a) subut edilmegi talap edilen tassyklama ters bolan jümläni dogry düzmek; b) çak edilen tassyklama we başga mälim häsiýetler esasynda dogry netijeler çykarmak; d) pikir ýöretmek dowamynda öň mälim bolan häsiýetlere ters bolan tassyklamany almak.

Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.

AA_1, BB_1 we CD göni çyzyklar, $AA_1 \perp CD$ we $BB_1 \perp CD$ (*3-nji surat*)	⇨	AA_1 we BB_1 göni çyzyklar özara kesişmeýär



Subut. Tersini çak edýäris: CF-ge perpendikulýar AA_1 we BB_1 göni çyzyklar kesişsin. Kesişme nokadyny M diýip belgiläliň (*4-nji surat*). Ol CF göni çyzyk emele getirýän ýarymtekizliklerden birinde ýatýar (4-nji suratda ýokary ýarymtekizlik bolsun). MDC we A_1DC göni burçlar deň bolany üçin MDC burçy DC şöhleden aşaky ýarymtekizlige goýmak mümkin. Munda DM şöhle DA_1 şöhläniň üstüne düşýär. Şular ýaly MEF göni burç EF şöhleden aşaky ýarymtekizlige goýulsa, EM şöhle EB_1 şöhläniň üstüne düşýär. DM we EM şöhleler M nokatda kesişendigi üçin DA_1 we EB_1 şöhleler hem haýsy-da bolsa bir M_1 nokatda kesişýär (*4-nji surat*).



Netijede AD we BE göni çyzyklar iki M we M_1 nokatlarda kesişýär, diýen netije çykýar. Emma bu “islendik iki nokatdan diňe bir çyzyk geçýär”, diýen aksioma ters. Diýmek, eden çakymyz nädogry eken — bir göni çyzyga perpendikulýarlar özara kesişmeýän eken. ***Teorema subut edildi.***

Göni çyzykda ýatmadyk nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar edip diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

Bu häsiýeti tersini çak etmek usulynyň kömeginde özbaşdak subut ediň.

Smartfonlar üçin burçy ölçeýän maksatnamaly goşmaçalar işlenip taýýarlanan bolup, olaryň kömeginde burçlary aralykdan ölçemek mümkin. Suratda meşhur Müsür piramidalaryndan biriniň depesindäki burçy şu maksatnamanyň kömeginde ölçemek görkezilen.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Tersini çak edip subut etmek usuly nähili düzgüne esaslanan?

2. A, B, C nokatlar bir göni çyzykda ýatsa we: a) $AB=3{,}6$; $BC=5{,}4$; $AC=9$; b) $AB=2{,}4$; $BC=4{,}2$; $AC=1{,}8$ bolsa, C nokadyň A we B nokatlaryň arasynda ýatmaýandygyny subut ediň. Bu nokatlardan haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýar?

3*. Goňşy burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

4*. Wertikal burçlaryň deňligini ters çak etmek usuly bilen subut ediň.

5*. Eger $\angle AOB=58°$, $\angle BOC=17°$ we $\angle AOC=41°$ bolsa, OA, OB we OC şöhlelerden haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýar.

6. Iki göni çyzygyň kesişmesinden emele gelen burçlardan ikisiniň jemi 120°. Şu burçlary tapyň.

7. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň tapawudy 20°. Şu burçlary tapyň.

8*. Wertikal burçlaryň bissektrisalarynyň bir göni çyzykda ýatýandygyny subut ediň.

9*. Tekizlikde üç sany A, B, C nokat berlen: $AB=2{,}6$, $AC=8{,}3$, $BC=6{,}7$. Bu nokatlaryň bir göni çyzykda ýatmaýandygyny subut ediň.

10*. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň jemi 180°-a deň däl. Bu burçlaryň wertikal burçlardygyny tersini çak edip subut ediň.

18 AMALY SAPAK

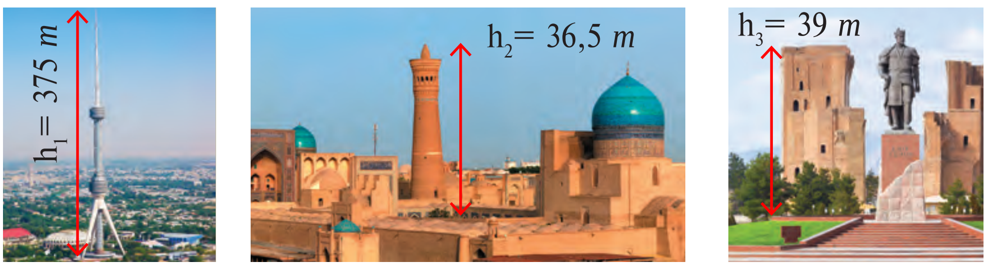
1. Beýikligi dogry ölçemek.

Käbir jisimiň beýikligi onuň iň beýik nokadyndan esasy ýatýan tekizlige geçirilen perpendikulýaryň uzynlygy bilen anyklanýar. Eger beýle perpendikulýary düşürmek mümkinçiligi bolmasa, oňa deň bolan kesim beýiklik hökmünde garalýar (*1-nji surat*). Meselem, bina, piramida, minara beýikligi ýa-da guýynyň çuňlugy we başgalar. Käte tekizlikdäki tekiz şekilleriň beýikligi hem şeýle anyklanýar.

a) Çäýnek, käse, şakäse, güldan, gazan ýaly dürli öý enjamlarynyň beýikligini ölçemek ýoluny oýlap tapyň we olaryň beýikliklerini ölçäň.

b) Gönüburçly parallelepiped, üçburçluk piramida, konus we şar ýaly geometrik şekilleriň (jisimleriň) modelleriniň beýikliklerini ölçäň.

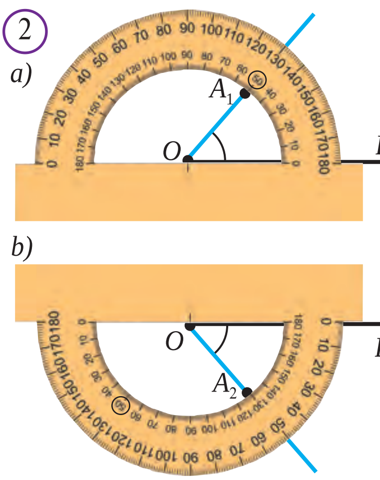
1



2. Transportirden dogry peýdalanmak.

1. Islendik *OB* şöhle çyzyp alynýar.
2. Transportiriň esasyny berlen *OB* şöhläniň üstüne, merkezini bolsa *O* nokada 2-nji suratda görkezilen ýagdaýlaryň birindäki ýaly edip goýulýar.
3. Transportiriň şkalasyndan burçuň berlen gradus ölçegini görkezýän bölünmesi tapylýar we onuň garşysyna $A_1(A_2)$ nokat goýulýar.
4. *O* we $A_1(A_2)$ nokatlar arkaly şöhle geçirilýär. Netijede berlen gradus ölçegli $\angle A_1OB$ ($\angle A_2OB$) burç emele gelýär.

2

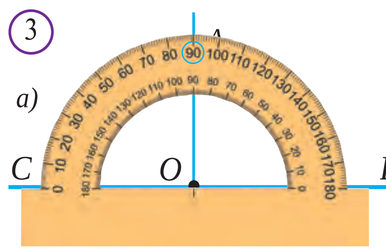


3. ***Göni çyzyga perpendikulýar geçirmek serişdeleri:***

1-nji usul. Transportir bilen (*3-nji a surat*).

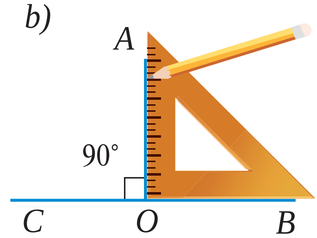
2-nji usul. Gönüburçly çyzgyjyň (goniýa) kömeginde (*3-nji b surat*).

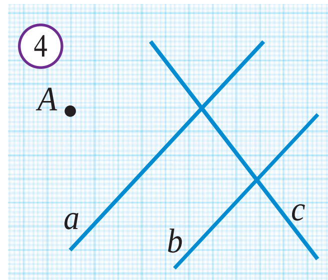
3



4. a) transportir; b) gönüburçly çyzgyjyň kömeginde berlen göni çyzyga onda ýatýan nokatdan geçýän perpendikulýar göni çyzyk guruň.
5. d göni çyzykda A, B, C nokatlary belgiläň we transportiriň kömeginde bu nokatlaryň her biri arkaly d göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyklary geçiriň.
6. b göni çyzyk çyzyň we onda ýatmaýan A nokat belgiläň. Gönüburçly çyzgyjyň kömeginde A nokatdan geçýän b göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk çyzyň.
7. Gönüburçly çyzgyjyň kömeginde A nokatdan a, b we c göni çyzyklara çenli bolan aralyklary tapyň (*4-nji surat*).

b)

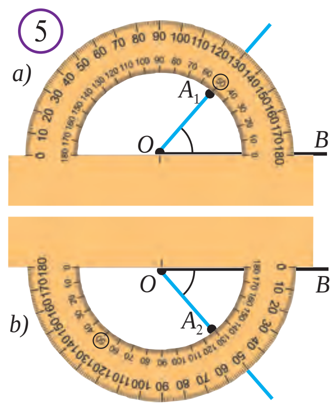




8. Berlen OB şöhlä 50°-ly burçy goýuň.

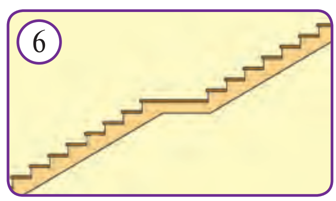
Çözülişi. OB göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýändigi mälim. Transportiriň esasyny OB şöhläniň üstüne, merkezini bolsa O nokada 2 hili usulda goýýarys. Muňa OB şöhlä 0° laýyk gelýän şkalasynda 50° -a laýyk gelýän bölünme tapylýar we burçlar gurulýar. Diýmek, berlen şöhleden her bir ýarymtekizlige bir sanydan 50°-ly burç goýmak mümkin (*5-nji surat*):

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50°\ .$$



9. Basgançagyň burçy.

Basgançaklar dürli burçlar astynda gurulýar. Bir seredende, basgançak näçe ýpgyt bolsa, ol şonça amatly bolmaly ýaly. Emma aşa ýapgyt basgançaklardan peýdalanmak onçakly oňaýly däl. Şonuň üçin kiçi burç astynda göterilýän ýerlerde basgançak 6-njy suratdaky ýaly gurulýar.



Gurluşyk talaplary boýunça 30°-45° aralygyndaky basgançaklar amatly hasaplanýar. Köp etažly ýaşaýyş jaý binalaryndaky basgançaklar adatda 35°-40° edip gurulýar. Aslynda 45°-dan uly burç astynda gurlan basgançak kemräk ýer eýeleýär, emma beýle basgançakdan göterilmäge çagalar we garrylar kynçylyk çekýärler.

Otagyň içinden deşik arkaly üçege çykmak üçin basgançak örän dik gurulýar, çünki munda basgançaga niýetlenen ýer gaty dar bolýar (7-nji surat).

Eger howlyňyzda ýeterli kerpiç bolsa, olardan dürli burç astynda basgançak gurup, oňaýmy, ýokmy — synaň.

19 BOB BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Jümleleri mazmunyndan gelip çykyp dolduryň:

1. Nokady we depesi şu nokatda bolan .... ybarat şekil burç diýlip atlandyrylýar.
2. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi .... deň.
3. Burçuň depesinden çykyp, ony .... burç bissektrisasy diýlip atlandyrylýar.
4. Umumy tarapa eýe bolup, galan iki tarapy göni çyzyk emele getirýän burçlar .... diýlip atlandyrylýar.
5. Wertikal burçlaryň bissektrisalary .... emele getirýär.
6. Eger goňşy burçlar ...., olar göni burçlar bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň:

1. Jemi 180°-a deň bolan burçlar goňşy burçlar bolýar.
2. Burçuň depesinden geçip, ony deň ýarpa bölýän göni çyzyk burçuň bissektrisasy diýlip atlandyrylýar.
3. Iki tarapy-da şöhlelerde ýatýan burç ýazgyn burç diýlip atlandyrylýar.
4. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlar wertikal burçlar diýlip atlandyrylýar.
5. Berlen şöhleden ýarymtekizlige diňe bir göni burç goýmak mümkin.
6. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň.

3. Berlen häsiýete eýe bolan adalgany depderiňize ýazyň:

Jemi 180°-a deň	Taraplary şöhlelerden ybarat
Ululygy 180°-a deň	Burçy deň ýarpa bölýär
Göni çyzyklar kesişende emele gelýär	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýet ýa-da düşündirişleriň degişlisini tapyň:

Geometrik düşünje	*Düşündirişi ýa-da häsiýeti*
1. 1 gradus	A. Jemi 180°-a deň
2. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi	B. Özara deň burçlar
3. Wertikal burçlar	C. 180°
4. Goňşy burçlar	D. Göni burçuň 1/90 bölegi
5. Teorema	E. Subutsyz kabul edilýän tassyklama
6. Aksioma	F. Subut edilmeli bolan tassyklama
7. Bissektrisa	G. Burçy deň ýarpa bölýär

1. Transportiriň kömeginde bir tarapy umumy bolan 10°, 20°, 40°, 60°, 90°, 130°, 170°-ly burçlary guruň.

2. Ýazgyn burçuň bissektrisasy onuň taraplary bilen nähili burç emele getirýär?

3. Burçuň bissektrisasy onuň tarapy bilen 30°-ly burç emele getiren bolsa, burçuň özi näçe gradus?

4. Burçuň bissektrisasy onuň taraplary bilen kütek burç emele getirmegi mümkinmi?

5. $\angle AOB$=50°, $\angle COB$=80° bolsa, *AOB* we *COB* burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

6. 15°-ly burça 10 esse ulaldyjy lupa (aýna) arkaly garalanda, näçe gradusly burç görünýär?

7. Transportiriň kömeginde a) 90°; b) 60°; c) 50°; d) 20°-ly burçy we onuň bissektrisasyny guruň.

8*. $\angle AOB$=120° bolan burçuň *OK* bissektrisasyny transportiriň kömeginde guruň. Soňra emele gelen *AOK* we *KOB* burçlaryň bissektrisalaryny guruň we bu bissektrisalaryň arasyndaky burçy tapyň.

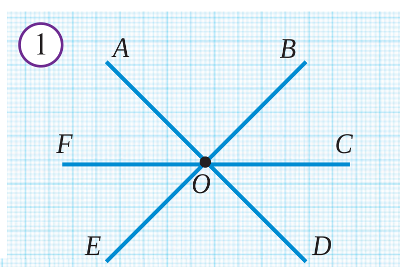
9. 1-nji suratda näçe wertikal burçlar jübütligi görkezilen?

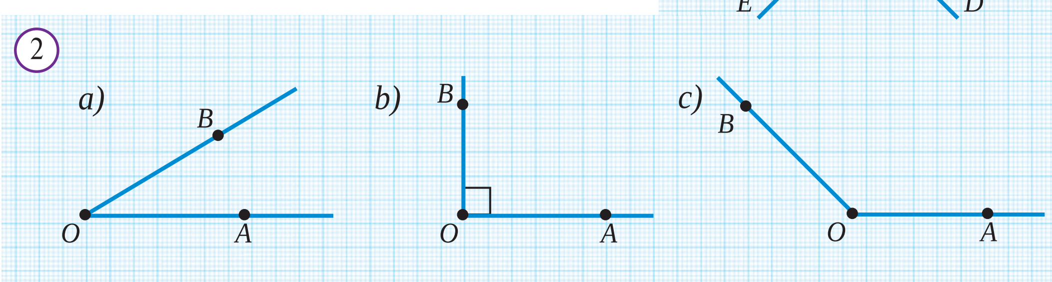
10*. Eger sagadyň sagat we minut milleriniň arasyndaky burç 45° bolup, minut mili 6 da duran bolsa, sagat haýsy wagty görkezýän bolýar?

11. *AOB* we *BOC* goňşy burçlardygy mälim. Eger:
a) *AOB* burç *BOC* burçdan 40° uly;
b) *AOB* burç *BOC* burçdan 4 esse kiçi;
c) $\angle AOB = \angle BOC + 44°$;
d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bolsa, bu burçlary tapyň.

12. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň gradus ölçegleriniň jemi 100°-a deň bolsa, bu dört burçuň gradus ölçeglerini tapyň.

13. 2-nji suratdaky burçlaryň taraplaryna olaryň *A* we *B* nokatlary arkaly perpendikulýar göni çyzyklar geçiriň. Bu göni çyzyklar kesişme nokadynda nähili burçlar emele getirýär?





20 2-NJI BARLAG IŞI

Barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölekde aşakda getirilen meselelerden (ýa-da şolara meňzeş meselelerden) 3-si berilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen testlerden bäşisi berilýär.

Meseleler:

1. *MN* we *KL* göni çyzyklaryň kesişmeginden emele gelen $\angle MOL$ we $\angle KON$ wertikal burçlaryň jemi 148°-a deň. $\angle MOK$ burçy tapyň.
2. Goňşy burçlaryň tapawudy 60°-a deň. Bu burçlaryň kiçisini tapyň.
3. Burçuň bissektrisasy şu burçuň tarapy bilen 66°-ly burç emele getirýär. Bu burça goňşy bolan burçy tapyň.

4*. Goňşy burçlaryň bissektrisalary göni burç astynda kesişýändigini subut ediň.

Testler (berlen jogaplaryň içinden iň dogry bolan birini anyklaň):

1. Iki goňşy burçuň tapawudy 24°-a deň bolsa, olardan kiçisini tapyň:

   A) 72°; B) 76°; D) 78°; E) 82°.

2. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan üçüsiniň jemi 200°-a deň. Burçlardan kiçisini tapyň:

   A) 20°; B) 40°; D) 60°; E) 80°.

3. Burçuň bissektrisasy onuň tarapy bilen 60°-ly burç emele getirýär. Berlen burça goňşy bolan burçy tapyň:

   A) 30°; B) 60°; D) 90°; E) 120°.

4. Sagat 4 bolanda, sagat we minut milleriniň arasyndaky burç näçe gradus bolýar?

   A) 60°; B) 75°; D) 105°; E) 120°.

5. $AB = 6,\ C \in AB,\ AC = 3BC,\ BC = ?$

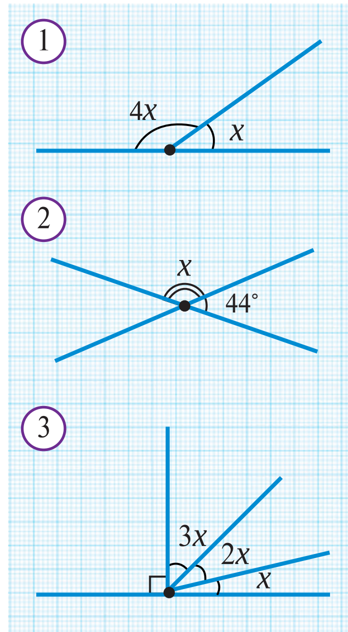
   A) 1; B) 1,5; D) 2; E) 3.

6. Sagadyň sagat mili 30 minutda näçe gradusa öwrüler?

   A) 180°; B) 15°; D) 60°; E) 30°.

7. $AB = 18,\ C \in AB,\ AC - BC = 4,\ BC = ?$

   A) 7; B) 8; D) 10; E) 11.



8. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň. Şu burçlary tapyň:

A) 60° we 120°; B) 45° we 135°;
D) 90° we 90°; E) 45° we 45°.

9. 1-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 30°; B) 36°; D) 45°; E) 60°.

10. 2-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 136°; B) 72°; D) 56°; E) 96°.

11. 3-nji suratdaky x-i tapyň.
A) 15°; B) 30°; D) 45°; E) 60°.

12. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň:

A) Tekizlikde berlen nokatdan diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin;
B) Göni çyzygyň haýsy-da bolsa nokady we ondan bir tarapda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine şöhle diýilýär;
D) Göni çyzygyň iki nokadynyň arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegi tekizlik diýlip atlandyrylýar;
E) Islendik şöhleden belli bir ýarym tekizlige diňe bir burç goýmak mümkin.

13. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň.

A) Goňşy burçlar ýazgyn burç bolýar;
B) Eger $AB = 5\ sm$, $BC = 6\ sm$ bolsa, $AC = 11\ sm$ bolýar;
D) Eger burçlar deň bolsa, olar wertikal burçlar bolýar;
E) Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolýar.

Gyzyklanýan okuwçylar üçin.

1. "Geometriýa–7" elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanşyp çykyň. Şol baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirmek we test tabşyryklaryny çözmek ýoly bilen öz bilimiňizi synaň.

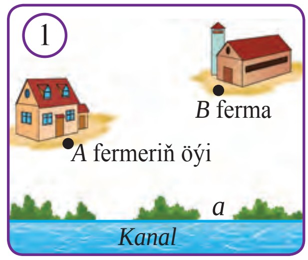
2. Şonuň ýaly-da, 142-nji sahypada getirilen Internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwrenip çykyň.

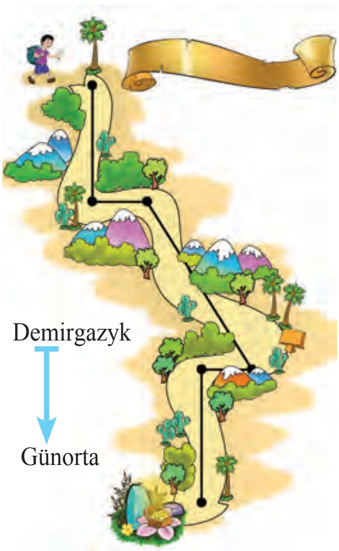
Amaly kompetensiýalary ösdüriji goşmaça materiallar

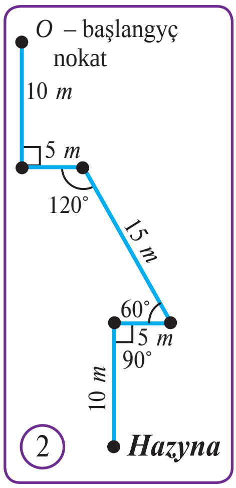
1. Fermer hojalygynyň kartasy 1-nji suratda berlen.

1) Fermer öýünden ferma eltýän ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat beriň? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.

2) Fermer fermasyndan kanala eltýän ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat beriň? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.







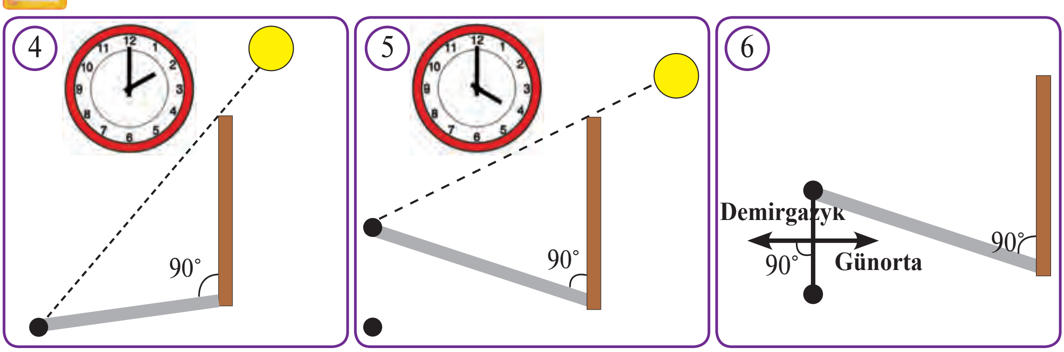
2. Açyk howada geometrik ýaryş.

Ýaryşda synp okuwçylaryndan ybarat iki ýa-da ondan artyk topar gatnaşmagy mümkin. Her bir topara ruletka we uly transportirden peýdalanmaga rugsat edilýär.

Toparlar mekdep meýdanynyň dürli burçlarynda iş alyp barýar. "Hazyna" (meselem, çüýşejikde, konwertde hat, ...) öňünden meýdanyň haýsy-da bolsa ýerine gömüp goýulýar. Hazyna eltýän kartalar hem mugallym tarapyndan öňünden düzülýär we toparlara paýlanýar (Kartanyň nusgasy 2-nji suratda görkezilen). Toparlar öz kartalary esasynda hazynany tapmaga girişýär. Haýsy topar birinji bolup kartada görkezilen döwük çyzyk boýunça hemme nokatlary anyklap, hazynany tapsa, şol topar ýeňiji hasaplanýar.

3. Ýumuş. Öýüňizden mekdebe gelýän ýoluň 2-nji suratdaky ýaly kartasyny düzüň. Bu ýoluň uzynlygyny çenäp anyklaň.

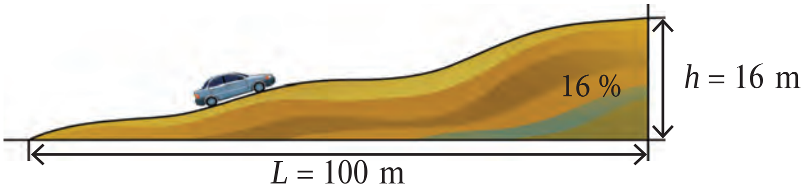
4. Wertikal taýagyň kömeginde Demirgazygy we Günortany kesgitlemek.



1) Taýagy ýere dikligine ornaşdyrýarys (taýagyň ähli taraplarynyň burçy ýere görä 90°) we kölegesiniň ujuny bellik edýäris. Bu günbatar belgi (*4-nji surat*).
2) 2 sagatdan soň ikinji gezek bellik edýäris. Bu gündogar belgi bolýar (*5-nji surat*).
3) Emele gelen kesimiň ortasyndan göni burç astynda göni çyzyk geçirýäris. Netijede perpendikulýar emele gelýär. Bu perpendikulýar Demirgazygy weGünortany görkezýär (*6-njy surat*).

5. Depäniň diklik derejesi onuň beýikligi bilen esasynyň uzynlygynyň gatnaşygy bilen anyklanýar we %-lerde aňladylýar (*7-nji surat*).

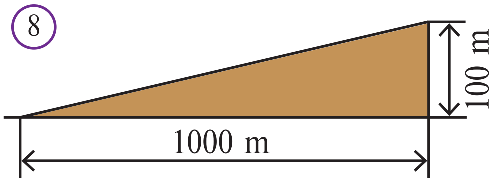
7



$$T = \frac{h}{L} \times 100\% = \frac{16\text{ m}}{100\text{ m}} \times 100\% = 16\ \%$$

6. 8-nji suratdaky depäniň diklik derejesini anyklaň.

8



9

Ýoldaky depäniň diklik derejesini görkezýän ýol belgisi (*9-njy surat*).

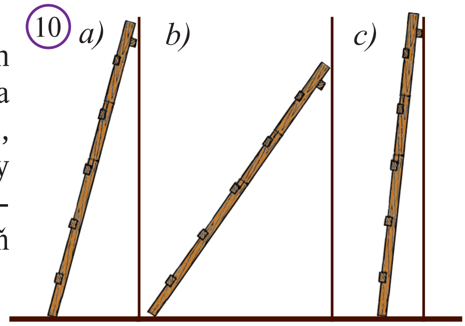
7. $\angle AOB$ berlen. Aşakdaky deňlikler mana eýemi $\angle AOB=\angle BOA$; $\angle AOB=\angle ABO$; $\angle AOB=\angle OAB$?

8. Gönüburçluk şeklindäki ak kagyz listiniň bir burçunyň bissektrisasyny nähili gurmak mümkin?

9. Kagyz listinden gyrkyp alnan burçy nähili usulda deň 4 bölege bölmek mümkin?

10. Üçege çykmak amatly bolmagy üçin üzeňňi ýere görä 75° burç astynda diwara direlip goýulmaly. 10-njy *a*, 10-njy *b* we 10njy *c* suratlardaky üzeňňileriň çykmak üçin oňaýly ýada oňaýly däldigini transportiriň kömeginde anyklaň.

10

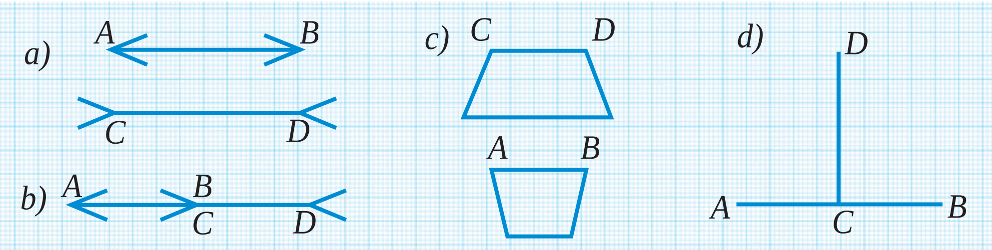


11. Käbir göni çyzyk çyzyň. Onda ýatmaýan haýsy-da bolsa bir nokatdan göni çyzyga perpendikulýar we birnäçe gyşarmalar geçiriň. Perpendikulýaryň we gyşarmalaryň uzynlyklaryny ölçäň we özara deňeşdiriň. Haýsy kesimiň uzynlygy iň kiçi bolýar? Jogabyňyzy çak (gipoteza) görnüşinde aňladyň.

12. 11-nji suratda görkezilen *AB* we *CD* kesimleri göz bilen çenäp özara deňeşdiriň. Soň bu işi dury plýonkanyň kömeginde ýerine ýetiriň.

Netije: Geometriýada ölçemek we deňeşdirmek işlerini ýerine ýetirmeli: gözüňi aldamagy mümkin!

11



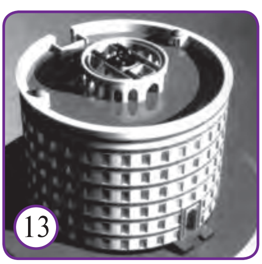
27-nji sahypadaky II babyň tituly boýunça

1. 2-nji suratdaky harplaryň burçlaryny ölçäň. Bu nähili burçlar?
2. 3-nji suratdaky pandusyň ýapgytlygy näçe göterime deň?
3. Burçlary barmaklaryň kömeginde takmynan ölçemek (*4-nji surat*).
4. Diwaryň ýere görä perpendikulýardygyny otwesiň kömeginde ölçemek (*5-nji surat*).
5. 7-nji suratda nähili burçlary görýärsiňiz? Ol suratdaky üzeňňiler we basgançaklar barada nähili pikir bildirip bilersiňiz?
6. 8-10-njy suratlardaky basgançaklaryň her biri oňaýlymy ýa-da ýok?

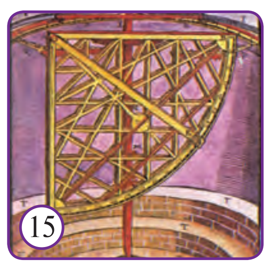
Taryhy sahypa

Astrolýabiýa (Usturlab) – burç ölçeýän esbap bolup, ol gadymky grek astronomy Gipparh tarapyndan miladydan öňki II asyrda ýasalypdyr (*12-nji surat*). *Görnüşi örän ýönekeý bolan bu esbapda onlarça ölçeg işlerini ýerine ýetirmek mümkin bolupdyr. Samarkantdaky Ulugbek astronomik obserwatoriýasynda-da burç ölçemek işleri alnyp barylypdyr. Bu uly silindr şeklindäki üç etažly obsewatoriýada köp gurluşlar we esbaplar bolupdyr* (*13-nji surat*). *Onuň radiusy 42 m bolupdyr! Ulugbek bu gurluşyň kömeginde 1018 sany ýyldyzyň älemdäki ýerleşişini haýran galdyryjy derejedäki takyklykda ölçäp, özüniň “Ziji jadidi Koragany” eserinde getiripdir. 14-nji suratda onuň ýer astynda saklanyp, şu güne ýetip gelen bölegi görkezilen. 15-nji suratda ýewropaly alymlar teleskop oýlap tapmazdan öň peýdalanan kwadrant görkezilen. Ol Ulugbek kwadrantyndan ep-esli kiçi elbetde. Häzir ýer ölçemek işlerinde ýokary takyklyga eýe bolan teodolit guraly ulanylýar.*


12


13


14


15

III BAP

KÖPBURÇLUKLAR WE ÜÇBURÇLUKLAR

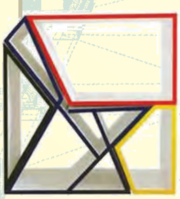
2


3


1

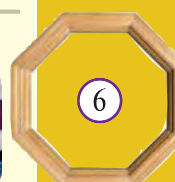

4


5

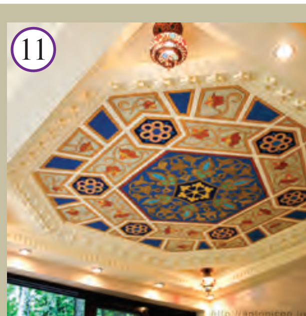

7


8


9

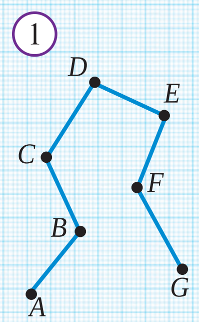

6


10


11


12


21 DÖWÜK ÇYZYK. KÖPBURÇLUK



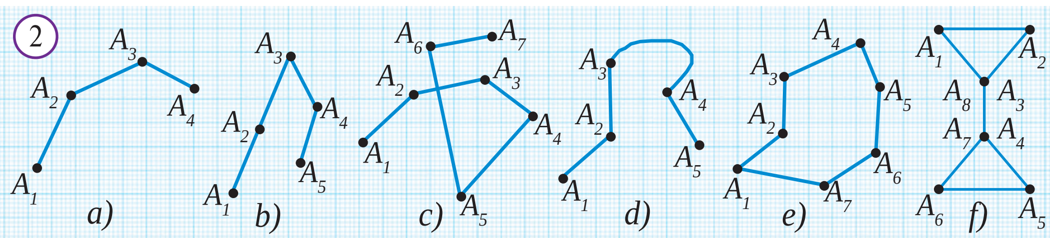
ABCDEFG — ***döwük çyzyk;***
A, B, C, D, E, F, G – ***döwük çyzygyň depeleri;***
AB, BC, CD, DE, EF, FG — ***döwük çyzygyň bogunlary (taraplary).***

Yzygider gelen, özara goňşulary bir göni çyzykda ýatmaýan A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesimlerden düzülen şekile ***döwük çyzyk*** diýilýär.

A_1, A_2,..., A_n nokatlar ***döwük çyzygyň depeleri***, A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesimler bolsa ***döwük çyzygyň bogunlary*** ýa-da ***taraplary*** diýlip atlandyrylýar. 1-nji suratda *ABCDEFG* – döwük çyzyk görkezilen. Döwük çyzygyň taraplarynyň jemi onuň ***uzynlygy*** bolýar.

Başlangyç we ahyrky uçlary üstme-üst düşýän döwük çyzyk ***ýapyk döwük çyzyk*** diýlip atlandyrylýar.

Gönükme. 2-nji suratda görkezilen çyzyklaryň döwük çyzyk bolmagy ýa-da bolmazlygyny anyklaň we düşündiriň.

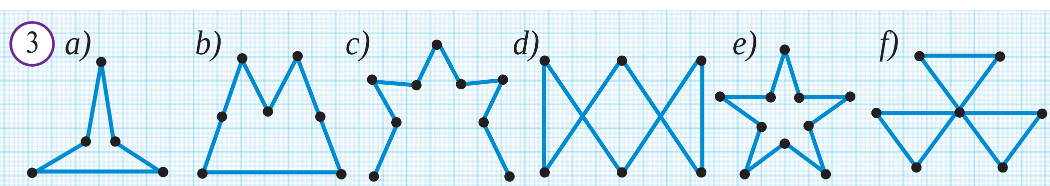


Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk ***köpburçluk*** diýlip atlandyrylýar.

Başgaça aýdanda, köpburçlugyň taraplary goňşy bolmasa umumy nokada eýe däl.

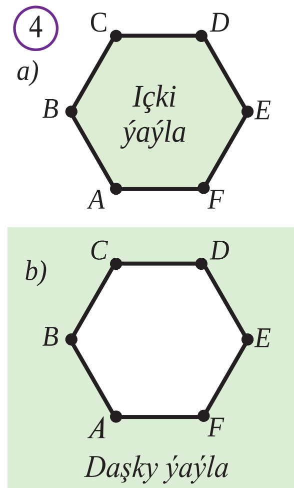
Ugrukdyryjy gönükme

Köpburçlugyň kesgitlemesinden gelip çykýan aýratynlyklaryny sanaň we 3-nji suratdaky şekilleriň köpburçluk bolmagy ýa-da bolmazlygyny anyklaň we düşündiriň.



Taraplarynyň sanyna garap, köpburçluklar üçburçluk, dörtburçluk, bäşburçluk, altyburçluk, umumy ýagdaýda *n* sany depeli bolanda ***n-burçluk*** diýlip atlandyrylýar. Siz käbir köpburçluklar bilen aşaky synplarda tanşypdyňyz.

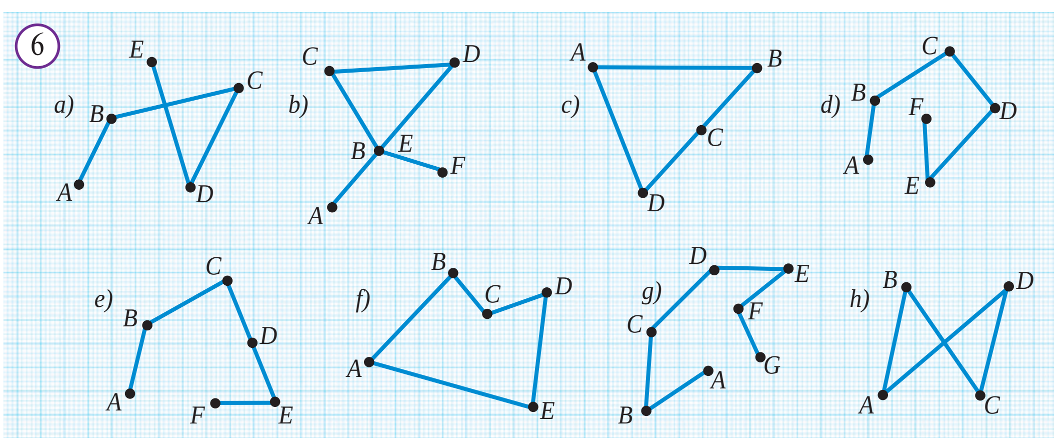
Islendik köpburçluk tekizligi iki bölege bölýär. Olardan biri çäkli zolak bolup, oňa köpburçlugyň ***içki ýaýlasy*** diýilýär, köpburçlugyň daşarsynda ýatýan çäksiz zolak bolsa köpburçlugyň ***daşky ýaýlasy*** diýilýär. 4-nji suratda *ABCDEF* altyburçlugyň içki (*a surat*) we daşky (*b surat*) ýaýlalary boýap görkezilen.



Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Döwük çyzyk näme?
2. Döwük çyzyk çyzyň, onuň depelerini we bogunlaryny görkeziň.
3. Döwük çyzygyň uzynlygy nämä deň?
4. Ýapyk döwük çyzyklara mysallar getiriň.
5. Synp otagynda, öýde döwük çyzygy ýatladýan zatlara mysallar tapyň.
6. Köpburçluk näme? Mysallar getiriň.
7. Köpburçlugyň nähili ýaýlalary bar?
8. 5-nji suratda görkezilen sifrler nähili döwük çyzyklary aňladýar?

9*. 6-njy suratda görkezilen şekilleriň haýsylary: a) döwük çyzyk; b) ýapyk döwük çyzyk; c) köpburçluk bolýandygyny anyklaň.



10. 6-njy suratdaky döwük çyzyklaryň bogunlaryny çyzgyjyň kömeginde ölçäň we her bir döwük çyzygyň uzynlygyny hasaplaň.
11. Her iki goňşy bogny bir-birine perpendikulýar bolan bäş bogunly döwük çyzyk çyzyň. Beýle döwük çyzygyň ýapyk bolmagy mümkinmi?

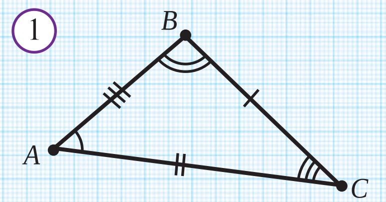
22 ÜÇBURÇLUK. ÜÇBURÇLUKLARYŇ GÖRNÜŞLERI

Bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokady yzygider utgaşdyrmak arkaly alnan geometrik şekil ***üçburçluk*** diýilýär (*1-nji surat*). Üçburçluk — iň ýönekeý köpburçlukdyr. Belgilenen üç nokat üçburçlugyň ***depeleri***, olary utgaşdyrýan kesimler bolsa üçburçlugyň ***taraplary*** bolýar. Adatda, “üçburçluk” sözüniň ýerine Δ belgisi ulanylýar: “ΔABC”. Bu ýazuw depeleri A, B, C nokatlardan ybarat üçburçlugy aňladýar we “üçburçluk ABC” ýa-da “ABC üçburçluk” diýlip okalýar. Üçburçluk üç sany burça eýe: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ – olar üçburçlugyň ***burçlary*** diýlip atlandyrylýar (*1-nji surat*).

Üçburçlugyň burçlary $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ýaly hem belgilenýär. Üçburçlugyň taraplary we burçlary onuň ***esasy elementleri*** diýlip atlandyrylýar. Üçburçlugyň üç tarapynyň uzynlyklarynyň jemine üçburçlugyň ***perimetri*** diýilýär. Ol adatda P harpy bilen belgilenýär. Şonuň ýaly-da,

$\angle BAC$ — üçburçlugyň AB we AC taraplarynyň arasynda ýatýan burçy,
AB we AC – BAC burça sepleşen taraplar,
BC bolsa BAC burçuň garşysynda ýatýan tarap ýaly jümleler ulanylýar.

1

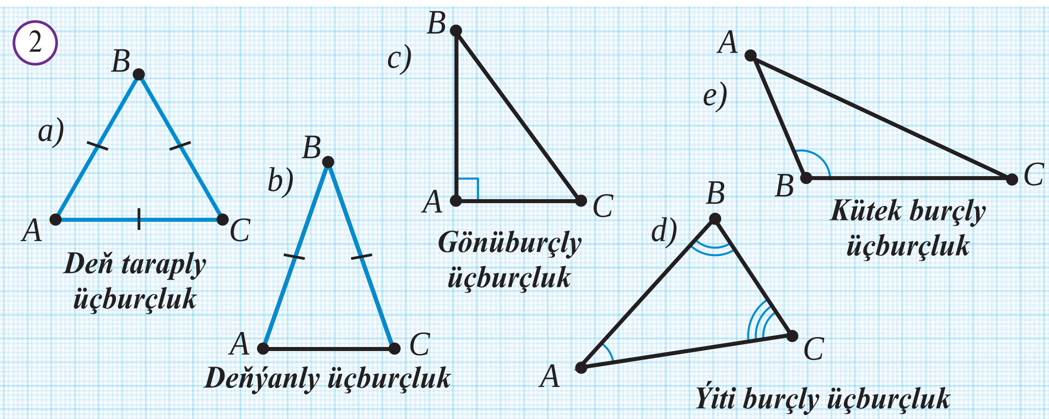


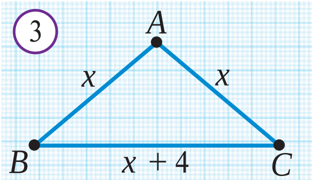
Dürli taraply üçburçluk

ΔABC — üçburçluk
A, B, C nokatlar – üçburçlugyň depeleri
AB, BC, AC kesimler – üçburçlugyň taraplary
$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ – üçburçlugyň burçlary
$P = AB + BC + AC$ – üçburçlugyň perimetri

Taraplaryna we burçlaryna görä üçburçluklar aşakdaky görnüşlere bölünýär:
– üç tarapy özara deň bolsa, ***deň taraply üçburçluk*** (*2-nji a surat*);
– taraplaryndan ikisi özara deň bolsa, ***deňýanly üçburçluk*** (*2-nji b surat*);
– üç dürli tarapa eýe bolsa, ***dürli taraply üçburçluk*** (*1-nji surat*);
– bir burçy göni bolsa, ***gönüburçly üçburçluk*** (*2-nji c surat*);
– hemme burçlary ýiti bolsa, ***ýiti burçly üçburçluk*** (*2-nji d surat*);
– bir burçy kütek bolsa, ***kütek burçly üçburçluk*** (*2-nji e surat*).

2





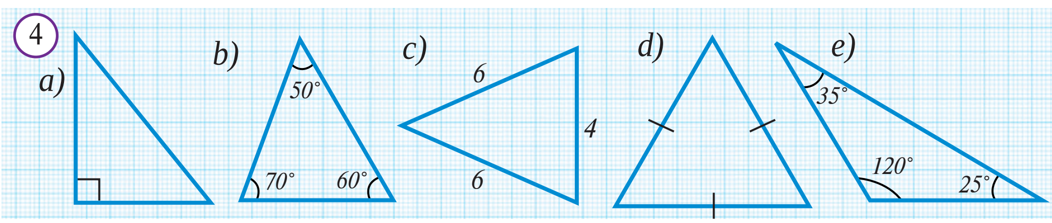
Mesele. Perimetri 28 *sm*-e deň bolan deňýanly üçburçlugyň üçünji tarapy deň taraplaryndan 4 *sm* uzyn. Şu üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

Çözülişi: *ABC* üçburçlugyň deň taraplaryny *x* diýip belgilesek, üçünjisi şerte görä $x+4$ bolýar (*3-nji surat*). Onda, meseläniň şertine görä, $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$ (*sm*), $x = 8$ *sm*. Diýmek, $AB = AC = 8$ *sm*; $BC = 12$ *sm*.

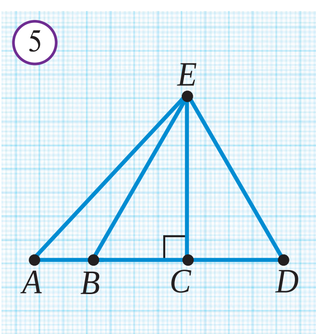
Jogaby: 8 *sm*; 8 *sm*; 12 *sm*.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Nähili şekil üçburçluk diýlip atlandyrylýar?
2. Üçburçlugyň nähili elementleri bar?
3. Üçburçlugyň perimetri nämä deň?
4. *PQR* üçburçlukda:
   a) $\angle P$ garşysynda haýsy tarap ýatýar?
   b) *PQ* tarapa haýsy burçlar sepleşen?
   c) *PQ* we *QR* taraplaryň arasynda haýsy burç ýerleşýär?
   d) *PR* tarap haýsy burçuň garşysynda ýatýar?
   Bu soraglara şekile garaman jogap bermäge çalyşyň.
5. Üçburçlugyň nähili görnüşleri bar? Her bir üçburçluk görnüşinden bir üçburçluk çyzyň. Olary belgiläň. Üçburçlugyň görnüşleriniň kesgitlemesinden gelip çykyp, olaryň aýratynlyklaryny aňladyň.
6. 4-nji suratdaky üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.



7. Göz bilen çenäp, üç tarapy deň bolan üçburçluk guruň. Soňra onuň taraplaryny çyzgyç bilen ölçäp, netijeleri deňeşdiriň.



8. 5-nji suratda bir depesi: *a*) *A* nokatda; b) *B* nokatda; c) *C* nokatda bolan üçburçluklary ýazyň.
9. 5-nji suratda üçburçlugyň nähili görnüşlerini görýärsiňiz? Olary görnüşleri boýunça ýazyň.
10. Käbir üçburçluk çyzyň we onuň depelerini harplar bilen belgiläň. Çyzgyjyň kömeginde taraplaryny ölçäň we üçburçlugyň perimetrini tapyň.
11. Deňýanly üçburçlugyň bir tarapy 3 sm, ikinji tarapy 4 sm. Onuň perimetrini tapyň (iki ýagdaýa garaň).

23 ÜÇBURÇLUGYŇ MÖHÜM ELEMENTLERI: MEDIANA, BEÝIKLIK WE BISSEKTRISA

ABC üçburçlugyň *B* depesini onuň garşysynda ýatýan *AC* tarapyň ortasy bolan *M* nokat bilen utgaşdyrýarys (*1-nji surat*). Emele gelen *BM* kesim *ABC* **üçburçlugyň medianasy** diýlip atlandyrylýar.

Üçburçlugyň haýsy-da bolsa depesini şu depäniň garşysyndaky tarapyň ortasy bilen utgaşdyrýan kesim ***üçburçlugyň medianasy*** *diýlip atlandyrylýar.*

ABC üçburçlukda *B* burçuň bissektrisasyny geçirýäris (*2-nji surat*). Onuň *AC* tarap bilen kesişen nokady *L* bolsun.

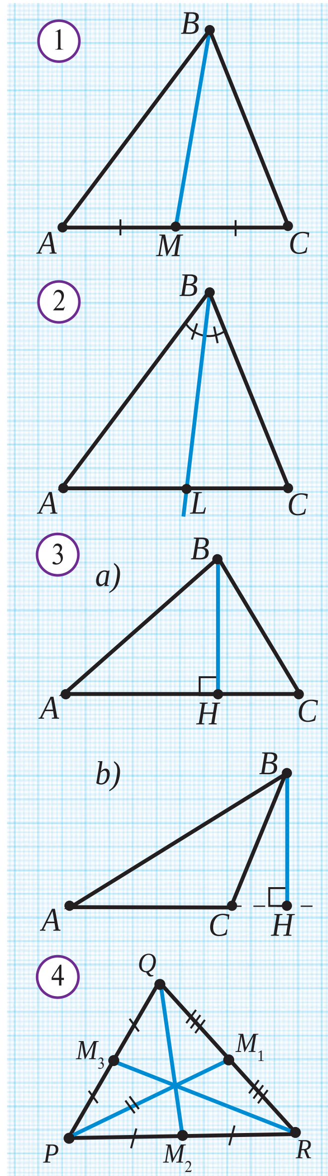
Üçburçlugyň haýsy-da bolsa depesinden çykyp, şu çykan burçy deň ýarpa bölýän şöhlä ***üçburçlugyň bissektrisasy*** *diýilýär.*

ABC üçburçlugyň *B* depesinden *AC* tarap ýatýan göni çyzyga perpendikulýar düşürýäris (*3-nji a surat*). (Üns beriň: perpendikulýar üçburçlugyň tarapyna düşmezligi mümkin. Şonuň üçin *B* depäniň garşysyndaky tarap arkaly geçýän göni çyzyk garalan (*3-nji b surat*).) Perpendikulýaryň esasyny *H* bilen belgiläris. Emele gelen *BH* kesim *ABC* **üçburçlugyň beýikligi** bolýar:

Üçburçlugyň depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga düşürlen perpendikulýar ***üçburçlugyň beýikligi*** *diýlip atlandyrylýar.*

Munda "*B* depeden çykan mediana" hem-de "*AC* tarapa düşürlen mediana" jümleleri ulanylýar. Edil şeýle jümleler bissektrisa we beýiklige görä-de ulanylýar.

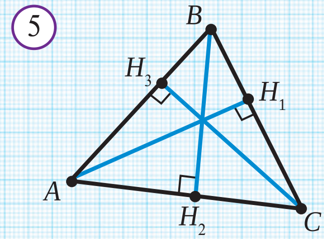
Üçburçlugyň üç depesi bolany sebäpli, her bir üçburçluk üç sanydan mediana, beýiklik we bissektrisa eýe.

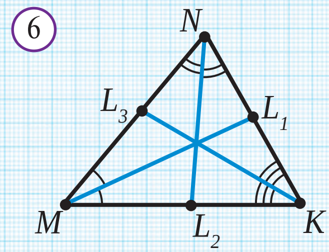


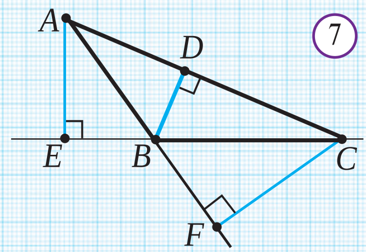
4-nji suratdaky PM_1, QM_2 we RM_3 kesimler — *PQR* üçburçlugyň medianalary.
5-nji suratdaky AH_1, BH_2 we CH_3 kesimler — *ABC* üçburçlugyň beýiklikleri.
6-njy suratdaky ML_1, NL_2 we KL_3 kesimler — *MNK* üçburçlugyň bissektrisalary.
Bu möhüm düşünjeleriň häsiýetleri bilen soňky derslerde tanşarys.

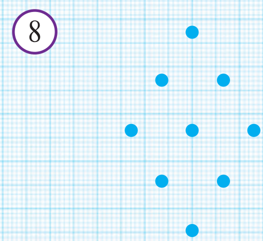
Gönükme. Kütek burçly üçburçlugyň beýikliklerini geçiriň.
Ýerine ýetirmek: Üçburçlugyň, husus-da, kütek burçly üçburçlugyň hem üç beýikligi bar. Kütek burçly *ABC* üçburçluga garaýarys (*7-nji surat*). Kütek burçuň depesinden

düşürlen *BD* beýiklik üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýar. Ýiti burçuň *A* depesinden beýiklik düşürmek üçin, şu burçuň garşysyndaky *BC* tarapy dowam etdirýäris we *BC* tarapyň dowamyna *A* nokatdan *AE* perpendikulýar inderýäris. Emele gelen *AE* kesim *ABC* üçburçlugyň *A* depesinden düşürlen beýikligi bolýar. Edil şeýle, *AB* tarapyň dowamyna *CF* beýikligi düşürmek mümkin.









Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň medianasy näme? Üçburçlugyň näçe medianasy bor? Çyzgyda çyzyp görkeziň.
2. Üçburçlugyň beýikligi näme? Üçburçlugyň näçe beýikligi bar? Çyzgyda çyzyp görkeziň.
3. Üçburçlugyň bissektrisasy näme? Üçburçlugyň näçe bissektrisasy bar? Çyzgyda çyzyp görkeziň.
4. Burçuň bissektrisasy bilen üçburçlugyň bissektrisasynyň arasyndaky umumylygy, meňzeşligi we tapawutlary aýdyň.
5. Üçburçlugyň haýsy elementleri hemişe üçburçlugyň içinde ýatýar?

6*. Nähili üçburçlugyň üç beýikligi üçburçlugyň bir depesinde kesişýär?

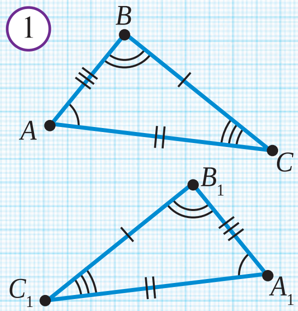
7*. Üçburçlugyň beýikligi onuň üç tarapyndan hem kiçi bolmagy mümkinmi?

8. Perimetri 36-a deň bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 18 we 24-e deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň beýikligini tapyň.
9. Perimetri 36 -a deň bolan üçburçlugyň bissektrisasy ony perimetrleri 24 we 30-a deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň şu bissektrisasyny tapyň.
10. *ABC* üçburçlukda *AB* = *BC* we *BD* medianasy 4 *sm*. Eger *ABD* üçburçlugyň perimetri 12 *sm* bolsa, *ABC* üçburçlugyň perimetrini tapyň.

Geometrik tapmaçalar

1. Bäş sany birmeňzeş çöpden 2 sany üçburçluk guruň.
2. Dokuz sany birmeňzeş çöpden 5 sany üçburçluk guruň.
3. Depeleri 8-nji suratda görkezilen nokatlarda ýatýan näçe deň taraply üçburçluk çyzmak mümkin?

24 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ BIRINJI (TBT – TARAP-BURÇ-TARAP) NYŞANY



$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$:

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$

$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$,
$\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$,
$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$

Geometrik şekilleriň deňligi düşünjesi bilen tanşypdyk. Ony üçburçluklara ulansak, şeýle aňlatma bolýar: iki üçburçlukdan birini ikinjisine hut üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin bolsa, olar ***deňdir***. 1-nji suratda ABC we $A_1B_1C_1$ – deň üçburçluklar görkezilen. Olardan islendik birini ikinjisine üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin. Munda bir üçburçlugyň üç depesi we üç tarapy ikinji üçburçlugyň üç depesi we üç tarapy bilen üstme-üst düşýär. Görnüşi ýaly, munda üçburçluklaryň burçlary hem degişlilikde üstme-üst düşýär.

ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň deňligi

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

ýaly aňladylýar. Çyzgyda deň burçlar birmeňzeş ýaýlar bilen, deň taraplar bolsa birmeňzeş çyzyklar bilen 1-nji suratda görkezilişi ýaly nygtalýar.

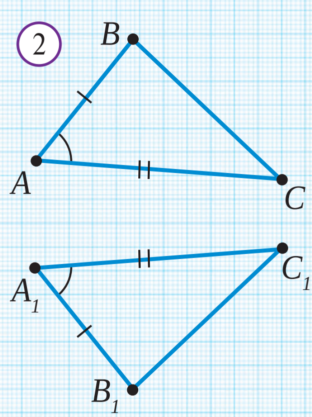
(Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşany). **Eger bir üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy degişlilikde ikinji üçburçlugyň iki tarapyna we olary arasyndaky burçuna deň bolsa, beýle üçburçluklar özara deň bolýar** (*2-nji surat*).

ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1,\ AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Subut. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ bolany üçin $\angle BAC$ burçy $\angle B_1A_1C_1$ üstüne AB şöhle A_1B_1 şöhle bilen, AC şöhle A_1C_1 şöhle bilen üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin. B nokat AB şöhlede, B_1 nokat A_1B_1 şöhlede ýatýandygy mälim. Diýmek, B nokat hem B_1 nokat hem bir $AB = A_1B_1$ şöhläniň üstünde ýatýar. $AB = A_1B_1$ bolany üçin B nokat B_1 bilen üstme-üst düşýär.

Şular ýaly C nokat C_1 nokat bilen üstme-üst düşüşi gelip çykýar. Şeýdip ΔABC üçburçluk $\Delta A_1B_1C_1$ üçburçluga üstme-üst goýulmagy mümkin.

Teorema subut edildi.



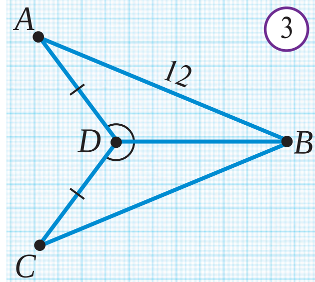
Mesele. 3-nji suratda berlen maglumatlar boýunça *BC* kesimi tapyň.

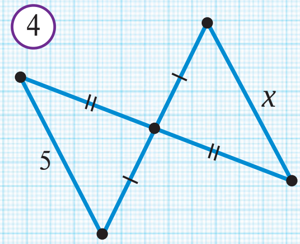
Çözülişi: *ADB* we *CDB* üçburçluklara garaýarys. $AD=DC$, $\angle ADB=\angle CDB$, *BD* – bu üçburçluklar üçin umumy tarap. Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ADB=\Delta CDB$. Hususan-da, $CB=AB=12$ bolýandygy mälim bolýar.

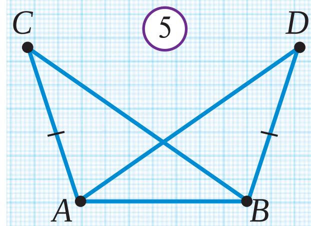
Jogaby: 12.

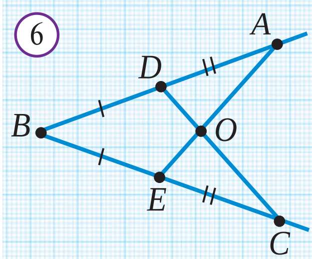
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

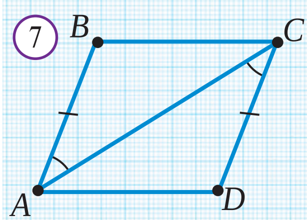
1. Nähili üçburçluklara deň diýilýär?
2. $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ deňlik üçburçluklaryň haýsy elementleriniň deňdigini aň ladýar?
3. TBT nyşana görä üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça anyklanýar?
4. Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyny düşündiriň.
5. 4-nji suratdan näbelli kesim *x*-i tapyň.
6. Eger 5-nji suratda $\angle CAB=\angle ABD$ bolsa, $AD=BC$ bolýandygyny düşündiriň.
7. 6-njy suratda $\angle BAO=\angle BCO$ bolýandygyny görkeziň.
8. 7-nji suratda $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolýandygyny subut ediň.
9. 8-nji suratda $\Delta ABC=\Delta ABD$ bolýandygyny subut ediň.
10. *AD* we *BC* kesimler *O* nokatda kesişýär we bu nokatda deň ýarpa bölünýär (*9-njy surat*). *AB* we *DC* nokatlary utgaşdyryň . Soň,
    a) $\Delta AOB=\Delta DOC$;
    b) $BD=AC$;
    d) $\Delta ABD=\Delta DCA$ bolýandygyny subut ediň.
    e) Eger *AOB* üçburçlukda $\angle A=35°$ we $\angle B=62°$ bolsa, *DOC* üçburçlugyň *D* we *C* burçlaryny tapyň.
11. 10-njy suratdaky näbelli burç *x*-i tapyň.
12. Bir üçburçlugyň perimetri ikinji üçburçlugyň perimetrinden uly. Bu üçburçluklaryň deň bolmagy mümkinmi?

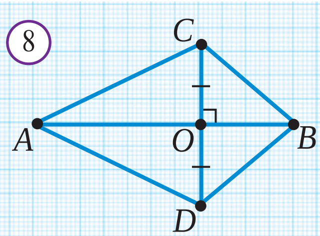


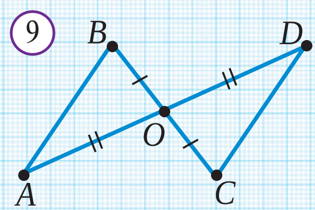


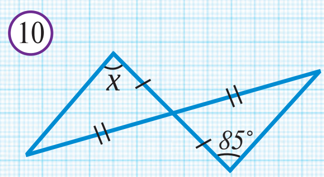






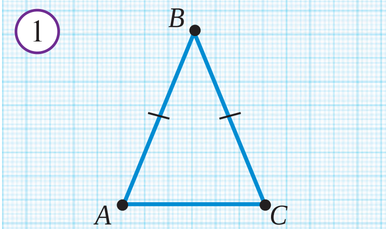






25 DEŇÝANLY ÜÇBURÇLUGYŇ HÄSIÝETLERI

Iki tarapy deň bolan üçburçluga ***deňýanly üçburçluk*** diýipdik. Deňýanly üçburçlugyň deň taraplary onuň ***gapdal taraplary***, üçünji tarapy bolsa ***esasy***, esasy garşysynda ýatýan depesi bolsa deňýanly üçburçlugyň ***depesi*** diýlip atlandyrylýar. (*1-nji surat*)



ABC – ***deňýanly üçburçluk***
AB, BC – ***gapdal taraplary***
AC – ***esasy***, *B* – ***depesi***

Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlary deň.

$\Delta ABC,\ AB = AC$ ⇨ $\angle B = \angle C$

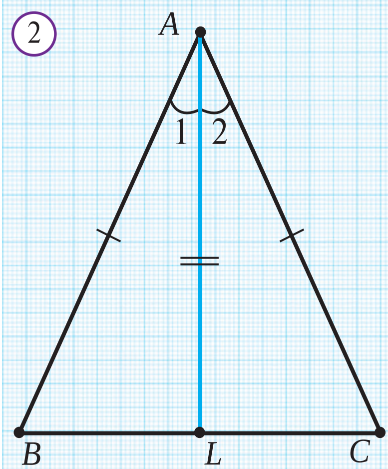
Subut. *AL* kesim *ABC* üçburçlugyň bissektrisasy bolsun (*2-nji surat*). *BAL* we *CAL* üçburçluklara garaýarys. Birinjiden, *AL* tarap umumy, ikinjiden, teoremanyň şertine görä (ΔABC – deňýanly) $AB = AC$. Üçünjiden, $\angle 1 = \angle 2$, çünki *AL* – bissektrisa.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ABL = \Delta ACL$ bolýar.

Iki üçburçluk deň bolsa, deň taraplaryň garşysyndaky burçlar deň bolýar.

Diýmek, $\angle B = \angle C$.

Teorema subut edildi.



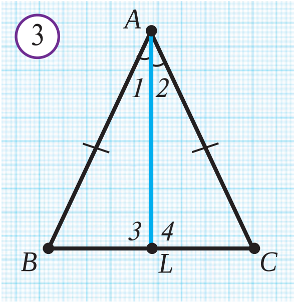
Geometrik barlag

Birnäçe deňýanly üçburçluk çyzyň. Olaryň depesinden çykan bissektrisasyny geçiriň. Bu bissektrisalar üçburçluklaryň esasyny iki bölege bölýär. Şu bölekleriň uzynlygyny ölçäp deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Soň bissektrisa bilen esas emele getiren burçlary transportirde ölçäň we deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Bu netijeleri tassyklama görnüşinde aňladyň. Tejribe netijesinde tapylan bu häsiýetler ähli deňýanly üçburçluklar üçin ýerlikli diýip aýtmak üçin näme ýetişmeýär?

Deňýanly üçburçlugyň esasyna geçirilen bissektrisa onuň hem medianasy, hem beýikligi bolýar (*3-nji surat*).

$\Delta ABC,\ AB = AC,\ AL$ – bissektrisa ⇨ *AL* – mediana we beýiklik

Subut. *AL* kesim *ABC* üçburçlugyň bissektrisasy bolsa, ýokardaky teoremanyň subudynda $\Delta ABL = \Delta ACL$ bolýandygyny görüpdik. Üçburçluklaryň deňliginden $BL = LC$ we $\angle 3 = \angle 4$ bolýandygyny tapýarys.



Diýmek, L nokat BC tarapyň ortasy, AL bolsa ABC üçburçlugyň medianasy eken.

$\angle 3$ we $\angle 4$ özara deň we goňşy burçlar bolany üçin, olar göni burçlardyr.

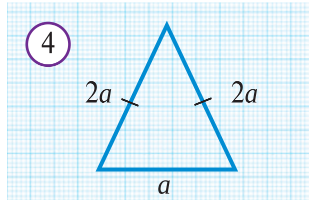
Diýmek, AL kesim ABC üçburçlugyň beýikligi hem bolýan eken.

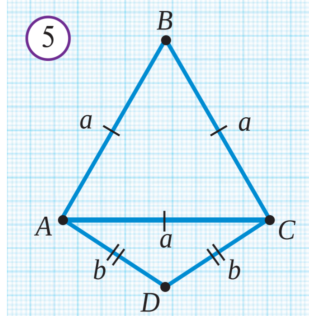
Teorema subut edildi.

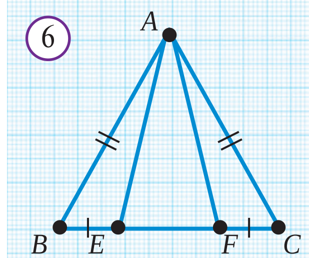
Netije. Deňýanly üçburçlugyň depesinden çykarylan bissektrisasy, medianasy we beýikligi üstme-üst düşýär.

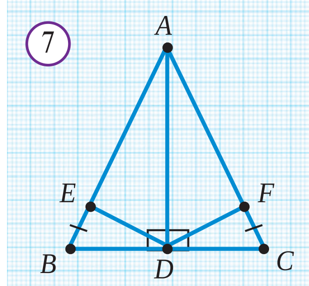
Gönükme.

1. Deň taraply üçburçlugyň bissektrisalary, medianalary we beýiklikleri barada näme diýmek mümkin?









Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Nähili üçburçluklara deňýanly diýilýär?
2. Deňýanly üçburçlugyň haýsy burçlary deň bolýar?
3. 4-nji suratda P = 50 *sm* bolsa, $a = ?$
4. 5-nji suratda $P_{ABC} = 36$ we $P_{ADC} = 28$ bolsa, $a = ?$, $b = ?$
5. Deňýanly üçburçlugyň gapdal taraplaryna geçirilen medianalaryň deň bolýandygyny subut ediň.
6. 6-njy suratda $AB = AC$, $BE = FC$; a) $\Delta ABE = \Delta ACF$; b) $AE = AF$; c) $\Delta ABF = \Delta ACE$ bolýandygyny subut ediň.
7. 7-nji suratda $AB = AC$, $BE = CF$; a) $\Delta AED = \Delta AFD$; b) $\Delta BED = \Delta CFD$ deňlikleri subut ediň.
8. Deň taraply üçburçlugyň ähli burçlarynyň deň bolýandygyny subut ediň.

9.* Iki deňýanly üçburçluklaryň esaslary we şu esasa geçirilen beýiklikleri degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.

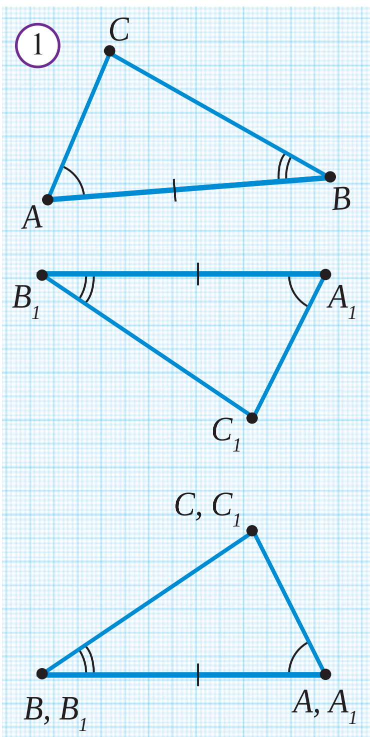
10. Deňýanly üçburçlugyň esasy gapdal tarapyndan 3 *sm* uly, ýöne gapdal taraplarynyň jeminden 5 *sm* kiçi. Üçburçlugyň taraplaryny tapyň.
11. Deňýanly üçburçluk taraplarynyň ortalary utgaşdyrylsa, deňýanly üçburçluk emele gelýändigini subut ediň.
12. Deň taraply üçburçluk taraplarynyň ortalary utgaşdyrylsa, bir-birine deň bolan 4 sany deň taraply üçburçlugyň emele gelýändigini subut ediň.

26 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ IKINJI (BTB – BURÇ-TARAP-BURÇ) NYŞANY

Indi üçburçluklaryň bir tarapy we oňa sepleşýän burçlary boýunça deňlik nyşanyna garaýarys. Indikide ony “üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany” diýip aýdýarys.

***(Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany).* Eger bir üçburçlugyň bir tarapy we oňa sepleşýän iki burçy degişlilikde ikinji üçburçlugyň bir tarapyna we oňa sepleşýän iki burçuna deň bolsa, beýle üçburçluklar özara deň bolýar *(1-nji surat)*.**

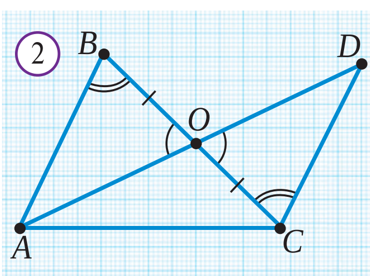
ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$,
$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Subut. ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üstüne, A depe A_1 depe bilen AB tarap A_1B_1 tarap bilen üstme-üst düşer ýaly we C we C_1 depeler A_1B_1 göni çyzygyň bir tarapynda ýatar ýaly edip goýýarys.

Onda, $\angle A = \angle A_1$ bolany üçin, AC tarap A_1C_1 şöhlede ýatýar, $\angle B = \angle B_1$ bolany üçin, BC tarap B_1C_1 şöhlede ýatýar. Şonuň üçin C nokat AC we BC şöhleleriň umumy nokady hökmünde A_1C_1 we B_1C_1 şöhleleriň her ikisinde-de ýatýar. Onda, C nokat A_1C_1 we B_1C_1 göni çyzyklaryň umumy nokady — C_1 bilen üstme-üst düşýär. Netijede, AC we A_1C_1, BC we B_1C_1 taraplar hem özara üstme-üst düşýär. Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar hut üstme-üst düşýär. Bu bolsa olar deň diýildigidir. ***Teorema subut edildi.***

Mesele. 2-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, $\Delta AOB = \Delta DOC$ bolýandygyny subut ediň.



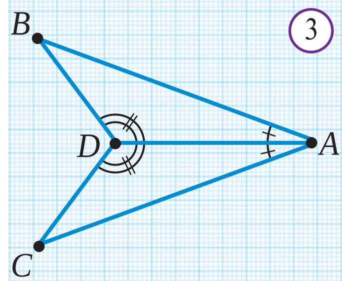
Çözülişi: $\angle AOB$ we $\angle DOC$ — wertikal burçlar bolany üçin özara deň bolýar. Netijede,

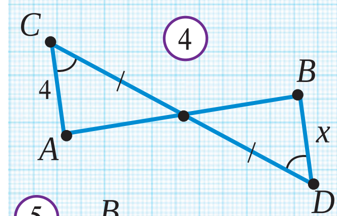
$$BO = OC,\ \angle ABO = \angle DCO,\ \angle AOB = \angle DOC$$

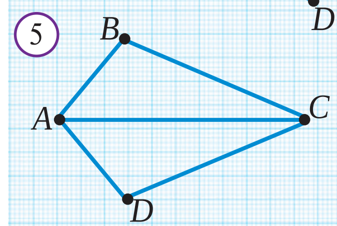
deňliklere eýe bolarys. Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä $\Delta AOB = \Delta DOC$.

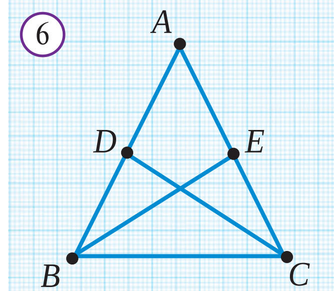
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

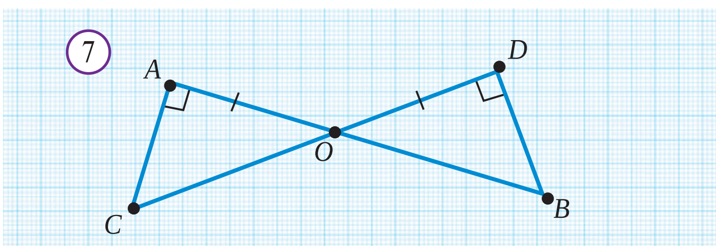
1. Üçburçluklaryň deňligi BTB nyşan boýunça haýsy elementleri deň eşdirmek arkaly anyklanýar?
2. Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyny düşündiriň.
3. 3-nji suratda $\Delta ADB = \Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň.
4. 4-nji suratdaky näbelli x-i tapyň.
5. 5-nji suratda AC kesim BAD we BCD burçlaryň bissektrisasy bolsa, $\Delta ABC = \Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň.
6. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ we $\angle B = \angle B_1$ bolýandygy mälim. AB we A_1B_1 taraplarda degişlilikde D we D_1 nokatlar $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bolýan edip alnan. Onda $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ bolýandygyny subut ediň.
7. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $BO = CO$ we $\angle ACO = \angle DBO$ bolsa, ACO we DBO üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.
8. Eger ABC üçburçlukda $AB = AC$, BE we CD – bissektrisa bolsa, $BE = CD$ bolýandygyny subut ediň (*6-njy surat*).
9. $\Delta OAC = \Delta ODB$ bolýandygyny subut ediň (*7-nji surat*).
10. ABC we ADC üçburçluklar deň. B we D nokatlar AC göni çyzygyň dürli tarapynda ýatýar. ABD we BCD üçburçluklaryň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

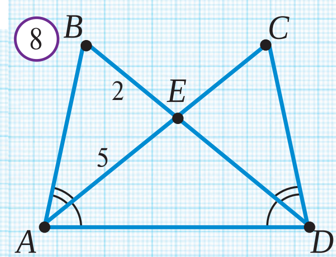












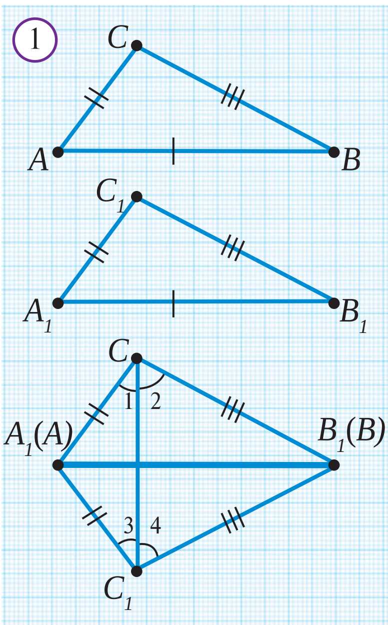
51-nji sahypadaky III babyň titulyna

1. Suratlardan döwük çyzyga we köpburçluklara mysallar görkeziň.
2. Üçburçluklaryň görnüşlerine mysallar görkeziň.
3. Üçburçluklaryň elementlerine mysallar görkeziň.
4. Deň üçburçluklary tapyp görkeziň.

27 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ ÜÇÜNJI (TTT – TARAP-TARAP-TARAP) NYŞANY

Indi üçburçluklaryň üç tarapy boýunça deňlik nyşany bilen tanyşýarys. Indikide ony “üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşany” diýip aýdýarys.

***(Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşany).* Eger bir üçburçlugyň üç tarapy ikinji üçburçlugyň üç tarapyna degişlilikde deň bolsa, beýle üçburçluklar özara deň bolýar.**

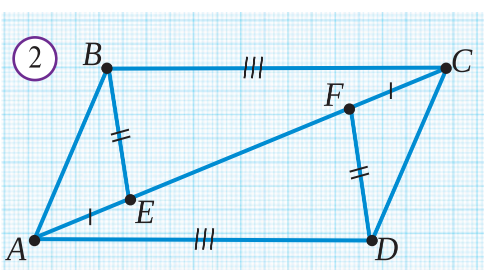


Berlen: ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Subut. Aýdaly, ABC üçburçlugyň iň uly tarapy AB bolsun. ABC üçburçlugy, AB tarap A_1B_1 tarap bilen üstme-üst düşer ýaly, C we C_1 depeler bolsa A_1B_1 göni çyzygyň dürli taraplarynda ýatar ýaly edip goýýarys (*1-nji surat*). Onda, $AC = A_1C_1$ we $BC = B_1C_1$ bolany üçin A_1C_1C we B_1C_1C üçburçluklar deňýanly bolýar. Deňýanly üçburçlugyň häsiýetine görä, $\angle 1 = \angle 3$ we $\angle 2 = \angle 4$ bolýar. Şonuň üçin, $\angle ACB = = \angle A_1C_1B_1$ bolýar.

Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda: $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ we $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$. ***Teorema subut edildi.***

Netije. **Eger bir üçburçlugyň üç tarapy ikinji üçburçlugyň üç tarapyna degişlilikde deň bolsa, olaryň degişli burçlary hem özara deň bolýar.**



Mesele. 2-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, a) $\Delta AFD = \Delta CEB$; b) $\Delta AEB = \Delta CFD$ bolýandygyny subut ediň.

Subudy: 2-nji suratda berlenlere görä $AE = FC$, $BE = FD$ we $AD = BC$.

a) $AF = AE + EF$ bolany üçin $EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

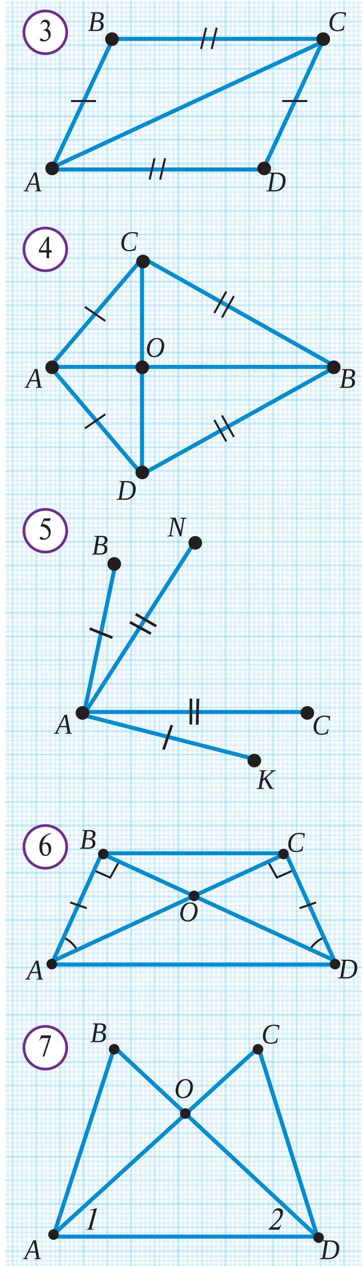
Diýmek, ΔAFD we ΔCEB -niň degişli taraplary özara deň we üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä $\Delta AFD = \Delta CEB$.

b) $\Delta AFD=\Delta CEB$ bolany üçin $\angle BEF=\angle EFD$. Onda, BEF we AEB, EFD we CFD burçlar goňşy burçlar bolany üçin $\angle AEB=\angle CFD$ bolýar.

AEB we CFD üçburçluklarda:

1. $AE=FC$; 2. $BE=FD$; 3. $\angle AEB=\angle CFD$.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta AEB=\Delta CFD$ bolýar.



Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanynda üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça deňeşdirilip anyklanýar?

2. Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyny düşündiriň.

3. 3-nji suratda berlenlere görä $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolýandygyny subut ediň.

4. 4-nji suratda: a) $\Delta ABC=\Delta ABD$; b) $\Delta BOC=\Delta BOD$; c) $\Delta AOC=\Delta AOD$; d) $AB\perp CD$ bolýandygyny subut ediň.

5. ACB we ADB – esaslary AB bolan deňýanly üçburçluklar bolsa, $\Delta ACD=\Delta BCD$ bolýandygyny subut ediň.

6. Eger 5-nji suratda $BA=AK$, $AC=AN$, $\angle BAC=\angle NAK$ bolsa, depeleri A, B, C, K we N nokatlarda bolan ähli deň üçburçluklaryň jübütligini anyklaň.

7. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB=A_1B_1$ we $BC=B_1C_1$ bolup, olaryň perimetrleri deň bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.

8.* AB we CD kesimleriň kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýär. $\Delta ACD=\Delta BDC$ bolýandygyny subut ediň.

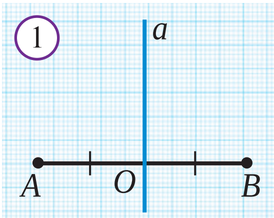
9. 6-njy suratda näçe özara deň üçburçluklaryň jübüti bardygyny anyklaň.

10.* Eger 7-nji suratda: a) $\angle 1=\angle 2$, $AC=BD$; b) $\angle 1=\angle 2$, $BO=OC$, $AB=CD$ bolsa, $\Delta ABD=\Delta DCA$ bolýandygyny görkeziň.

11.* Bir üçburçlugyň iki tarapy we bir burçy ikinji üçburçlugyň iki tarapyna we bir burçuna deň. Bu üçburçluklar deň bolarmy?

12.* Şeýle iki üçburçluk çyzyň, ýagny olardan biriniň iki tarapy we bir burçy ikinjisiniň iki tarapyna we bir burçuna deň bolsun, ýöne olar deň bolmasyn.

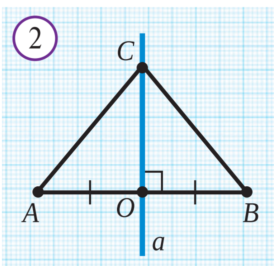
28 KESIMIŇ ORTA PERPENDIKULÝARYNYŇ HÄSIÝETI



AB kesim berlen bolsun. Onuň ortasy bolan *O* nokatdan *AB* kesime perpendikulýar *a* göni çyzygy geçirýäris (*1-nji surat*). Bu göni çyzyk *AB* kesimiň ***orta perpendikulýary*** diýlip atlandyrylýar.

Kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady kesimiň uçlaryndan deň uzaklykda ýerleşýär.

AB kesim, *C* — *AB* kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady (*2-nji surat*). ⇒ $AC = BC$



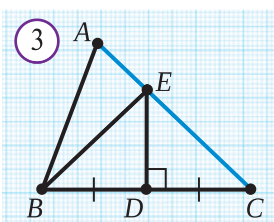
Subut. ΔACO we ΔBCO üçburçluklarda (*2-nji surat*):
1. OC – umumy tarap;
2. $AO = BO$ – şerte görä;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ – şerte görä.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä

$$\Delta AOC = \Delta BOC.$$

Hususan-da, $AC = BC$. ***Teorema subut edildi.***

Mesele. *ABC* üçburçlugyň *BC* tarapyna geçirilen orta perpendikulýar *AC* tarapy *E* nokatda kesip geçýär. Eger $BE = 6$ *sm*, $AC = 8{,}4$ *sm* bolsa, *AE* we *CE* kesimi tapyň.

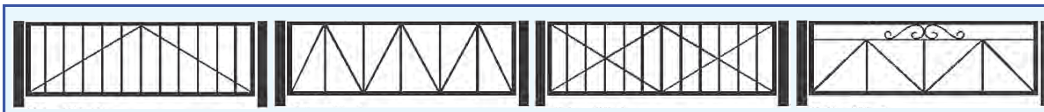


Çözülişi: Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetine görä, $CE = BE = 6$ *sm* (*3-nji surat*).

$$AE + EC = AC$$

bolany üçin, $AE = AC - EC = 8{,}4 - 6 = 2{,}4$ (*sm*).

Jogaby: $AE = 2{,}4$ *sm*, $CE = 6$ *sm*.

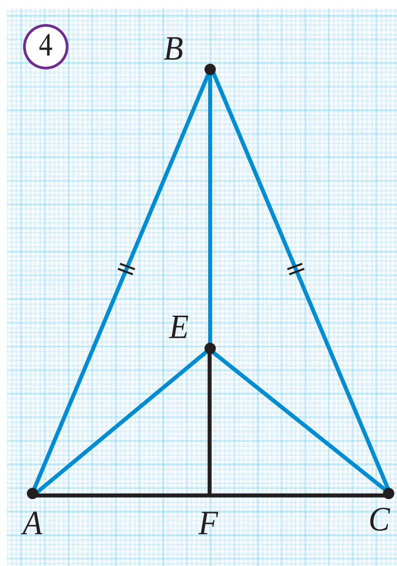


Suratlardaky demir gözenekleriň çyzgylaryndan orta perpendikulýara eýe kesimleri görkeziň. Orta perpendikulýaryň häsiýetinden şu demir gözenekleri gurmakda nähili peýdalanylýar? Daş-töweregiňizden kesimiň orta perpendikulýaryna mysallar getiriň.

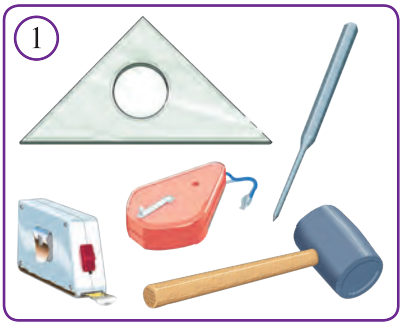
Suratlardan özara perpendikulýar bolan we bolmadyk elementleri görkeziň.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Kesimiň orta perpendikulýary näme?
2. Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetini düşündiriň.
3. Käbir üçburçluk çyzyň we onuň her bir tarapyna orta perpendikulýar geçiriň. Nämäni aňdyňyz? Çyzgyňyzy synpdaşyňyzyň çyzgysy bilen deňeşdiriň we anyklanan häsiýeti çak hökmünde aňladyň.
4. Nähili üçburçlukda üçburçlugyň tarapyna geçirilen orta perpendikulýar şu tarapa geçirilen beýiklik arkaly geçýär?
5. *ABC* üçburçlugyň *BC* tarapyna geçirilen orta perpendikulýar *AC* tarapy *D* nokatda kesip geçýär. Eger *BD* = 7,2 *sm*, *AD* = 3,2 *sm* bolsa, *AC* nämä deň?
6. *ABC* we *ABD* deňýanly üçburçluklar umumy *AB* esasa eýe. *CD* göni çyzyk *AB* kesimiň orta perpendikulýary bolýandygyny subut ediň.
7*. *ABC* deňýanly üçburçlugyň *AB* gapdal tarapyna geçirilen orta perpendikulýar *BC* tarapy *D* nokatda kesip geçýär. Eger *ADC* üçburçlugyň perimetri 24 *sm*-e deň we *AB* = 16 *sm* bolsa, *AC* esasy tapyň.
8*. Üçburçlugyň taraplaryna geçirilen orta perpendikulýarlar bir nokatda kesişýändigini subut ediň.
9. Deňýanly *ABC* üçburçlugyň esasyna geçirilen *BF* bissektrisasynda *E* nokat alnan (*4-nji surat*). $\Delta ABE = \Delta CBE$ deňligi TTT nyşanyndan: a) peýdalanyp; b) peýdalanmazdan subut ediň.
10*. Deň taraply üçburçlugyň taraplaryna geçirilen orta perpendikulýarlar üçburçlugy 6 sany deň üçburçluga bölýändigini subut ediň.



29 AMALY SAPAK



1. Amaly sapak:

Daşky tarapyndan ölçegi 5 *m* ½ 6 *m*-e deň binanyň galyňlygy 0,5 *m* bolan esasynyň çyzgysyny almak.

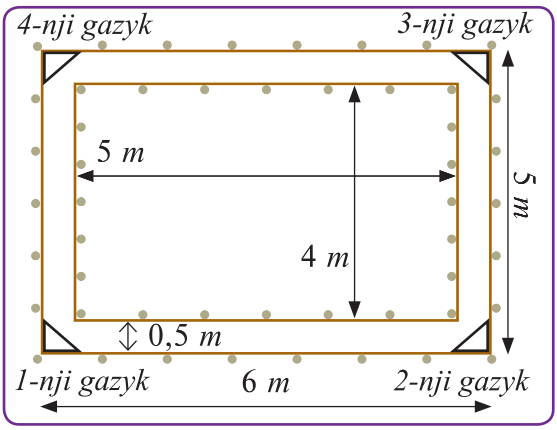
Zerur enjam: 8 gazyk, ýeterliçe ýogyn ýüp, çekiç, ruletka, uly ölçegli gönüburçly çyzgyç (*1-nji surat*).

1-nji ädim. Guruljak binanyň bir depesi nirede bolýandygyny anyklap dik gazyk kakylýar.

2-nji ädim. Gazyga ýüp daňyp öýüň uzyn diwarynyň ugrunda çekilýär, ruletka bilen 6 *m* aralygy ölçäp ikinji gazyk kakylýar we ýüp bu gazyga oralýar.

3-nji ädim. Gönüburçly çyzgyjyň kömeginde çekilen ýüp bilen 90° burç emele getirýän ugurda ýüp çekilýär we 5 *m* aralykda üçünji gazyk kakylýar (*2-nji surat*).

4-nji ädim. 3-nji gazykdan ýene gönüburçly çyzgyjyň kömeginde 90° burç ugrurda ýüp çekip, 6 *m* aralykda dördünji gazyk kakylýar.

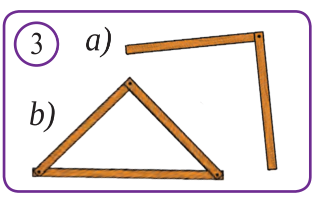


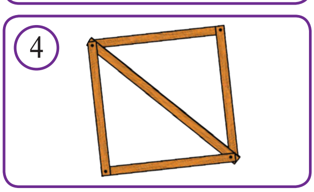
5-nji ädim. Ýüp oňa oralýar we birinji gazyga çekilip daňylýar (Ýüp hemişe gazygyň daşky tarapyndan çekilmelidir).

6-njy ädim. Kakylan gazyklaryň her biri emele getiren burçlar taraplaryndan 50 *sm* aralykda ýatýan edip 5-nji, 6-njy, 7-nji, 8-nji gazyklar kakylýar we ýüp çekilýär.

Soňra çekilen ýüpler boýunça opalubka ornaşdyrylýar we gazyklar alyp taşlanýar.

Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna esaslanyp üçburçlugyň "berk" şekil bolýandygyny esaslandyrmak.





Iki reýkanyň uçlaryny bir-birine 3-nji *a* suratdaky ýaly bir çüý bilen birleşdirýäris. Emele gelen şekil berk bolmaýar, çünki onuň erkin uçlaryny dürli tarapa öwrüp, taraplarynyň arasyndaky burçy islendikçe üýtgetmek mümkin.

Indi bu reýkalaryň erkin uçlaryna üçünji reýkany 3-nji *b* suratda görkezilişi ýaly edip, çüý kakyp birleşdirýäris. Emele gelen üçburçluk şeklindäki gurluş berk bolýar. Çünki her näçe çalyşsaňyz-da onuň taraplaryny öwrüp, burçlaryny üýtgedip bilmersiňiz.

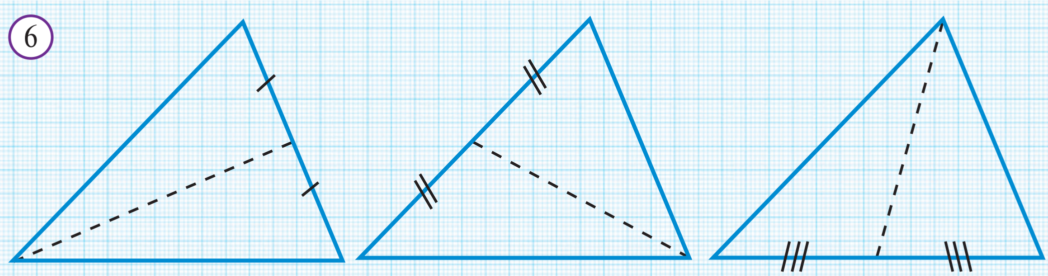
Üçburçlugyň “berk” şekildiginden binalary we desgalary gurmakda peýdalanylyşy 5-nji suratda görkezilen.

5

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçluk – “berk” şekil, diýende nämäni düşünýärsiňiz?
2. Üçburçlugyň berkligi haýsy teoremadan gelip çykýar?
3. Dörtburçlugy berk şekil diýmek mümkinmi?
4. 4-nji suratdaky dörtburçlugyň berkligine sebäp näme?
5. Üçburçlugyň berkliginiň amaly ulanylyşyna mysallar getiriň.
6. $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $CA=C_1A_1$ bolýandygy mälim. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $\angle A=30°$, $\angle B=60°$ we $\angle C_1=90°$. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň galan burçlaryny tapyň.
7. ABC we DEF deňýanly üçburçluklar özara deň. ABC üçburçlukda $AC=BC$ we $AB=$ = 2 *sm*. Eger $DE=4$ *sm* bolsa, her bir üçburçlugyň perimetrini tapyň.
8. Tarapy 4 *sm* bolan deň taraply üçburçlugyň taraplarynyň ortalaryny utgaşdyrmak netijesinde emele gelen üçburçlugyň perimetrini tapyň.
9. MNK we PQR üçburçluklar özara deň. $MN=3$ *sm*, $NK=4$ *sm* we $PQ=5$ *sm* bolsa, MNK üçburçlugyň haýsy burçy PQR üçburçlugyň haýsy burçuna deň?
10. (*Amaly gönükme*). Üç sany birmeňzeş üçburçlugy 6-njy suratda görkezilişi ýaly dürli medianalary boýunça gyrkyň. Emele gelen 6 sany üçburçlukdan bir üçburçluk guruň.

6



30 BAP BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Boş galdyrylan ýerleri mantyk taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Eger üçburçlugyň iki tarapy deň bolsa, ol .... bolýar.
2. Deňýanly üçburçlugyň .... onuň hem medianasy, hem beýikligi bolýar.
3. Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzykdan ybarat şekil .... diýilýär.
4. Hemme taraplary özara deň bolan üçburçlugyň .... deň bolýar.
5. .... üçburçlugyň medianalary, bissektrisalary we beýiklikleri özara deň.
6. .... esasyna sepleşýän burçlary deň.
7. Deň taraply üçburçluk .... üçburçluk hem bolýar.
8. Kesimiň orta perpendikulýaryndan alnan nokat kesim .... bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerdäki ýalňyşy tapyň we düzediň.

1. Deňýanly üçburçlugyň burçlary deň.
2. Eger iki üçburçlugyň burçlary degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
3. Deňýanly üçburçlugyň medianasy, onuň hem bissektrisasy, hem beýikligi bolýar.
4. Üçburçlugyň burçundan çykyp, şu burçy deň ýarpa bölýän şöhlä üçburçlugyň bissektrisasy diýilýär.
5. Mediana — üçburçlugyň tarapyny deň ýarpa bölýän çyzyk.
6. Eger iki üçburçlugyň bir tarapy we iki burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
7. Bir üçburçlugyň iki tarapy we bir burçy, ikinji üçburçlugyň iki tarapy we bir burçuna degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
8. Deňýanly üçburçluk esasyna geçirilen orta perpendikulýar gapdal taraplaryndan birini kesip geçýär.

3. Berlen häsiýete eýe bolan adalgany depderiňize ýazyň.

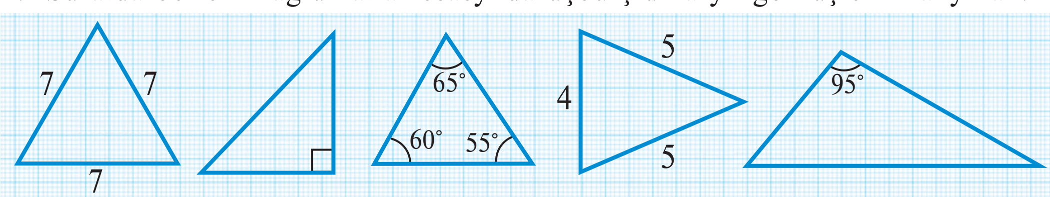
1.	Hemme medianalary deň.	
2.	Üçburçlugyň bir depesiniň we şu ujunyň garşysyndaky tarapyň ortasyny utgaşdyrýan kesim.	
3.	Üçburçlugyň bir depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap arkaly geçýän göni çyzyga geçirilen perpendikulýar.	
4.	Üçburçlugyň taraplarynyň jemi.	
5.	Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk.	
6.	Kesimiň ortasyndan şu kesime perpendikulýar edip geçirilen göni çyzyk.	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýet ýa-da düşündirişi tapyp laýyklap goýuň.

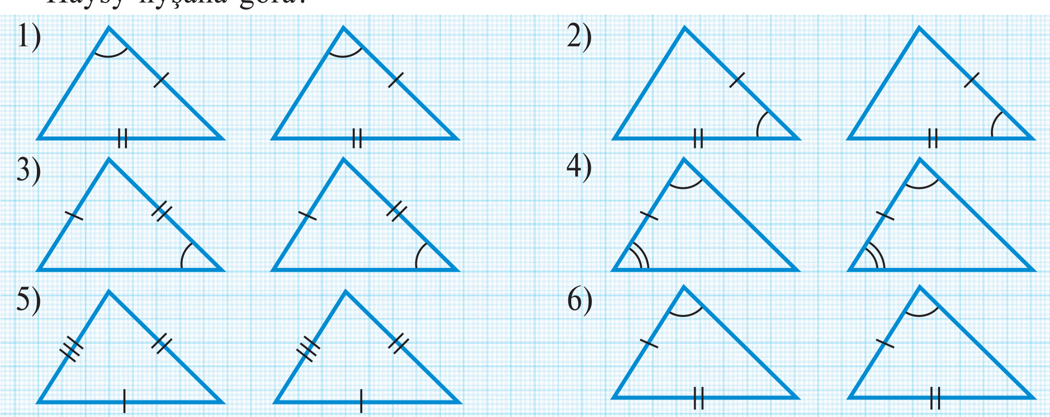
	Geometrik düşünje	Düşündirişi ýa-da häsiýeti
1.	Döwük çyzyk	A. Bir burçy göni burç
2.	Köpburçluk	B. Üçburçlugyň depesini şu depäniň garşysyndaky tarapyň ortasy bilen birleşdirýär
3.	Üçburçlugyň perimetri	C. Iki tarapy deň
4.	Ýiti burçly üçburçluk	D. Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk
5.	Deňýanly üçburçluk	E. Yzygider gelen ikisi bir göni çyzykda ýatmadyk A_1A_2, A_2A_3, … , $A_{n-1}A_n$ kesimlerden düzülen
6.	Gönüburçly üçburçluk	F. Üçburçlugyň üç tarapynyň jemi
7.	Üçburçlugyň medianasy	G. Hemme burçlary ýiti
8.	Üçburçlugyň bissektrisasy	H. Üçburçlugyň burçunyň bissektrisasynyň üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýan bölegi
9.	Üçburçlugyň beýikligi	I. Üçburçlugyň depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga geçirilen perpendikulýar
10.	Kesimiň orta perpendikulýary	J.Kesimiň ortasyna geçirilen perpendikulýar

5. Meseleler.

1. Suratda berlen maglumatlar esasynda üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.



2. Aşakda getirilen üçburçluklaryň jübütlerinden haýsylary özara deň bolýar? Haýsy nyşana görä?



3. $\Delta ACD=\Delta ABF$ bolýandygyny subut ediň (1-nji sur).

4. Eger $\angle CAB=\angle ABD$ bolsa, $AD=BC$ bolýandygyny görkeziň (2-nji surat).

5. $\Delta ABD=\Delta CDB$ bolýandygyny subut ediň (3-nji sur).

6. $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolýandygyny subut ediň (4-nji sur).

7. Eger ΔABC we ΔPQR da $AB=PQ$, $AC=PR$ we $BC=QR$ bolsa, ΔABC we ΔPQR deň bolýarmy?

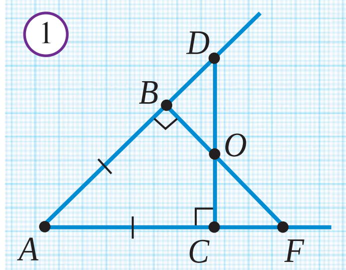
8. Eger 5-nji suratda $AB=AC$, $BE=CF$ bolsa, a) $\Delta AED=\Delta AFD$; b) $\Delta BED=\Delta CFD$ bolýandygyny subut ediň.

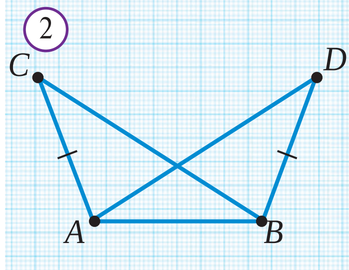
9. $\Delta ABC=\Delta EFD$ bolýandygyny subut ediň (6-njy surat).

10. 7-nji suratda $AD=CE$ bolýandygyny subut ediň.

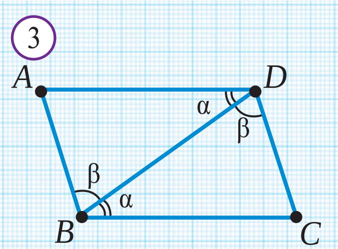
11. 8-nji suratdaky maglumatlara görä x-i tapyň.

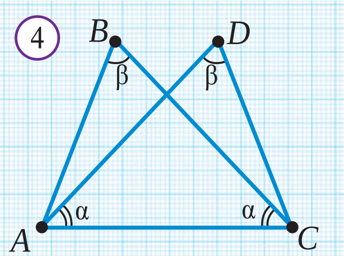
12. AE we BD kesimler C nokatda kesişýär. Eger $DC=DE$, $AB=BC$ we $\angle BAC=48°$ bolsa, $\angle CED$-ni tapyň.

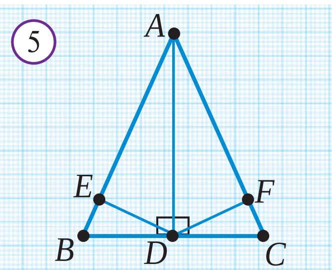


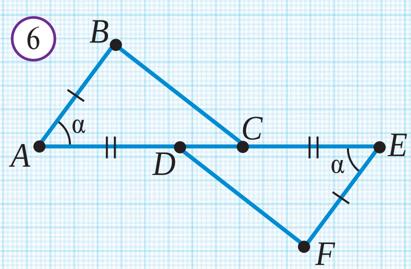


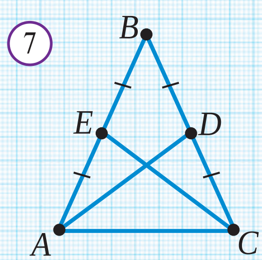
13. ABC üçburçlugyň içinde D nokat alnan. Eger $AC=AB$, $CD=BD$ we $\angle BDA=120°$ bolsa, $\angle ADC$-ni tapyň.

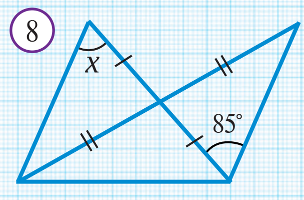










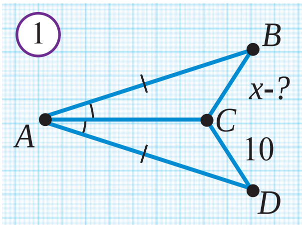


Gyzyklanýan okuwçylar üçin.

1. “Geometriýa–7” elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanşyp çykyň. Şol baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirmek we test tabşyryklaryny çözmek ýoly bilen öz bilimiňizi synaň.

2. Şonuň ýaly-da, 142-nji sahypada getirilen Internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwrenip çykyň.

31 3-NJI BARLAG IŞI



Barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölekde aşakda getirilen meselelerden (ýa-da şulara meňzeş meseleler) 3 -si berilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen testlerden bäş sanysy berilýär:

Meseleler.

1. 1-nji suratda berlen maglumatlar boýunça näbelli kesimi tapyň.

2. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $\angle CAB=\angle ABD$ we $AO=BO$ bolsa, $\angle ACO=\angle BDO$ bolýandygyny subut ediň.

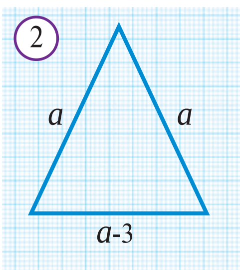
3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 18,4 *m*-e deň, esasy bolsa gapdal tarapyndan 3,6 *m*-e gysga. Bu üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

4.* Üçburçluklaryň deňligini iki taraplaryny we şu taraplarynyň birine geçirilen medianalary deňligine görä subut ediň.

Testler.

1. Deňýanly üçburçlugyň iki tarapy 8 we 3-e deň. Onuň üçünji tarapyny tapyň.

   A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.

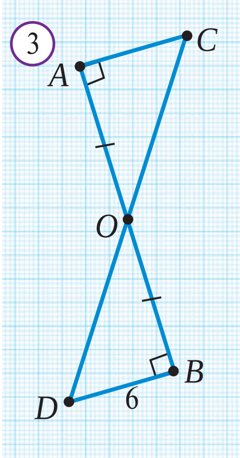


2. $P = 36$, $a = ?$ (*2-nji surat*)

   A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.

3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48, gapdal tarapy 18-e deň. Onuň esasyny tapyň.

   A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.



4. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48-e deň. Onuň taraplaryndan biri 12-ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.

   A) 12; 12; B) 16; 16; D) 18; 24; E) 18; 18.

5. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 36-a, taraplaryndan biri bolsa 16-a deň. Üçburçlugyň galan iki tarapynyň uzynlyklaryny tapyň.

   A) 16 we 4; B) 10 we 10; D) 10 we 10 ýa-da 16 we 4; E) beýle üçburçluk ýok.

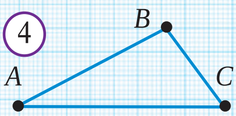
6. AC=? (*3-nji surat*)

   A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.

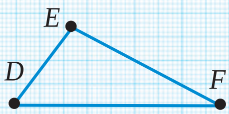
7. Üçburçlugyň näçe medianasy bar?

   A) Bir. B) Iki. D) Üç. E) Alty.

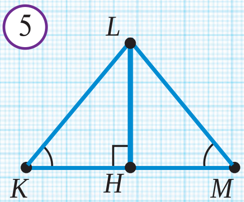
4



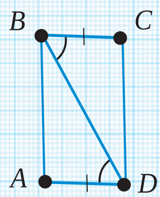
$AC = DF$, $\angle A = F$,
$AB = FE$



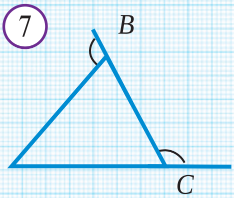
5



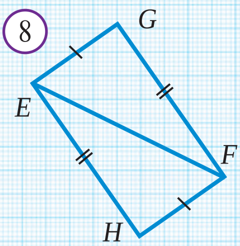
6



7



8



8. Üçburçlugyň bissektrisasy nähili şekil?
   A) Kesim. B) Şöhle. D) Göni çyzyk. E) Nokat.

9. Üçburçlugyň haýsy elementi onuň daşky ýaýlasynda ýatmagy mümkin?
   A) Medianasy. B) Beýikligi.
   D) Bissektrisasy. E) Diagonaly.

10. “Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýar”, diýen tassyklamany nähili atlandyrmak mümkin?
    A) Kesgitleme. B) Häsiýet.
    D) Nyşan. E) Aksioma.

11. 4-nji suratda getirilen *ABC* we *DEF* üçburçluklar deň bolýarmy?
    A) Hawa. B) Käbir ýagdaýlarda.
    D) Ýok. E) Köp ýagdaýlarda.

12. 5-nji suratdaky haýsy üçburçluklar özara deň?
    A) $\Delta KLM = \Delta LMH$; B) $\Delta KLH = \Delta MLH$;
    D) $\Delta KLM = \Delta KLH$; E) Hiç haýsy.

13. 6-njy suratdaky *ABD* we *CDB* üçburçluklar haýsy nyşanyna esasan deň bolýar?
    A) Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä.
    B) Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä.
    D) Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä.
    E) Bu üçburçluklar deň däl.

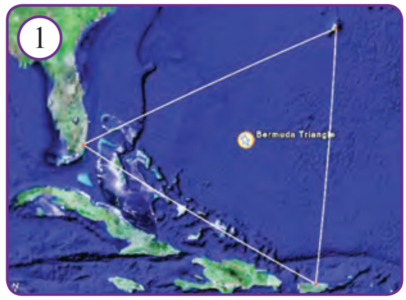
14. 7-nji surata garap üçburçlugyň görnüşini anyklaň.
    A) Deň taraply. B) Deňýanly.
    D) Kütek burçly. E) Hiç zat diýip bolmaýar.

15. 8-nji suratdaky maglumatlara görä aşakdaky deňliklerden nädogrusyny tapyň.
    A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
    D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.

16. Perimetri 12 *sm* bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 7 *sm* we 9 *sm* bolan üçburçluklara bölýär. Beýiklik uzynlygyny tapyň.
    A) 2 *sm*; B) 3 *sm*; D) 1 *sm*; E) 4 *sm*.

Amaly kompetensiýalary ösdüriji goşmaça materiallar

1. **Bermud üçburçlugy.** Atlantik okeanda depeleri Florida, Bermud adalary we Puerto-Rikoda bolan üçburçluk şeklindäki «Bermud üçburçlugy» diýlip atlandyrylýan çäk bar (*1-nji surat*). Bu ýer özüniň syrlylygy we howplulygy bilen at gazanan. Gap shondaki, bu çäkde gämiler we samolýotlar syrly ýagdaýda heläkçilige duçar bolup, dereksiz ýitip durýar. Geometrik şekilleriň ady bilen atlandyrylan ýene nähili ýerleri bilýärsiňiz?



2. Gurluşykda 2-nji suratda görkezilen «şeýtan» diýlip atlandyrylýan esbapdan nähili maksatlarda peýdalanylýar?

51-nji sahypadaky III babyň tituly boýunça
1. 1-nji suratdaky köpri nähili geometrik şekillerden ybarat? Näme üçin ol şeýle şekilleriň kömeginde gurlupdyr? Köprüdäki üçburçluklaryň görnüşlerini aýdyň. Olaryň medianasyny, beýikligini we bissektrisasyny görkeziň.
2. 2-6-njy suratlardaky halk hünärmentçiligi önümlerinde görkezilen geometrik şekilleriň atlaryny aýdyň.
3. 7-nji suratdaky kitap şkafynyň we 8-nji suratdaky welosipediň suratyndaky geometrik şekilleri görkeziň. Olaryň atlaryny aýdyň. Şu suratlarda meňzeş üçburçluklar barmy? Deň üçburçluklar barmy?
4. 9-njy suratdaky podnos, 10-njy suratdaky çagalar mozaikasy, 11-nji suratdaky öýüň petigi we 12-nji suratdaky matalaryň arasynda nähili umumylyk bar? Olardaky geometrik şekiller boýunça öz pikiriňizi bildiriň.

3. Tersini çak etmäge degişli gyzykly mesele

Sorag. Soltan iki wezirinden haýsysy çaltrak mantyky pikirlenýändigini synamakçy bolupdyr. Ol wezirlere iki ak we iki gara galpak görkezýär. Soň olaryň gözlerini daňyp, ikisine-de gara galpaklary geýdirýär, ak galpagy bolsa özi geýýär: «Hany, kelläňizdäki galpak nähili reňkde, tapyň bakaly?» Biraz geçip, sag el wezir: «Meniň başymda gara galpak», – diýdi. Ol nähili pikir ýöredipdir?

Jogap. Sag el wezir tersini çak edipdir:

«Meniň kellämdäki galpak gara däl. Hakykatdan reňki ak diýip çak edeýin. Onda çep el wezir soltanyň başynda-da, meniň başymda-da ak galpagy görüp, özüniň başyndaky galpak gara bolýandygyny derrew aýdan bolardy. Ol bolsa entek oýlanyp oturýardy. Diýmek, çakym nädogry — meniň başymdaky galpak — gara».

Durmuşymyzda geometriýa

1. Okuwçylar üçin işläp taýýarlanan, «iHandy Carpenter» diýlip atlandyrylan mobil telefonyň maksatnama üpjünçiligi islendik binanyň ýa-da desganyň ýere görä näçe dik bolýandygyny anyklap berýär. Munuň üçin smartfonda şu maksatnamany işe düşürip, bina ýa-da desga seretmek ýeterli (*3-nji surat*).

2. Ekin meýdanynda göni çyzyklary geçirmek üçin **«ekker»** esbabyndan peýdalanylýar. 4-nji surata garap ondan nähili peýdalanmak mümkinligini düşünip almak mümkin.

4. Kelle we aýak ölçegini hasaplamak.

Hemme özüniň kelle we aýak ölçeglerini bilmelidir. Çünki kelle geýmini ýa-da aýak geýmini alýanda bu gerek bolýar.

1. Kelläni ölçände tikinçileriň lentaly metrinden peýdalanýarys. Gaşymyzdan 3 sm beýigräkden kellämiziň töweregi boýunça lenta metr bilen ölçeýäris. (*5-nji surat*)

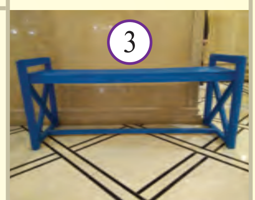
2. Aýagy ölçemek üçin lineýka ýere bir ujy diwara diräp goýulýar. Dogry durup aýagyň dabanynyň arkasy diwara direlýär. Aýagyň ujuna guty ýa-da başga bir tekiz zat goýup ölçäp alynýar. Aýakgabyň ölçegi aýagyň sm-däki uzynlygy mahsus jedwele goýup anyklanýar. (*6-njy surat*)

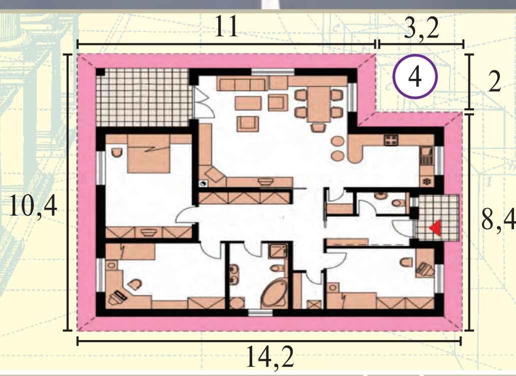
5. *Geometrik barlag*

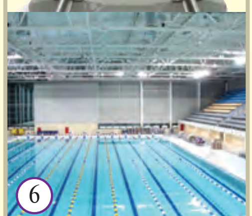
45°-a deň bolan *ABC* burç çyzyň. Burçuň depesinden başlap onuň *BA* tarapynda dört bir-birine deň kesimleri yzygider goýuň we bu kesimleriň uçlary arkaly burçuň *BC* tarapyny kesip geçýän parallel göni çyzyklary geçiriň. Soňra *BC* tarapda emele gelen kesimleriň uzynlyklaryny özara deňeşdiriň. Bu kesimler barada nähili netijä geldiňiz? Netijäni başga ululykdaky burçlar üçin barlap görüň.

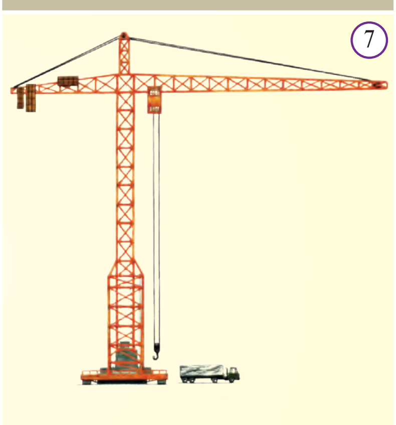
IV BAP

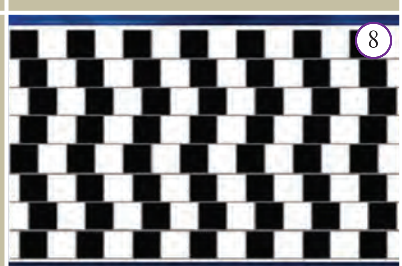
PARALLEL GÖNI ÇYZYKLAR









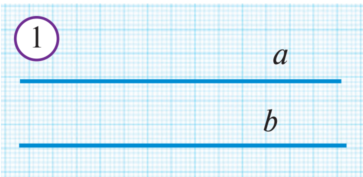


32 GÖNI ÇYZYKLARYŇ PARALLELLIGI

Ugrukdyryjy gönükme

Eger iki göni çyzyk bir göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olaryň özara kesişmegi mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

*Bir tekizlikde ýatyp, özara kesişmeýän göni çyzyklar **parallel göni çyzyklar** diýlip atlandyrylýar.*



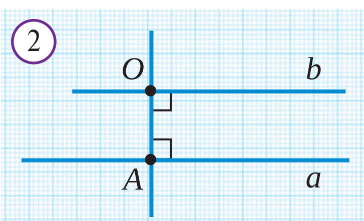
1-nji suratda parallel göni çyzyklar görkezilen. a we b göni çyzyklaryň parallelligi $a \| b$ ýaly ýazylýar we gysgaça “*a göni çyzyk b göni çyzyga **parallel***”diýlip okalýar.

Parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimler bilen şöhleler hem özara parallel diýlip atlandyrylýar. Şeýdip, biz göni çyzyk bilen göni çyzyk, şöhle bilen şöhle, kesim bilen kesim hem-de göni çyzyk bilen şöhle, göni çyzyk bilen kesim we şöhle bilen kesim parallelligi düşünjelerine eýediris. Parallel kesimlere durmuşda köp duşansyňyz. Mysal üçin, demir ýol relsleri, gönüburçluk şeklindäki stoluň garşylykly gyraňlary, gözenekli depder listindäki gorizontal çyzyklar we başgalar.

Şeýdip, kesgitlemä görä göni çyzyklaryň parallel bolmagy üçin:
— olar bir tekizlikde ýatmaly;
— umumy nokada eýe bolman, ýagny kesişmeli däl.

17-nji temada subut edilen teoremany indi aşakdaky ýaly aňlatmak mümkin:

Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara paralleldir.



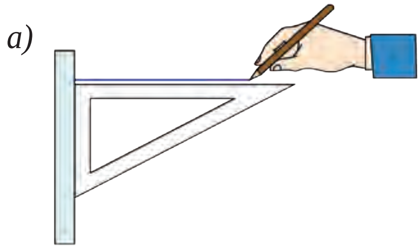
Gönükme. a göni çyzyga degişli bolmadyk O nokatdan oňa parallel göni çyzyk geçirmek mümkinligini görkeziň.

Çözülişi: O nokatdan a göni çyzyga perpendikulýar OA göni çyzyk geçirýäris (*2-nji surat*). Soň O nokatdan OA göni çyzyga perpendikulýar b göni çyzygy geçirýäris. Netijede, $a \perp OA$ we $OA \perp b$, ýagny OA göni çyzyga perpendikulýar bolan iki a we b göni çyzyklara eýe bolarys. Onda ýokardaky teorema görä, a we b göni çyzyklar özara parallel bolýar. Ýagny, b gözlenýän göni çyzykdyr.

Parallel göni çyzyklary amalyýetde ýönekeý çyzgyjyň we gönüburçly çyzgyjyň kömeginde 3-nji suratda görkezilen tertipde çyzmak mümkin. Bu usulyň dogrudygyny esaslandyryň.

Göni çyzyga onda ýatmadyk nokatdan näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin? ***Parallellik aksiomasy*** diýlip atlandyrylan aşakdaky tassyklama bu soraga jogap berýär.

3



Tekizlikdäki göni çyzyga, onda ýatmadyk nokatdan diňe bir parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

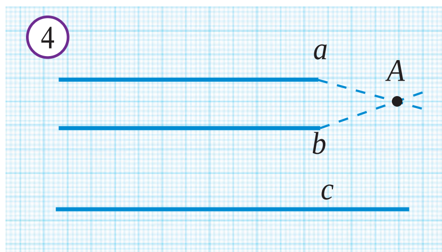
Bu tassyklama aksioma hökmünde subutsyz kabul edilýär. Bu aksioma Ewklidiň 5-nji postulaty ady bilen meşhur.

Bir göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk özara paralleldir.

a, b we c göni çyzyklar, $a||c$, $b||c$. ⇒ $a||b$

Subut. $a||c$ we $b||c$ bolsa-da, a we b göni çyzyklar parallel bolmasyn, diýip çak edeliň. Onda, olar haýsy-da bolsa A nokatda kesişýär (*4-nji surat*) we A nokatdan c göni çyzyga iki a we b parallel göni çyzyk geçirilen bolup galýar. Bu bolsa parallellik aksiomasyna ters. Diýmek, çakymyz nädogry — a we b göni çyzyklar özara parallel eken. ***Teorema subut edildi.***

4

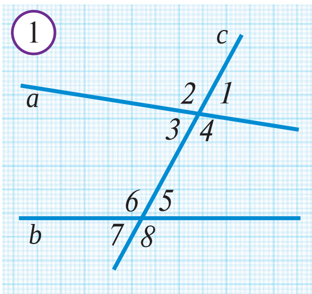


Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Haçan göni çyzyklar parallel diýilýär?
2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga parallel bolan näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
3. Iki kesim haçan parallel bolýar?
4. Synp otagyna nazar salyň we parallel kesimleri anyklaň.
5. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzygyň özara parallel bolýandygyny görkeziň.
6. Göni çyzyk çyzyp, onda A, B we C nokatlary belgiläň. Çyzgyjyň we üçburçluk çyzgyjyň (gönüburçly çyzgyjyň) kömeginde A nokatdan, B nokatdan we C nokatdan geçýän we bir-birine parallel bolan göni çyzyklary geçiriň.
7. Kesişmeýän islendik iki kesimi parallel kesimler diýmek bolarmy?
8. Kesişmeýän islendik iki şöhläni parallel şöhleler diýmek bolarmy?
9. Gönüburçlugyň garşylykly taraplary özara parallelmi?
10. Parallellige daş-töwerekden mysallar getiriň.

33 IKI GÖNI ÇYZYK WE KESIJI EMELE GETIREN BURÇLAR

Tekizlikde berlen iki *a* we *b* göni çyzyk üçünji *c* göni çyzyk bilen kesişende, 8 sany burç emele gelýär. Olary 1-nji suratda görkezilişi ýaly sifrler bilen belgiläliň. Bu burçlaryň aşakdaky jübütlerini aýratyn atlar bilen atlandyrýarys:



$\angle 3$ we $\angle 5$, $\angle 4$ we $\angle 6$ — **içki atanak burçlar**

$\angle 4$ we $\angle 5$, $\angle 3$ we $\angle 6$ — **içki bir taraply burçlar**

$\angle 1$ we $\angle 5$, $\angle 2$ we $\angle 6$, $\angle 3$ we $\angle 7$, $\angle 4$ we $\angle 8$ — **degişli burçlar**

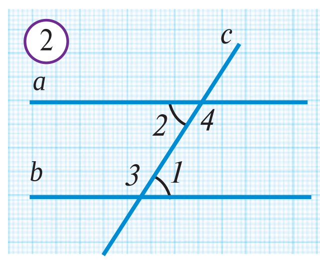
$\angle 1$ we $\angle 7$, $\angle 2$ we $\angle 8$ — **daşky atanak burçlar**

$\angle 1$ we $\angle 8$, $\angle 2$ we $\angle 7$ — **daşky bir taraply burçlar**

1-nji häsiýet. **Eger bir jübüt içki atanak burçlar özara deň bolsa, ikinji jübüt içki atanak burçlar hem özara deň bolýar.**

a, *b* göni çyzyklar we *c* kesiji: $\angle 1 = \angle 2$ (*2-nji surat*) ⇒ $\angle \angle 3 = \angle 4$

Subut. $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin:
$\angle 2 + \angle 4 = 180°$. Mundan $\angle 4 = 180° - \angle 2$.
$\angle 1$ we $\angle 3$ hem goňşy burçlar bolany üçin:
$\angle 1 + \angle 3 = 180°$. Mundan $\angle 3 = 180° - \angle 1$.
şerte görä $\angle 1 = \angle 2$. Şonuň üçin:
$\angle 3 = 180° - \angle 1 = 180° - \angle 2 = \angle 4$.
Diýmek, $\angle 3 = \angle 4$. ***Häsiýet subut edildi.***

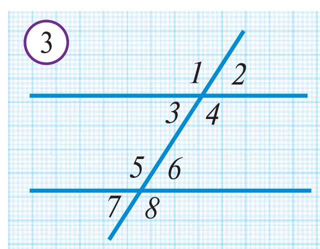


2-nji häsiýet. **Eger degişli burçlar deň bolsa, içki bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň bolýar.**

Subut. Degişli burçlardan haýsy-da bolsa bir jübüti, meselem $\angle 2 = \angle 6$ bolsun (*3-nji surat*). $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin $\angle 2 + \angle 4 = 180°$ bolýar. Onda, $\angle 2 = \angle 6$ bolany üçin $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ bolýandygy gelip çykýar.

Başga bir taraply burçlaryň jemi-de 180°-a deňligi şeýle subut edilýär.

Häsiýet subut edildi.



3-nji häsiýet. **Eger içki atanak burçlar özara deň bolsa, onda degişli burçlar hem özara deň bolýar.**

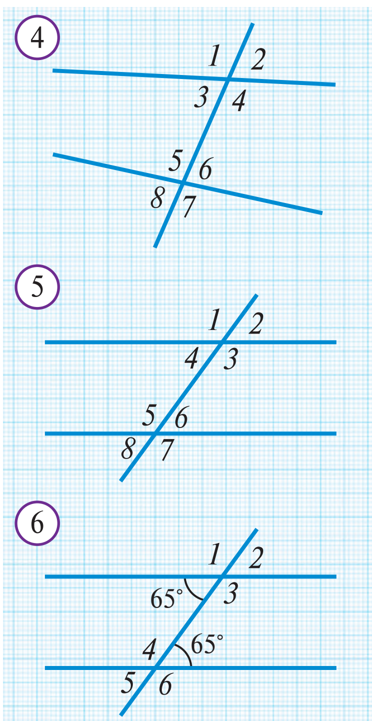
Subut. $\angle 3$ we $\angle 6$ – içki atanak burçlar bolup, $\angle 3 = \angle 6$ bolsun (*3-nji surat*). Onda, $\angle 3$ we $\angle 2$ wertikal burçlar bolany üçin $\angle 3 = \angle 2$ bolýar.

Diýmek, $\angle 6$ we $\angle 2$ deň eken. Başga degişli burçlaryň jübütleriniň deňligi-de şoňa meňzeş subut edilýär.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Islendik iki göni çyzyk çyzyň. Olary kesip geçýän üçünji göni çyzygy çyzyň. Bir taraply, içki atanak we degişli burçlar jübütini çyzgydan görkeziň.

2. 4-nji suratdaky burçlardan haýsylary wertikal we haýsylary goňşy burç bolýar?



3. 4-nji suratdaky $\angle 2 = 60°$ we $\angle 7 = 95°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

4. Eger 5-nji suratda $\angle 2 = \angle 6 = 63°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

5. 5-nji suratda $\angle 3 = \angle 5$ bolsa, $\angle 4 = \angle 6$ bolarmy? Eger $\angle 1 = \angle 7$ bolsa, $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$ deňlikler ýerine ýetirilýärmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

6. Içki bir taraply burçlaryň özara deň bolmagy mümkinmi?

7.* Içki atanak burçlar deň bolsa, içki bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deňligini görkeziň. Ters tassyklama hem dogrumy? Ýagny bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, atanak burçlar özara deň bolarmy?

8.* Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren bir jübüt degişli burçlar özara deň bolsa, ikinji jübüt degişli burçlar hem deň bolýandygyny subut ediň.

9. 6-njy suratdaky $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ we $\angle 6$ burçlary tapyň.

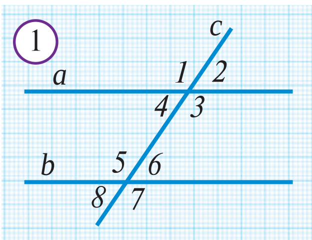
10. Depderiňiziň çyzyklaryndan peýdalanyp iki parallel göni çyzyk çyzyň. Olary kesip geçýän (perpendikulýar däl) üçünji göni çyzyk çyzyň. Emele gelen 8 sany burçy transportir bilen ölçäň.

Taryhy sahypa

Müsürde mil. öň. III asyrda höküm süren Ptolemeý I atly patyşa Ewklidden geometriýa boýunça sapak almakçy bolupdyr. Birnäçe sapakdan soň ol gaty kösenip, halypasyndan sorapdyr: «Maňa aňsadrak ýoluny görkezip bilersiňizmi?» Şonda Ewklid: «Geometriýada şahana ýol ýok!» – diýip jogap beren eken.

34 IKI GÖNI ÇYZYGYŇ PARALLELLIK NYŞANLARY

Ugrukdyryjy gönükme

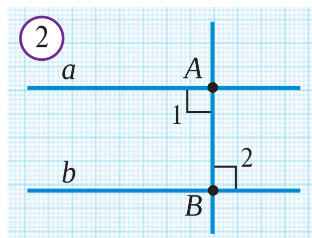


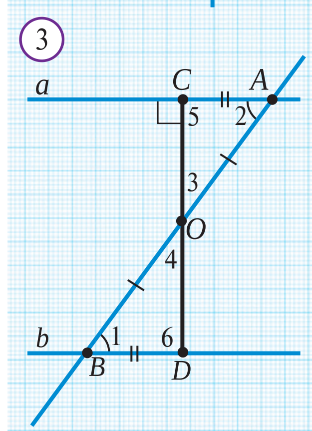
1-nji suratda a we b parallel göni çyzyklar we c kesiji görkezilen. Aşakdaky ýumuşlary ýerine ýetiriň we soraglara jogap beriň.

1. Ähli atanak burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt atanak burçlaryň gradus ölçegleri barada näme diýip bilersiňiz?
2. Ähli bir taraply burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt bir taraply burçlaryň gradus ölçegleriniň jemi barada näme diýip bilersiňiz?
3. Ähli degişli burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt degişli burçlaryň gradus ölçegleri barada näme diýip bilersiňiz?

Iki göni çyzygyň parallelligini nähili kesgitlemek mümkin? Aşakdaky teorema we bu teoremanyň netijeleri bu soraga jogap berýär. Şonuň üçin olar iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary diýlip atlandyrylýar.

Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren içki atanak burçlar deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk özara paralleldir.





Subut. 1) $\angle 1$ we $\angle 2$ içki atanak burçlar göni bolsun (*2-nji surat*). Munda AB göni çyzyk a we b göni çyzyklara perpendikulýar bolýar. Onda a we b göni çyzyklar özara paralleldir (78-nji sahypadaky teorema görä).

2) Indi $\angle 1$ we $\angle 2$ burçlar göni bolmadyk ýagdaýa garaýarys. AB kesimiň ortasy O nokat bolsun: $AO = BO$. O nokatdan a göni çyzyga OC perpendikulýar geçirýäris (*3-nji surat*). Ol b göni çyzygy D nokatda kesip geçsin. ΔAOC we ΔBOD üçburçluklara garaýarys.

Olarda: 1) $\angle 3 = \angle 4$ – çünki wertikal burçlar;

2) $AO = BO$ – gurmaga görä;

3) $\angle 1 = \angle 2$ – şerte görä.

Onda üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä $\Delta AOC = \Delta BOD$ bolýar. Hususan-da, $\angle 5 = \angle 6$.

Munda bolsa $\angle 6$ hem $\angle 5$ ýaly göni burçdygy gelip çykýar. Şeýdip, a we b göni çyzyklar bir CD göni çyzyga perpendikulýar. Diýmek, olar özara paralleldir.

Teorema subut edildi.

Mesele. Eger 1-nji suratda $\angle 2=55°$ we $\angle 5=125°$ bolsa, a we b göni çyzyklar özara parallel bolarmy?

Çözülişi: $\angle 2$ we $\angle 4$ wertikal burçlar bolany üçin $\angle 4=\angle 2=55°$. $\angle 5$ we $\angle 6$ goňşy bolany üçin $\angle 6=180°-\angle 5=180°-125°=55°$. Netijede, içki atanak burçlar özara deň bolýandygyny anyklaýarys: $\angle 4 = \angle 6$. Diýmek, ýokarda subut edilen iki göni çyzygyň parallellik nyşanyna görä a we b göni çyzyklar parallel bolýar. ***Jogaby:*** Hawa.

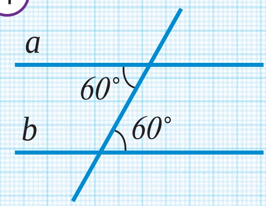
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanyny düşündiriň.
2. Teoremany özbaşdak subut ediň.
3. Teorema subudyny jemlemäge synanyşyň.
4. 4-nji suratda $a \| b$ bolýandygyny görkeziň.
5. 5-nji suratda $a \| b$ bolýandygyny görkeziň.
6. 6-njy suratda $a \| b$ bolýandygyny görkeziň.
7. Eger 1-nji suratda: a) $\angle 1=132°$, $\angle 8=48°$ b) $\angle 2=36°$, $\angle 5=144°$ c) $\angle 3=103°$, $\angle 6=77°$ d) $\angle 1+\angle 7=180°$ bolsa, $a \| b$ bolarmy?
8. Eger 7-nji suratda: a) $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$, $AB=EF$; b) $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$; c) $AB=EF$, $BD=EC$, $AC=FD$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta EFD$ bolýandygyny görkeziň.

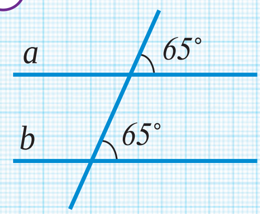
9.* a göni çyzyk we onda ýatmadyk K nokat berlen. K nokat arkaly dört göni çyzyk geçirildi. Bu göni çyzyklardan näçesi a göni çyzyk bilen kesişýär, jogabyňyzy düşündiriň.

10. 8-nji suratdaky parallel göni çyzyklary tapyň.

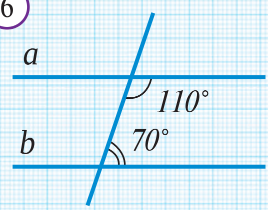
4



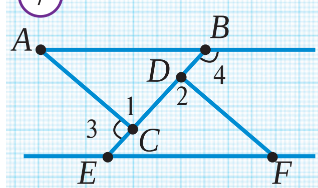
5



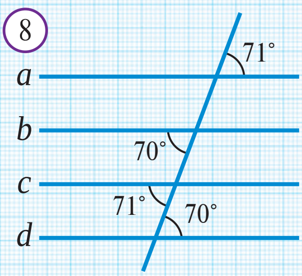
6



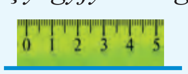
7



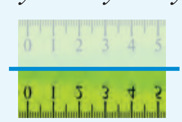
8

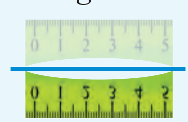


Çyzgyjyň iki gyraňy özara parallelmi ýa-da ýokmy — kesgitlemek usuly:



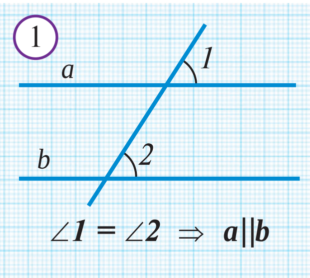
agdaryp görýäris:

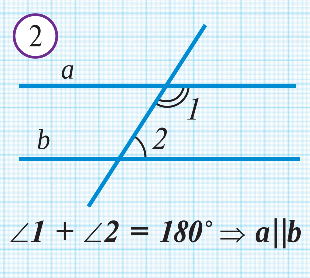




eger agdaranda çyzgyjyň gyraňy çyzygyň üstüne düşmese, parallel däl, diýen netije çykýar.

35 IKI GÖNI ÇYZYGYŇ PARALLELLIK NYŞANLARY (DOWAMY)





Teoremadan gönüden-göni gelip çykýan häsiýete *netije* diýilýär.

Öňki temada subut edilen teoremadan gelip çykýan netijeler bilen tanyşýarys.

Wertikal burçlaryň deňliginden peýdalansak, aşakdaky netijä eýe bolarys.

1-nji netije. ***Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren bir jübüt degişli burç deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar*** (*1-nji surat*).

Goňşy burçlaryň jemi 180°-a deňliginden peýdalansak, aşakdaky netijä eýe bolarys.

2-nji netije. ***Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren bir jübüt içki bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar*** (*2-nji surat*).

Bu netijelerde degişli burçlar içkimi ýa-da daşkymy – ähmiýeti ýok. Şony görkeziň.

Mesele. 3-nji suratdaky göni çyzyklaryň haýsylary parallel?

Çözülişi: Wertikal burçlaryň deňliginden, $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. a we b göni çyzyklar parallel däl, çünki $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$.

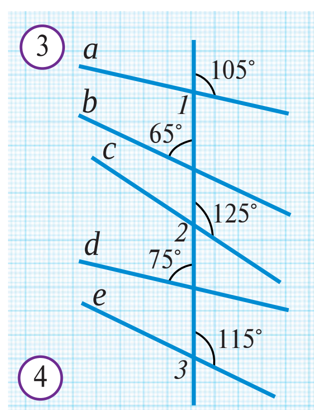
$a \| d$ bolýar, çünki, $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (2-nji netijä garaň).

Edil şeýle $b \| e$ bolýar, çünki $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$.

a, c we e göni çyzyklar özara parallel däl, çünki olaryň degişli burçlary deň däl (1-nji netijä garaň).

Edil şeýle b we d göni çyzyklar hem parallel däl, çünki degişli burçlar deň däl: $65^\circ \neq 75^\circ$.

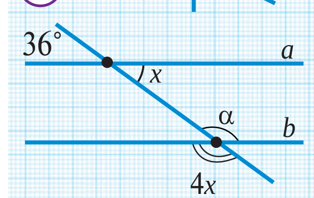
Jogaby: $a \| d$, $b \| e$.



Mesele. 4-nji suratda $a \| b$ bolarmy?

Çözülişi: Wertikal burçlaryň häsiýetine görä $x = 36^\circ$. Onda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ bolýar. Bir taraply burçlaryň jemi $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$. Diýmek, 2-nji netijä görä $a \| b$ bolýar.

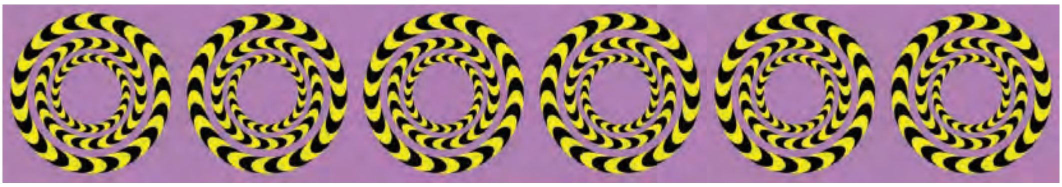
Jogaby: *Hawa.*



77-nji sahypadaky IV babyň titulyna garaň.

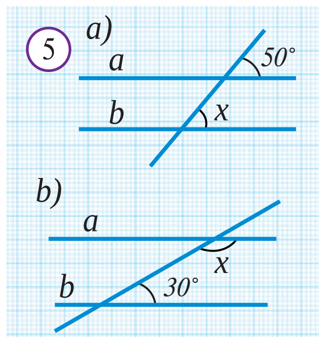
1. Awtomobil ýollarynda we demir ýollarda parallellikden peýdalanmagyň artykmaçlyklary barada pikir bildiriň.
2. Suratlardaky desgalardan parallel elementleri görkeziň.
3. 4-nji suratdaky öýüň çyzgysyndaky parallel elementleri görkeziň. Çyzgydaky kesimleriň ölçeglerinden gelip çykyp, öýüň ölçegleri barada näme diýmek mümkin?
4. 8-nji suratdaky çyzyklar parallelmi? Muny nähili kesgitlemek mümkin?

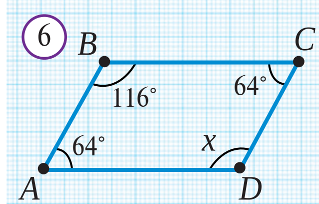
Gözüň aldanmagy: şekiller çyndan hem aýlanýarmy?

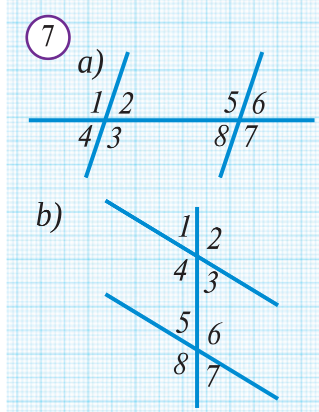


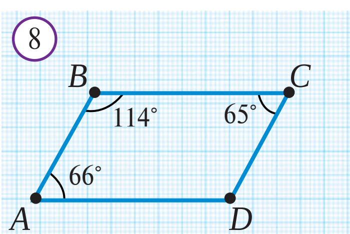
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

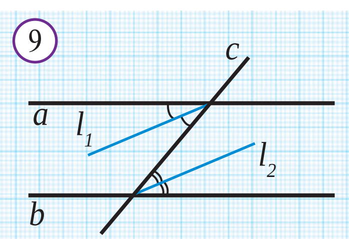
1. Teoremanyň netijesi näme?
2. Getirilen parallellik nyşanlaryny aýdyň.
3. 5-nji *a* suratda *a* we *b* göni çyzyklar parallel bolmagy üçin *x* näçe gradus bolmaly?
4. 5-nji *b* suratda nähili?
5. 6-njy suratdaky näbelli burçy tapyň.
6. Eger 7-nji *a* suratda $\angle 1=\angle 5=105°$ bolsa, galan burçlary tapyň.
7. Eger 7-nji *b* suratda $\angle 3= 60°$, $\angle 8=120°$ bolsa, galan burçlary tapyň.
8. 8-nji suratdaky şekiliň haýsy taraplary parallel?
9. Iki göni çyzygyň kesiji bilen kesişmeginden emele gelen burçlardan biri 32°, oňa degişli bolan burç bolsa 33° -a deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolarmy?
10. *a* we *b* parallel göni çyzyklary *c* göni çyzyk bilen kesmekden emele gelen içki atanak burçlaryň bissektrisalarynyň parallel bolýandygyny görkeziň (*9-njy surat*).











36 TERS TEOREMA

Eger teoremanyň şertiniň we netijeleriniň ýeri çalşyrylsa, täze tassyklama emele gelýär. Eger bu tassyklama hem dogry bolsa (ýagny ony subut edip bolsa), ol berlen teorema ***ters teorema*** diýlip atlandyrylýar.

Göni teorema: ***Eger*** **A jümle ýerlikli** ***bolsa,*** **B jümle ýerlikli** ***bolýar.***

Gysgaça: A $\Rightarrow$ B

Ters teorema: ***Eger*** **B jümle ýerlikli** ***bolsa,*** **A jümle ýerlikli** ***bolýar.***

Gysgaça: B $\Rightarrow$ A

Mysal. Eger "ΔABC üçburçluk deňýanly" bolsa, "ΔABC üçburçlugyň iki burçy deň" bolýar. Bu teoremanyň şertiniň we netijesiniň ýerini çalşyrýarys:

Eger "ΔABC üçburçlugyň iki burçy deň" bolsa, "ΔABC üçburçluk deňýanly" bolýar.

— bu tassyklama hem dogry, diýmek, ol ýokardaky teorema görä ters teoremadyr.

Elbetde, göni teoremany hem, oňa ters tassyklamany hem hemişe edil şunuň ýaly ýazmak hökman däl, olar köplenç biraz erkin aňladylýar. Hususan-da, garalan mysalda ters teorema gysgaça şeýle aýdylmagy mümkin:

"Iki burçy deň üçburçluk deňýanlydyr."

1-nji gönükme. Ýokarda getirilen ters teorema "Üçburçlugyň deňýanly bolmak nyşany", diýlip atlandyrylýar. Onuň dogrudygyny özbaşdak subut ediň.

Şony aýdyp geçmeli, ýagny hemişe hem berlen göni teorema ters bolan tassyklama ýerlikli bolubermeýär.

Meselem, "Eger burçlar wertikal bolsa, olar deň bolýar", diýen teorema ters "Eger burçlar deň bolsa, olar wertikal bolýar" diýen tassyklama dogry däl.

2-nji gönükme.

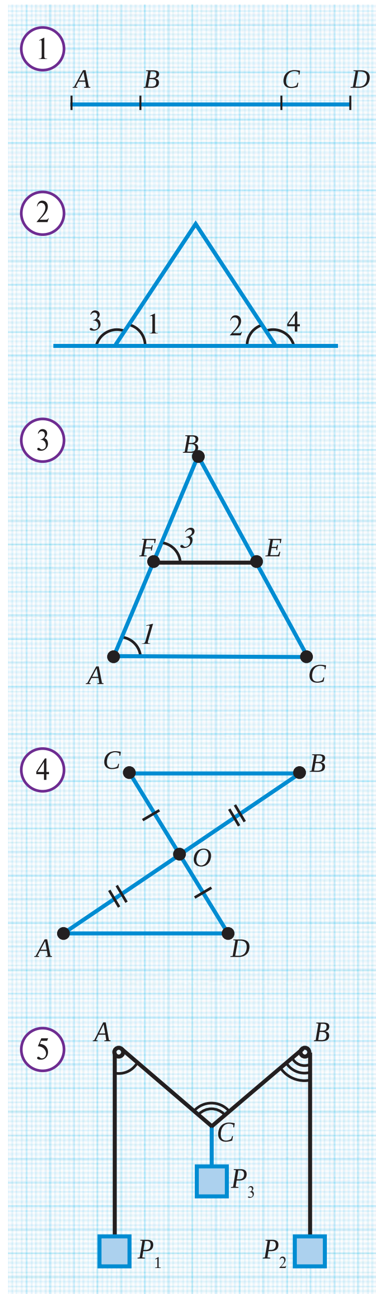
1. "Eger ýagyş yagsa, asmanda bulut bolýar", diýen tassyklama ters tassyklamany düzüň. Alnan ters tassyklamanyň hemişe hem dogry boljak-bolmajagyny düşündiriň.

2. Aşakdaky göni teoremalara ters tassyklamalary ýazyp çykyň. Bu tassyklamalaryň dogry ýa-da nädogrudygyny barlaň:

1) Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.
2) Eger iki üçburçluk deň bolsa, olaryň degişli taraplary deň bolýar.
3) Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olar göni burç bolýar.
4) Bir göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk paralleldir.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Ters teorema bilen göni teoremanyň arasynda nähili tapawut bor?
2. Ters teorema bilen göni teoremanyň arasynda nähili baglanyşyk bar?
3. Göni teorema ters bolan teorema elmydama ýerlikli bolarmy?
4. Göni teoremany subut edip, oňa ters bolan teoremany subutsyz kabul etmek bolarmy?
5. Ters teorema ters bolan teorema nähili atlandyrylýar?
6. Aşakdaky teoremalaryň şertini we netijesini ýazyň. Bu teoremalara ters teoremalary ýazyň we olaryň dogrudygyny barlaň:
1) Eger 1-nji suratda $AC=BD$ bolsa, $AB=CD$ bolýar.
2) Eger 2-nji suratda $\angle 1=\angle 2$ bolsa, $\angle 3=\angle 4$ bolýar.
3) Eger 3-nji suratda $EF||AC$ bolsa, $\angle 1=\angle 3$ bolýar.
4) Eger 4-nji suratda $AO=OB$ we $CO=OD$ bolsa, $\Delta AOD=\Delta BOC$ bolýar.
7. A we B nokatlarda berkidilen bloklar arkaly geçen ýüpde P_1 we P_2 jisimler asylan (*5-nji surat*). P_3 jisim bolsa şu ýüpüň C nokadynda asylan bolup, P_1 we P_2 jisimleri deňagramlylykda saklap dur. $AP_1||BP_2||CP_3$ bolýandygy mälim bolsa, $\angle ACB=\angle A+\angle B$ bolýandygyny subut ediň.
8. Aşakdaky teoremalara ters teoremalary aňladyň we olaryň dogrudygyny barlaň:
1) Iki göni çyzygy kesiji bilen kesişmeginden emele gelen degişli burçlar deň bolsa, onda bu göni çyzyklar parallel bolýar.
2) Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk özara parallel bolýar.
3) Deň taraply üçburçlugyň ähli burçlary özara deň bolýar.
9. Üçburçluklaryň deňlik nyşanlaryna ters teoremalary aýdyň. Bu ters teoremalar dogrumy?
10. Aşakdaky tassyklamany subut ediň: Eger üçburçlugyň bir depesinden geçirilen bissektrisa üçburçlugyň beýikligi hem bolsa, bu üçburçluk deňýanly bolýar. Bu tassyklama ters teoremany aýdyň.

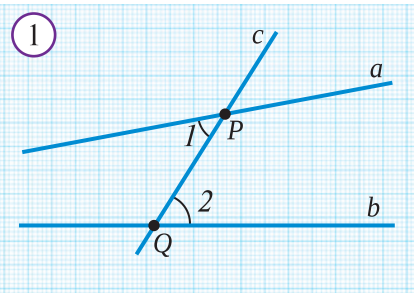


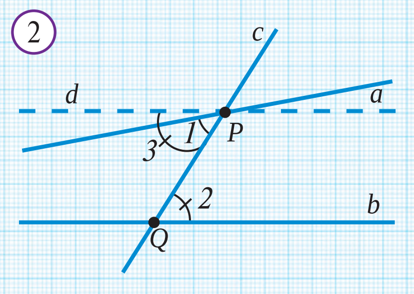
37 IKI PARALLEL GÖNI ÇYZYK WE KESIJI EMELE GETIREN BURÇLAR

Aşakda iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryna ters bolan teoremalar garalýar.

1-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren içki atanak burçlar özara deň bolýar.**

$a \| b$, c – kesiji (*1-nji surat*) ⇨ $\angle 1 = \angle 2$





Subut. Tersini çak etmek usulyny ulanýarys: 1-nji suratda a, b parallel göni çyzyklar we c kesiji görkezilen. $\angle 1$ we $\angle 2$ içki atanak burçlar deň bolmasyn.

a we c kesişen P nokatdan PQ şöhle bilen $\angle 2$ burça deň $\angle 3$ burç gurýarys (*2-nji surat*).

Onuň tarapy d göni çyzykda ýatsyn. Göni çyzyklaryň parallellik nyşanyna görä, $\angle 2 = \angle 3$ bolany üçin $d \| b$. Netijede P nokatdan b -ge parallel iki göni çyzyk geçip galdy. Bu bolsa parallellik aksiomasyna ters.

Teorema subut edildi.

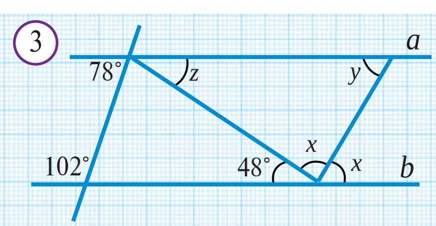
Netije. **Eger göni çyzyk parallel göni çyzyklardan birine perpendikulýar bolsa, ikinjisine-de perpendikulýar bolýar.**

2-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren degişli burçlar özara deň bolýar.**

3-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň bolýar.**

Teoremalary özbaşdak subut etmäge synanyşyň.

Mesele. 3-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.



Çözülişi: Içki bir taraply burçlaryň jemi $78° + 102° = 180°$ bolany üçin $a \| b$ bolýar. Diýmek, 1-nji teorema görä $z = 48°$ we $x = y$ bolýar. $x + x + 48° = 180°$ bolany üçin (ýazgyn burçuň ululygy), $x = 66°$. Diýmek, $y = 66°$.

Jogaby: $x = 66°$; $y = 66°$; $z = 48°$.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. 4-nji suratda $AC = CB$ bolýandygyny görkeziň.
2. Berlen kesimiň ortasyny tapmakda 1-nji meseleden nähili peýdalanmak mümkin?
3. 5-nji suratda $BC||AD$, $AO=OD$ bolýandygy mälim. a) $BO = OC$; b) $AC=BD$; c) $\Delta AOB=\Delta DOC$; d) $\Delta ABD=\Delta DCA$ deňlikleri subut ediň.
4. 6-njy suratda $BC||AD$ we $AB||CD$ bolsa, $\Delta ABD = \Delta CDB$ bolýandygyny subut ediň.
5. 7-nji suratda $a||b$ bolsa, x -i tapyň.

6*. ABC we $A_1B_1C_1$ ýiti burçlar berlen. Eger $AB||A_1B_1$ we $BC||B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

7*. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Bu burçlaryň jemi 180°-a deň bolýandygyny subut ediň.

Ýatlatma. 6-7-nji meselelerde getirilen teoremalar – degişli taraplary parallel bolan burçlaryň häsiýetleri diýlip atlandyrylýar.

8. Eger 8-nji suratda $a||b$, $c||d$ we $\angle 1 = 55°$ bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$ -i tapyň.
9. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlar tapawudy 40°-a deň. Bu burçlary tapyň.

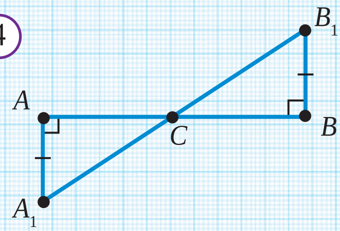
10*. ABC we $A_1B_1C_1$ ýiti burçlar berlen. Eger $AB\perp A_1B_1$ we $BC\perp B_1C_1$ bolsa, $ABC= = A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

11*. Degişli taraplary perpendikulýar göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Bu burçlaryň jemi 180°-a deň bolýandygyny subut ediň.

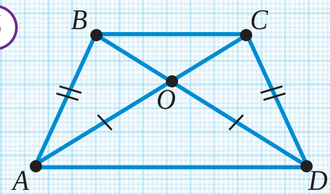
Ýatlatma. 10-11-nji meselelerde getirilen teoremalar – degişli taraplary özara perpendikulýar bolan burçlaryň häsiýetleri diýilýär.

12. 9-njy suratdaky A we C burçlar göni. D burç B burçdan iki esse uly. Bu iki burçy tapyň.

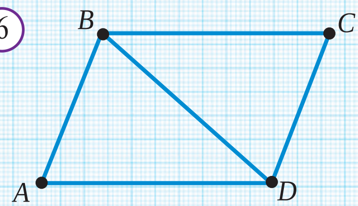
4



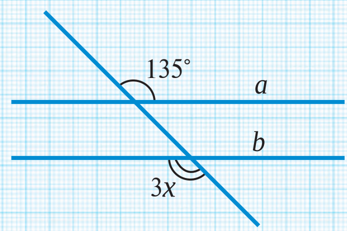
5



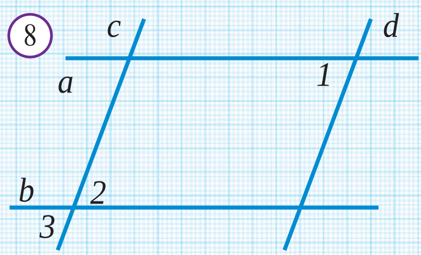
6



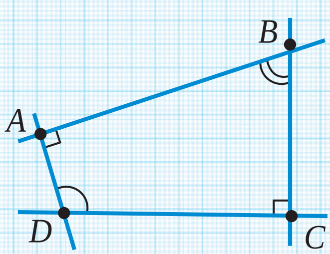
7



8



9



38 MESELELER ÇÖZMEK

1. ***Mesele.*** 1-nji suratda $a \nparallel b$, $c \parallel d$. Aşakdaky deňliklerden haýsylary dogry?

1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$;
5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$;
9) $\angle 4 + \angle 13 = 180°$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180°$;
11) $\angle 7 + \angle 12 = 180°$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180°$

Çözülişi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (*wertikal burçlaryň häsiýetine görä*), $\angle 2$ we $\angle 16$ – degişli burçlar bolany üçin $\angle 2 = \angle 16$. Diýmek, $\angle 4 = \angle 16$ deňlik dogry.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (*degişli burçlaryň häsiýetine görä*) we $\angle 7 = \angle 5$ (*wertikal burçlar*). $\angle 5$ we $\angle 1$ degişli burçlar. $a \nparallel b$, şonuň üçin $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, ýagny $\angle 1 = \angle 12$ deňlik nädogry.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (*wertikal burçlar*), $c \parallel d$, $\angle 2$ we $\angle 15$ – bir taraply burçlar bolany üçin, $\angle 2 + \angle 15 = 180°$. Diýmek, $\angle 4 + \angle 13 = 180°$ deňlik dogry.

11) $c \parallel d$ bolany üçin $\angle 7 = \angle 10$ (*atanak burçlaryň häsiýetine görä*) we $\angle 10 = \angle 12$ (*wertikal burçlar*). Diýmek, $\angle 7 = \angle 12$.

Şonuň üçin $\angle 7 + \angle 12 = 180°$ deňlik diňe $\angle 7 = \angle 12 = 90°$ bolanda ýerlikli.

Galan deňlikleri şeýdip özüňiz özbaşdak ýagdaýda barlap çykyň.

2. AB göni çyzyk we onda ýatmaýan C nokat berlen. C nokat arkaly AB göni çyzyga näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin?

3. 2-nji suratda $EF \parallel AC$, $\angle BEF = 62°$, $\angle EFC = 130°$ bolsa, ABC üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

4. 3-nji suratda $a \parallel b \parallel c$ we $d \parallel l$ bolsa, x we y burçlary tapyň.

5. AB göni çyzyk we onda ýatmaýan C nokat berlen. C nokat arkaly AB göni çyzyga näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin?

6. a şöhläniň bir tarapyna $\angle(ab) = 25°$ we $\angle(ac) = 155°$ bolýan edip b we c şöhleler goýlan. b şöhle c şöhlä parallel diýip aýtmak mümkinmi?

7. AC we BD göni çyzyklar parallel, şunuň bilen birlikde A we D nokatlar BC kesijiden dürli tarapda ýatýar. Aşakdakylary subut ediň:
a) DBC we ACB burçlar BC kesijä görä içki atanak;
b) BC şöhle ABD burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär;
c) CAB we DBA burçlar AB kesijägörä içki bir taraply burçlar.

8. AB we CD kesimler E nokatda kesişýär we şu nokatda deň ýarpa bölünýär. AC we BD göni çyzyklar paralleldigini subut ediň.

9. ABC burç 80°-a, BCD burç bolsa 120°-a deň. AB we CD göni çyzyklar parallel bolup bilermi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

10. Iki parallel göni çyzyk bilen kesiji emele getiren burçlardan biri 40°-a deň. Galan ýedi burçdan haýsy-da bolsa biri 120°-a deň bolup bilermi?

11. Iki parallel göni çyzyk bilen kesiji emele getiren iki içki bir taraply burçuň tapawudy 20°-a deň. Şu burçlary tapyň.

12. Iki parallel göni çyzyk bilen kesiji emele getiren iki içki atanak burçuň jemi 150° -a deň. Şu burçlary tapyň.

13. Iki parallel göni çyzyk bilen kesiji emele getiren burçlardan biri 72°-a deň. Galan ýedi burçy tapyň.

14. *ABC* we *BAD* üçburçluklar deň. *C* we *D* nokatlar *AB* göni çyzykdan dürli tarapda ýatýar. *AC* we *BD* göni çyzyklaryň paralleldigini subut ediň.

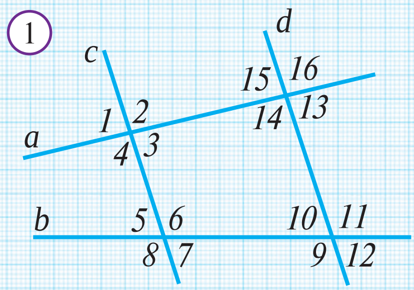
15. Parallel göni çyzyklar bilen kesiji emele getiren içki atanak burçlaryň bissektrisalarynyň parallel bolýandygyny subut ediň.

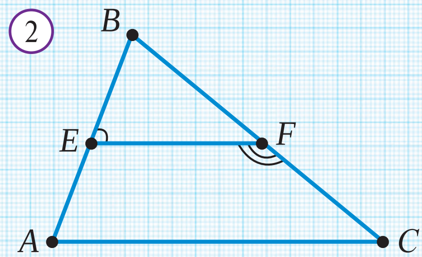
16. *ABC* deňýanly üçburçlukda *AB=BC*. *B* depe arkaly *AC*-ge parallel *DE* göni çyzyk geçirilen. *B* nokat *D* we *E* nokatlaryň arasynda ýatýar. *DC* kesim *AB* kesimi kesýär, $\angle ABD=\angle CBE$ bolýandygyny subut ediň.

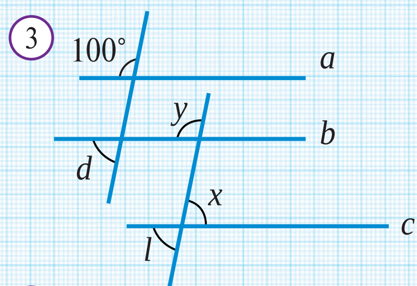
17. Perpendikulýar göni çyzyklara parallel iki göni çyzygyň özleri-de perpendikulýardygyny subut ediň.

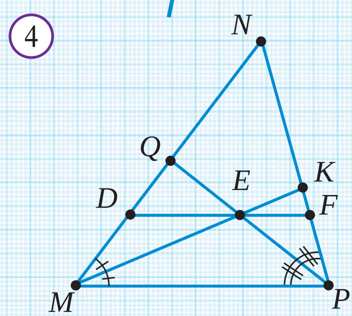
18. *ABC* üçburçlugyň *BD* medianasy dowamynda *D* nokatdan soň mediana deň *DE* kesim goýlan. *C* depe arkaly *AB* göni çyzyga parallel *p* göni çyzyk geçirilen. *p* göni çyzygyň *E* nokat arkaly geçýändigini subut ediň.

19. *ABC* üçburçlukda *CD* medianaňyň dowamynda bu mediana deň *DE* kesim goýlan. *AF* medianaňyň dowamynda *AF* mediana deň *FH* kesim goýlan. *B, H, E* nokatlaryň bir göni çyzykda ýatýandygyny subut ediň.









20. Islendik *ABC* üçburçluk çyzyň we onuň içinde islendik A_1 nokady belgiläň. Berlen üçburçluga deň bolan we taraplary onuň taraplaryna degişlilikde parallel bolan $A_1B_1C_1$ üçburçluk guruň (mümkin bolan ýagdaýlardan birine garaň).

21*. *MNP* üçburçlugyň *MK* we *PQ* bissektrisalary *E* nokatda kesişýär (*4-nji surat*). *E* nokat arkaly *MP* tarapa parallel edip geçirilen göni çyzyk *MN* we *PN* taraplary, degişlilikde, *D* we *F* nokatlarda kesip geçýär. *DF=MD+FP* bolýandygyny subut ediň (Görkezme: *MD=DE*, *FP=EF* bolýandygyny görkeziň).

39 BAP BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Boş galdyrylan ýerleri mantyk taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Göni çyzykda ýatýan nokat arkaly oňa perpendikulýar bolan .... geçirmek mümkin.
2. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen .... deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolýar.
3. Tekizlikdäki iki göni çyzyk .... , olar parallel göni çyzyklar diýilýär.
4. Iki parallel göni çyzykdan birini kesip geçen göni çyzyk ....
5. Göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly oňa parallel bolan .... göni çyzyk geçirmek mümkin.
6. Göni çyzygyň islendik nokady arkaly .... diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.
7. Göni burç astynda kesişýän göni çyzyklar .... diýlip atlandyrylýar.
8. Bir göni çyzyga .... iki göni çyzyk özara paralleldir.
9. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen bir taraply burçlar .... bu göni çyzyklar parallel bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerdäki ýalňyşy tapyň we ony düzediň.

1. Göni çyzygyň diňe bir nokadyndan oňa perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan diňe bir nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar düşürmek mümkin.
3. *AB* we *AK* – parallel göni çyzyklaryň birine perpendikulýar bolan göni çyzyk ikinjisine-de perpendikulýar bolýar.
4. Iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen atanak burçlary deň bolýar.
5. Eger iki kesim kesişmese olar parallel kesimler diýlip atlandyrylýar.
6. Degişli taraplary parallel bolan burçlar deň bolýar.
7. Eger $a \perp b$, $b \perp c$ bolsa, $a \perp c$ bolýar.
8. Degişli taraplary perpendikulýar bolan burçlaryň jemi 180° -a deň.
9. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen bir taraply burçlar deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolýar.
10. Perpendikulýar göni çyzyklara parallel bolan göni çyzyklar özara parallel bolýar.

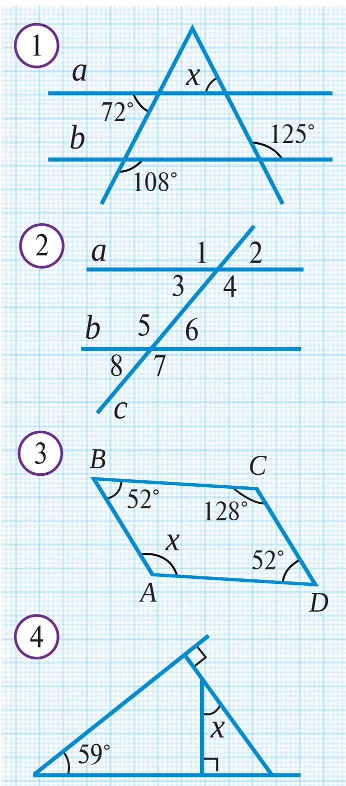
3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk gelýän geometrik düşünjeleri depderiňize ýazyň.

1.	Umumy nokada eýe bolmadyk göni çyzyklar	
2.	Göni burç astynda kesişýär	

3.	Nokatdan göni çyzyga diňe bir düşürmek mümkin	
4.	Nokatdan göni çyzyga islendikçe düşürmek mümkin	
5.	Şert we netije bölegi çalşan	
6.	Iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlar	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýeti ýa-da düşündirişi laýyklap goýuň.

Geometrik düşünje	*Häsiýetler, düşündirişler*
1. Parallel göni çyzyklar 2. Perpendikulýar göni çyzyklar 3. Kesiji iki göni çyzygy kesende 4. Atanak burçlar 5. Ters teorema 6. Bir taraply burçlar	A. Elmydama dogry däl. B. Kesişmeýär. C. Kesişende göni burçlar emele gelýär. D. Atanak, degişli we bir taraply burçlar emele gelýär. E. Bir ýarymtekizlikde ýatýar. F. Deň bolsa, göni çyzyklar parallel bolýar.

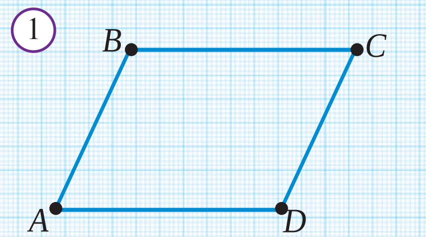


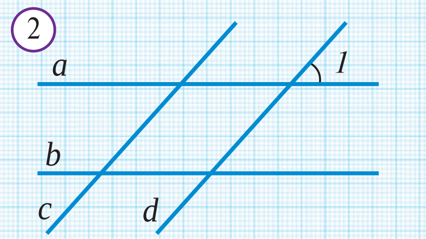
5. Meseleler.

1. 1-nji suratdaky x burçy tapyň.
2. 2-nji suratda $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ bolsa, $a \| b$ bolarmy?
3. 2-nji suratda $\angle 2 = \angle 6$ bolsa, $a \| b$ bolarmy?
4. 2-nji suratda $\angle 1 = \angle 5 = 118°$ bolsa, galan burçlary tapyň.
5. 2-nji suratda $\angle 2 = 71°$ we $\angle 7 = 119°$ bolsa, $a \| b$ bolarmy?
6. 3-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.
7. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 47°-a deň. Oňa degişli burç näçe gradus bolanda bu iki göni çyzyk parallel bolýar?
8. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen içki atanak burçlaryň jemi 84°. Galan burçlary tapyň.
9. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 8 esse uly. Emele gelen ähli burçlary tapyň.
10. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen bir taraply burçlar tapawudy 30°. Bu burçlary tapyň.
11. 4-nji suratdaky näbelli burçy tapyň.
12. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlaryň tapawudy 36°-a deň. Şu burçlary tapyň.

40 4-NJI BARLAG IŞI

Barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölekde aşakda getirilen meselelerden (ýa-da şulara meňzeş meselelerden) 3 sanysy berilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen testlerden bäşisi berilýär.





1. Iki parallel göni çyzyk kesiji bilen kesilende emele gelen burçlardan biri 34°-a deň. Galan burçlary tapyň.
2. Eger 1-nji suratda $BC||AD$ we $AB||CD$ bolsa, $AB=CD$ bolýandygyny subut ediň.
3. Eger 2-nji suratda $a||b$, $c||d$ we $\angle 1=48°$ bolsa, galan burçlary tapyň.
4. ABC üçburçlugyň A depesinden geçirilen bissektrisa BC tarapy D nokatda kesip geçýär. D nokatdan geçirilen göni çyzyk AC tarapy E nokatda kesip geçýär. Eger $AE=DE$ bolsa, $DE||AB$ bolýandygyny subut ediň.

Testler.

1. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin?

   A) 1; B) 2; D) 4; E) islendikçe.

2. Eger $a||b$, $b\perp c$, $c\perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplaryň haýsysy dogry?

   A) $a\perp d$, $b\perp d$; B) $a\perp c$, $b||d$;
   D) $a||c$, $a\perp d$; E) $a\perp c$, $a\perp d$, $b\perp d$.

3. Tekizlikde berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga näçe perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin?

   A) 1; B) 2; D) 4; E) islendikçe.

4. 3-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

   A) 100°; B) 110°; D) 130°; E) 140°.

5. 4-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

   A) 30°; B) 45°; D) 60°; E) 36°.

6. x-i tapyň (*5-nji surat*).

A) 96°; B) 108°; D) 112°; E) 78°.

7. 6-njy suratda $a||b$ we $\alpha - \beta = 70°$ bolsa, α -ny tapyň.

A) 30°; B) 125°; D) 75°; E) 36°.

8. Iki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende näçe deň kütek burç emele gelmegi mümkin?

A) 3 sany; B) 8 sany; D) 6 sany; E) 4 sany.

9. Iki paralel göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 97°-a deň. Emele gelen burçlardan iň kiçisini tapyň.

A) 97°; B) 83°; D) 77°; E) 7°.

10. Iki parallel göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende köpi bilen näçe deň ýiti burç emele gelýär?

A) 3 sany; B) 4 sany; D) 6 sany; E) 5 sany.

11. Iki paralel göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende köpi bilen näçe göni burç emele gelýär?

A) 2 sany; B) 6 sany; D) 8 sany; E) 5 sany.

12. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelen üç sany içki burçuň jemi 290°-a deň. Dördünji burçy tapyň.

A) 145°; B) 110°; D) 36°; E) 70°.

13. 7-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

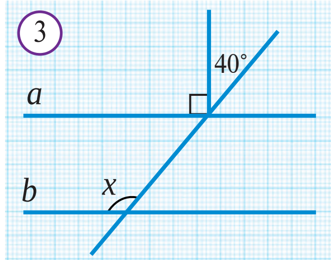
A) 100°; B) 80°; D) 110°; E) 90°.

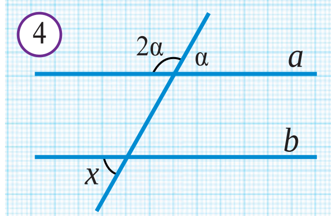
14. 8-nji suratdaky x burçy tapyň.

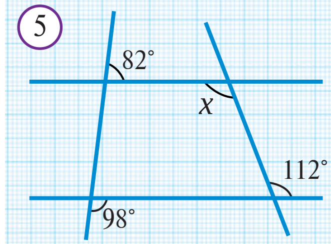
A) 105°; B) 95°; D) 85°; E) 75°.

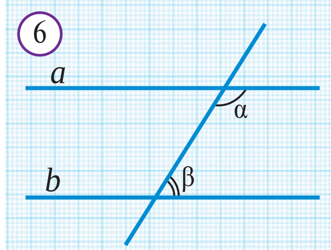
15. 9-njy suratda haýsy göni çyzyklar özara parallel bolýar?

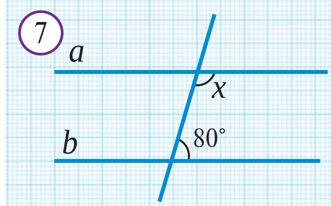
A) $a||b$; B) $a||c$; D) $c||b$; E) $c||d$.

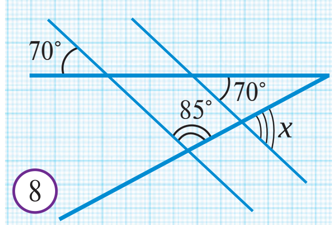


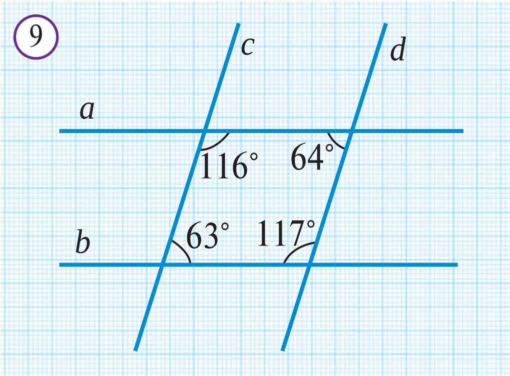


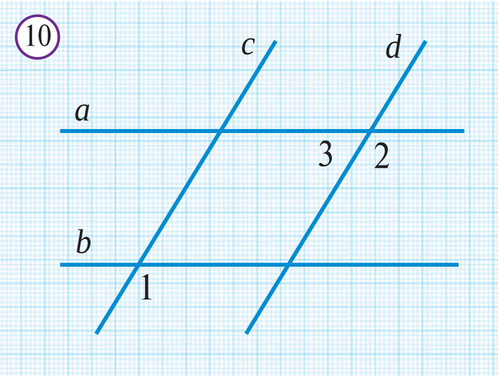












16. 10-njy suratda $a||b$, $c||d$ we $\angle 1=122°$ bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$-i tapyň.
   A) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 58°$;   B) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 58°$;
   D) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 68°$;   E) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 50°$.

17. Gündogar ýurtlarynda “Geometriýa” ýene nähili at bilen atlandyrylypdyr?
   A) Riýozat;   B) Al-jabr;
   D) Planimetriýa;   E) Handasa.

18. Berlen iki nokat arkaly ikisinden-de geçýän näçe göni çyzyk bar?
   A) bir;   B) iki;   D) dört;   E) örän köp.

19. Hiç bir ölçege eýe bolmadyk geometrik şekil haýsy jogapda getirilen?
   A) kesim;   B) şöhle;   D) nokat;   E) göni çyzyk.

20. M, N, K nokatlar bir göni çyzykda ýatýar we MN=10 *sm*, NK=8 *sm* bolsa, MK kesimiň uzynlygyny tapyň.
   A) 2 *sm*;   B) 18 *sm*;   D) 10 *sm*;   E) A we B jogaplar.

21. Üç sany dürli nokatlaryň her ikisinden geçýän iň bolmanda näçe göni çyzyk bar?
   A) üç;   B) iki;   D) bitta;   E) dört.

22. Dört göni çyzyk tekizligi köpi bilen näçe bölege bölýär?
   A) 8 sany;   B) 9 sany;   D) 10 sany;   E) 12 sany.

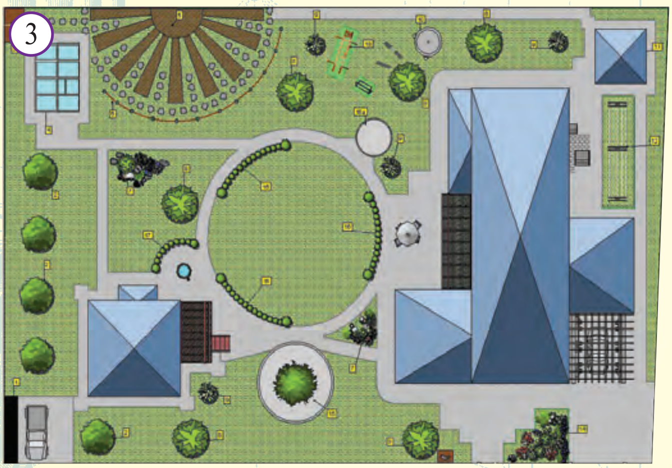
23. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 4 esse kiçi bolsa, uly burç kiçisinden näçe gradus artyk?
   A) 108°;   B) 144°;   D) 104°;   E) 90°.

V BAP

ÜÇBURÇLUGYŇ TARAPLARYNYŇ WE BURÇLARYNYŇ ARASYNDAKY GATNAŞYKLAR


1


2


3

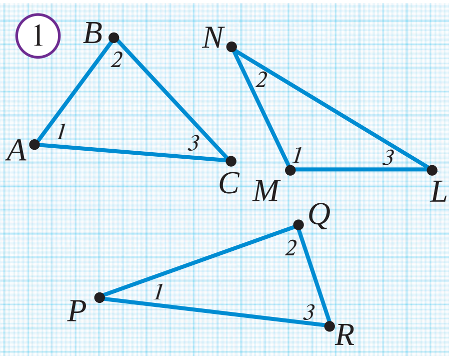

4

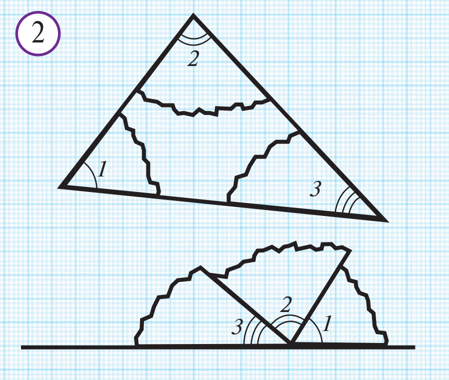

5

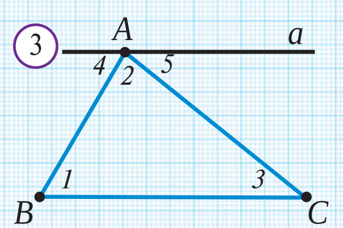

6

41 ÜÇBURÇLUGYŇ IÇKI BURÇLARYNYŇ JEMI BARADAKY TEOREMA

Ugrukdyryjy gönükme







1. 1-nji suratda görkezilen üçburçluklaryň üç burçuny transportiriň kömeginde ölçäň we olaryň jemini hasaplaň. Netijeler esasynda jedweli dolduryň. Nähili häsiýeti anykladyňyz? Ony bir jümle bilen aňladyň.

Üçburçluklar	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1+\angle 2+\angle 3$
ΔABC				
ΔMNL				
ΔPQR				

2. Bir list kagyza islendik *ABC* üçburçlugy çyzyň we burçlaryny 1, 2 we 3 sifrler bilen belgiläň. Onuň burçlaryny 2-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýyrtyp alyň we ýanma-ýan goýuň. Mundan nähili netije çykarmak mümkin?

Indi geometriýanyň iň möhüm tassyklamalaryndan biri – üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teoremany subut edýäris.

Üçburçluk içki burçlarynyň jemi 180°-a deň.

ΔABC — üçburçluk $\Rightarrow$ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Subut. *A* depeden *BC* tarapa parallel *a* göni çyzyk geçirýäris (*3-nji surat*).

$\angle 1 = \angle 4$ — *a* we *BC* parallel göni çyzyklary *AB* kesiji bilen kesende emele gelen içki atanak burçlar hökmünde.

$\angle 3 = \angle 5$ — *a* we *BC* parallel göni çyzyklary *AC* kesiji bilen kesende emele gelen içki atanak burçlar hökmünde.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°$ — bu burçlar umumy depä eýe we ýazgyn burçy emele getirýär. Emele gelen bu üç deňlikden

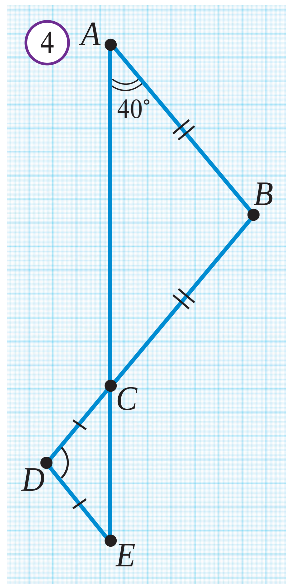
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°, \text{ ýagny } \angle A + \angle B + \angle C = 180°$$

bolýandygy gelip çykýar. ***Teorema subut edildi.***

1-nji mesele. 4-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyp D burçy tapyň.

Çözülişi: ΔABC – deňýanly üçburçluk bolany üçin, $\angle ACB=\angle A=40°$. Wertikal burçlaryň häsiýetine görä, $\angle DCE=\angle ACB=40°$. Şerte görä ΔCED hem deňýanly. Şu sebäpli-de, $\angle DCE=\angle DEC=40°$.

Diýmek, üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teorema görä, ΔCDE-de: $40°+40°+\angle CDE=180°$ ýa-da $\angle CDE=100°$.
Jogaby: 100°.



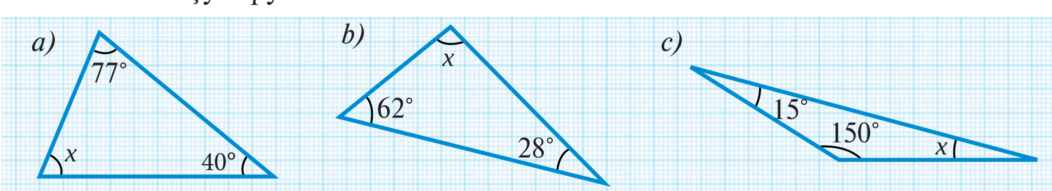
2-nji mesele. Üçburçlugyň içki burçlary 2:3:7 ýaly gatnaşykda bolsa, olaryň gradus ölçegini tapyň.

Çözülişi: şerte görä, üçburçlugyň içki burçlaryny $2x$, $3x$ we $7x$ diýip almak mümkin. Onda üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teorema görä $2x+3x+7x=180°$ deňlige eýe bolarys. Ondan $x = 15°$ bolýandygyny tapýarys.

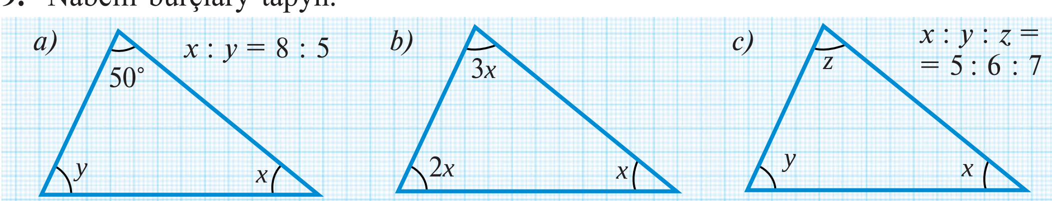
Diýmek, üçburçluk burçlarynyň gradus ölçegi 30°, 45° we 105°-a deň eken.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teoremany getiriň.
2. Şu teoremany suratda düşündiriň.
3. Üçburçlugyň näçe burçy göni bolmagy mümkin?
4. Üçburçlugyň näçe burçy kütek bolmagy mümkin?
5. Burçlary 5°, 55° bolan üçburçluk barmy?
6. Burçlary 100°, 20°, 50° bolan üçburçluk barmy?
7. Eger üçburçlugyň iki burçy: a) 60° we 40°; b) 70° we 85°; c) 90° we 45°; d) 105° we 30° bolsa, onuň üçünji burçuny tapyň.
8. Näbelli burçy tapyň.



9. Näbelli burçlary tapyň.



10. Teoremanyň amalynyň dogrudygyny mysalda barlap görüň.

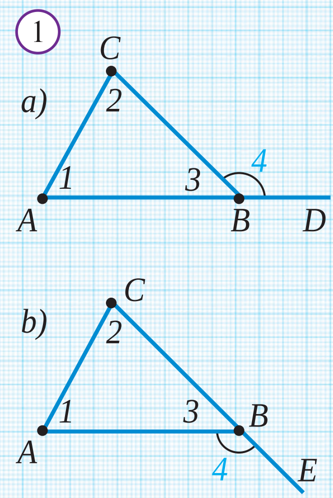
42 ÜÇBURÇLUGYŇ DAŞKY BURÇUNYŇ HÄSIÝETI

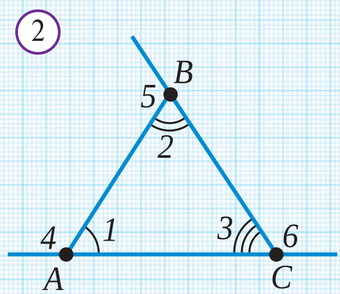
Üçburçlugyň içki burçuna goňşy bolan burç üçburçlugyň ***daşky burçy*** diýlip atlandyrylýar.

1-nji suratda ABC üçburçlugyň B burçuna daşky bolan CBD we ABE burçlar görkezilen. Şeýdip, üçburçluk her bir depesinde iki sany daşky burça eýe eken. Bu burçlar wertikal bolany üçin özara deň bolýar.

A we C depelerindäki daşky burçlary çyzyp görkeziň.

Üçburçlugyň burçlaryny, daşky burçlardan tapawutlandyrmaly bolanda, ***içki burçlar*** diýilýär.





Geometrik barlag

2-nji suratdaky ABC üçburçlugyň hemme içki we daşky burçlaryny transportirde ölçäň we aşakdaky burçlaryň (her bir daşky burç we oňa goňşy bolmadyk içki burçlaryň jeminiň) ululyklaryny özara deňeşdiriň:

a) $\angle 4$ we $\angle 2 + \angle 3$

b) $\angle 5$ we $\angle 1 + \angle 3$

c) $\angle 6$ we $\angle 1 + \angle 2$

Deňeşdirmek netijesinde nähili netijä geldiňiz? Ony çen bilen tassyklama görnüşinde aňladyň.

Üçburçlugyň daşky burçy üçburçlugyň oňa goňşy bolmadyk iki içki burçunyň jemine deň.

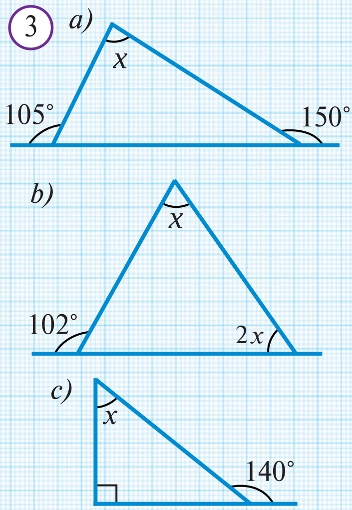
ΔABC-da $\angle 4$ – daşky burç (*1-nji surat*) $\Rightarrow$ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

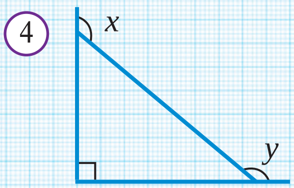
Subut. 1-nji surata ýüzlenýäris. Onda, goňşy burçlaryň häsiýetine görä $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.
Üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teorema görä $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

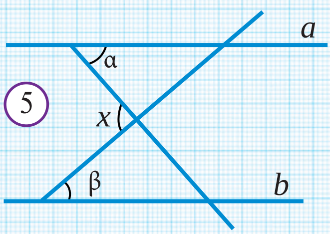
Bu iki deňlikden,
$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, ýagny $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ deňligi alýarys.

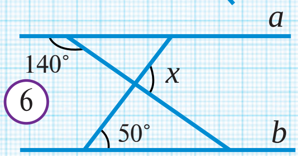
Teorema subut edildi.

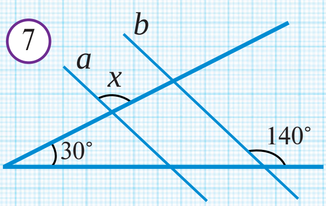
Netije. ***Üçburçlugyň daşky burçy, oňa goňşy bolmadyk içki burçlaryň her birinden uly.***

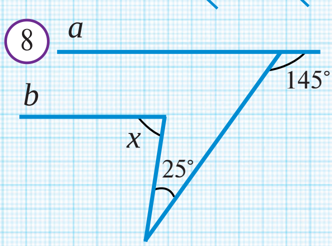












Soraglar, meseleler we ýumuşlar

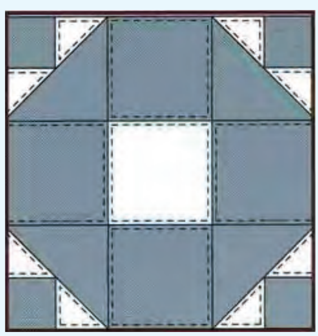
1. Üçburçlugyň daşky burçy näme?
2. Üçburçlugyň daşky burçy baradaky teoremany düşündiriň.
3. Üçburçlugyň iki daşky burçy 120° we 135° bolsa, içki burçlaryny tapyň.
4. Üçburçlugyň içki burçlaryndan biri 30°-a, daşky burçlaryndan biri 60°-a deň. Üçburçlugyň galan içki burçlaryny tapyň.
5. 3-nji suratdaky näbelli burçy tapyň.
6. 4-nji suratdaky $x + y$ -i tapyň.
7. Eger 5-nji suratda $a \| b$ bolsa, x -i tapyň.
8. Eger 6-njy suratda $a \| b$ bolsa, x -i tapyň.
9. Eger 7-nji suratda $a \| b$ bolsa, x -i tapyň.

10*. Eger 8-nji suratda $a \| b$ bolsa, x -i tapyň.

11. Üçburçlugyň daşky burçy ýiti bolmagy mümkinmi? Eger mümkin bolsa, näçesi?

12*. Üçburçluk daşky burçlarynyň jemini hasaplaň.

13. PQR üçburçlugyň P depesindäki daşky burçy 120°, Q depesindäki bolsa – 100°.
    a) Üçburçlugyň içki burçlaryny tapyň.
    b) Üçburçlugyň P we R burçlarynyň bissektrisalarynyň arasyndaky ýiti burçy tapyň.



Ýokardaky nusgadan peýdalanyp 97-nji sahypa, V bap titulynyň 6-njy suratdaky pannolaryň geometrik ülňüsini çyzyň.

43 MESELELER ÇÖZMEK

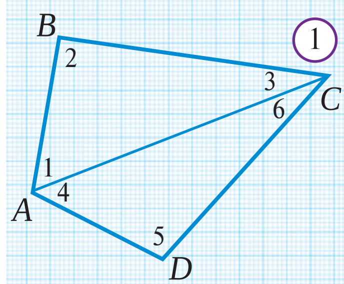
Mesele. Dörtburçlugyň burçlarynyň jemi 360°-a deň bolýandygyny subut ediň.

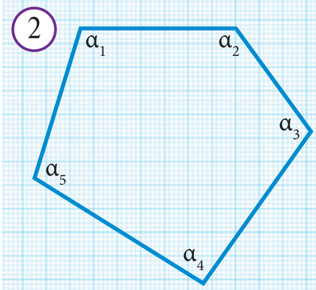
Çözülişi: Islendik *ABCD* dörtburçlyk çyzýarys. Onuň iki depesini utgaşdyryp, iki üçburçluga bölýäris. Emele gelen *ABC* we *ADC* üçburçluklaryň içki burçlarynyň jemi 180°-a deň (*1-nji surat*):

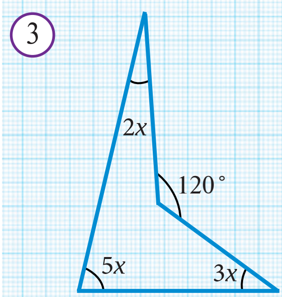
$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°, \quad \angle 4+\angle 5+\angle 6=180°.$

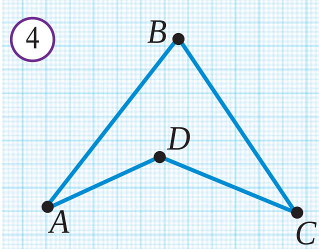
$\angle A=\angle 1+\angle 4$ we $\angle C=\angle 3+\angle 6$ bolany üçin

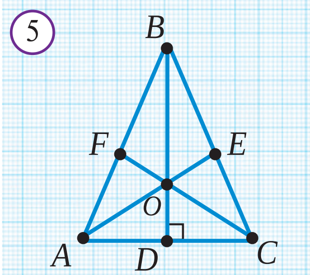
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=(\angle 1+\angle 4)+\angle 2+(\angle 3+\angle 6)+\angle 5=$
$=(\angle 1+\angle 2+\angle 3)+(\angle 4+\angle 5+\angle 6)=180°+180°=360°.$











Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň iki içki burçunyň ölçegleriniň gatnaşygy 5:9 ýaly, üçünji içki burçy şu burçlaryň kiçisinden 10° -a kiçi. Üçburçlugyň içki burçlaryny tapyň.

2. Üçburçlugyň 108°-ly daşky burçuna goňşy bolmadyk içki burçlarynyň gatnaşygy 5:4 ýaly. Şu içki burçlaryny tapyň.

3. Üçburçlugyň iki tarapy üçünji tarapa perpendikulýar bolmagy mümkinmi?

4. Üçburçlugyň kütek daşky burçlary: a) 1 sany; b) 2 sany; c) 3 sany bolmagy mümkinmi?

5. Üçburçlugyň bir depesindäki içki we daşky burçlary deň bolmagy mümkinmi?

6*. 2-nji suratda görkezilen bäşburçlugyň burçlarynyň jemini tapyň.

7. 3-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.

8. Dörtburçluk güberçek bolmasa (*4-nji surat*), subutda nähili pikir ýöretmeli?

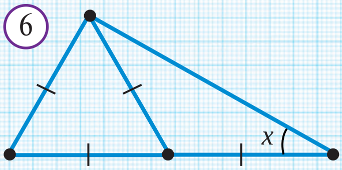
9. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy: a) 120°; b) 70° bolsa, onuň galan burçlaryny tapyň.

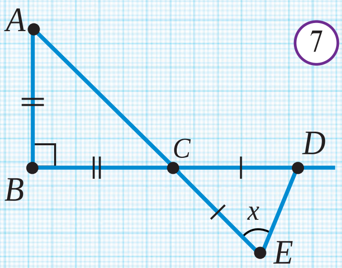
10. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlaryndan biri a) 15°; b) 75° bolsa, galan burçlary nämä deň?

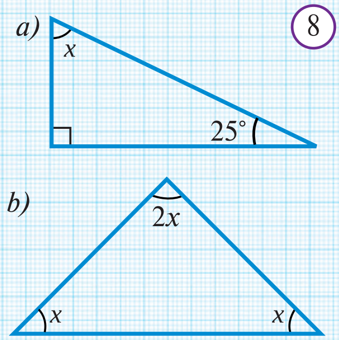
11. Iki üçburçlugyň ähli degişli taraplary özara parallel bolsa, olaryň degişli burçlary deň bolýandygyny subut ediň.

12. Eger 5-nji suratda $AB=BC$, $\angle ABC=50°$, *AE* we *FC* – bissektrisalar bolsa, *AOB* we *EOC* burçlary tapyň.

13. 6-njy suratdaky näbelli *x* burçy tapyň.







14. 7-nji suratdaky näbelli x burçy tapyň.

15. Iki üçburçlugyň ähli degişli taraplary özara perpendikulýar bolsa, olaryň degişli burçlary deň bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.

16. Käbir üçburçlugy diňe bir göni çyzyk boýunça gyrkyp iki ýiti burçly üçburçluk almak mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

17. 8-nji suratda näbelli burçlary tapyň.

18. 9-njy suratda a) x = ?; b) AD we BE – bissektrisalar, $\angle BAC = 64°$, $\angle ABC = 96°$, x = ?

19. 10-njy suratda $a \| b$, x = ?, y = ?

20*. Üçburçluk burçlary α, β, γ üçin

a) $\alpha=\beta+\gamma$;

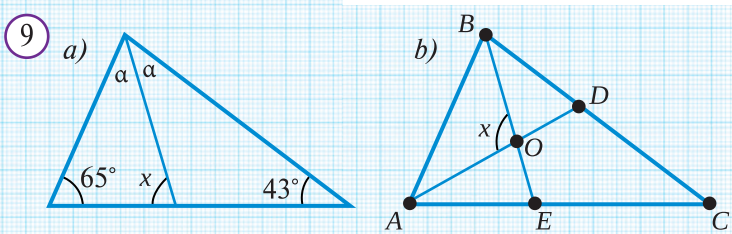
b) $\alpha=(\beta+\gamma)/2$.

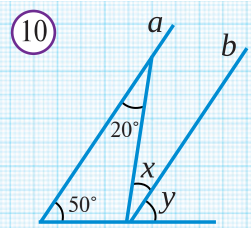
bolsa, α-ny tapyň.

21. Deň taraply üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

22. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

23. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri a) 50°; b) 60°; c) 105° bolsa, onuň burçlaryny tapyň.





Geometriýada takyklyk we gysgalyk

Matematiki jümle anyk bolmagy, kemçiliklersiz we şunuň bilen birlikde mümkingadar gysga bolmalydyr. Matematiki jümlede zerur sözler düşüp galmaly däldir, artykmaç sözler hem bolmadygy makul.

1. Aşakdaky jümlede artykmaç sözleri anyklajak boluň:

Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren iki atanak iki burç bir-birine deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar.

2. Degişli adalgalardan peýdalanyp, aşakdaky jümleleri ykjamlaň:

a) iň kem taraply köpburçluk;

b) töweregiň merkezinden geçýän horda;

c) esasy gapdal tarapyna deň bolan deňýanly üçburçluk.

44 GÖNÜBURÇLY ÜÇBURÇLUGYŇ HÄSIÝETLERI

Bir burçy göni, ýagny 90° bolan üçburçlugy gönüburçly üçburçluk diýip atlandyrypdyk. Şeýle üçburçlukda göni burçuň garşysyndaky tarap ***gipotenuza***, galan iki tarap bolsa ***katetler*** diýlip atlandyrylýar. Gönüburçly üçburçlugyň başga üçburçluklardan tapawutly aýratyn häsiýetlere eýe.

1-nji häsiýet. **Gönüburçly üçburçlugyň galan iki burçy ýiti bolup, olaryň jemi 90°-a deň.**

Hakykatdan hem, üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180°-a deň, göni burçy bolsa 90°-a deň. Şonuň üçin, onuň galan iki burçunyň jemi 180° – 90° = 90°-a deň bolýar.

Munda olaryň ýiti burç bolýandygy gelip çykýar.

Häsiýet subut edildi.

1-nji mesele. Gönüburçly üçburçlugyň 30°-ly burçunyň garşysyndaky kateti gipotenuzasynyň ýarysyna deň.

ABC gönüburçly üçburçlukda $\angle ACB = 90°$ we $\angle ABC = 30°$ bolsun. Onda 1-nji häsiýete görä $\angle BAC = 60°$ bolýar.

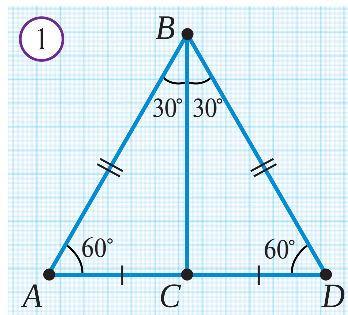
1-nji suratda görkezilişi ýaly edip berlen üçburçluga deň *BCD* üçburçlugy gurýarys. Netijede, hemme burçlary 60°-a deň bolan *ABD* üçburçluga eýe bolarys.

Diýmek, *ABD* üçburçluk deň taraply. Hususan-da, $AB = AD$ bolýar. Ýöne,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Şeýdip, $AB = 2AC$, ýagny $AC = \dfrac{AB}{2}$.

Ters häsiýet hem ýerlikli:



2-nji häsiýet. **Gönüburçly üçburçlugyň katetlerinden biri gipotenuzanyň ýarysyna deň bolsa, ol katetiň garşysyndaky burç 30°-ly bolýar.**

Gönükme. 2-nji häsiýeti subut ediň.

2-nji mesele. *ABC* gönüburçly üçburçlukda *C* — göni burç, $AB = 12$ we $CD = DB$ bolsa, *CD*-ni tapyň (*2-nji surat*).

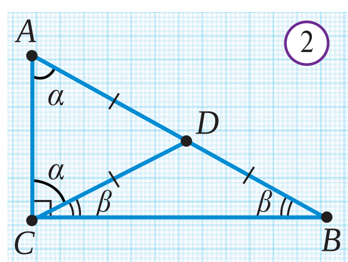
Çözülişi. Berlenine görä *CDB* — deňýanly üçburçluk (*2-nji surat*).

$\angle ACD = \alpha$, $\angle DCB = \beta$ diýsek, $\angle \alpha + \beta = 90°$. Başga burçlar, $\alpha + \beta = 90°$ (1-nji häsiýete görä). $\angle A = \alpha$.

Diýmek, ΔADC — deňýanly üçburçluk. Şonuň üçin

$AD = CD = DB$, ýagny *D* nokat *AB* kesimiň ortasy.

Şonuň üçin $CD = \dfrac{AB}{2} = 6$.



Bu meseläni çözmek dowamynda $AD=DB$ we $AD = CD$ deňlikleri hem aldyk. Bu aslynda islendik gönüburçly üçburçluk üçin hem ýerliklidir, çünki bu deňlikleri getirip çykarmakda AB-niň uzynlygy näçä deňliginden peýdalanmadyk. Bu aşakdaky häsiýetini aňladýar.

***3-nji häsiýet.* Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy gipotenuzanyň ýarysyna deň.**

Bu möhüm häsiýete 8-nji synpda ýene dolanarys.

“Şirin geometriýa”: geometrik şekillerdäki süýji önümler





Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Gönüburçly üçburçlugyň taraplary nähili atlandyrylýar?

2. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň jemi nämä deň?

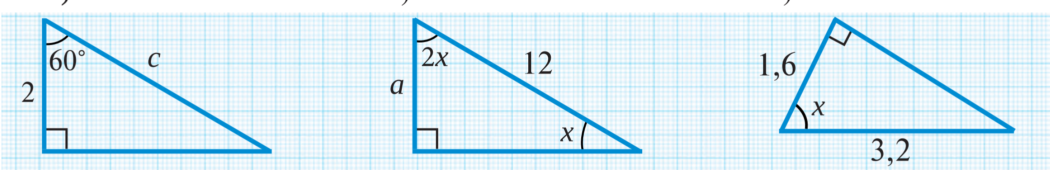
3. Gönüburçly üçburçlugyň burçlaryndan haýsy-da bolsa biri kütek bolmagy mümkinmi?

4. Gönüburçly üçburçlugyň näçe beýikligi bar?

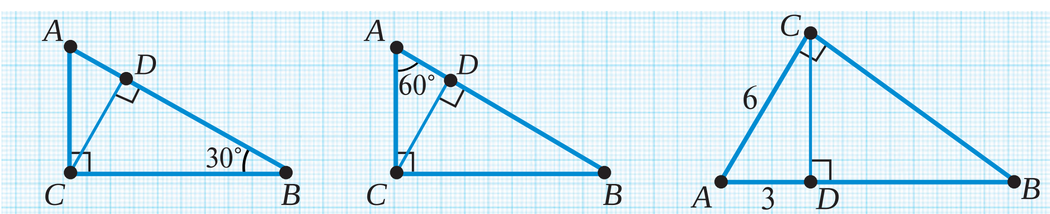
5. 30°-ly burçuň garşysyndaky katet bilen gipotenuzanyň arasynda nähili baglanyşyk bar?

6*. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna geçirilen beýiklik gipotenuzanyň ýarysyna deňligini görkeziň.

7. a) $c=?$ b) $a=?$ c) $x=?$



8. a) $AB=20$, $AD=?$ b) $AB=18$, $BD=?$ c) $BD=?$



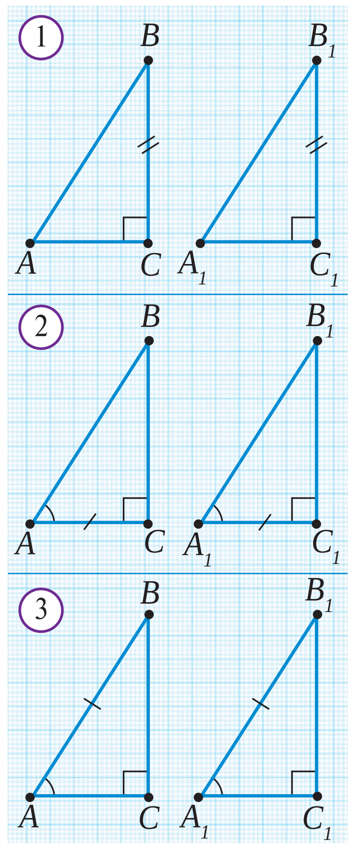
9. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy 8 *sm*. Eger üçburçlugyň bir burçy 60°-a deň bolsa, bu burça sepleşýän taraplary tapyň.

10. Gönüburçly üçburçlugyň bir ýiti burçy ikinjisinden 2 esse uly. Onuň kiçi tarapy 6 *sm* bolsa, uly tarapyny tapyň.

45 GÖNÜBURÇLY ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIK NYŞANLARY

Gönükme. ABC we $A_1B_1C_1$ gönüburçly üçburçluklar berlen bolsun. Bu üçburçluklaryň bir sanydan burçy göni bolany üçin, bu burçlar hemişe özara deň. Şu sebäpli-de, gönüburçly üçburçluklar üçin üçburçluklaryň deňlik nyşanlary epesli ýönekeýleşýär.

Gönüburçly üçburçluklar üçin iki katet boýunça (KK nyşan), katet we ýiti burç boýunça (KB nyşan), gipotenuza we ýiti burç boýunça (GB nyşan) hem-de gipotenuza we katet boýunça (GK nyşan) ýaly deňlik nyşanlary bar.



Teorema (KK nyşan). **Bir gönüburçly üçburçlugyň katetleri ikinji gönüburçly üçburçlugyň katetlerine degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** (*1-nji surat*).

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň TBT-nyşanydan gönüden-göni gelip çykýar.

Teorema (KB nyşan). **Bir gönüburçly üçburçlugyň kateti we oňa sepleşýän ýiti burçy, ikinji gönüburçly üçburçlugyň kateti we oňa sepleşýän ýiti burçuna degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** (*2-nji surat*).

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň BTB-nyşanyndan gönüden-göni gelip çykýar.

Teorema (GB nyşan). **Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir ýiti burçy, ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna we bir ýiti burçuna deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** (*3-nji surat*).

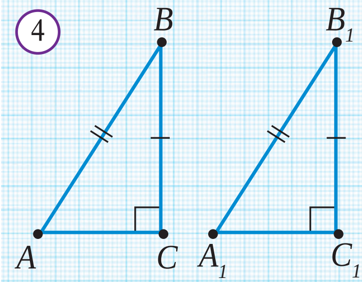
Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň jemi 90°. Diýmek, bu üçburçluklaryň ikinji ýiti burçlary hem özara deň. Şonuň üçin ýene üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyny ulanmak mümkin.

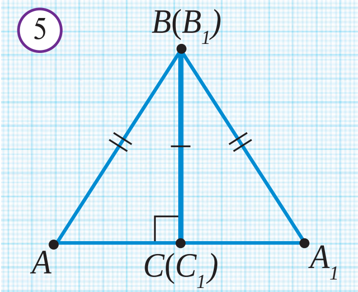
Teorema (GK alomat). **Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir kateti ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna we bir katetine deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** (*4-nji surat*).

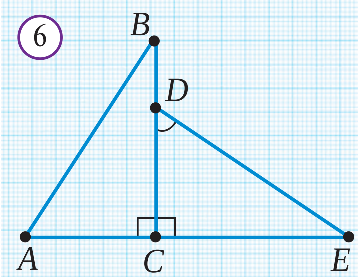
Subut. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar berlen we olarda $\angle C = 90°$, $\angle C_1 = 90°$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bolsun.

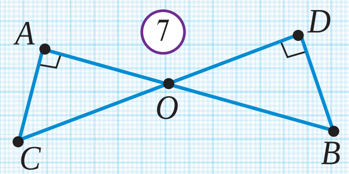
Eger $\angle ABC$ we $\angle A_1B_1C_1$ burçlarynyň deňligini görkezsek, TBT nyşanyna görä ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$ üçburçluklar özara deňligi gelip çykýar.

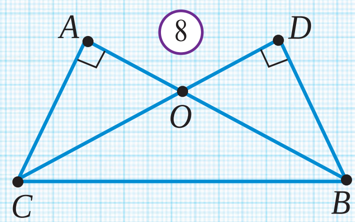
Munuň üçin, $A_1B_1C_1$ üçburçlugy ABC üçburçluk bilen, BC we B_1C_1 katetler üstme-üst düşýän edip ýanma-ýan goýýarys (5-*nji surat*). Onda, $\angle C$ we $\angle C_1$ göni burç bolany üçin CA we C_1A_1 şöhleler ýazgyn burçy düzýär, ýagny AC we C_1A_1 kesimler AA_1 kesim emele getirýär. Netijede, ABA_1 deňýanly üçburçluk bolýar. Ýöne, deňýanly üçburçlukda esasyna geçirilen beýiklik bissektrisa hem bolýar (61-nji sahypadaky teoremanyň netijesine görä). Diýmek, $\angle ABC =$ $= \angle A_1B_1C_1$. ***GK nyşan subut edildi.***











Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Näme sebäpden gönüburçly üçburçluklaryň deňlik nyşanlary ýönekeý üçburçluklaryňka garanda ýönekeýräk hasaplanýar?

2. Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň nyşanlaryny aýdyň we düşündiriň.

3. Gönüburçly üçburçluklaryň bir kateti we bir burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolarmy?

4. Eger 6-njy suratda: a) $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$; b) $BC=DE$, $AB=CE$; c) $AC=CD$, $BC=CE$; d) $AB=DE$ bolsa, ACB we DCE üçburçluklar deň bolarmy?

5. Eger 7-nji suratda: a) $OC=OB$; b) $AC=BD$; c) $AO=OD$; d) $AC=OD$; e) $\angle OCA=\angle OBD$ bolsa, OAC we ODB üçburçluklar deň bolarmy?

6. Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we B_1D_1 lar bissektrisalar we $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

7. Eger 8-nji suratda: a) $AC=BD$; b) $OA=OD$; c) $\angle OCB=\angle OBC$; d) $BC=OD$; e) $\angle ACB=\angle DBC$ bolsa, BAC we CDB üçburçluklar deň bolarmy?

8. ABC üçburçlukda BD beýiklik geçirilen. Eger $AD=DC$ bolsa, ABC üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

9. Ýiti burçly ABC üçburçlukda AA_1 we CC_1 beýiklikler deň. $\angle BAC = \angle BCA$ deňligi subut ediň.

10. Daş-töweregiňizden tema degişli mysallar tapyň.

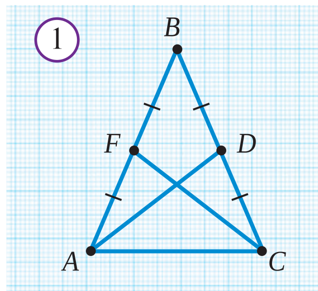
46 MESELELER ÇÖZMEK

Mesele. Deňýanly ABC üçburçlugyň gapdal taraplaryna AD we CF medianalar tushirilgan. $\Delta ADC=\Delta CFA$ we $\Delta ADB=\Delta CFB$ bolýandygyny subut ediň (*1-nji surat*).

ΔABC, $AB = BC$, AD we CF — medianalar ⇨ $\Delta ADC = \Delta CFA$; $\Delta ADB = \Delta CFB$

Subut. $AB = BC$ bolany üçin, bu taraplardan AD we CF medianalar bölünen kesimler özara deň bolýar:

$$AF = FB = BD = CD. \qquad (1)$$



a) ADC we CFA üçburçluklarda:

1. $\angle ACD = \angle FAC$, çünki ΔABC – deňýanly;
2. AC tarap umumy;
3. $AF = CD$ – (1) deňlige görä.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä $\Delta ADC = \Delta CFA$.

b) $\Delta ADB = \Delta CFB$ bolýandygyny özbaşdak subut ediň.

1. Deň taraply ABC üçburçlugyň medianalary O nokatda kesişýär. $\angle AOB$ burçy tapyň.

2. Eger üçburçlugyň burçlary şu sanlara proporsional bolsa, olary tapyň: a) 1, 2, 3; b) 2, 3, 4; c) 3, 4, 5; d) 4, 5, 6; e) 5, 6, 7.

3. Üçburçlukda: a) iki kütek burç; b) kütek we göni burç; c) iki göni burç bolmagy mümkinmi?

4. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçy kütek bolup bilermi?

5. Deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri 100°-a deň. Galan burçlary tapyň.

6. Deň taraply üçburçlugyň burçlary nämä deň?

7. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri 60°-a deň bolsa, onda bu üçburçluk deň taraply üçburçluk bolarmy?

8. Esasy AC bolan ABC deňýanly üçburçlukda CD bissektrisa geçirilen. ADC burç: a) 60°; b) 75°-a deň bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

9. ABC üçburçlugyň A we B depelerinden bissektrisalar geçirilen. Bissektrisalaryň kesişme nokady D bilen belgilenen. Eger $\angle A=50°$, $\angle B=50°$; bolsa, ADB burçy tapyň.

10. Tersini çak etmek bilen aşakdakylary subut ediň:

a) eger iki kesişýän göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilen bolsa, onda emele gelen içki bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň däl; b) eger göni çyzyk kesişýän iki göni çyzykdan birine perpendikulýar bolsa, onda ol ikinji göni çyzyga perpendikulýar däl; c) eger üçburçlugyň iki burçy deň bolmasa, ol deňýanly üçburçluk däl.

11. Bir üçburçluk 60° we 38°-ly burçlara, ikinji üçburçluk 38° we 82°-ly burçlara eýe. Bu üçburçluklar deň bolmagy mümkinmi?

12. Bir üçburçluk 32° we 50°-ly burçlara, ikinji üçburçluk bolsa 38° we 50°-ly burçlara eýe. Bu üçburçluklar deň bolmagy mümkinmi?

13. *ABC* deň taraply üçburçlugyň depeleri arkaly garşysyndaky taraplara parallel edip göni çyzyklar geçirilen. Geçirilen göni çyzyklaryň kesişmesini we olaryň kesişme nokatlarynyň deň taraply üçburçlugyň depeleridigini subut ediň.

14. *ABC* üçburçluk berlen. *AC* tarapa degişli bolup, $\angle ABX=\angle CXB$ şerti kanagatlandyrýan *X* nokadyň ýokdugyny subut ediň.

15. Parallel göni çyzyklary üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen iki içki bir taraply burçlaryň bissektrisalary nähili burç astynda kesişýär?

16. Deňýanly üçburçlugyň daşky burçlaryndan biri 70°-a deň. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

17. Gönüburçly üçburçlukda 30°-ly burçuň garşysynda ýatýan katet gipotenuzanyň ýarysyna deňligini subut ediň.

18. Gönüburçly deňýanly üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

19. Deň taraply *ABC* üçburçlugyň *AD* medianasy geçirilen. *ABD* üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

20. *ABC* üçburçlugyň *BD* medianasy *AC* tarapyň ýarysyna deň. Üçburçlugyň *B* burçuny tapyň.

21. *a* göni çyzyk *BC* kesimiň ortasyndan geçýär. *B, C* nokatlar *a* göni çyzykdan birmeňzeş uzaklykda ýatýandygyny subut ediň.

22. *BC* kesim *a* göni çyzygy *O* nokatda kesip geçýär. *B* we *C* nokatlardan *a* göni çyzyga çenli aralyklar bir-birine deň. *O* nokat *BC* kesimiň ortasydygyny subut ediň.

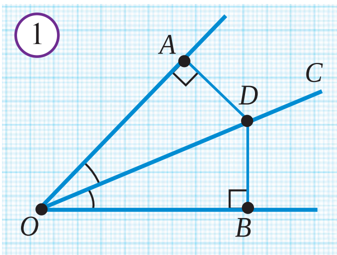
23. Göni çyzygyň islendik iki nokadyndan oňa parallel bolan göni çyzyga çenli aralyklaryň deňdigini subut ediň.

24. Deň taraply üçburçlugyň depelerinden şu depeleriň garşysyndaky taraplar ýatýan göni çyzyklara çenli bolan aralyklaryň deňdigini subut ediň.

47 BURÇUŇ BISSEKTRISASYNYŇ HÄSIÝETI

Kesgitlemä görä, nokatdan göni çyzyga geçirilen perpendikulýaryň uzynlygy nokatdan göni çyzyga çenli aralyk diýlip atlandyrylypdy.

Burçuň bissektrisasynyň islendik nokadyndan burçuň taraplaryna çenli bolan aralyklar özara deň.

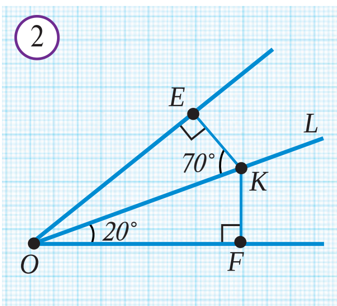


Subut. O burç we onuň OC bissektrisasy berlen bolsun (*1-nji surat*). OC bissektrisada islendik D nokat alarys we berlen burçuň taraplaryna DA we DB perpendikulýarlar düşürýäris.

OAD we OBD gönüburçly üçburçluklarda:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ – şerte görä;
2. OD – umumy gipotenuza.

Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň GB – nyşanyna görä, $\Delta OAD = \Delta OBD$. Hususan-da, $DA = DB$. ***Teorema subut edildi.***



Mesele. $\angle EOF$ burçuň OL bissektrisasynda K nokat alnan (*2-nji surat*). Eger $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ we $\angle KOF = 20°$ bolsa,

a) $\angle EOK$ we $\angle OKF$ burçlary;

b) $\angle EOF$ we $\angle EKF$ burçlary tapyň.

Çözülişi: a) Ýokarda garalyşy ýaly, $\Delta EOK = = \Delta FOK$. Şonuň üçin $\angle EOK = \angle FOK = 20°$ we $\angle OKF = \angle OKE = = 90° - 20° = 70°$.

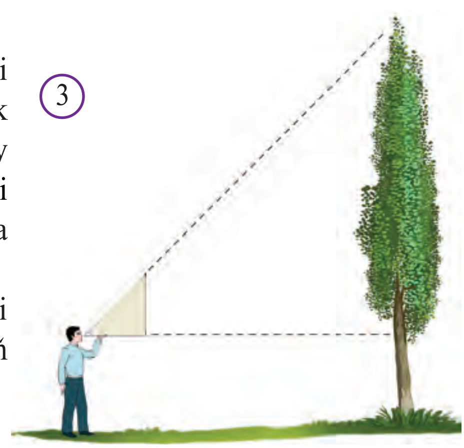
b) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40°$, $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70° + 70° = 140°$.

Jogaby: a) 20° we 70°; b) 40° we 140°.

Amaly ýumuş

Deregiň boýuny ölçemek. Gazet listini epläp, bir burçy 45° bolan gönüburçly üçburçluk gurýarys. Soň şeýle nokatda durýarys, ýagny 1) üçburçlugyň bir kateti wertikal, bir kateti gorizontal bolsun; 2) deregiň ujy gipotenuza boýunça geçen şöhlede ýatsyn (*3-nji surat*).

Eger duran nokadymyzdan derege çenli aralygy ölçäp, oňa boýumyzy goşsak, deregiň boýy çykýar.



Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Burçuň bissektrisasynyň islendik nokady onuň taraplaryndan deň uzaklykda ýerleşýändigini subut ediň.

2. Burçuň *AOB* bissektrisasynda alnan nokatdan *OA* şöhlä çenli bolan aralyk 7 *sm* bolsa, şu nokatdan *OB* şöhlä çenli bolan aralygy tapyň.

3. *O* burç we onuň bissektrisasynda *C* nokat berlen. Eger $\angle O=60°$ we OC = = 14 *sm* bolsa, *C* nokatdan burçuň taraplaryna çenli bolan aralygy tapyň.

4. *AOB* burçuň içinde *N* nokat alnan. Eger $AN=BN$, $OA\perp AN$ we $OB\perp BN$ bolsa, *N* nokat *AOB* burçuň bissektrisasynda ýatýandygyny subut ediň.

5*. Kagyzyň burçunyň depesi ýerleşýän bölegi ýyrtylyp giden (*4-nji surat*). Eger bu burçuň bissektrisasynda ýatýan bir nokat mälim bolsa bissektrisanyň özüni dikeldip bilersiňizmi? *A* we *B* nokatlar burçuň taraplaryndan deň uzaklaşandygy mälim. Burçuň bissektrisasyny nähili gurmak mümkin?

6*. Üçburçlugyň iki bissektrisasy kesişen nokat üçburçlugyň üç tarapyndan deň uzaklykda bolýandygynyni subut ediň.

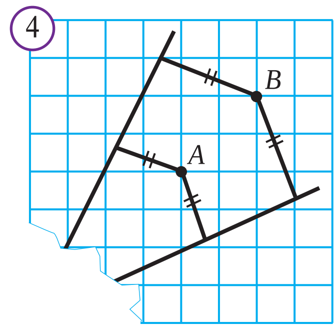
7*. Deňýanly *ABC* we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň *AC* we A_1C_1 esaslary we esaslara geçirilen *BD* we B_1D_1 beýiklikleri deň. $ABC = A_1B_1C_1$ deňligi subut ediň.

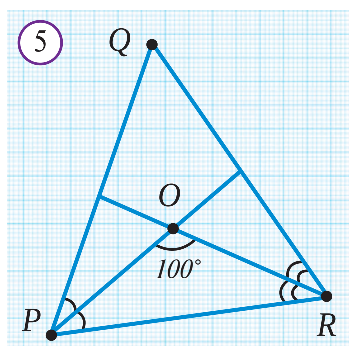
8*. *ABC* üçburçlugyň *A* we *B* burçlarynyň bissektrisalary *O* nokatda kesişdi. $\angle AOB = 90° + \frac{\angle C}{2}$ deňligi subut ediň.

9*. *PQR* üçburçlugyň *P* we *R* burçlarynyň bissektrisalary *O* nokatda kesişdi (*5-nji surat*). Eger $\angle POR=100°$ bolsa, $\angle PQR$ -i tapyň.

10*. Üçburçlugyň üç bissektrisasy bir nokatda kesişýändigini subut ediň.

11*. *MNK* üçburçlugyň bissektrisalary *O* nokatda kesişýär. Eger $\angle M = 70°$, $\angle N = 68°$ bolsa, $\angle MON$ -i tapyň.





Taryhy sahypa

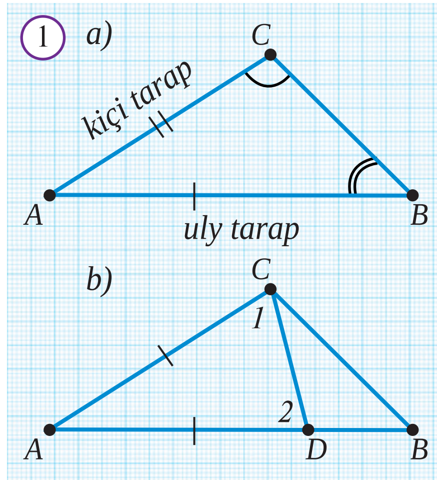
Ewklidiň 5-nji postulaty

Ewklidiň 5-nji postulatyny başga aksiomalardan peýdalanyp subut etmäge, şol sanda tersini çak etmek usulyny ulanyp subut etmäge bagyşlanan köp synanyşyklar bolupdyr. Şeýle alymlardan biri Sakkeri (1733) öz işini örän täsin atlandyrypdyr: «Dogabitdi tegmillerden arassalanan Ewklid ýa-da uniwersal geometriýanyň ilkinji prinsiplerini ornaşdyran tejribe». Gynansak-da, Sakkeriniň hem, başga alymlaryň hem synanyşyklary başa barmandyr. XIX asyrda Ewklidiň 5-nji postulatyny subut etmek mümkin däldigi subut edilipdir!

48 ÜÇBURÇLUGYŇ TARAPLARYNYŇ WE BURÇLARYNYŇ ARASYNDAKY GATNAŞYKLAR

Teorema. **Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda uly burçy ýatýar (*1-nji a surat*).**

$\triangle ABC$, $AB>AC$ ⇒ $\angle C > \angle B$



Subut. AB şöhlede AC tarapa deň AD kesim goýýarys. $AD=AC$ bolany üçin $AD<AB$. Mundan D nokat AB kesimiň içinde ýatýandygy, ýagny CD kesim ΔABC üçburçlugy ikä bölmegi gelip çykýar. Indi şeýle pikir ýöred¤äris:

$\angle ACB > \angle ACD$ — CD kesim ΔACB içinden geçeni üçin;

$\angle ADC = \angle ACD$ — deňýanly ΔABC esasyndaky burçlar;

$\angle ADC > \angle ABC$ — $\angle ADC$ burç ΔCDB-niň daşky burçy bolany üçin.

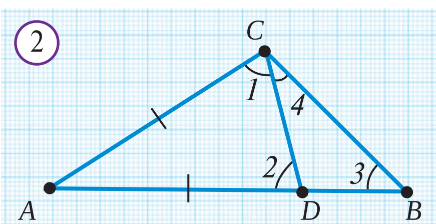
Şeýdip, $\angle ACB > \angle ABC$. ***Teorema subut edildi.***

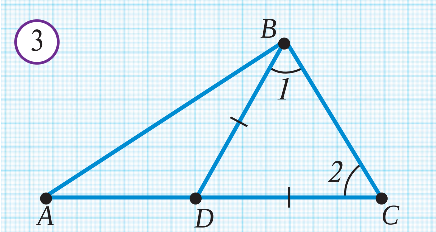
Şonuň ýaly-da, bu teorema ters teorema hem ýerlikli.

Ters teorema. **Üçburçlugyň uly burçunyň garşysynda uly tarap ýatýar.**

Bu teoremanyň subudyny özbaşdak ýerine ýetiriň. Ony ýokardaky, ýagny göni teoremadan getirip çykarmak hem mümkin.

Netije. ***Deňýanly üçburçlukda deň taraplaryň garşysynda deň burçlar ýatýar.*** Bu tassyklama öň hem subut edilipdi.





1-nji mesele. 2-nji suratda berlen maglumat-lardan peýdalanyp, $\angle 1>\angle 3$ bolýandygyny subut ediň.

Çözülişi: $\angle 2>\angle 3$ bolýandygy anyk, çünki $\angle 2$ — BDC üçburçlugyň daşky burçy bolup, daşky burçuň häsiýetine görä, $\angle 2=\angle 3+\angle 4$ we $\angle 4>0$. ACD — deňýanly üçburçluk bolany üçin $\angle 1=\angle 2$. Diýmek, $\angle 1>\angle 3$ bolýar.

2-nji mesele. 3-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, $AB<AC$ bolýandygyny görkeziň.

Çözülişi: BDC — deňýanly üçburçluk (çünki $BD=DC$), diýmek, $\angle 1=\angle 2$ bolýar. $\angle 1<\angle ABC$ bolany üçin $\angle 2<\angle ABC$. Uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýandygy üçin $AB<AC$ bolýar.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda uly burç we, tersine, uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýandygyny subut ediň.
2. ABC üçburçlukda $AB=12$ sm, $BC=10$ sm, $CA=7$ sm bolsa, üçburçlugyň iň uly we iň kiçi burçlaryny tapyň.
3. ABC üçburçlukda a) $AB<BC<AC$; b) $AB=AC<BC$ bolsa, üçburçlugyň burçlaryny deňeşdiriň. A burç kütek bolmagy mümkinmi?
4. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki burçy 62° bolsa, onuň haýsy tarapy uly bolýar? 58° bolsa haýsy?
5. Üçburçlugyň kütek burçunyň garşysynda kiçi tarap ýatmagy mümkinmi?
6. ABC üçburçlukda a) $\angle A>\angle B>\angle C$; b) $\angle A=\angle B<\angle C$ bolsa, üçburçlugyň taraplaryny deňeşdiriň.
7. Üçburçlugyň uly burçy 60°-dan kiçi bolmagy mümkinmi? Üçburçlugyň kiçi burçy 60°-dan uly bolmagy mümkinmi?
8. Deň taraply üçburçlugyň iki bissektrisasy kesişende emele gelýän burçlary tapyň.

9.* ABC üçburçlukda $AB>BC$ we $\angle A=60°$ bolsa, B burç nähili bahalary kabul etmegi mümkin?

10.* Üçburçlugyň α, β we γ burçlary üçin $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?

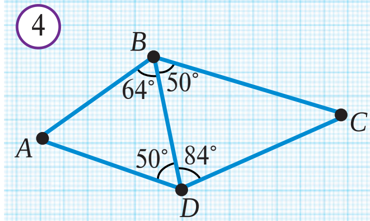
11.* 4-nji suratdan iň uly we iň kiçi kesimleri görkeziň. Jogabyňyzy düşündiriň.

12. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy uzynmy ýa-da kateti?

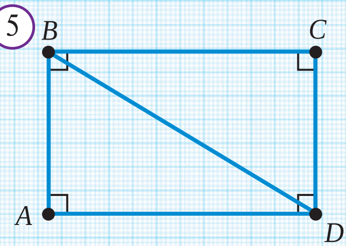
13. ABC we PQR üçburçluklar deň.
$\angle A=\angle B<\angle A$ we $PQ<QR$ bolsa,
a) ABC üçburçlugyň taraplaryny;
b) PQR üçburçlugyň taraplaryny we burçlaryny deňeşdiriň.

14.* Gönüburçlugyň garşylykly taraplarynyň deň bolýandygyny subut ediň (*5-nji surat*).

4



5



Amaly ýumuş

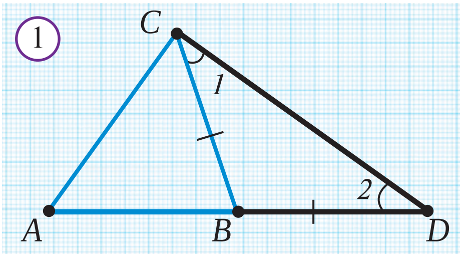
Biz öňki baplarda gönüburçly çyzgyç diýlip atlandyrylýan esbapdan göni burçlary çyzmak üçin peýdalanyp geldik. Gönüburçly çyzgyç näme özi?

Burçlary 30°, 60°, 90° bolan üçburçluk gönüburçly çyzgyç diýlip atlandyrylýar. Edil şeýle görnüşdäki esbap hem gönüburçly çyzgyç diýlip, neçjarçylykda uly kömek edýär. Gönüburçly çyzgyç bilen gapy, ramlaryň burçunyň dogrudygyny barlamak amatly. Özüňiz gönüburçly çyzgyç guruň. Onuň kömeginde kwadratyň, deň taraply üçburçlugyň nähili gurulýandygyny görkeziň.

49 ÜÇBURÇLUGYŇ DEŇSIZLIGI

Üçburçlugyň islendik tarapy galan iki tarapynyň jeminden kiçi.

ΔABC — *üçburçluk* (*1-nji surat*) ⇨ $AC < AB + BC$



Subut. AB kesimiň dowamynda BC tarapa deň BD kesimi goýýarys we C we D nokatlary utgaşdyrýarys (*1-nji surat*). Netijede BCD deňýanly üçburçluk emele gelýär. Onda, $\angle 1 = \angle 2$, çünki $BC = BD$. BC kesim $\angle ACD$ içinde ýatýandygy üçin $\angle ACD > \angle 1$.

Munda, $\angle ACD > \angle 2$, çünki $\angle 1 = \angle 2$.

Bu burçlar ACD üçburçluga degişli. Indi uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýandygyny hasaba alsak, $AC < AD$ deňsizlige eýe bolarys.

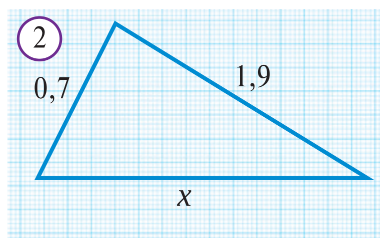
$AD = AB + BD$ bolany üçin $AC < AB + BD$. Ahyrynda, $BD = BC$ bolýandygyny hasaba alsak, $AC < AB + BC$ -ni alarys. ***Teorema subut edildi.***

1-nji netije. Bir göni çyzykda ýatmadyk islendik üç A, B we C nokat üçin $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ we $BC < AB + AC$ deňsizlikler ýerlikli.

Bu deňsizlikleriň her biri ***üçburçlugyň deňsizligi*** diýlip atlandyrylýar.

Gönükme. ***Tekizlikdäki islendik A, B, C nokatlar üçin $AC \le AB + BC$ bolýandygyny subut ediň. Haçan $AC = AB + AC$ bolýar?***

1-nji mesele. Üçburçlugyň iki tarapy 0,7 we 1,9. Eger üçünji tarapynyň bitin sandygy mälim bolsa, ony tapyň (*2-nji surat*).



Çözülişi: Üçünji näbelli tarap:

1,9 + 0,7 = 2,6 -dan kiçi,

1,9 – 0,7 = 1,2 -dan uly.

Bitin san bolany üçin jogaby: 2.

2-netije. Üçburçlugyň islendik bir tarapy galan iki tarapynyň uzynlyklarynyň tapawudyndan uly.

Hakykatdan hem, $AB < AC + BC$, görnüşindäki üçburçlugyň deňsizliklerinden birini alyp aşakdaky çalşyrmany ýerine ýetirýäris: $AB - AC < BC$ ýa-da $BC > AB - AC$.

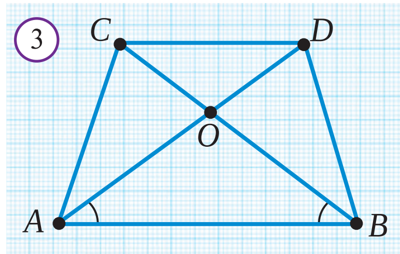
2-nji mesele. $ABCD$ dörtburçlukda AC we BD kesimler özara kesişýär (*3-nji surat*). Dörtburçlugyň perimetri P bolsun. Onda $\frac{1}{2}P < AC + BD < P$ goşa deňsizligiň ýerlikli bolýandygyny subut ediň.

AC we BD kesimler O nokatda kesişsin.

Çözülişi: Ilki çepdäki deňsizligi subut edýäris. AOB, BOC, COD we AOD üçburçluklara üçburçlugyň deňsizligini ulanyp,

$$AB < OA + OB, \quad BC < OB + OC, \quad CD < OC + OD, \quad DA < OD + OA$$

deňsizlikleri alýarys. Bu deňsizlikleriň degişli böleklerini agzama-agza goşsak, $AB + BC + CD + DA < 2OA + 2OB + 2OC + 2OD$ deňsizlige eýe bolarys. Ony agzama-agza 2-ä bölsek we $OA + OC = AC$, $OB + OD = BD$ bolýandygyny hasaba alsak,



$$\frac{1}{2}P < AC + BD \text{ gelip çykýar.}$$

Indi talap edilen 2-nji deňsizligi subut edýäris. *ABD* we *BDC* üçburçluklara üçburçlugyň deňsizligini ulanyp,

$$BD < AB + DA, \quad BD < BC + CD$$

deňsizliklere eýe bolarys, olaryň degişli böleklerini agzama-agza goşýarys

$$2BD < P \quad \text{ýa-da} \quad BD < \frac{1}{2}P.$$

Şular ýaly $AC < \frac{1}{2}P$ görkezilýär. Ahyrky iki deňsizlikden

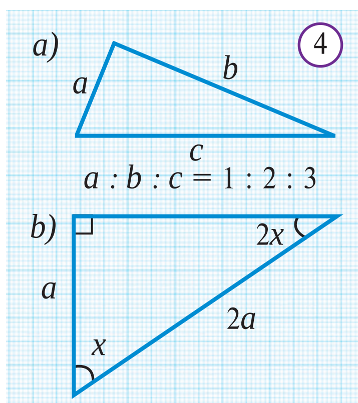
$$AC + BD < \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P = P$$

– bu subut edilmegi talap edilen ikinji deňsizlikdir.

Mesele. 4-nji suratda görkezilen ýagdaýlaryň bolmagy mümkinmi?

Kontrmysal. *Haýsy-da bolsa bir tassyklamany ret emek üçin ýeterli mysala* ***kontrmysal*** *diýilýär.* Meselem, burçlary 120°, 30°, 30° bolan üçburçluk ýokardaky ýagdaý üçin kontrmysal bolýar.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar



1. Üçburçluk deňsizliginiň mazmuny nämeden ybarat?
2. Üçburçlugyň deňsizligi nähili meseleleri çözende ulanylýar?
3. Uzynlyklary 1 *m*, 2 *m* we 3 *m* bolan kesimlerden üçburçluk gurmak mümkinmi?
4. Taraplary: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bolan üçburçluk barmy?
5. Deňýanly üçburçlugyň taraplary: a) 7 we 3; b) 10 we 5; c) 8 we 5 bolsa, üçünji tarapyny tapyň.
6. Meseläniň berlişi dogrumy (*4-nji surat*)?
7. Üçburçlugyň islendik tarapy onuň galan iki tarapynyň tapawudyndan uly bolýandygyny subut ediň.
8. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 25 *sm*, bir tarapy ikinji tarapyndan 4 *sm* artyk we daşky burçlaryndan biri ýiti bolsa, üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

9.* Uzynlyklary 2; 3; 4; 5 we 6-a deň kesimlerden näçe hili üçburçluk gurmak bolar?

10. Tekizlikdäki üç *A*, *B*, *C* nokatlar üçin $AB+BC \geq AC$ deňsizlik ýerine ýetirilse, *AB*, *BC* we *AC* kesimler nähili geometrik şekili aňladýar?

11.* Üçburçlugyň medianasy üçburçlugyň perimetriniň ýarysyndan kiçi bolýandygyny subut ediň.

50 BAP BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Jümlede boş galdyrylan ýerleri mantyk taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Üçburçlugyň içki burçuna .... üçburçlugyň daşky burçy diýlip atlandyrylýar.
2. Üçburçluk .... 180°-a deň.
3. Iki burçunyň jemi 90°-a deň bolan üçburçluk .... bolýar.
4. Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk .... ga deň.
5. Eger üçburçlugyň bir burçy kütek bolsa, galan iki ....
6. Gönüburçly üçburçlugyň burçlary .... bolup bilmeýär.
7. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplar jeminden ....
8. Iki gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we .... deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
9. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, ol .... bolýar.
10. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna geçirilen .... şu gipotenuzanyň ýarysyna deň.
11. Gönüburçly üçburçlugyň kateti .... bolsa, ol 30°-ly burçuň garşysynda ýatýar.
12. Burçuň taraplaryndan deň aralykda uzaklaşan nokat şu burçuň .... ýatýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň.

1. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzasy we bir sanydan burçy deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
2. Üçburçlugyň içki we daşky burçlary jemi 180°-a deň.
3. Üçburçlugyň daşky burçy, iki içki burçlarynyň jemine deň.
4. Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda kiçi burç, uly burçunyň garşysynda kiçi tarap ýatýar.
5. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplarynyň tapawudyndan kiçi.
6. Gönüburçly üçburçlugyň diňe bir beýikligi bar.
7. Gönüburçly üçburçlugyň kateti gipotenuzanyň ýarysyna deň.
8. Gönüburçly üçburçlugyň beýikligi gipotenuzanyň ýarysyna deň.
9. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzalary deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
10. Üçburçlugyň içki burçy onuň galan iki içki burçunyň jeminden hemişe kiçi bolýar.

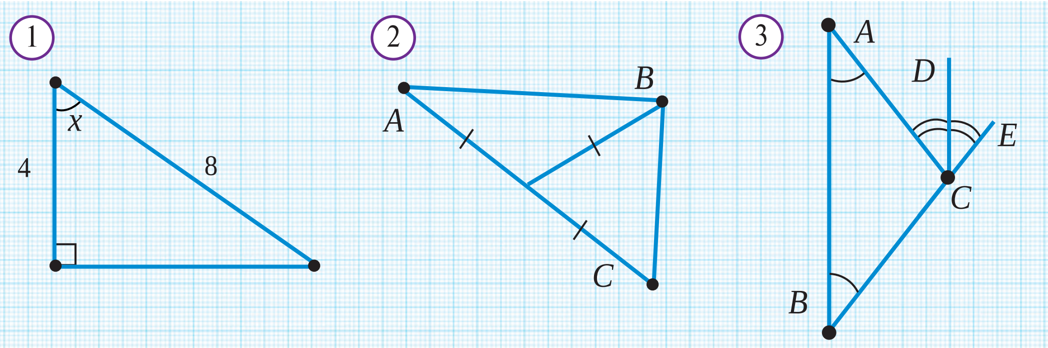
11. Üçburçlugyň daşky burçlary hemişe kütek bolýar.

3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk gelýän geometrik düşünjeleri depderiňize ýazyň.

1.	Içki burçlaryň jemi 180°-a deň	
2.	Ýiti burçlaryň jemi 90°-a deň	
3.	Taraplary kesimlerden ybarat	
4.	Üçburçlugyň taraplarynyň arasyndaky gatnaşyk	
5.	Gipotenuzanyň ýarysyna deň	
6.	Üç beýikligi-de bir depede kesişýär	
7.	Katetden hemişe uly	
8.	Nokatlary burçuň taraplaryndan deň uzaklaşan	

4. Meseleler

1. Bogunlarynyň uzynlygy 1 *m*, 2 *m*, 4 *m*, 8 *m* we 16 *m* bolan ýapyk döwük çyzyk gurmak mümkinmi?
2. Eger üçburçlugyň taraplary bitin sanlar bolup, perimetri 15-e deň bolsa, onuň taraplaryny anyklaň.
3. Üçburçlugyň beýikligi onuň taraplaryndan hemişe kiçi bolarmy?
4. Uly tarapy 36-a deň bolan üçburçlugyň burçlary 1:2:3 ýaly gatnaşykda bolsa, şu üçburçlugyň kiçi tarapyny tapyň.
5. Üçburçlugyň esasyna geçirilen beýiklik onuň gapdal taraplary bilen 27° we 36°-ly burçlary emele getirýär. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
6. Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we B_1D_1 bissektrisalar we $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
7. 1-nji suratdaky x -i tapyň.
8. 2-nji suratdaky $\angle ABC$-ni tapyň.



9. 3-nji suratda $AB \parallel CD$ bolýandygyny subut ediň.

10. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy 100°-a deň. Üçburçlugyň galan burçlaryny tapyň.

11. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri 60°-a deň bolsa, bu üçburçluk deň taraply bolarmy?

12. Esasy AC we B burçy 36°-a deň bolan deňýanly ABC üçburçlugyň AD bissektrisasy geçirilen. CDA we ADB üçburçluklaryň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

13. Bir üçburçluk 50° we 48°-ly burçlara, ikinji üçburçluk bolsa 56° we 63°-ly burçlara eýe. Bu üçburçluklaryň deň bolmagy mümkinmi?

14. Üçburçlugyň perimetri taraplaryndan 14 *sm*, 16 *sm* we 24 *sm* uly bolsa, üçburçlugyň iň uly tarapyny tapyň.

15. Gönüburçly ABC üçburçlugyň göni burçunyň depesinden CD beýiklik geçirilen. Eger 1) $\angle A = 24^\circ$; 2) $\angle A = 70^\circ$ bolsa, CDB burçy tapyň.

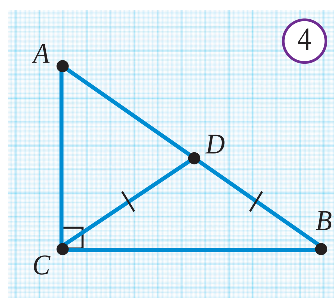
16. Deňýanly üçburçlugyň bir daşky burçy 70°-a deň. Onuň içki burçlaryny tapyň.

17. ABC üçburçlugyň A we C depelerinden geçirilen beýiklikler N nokatda kesişýär. Eger $\angle A = 50^\circ$ we $\angle C = 84^\circ$ bolsa, ANC burçy tapyň.

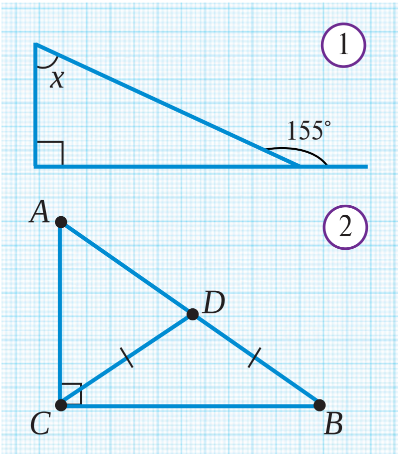
18. ABC üçburçlukda BD mediana AC tarapyň ýarysyna deň. Üçburçlugyň B burçuny tapyň.

19. 4-nji suratda $BD = CD = 10$ bolsa, AB-ni tapyň.

20. «Üçburçlugyň bir burçy galan iki burçundan kiçi» – bu tassyklama dogrumy? «Üçburçlugyň bir burçy galan iki burçunyň tapawudyndan kiçi» – bu tassyklama nähili?



51 5-NJI BARLAG IŞI



Barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölekde aşakda getirilen meselelerden (ýa-da şolara meňzeş meselelerden) üçüsi berilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen testlerden bäşisi berilýär.

Meseleler.

1. Näbelli burçy tapyň (*1-nji surat*).
2. Üçburçlugyň daşky burçy 120° bolup, oňa goňşy bolmadyk içki burçlary 1:2 gatnaşykda bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
3. Eger 2-nji suratda $\angle ACB=90°$, $CD=BD$ we $AB=$ 24 *sm* bolsa, CD kesimi tapyň.
4. ABC üçburçlugyň BD bissektrisasy AC tarapy 100° burç astynda kesýär. Eger $BD=BC$ bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

Testler.

1. Eger üçburçluk burçlary 2:3:4 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň burçlaryny tapyň.
   A) 20°, 30°, 40°; B) 40°, 60°, 80°; C) 36°, 54°, 90°; D) 18°, 27°, 36°.
2. Eger üçburçlugyň burçlary 3:2:1 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
   A) Ýiti burçly. B) Kütek burçly.
   C) Gönüburçly. D) Anyklap bolmaýar.
3. Eger üçburçlugyň bir daşky burçy ýiti bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
   A) Ýiti burçly. B) Kütek burçly.
   C) Gönüburçly. D) Anyklap bolmaýar.
4. Eger üçburçlugyň bir burçy onuň galan iki burçlarynyň jeminden uly bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
   A) Ýiti burçly. B) Kütek burçly.
   C) Gönüburçly. D) Anyklap bolmaýar.
5. Haýsy üçburçlugyň beýiklikleri onuň bir depesinde kesişýär?
   A) Deňýanly üçburçluk.
   B) Deň taraply üçburçluk.
   D) Gönüburçly üçburçluk.
   E) Beýle üçburçluk ýok.
6. ABC üçburçlukda A depedäki daşky burç 120°-a, C depesindäki içki burç bolsa 80°-a deň. B depesindäki daşky burçy tapyň.
   A) 120°; B) 140°; D) 160°; E) 40°.

7. Üçburçlugyň daşky burçlaryndan biri 120°-a, şu burça goňşy bolmadyk içki burçlarynyň tapawudy 30°-a deň. Üçburçlugyň içki burçlaryndan ulusyny tapyň.

A) 70°; B) 75°; D) 85°; E) 90°.

8. Üçburçlugyň iki burçunyň bahalarynyň gatnaşygy 1:2 ýaly. Üçünji burçy şu burçlaryň kiçisinden 40°-a uly. Üçburçlugyň uly burçuny tapyň.

A) 105°; B) 75°; D) 80°; E) 90°.

9. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48-e deň. Onuň taraplaryndan biri 12-ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.

A) 18; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.

10. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektrisa we beýiklik çykarylan bolup, olaryň arasyndaky burç 24°-a deň. Üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.

A) 21°; B) 24°; D) 36°; E) 16°.

11. 3-nji suratdaky $\angle A$-ny tapyň.

A) 10°; B) 20°; D) 60°; E) 100°.

12. Uzynlyklary 3, 5, 7 we 11-e deň kesimlerden näçe dürli taraply üçburçluk gurmak mümkin?

A) 2 B) 3 D) 5 E) 6.

13. 4-nji suratdaky $x + y$ -i tapyň.

A) 90°; B) 180°; D) 270°;
E) anyklap bolmaýar.

14. 5-nji suratdaky $\angle BCA$-ny tapyň.

A) 90°; B) 96°; D) 144°; E) 84°.

15. 6-njy suratdaky $a \| b$ bolsa, x-i tapyň.

A) 35°; B) 45°; D) 25°; E) 20°.

16. 7-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 60°; B) 55°; D) 65°; E) 70°.

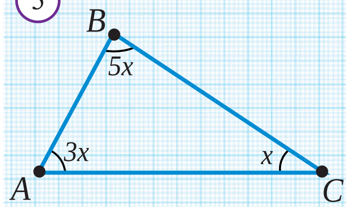
17. 8-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 30°; B) 45°; D) 15°; E) 75°;

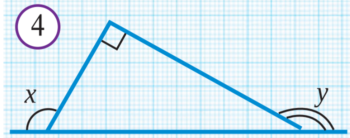
18. Uzynlygy 2 *sm*, 3 *sm*, 4 *sm* we 5 *sm* bolan kesimlerden näçe üçburçluk gurmak mümkin?

A) 1 sany; B) 2 sany; D) 3 sany; E) 4 sany.

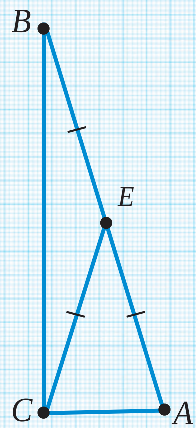
3



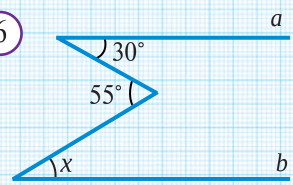
4



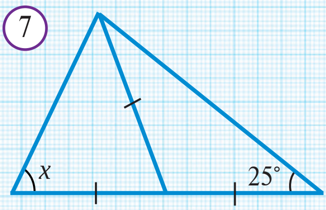
5



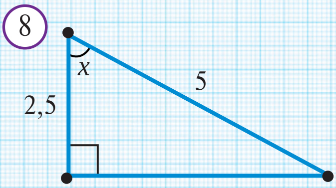
6



7



8



Amaly kompetensiýalary ösdüriji goşmaça materiallar

97-nji sahypadaky V babyň tituly boýunça

1. 3-nji surat boýunça soraglara jogap beriň.

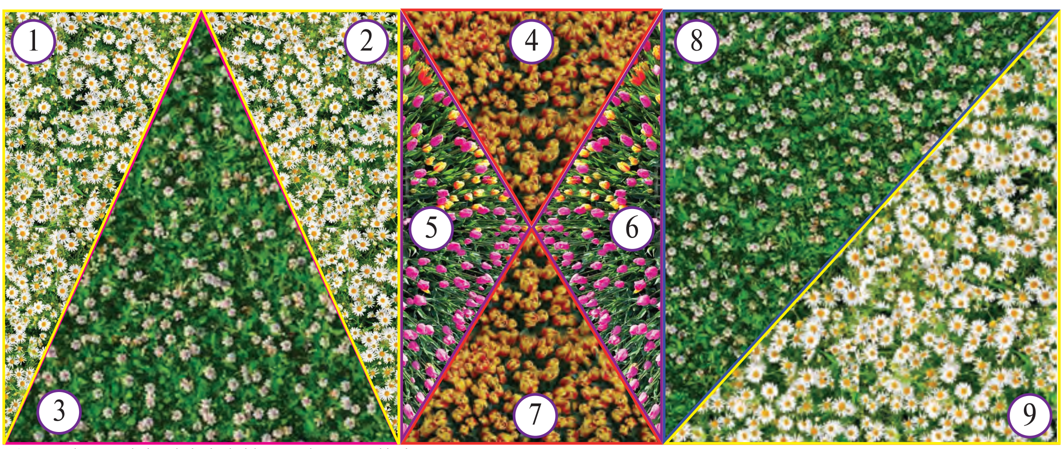
1) Suratdaky howly nähili geometrik görnüşde?
2) Howludaky binalaryň we desgalaryň üçekleri nähili geometrik şekillerde?
3) Howlynyň melleginde nähili geometrik şekiller bar?
4) Her bir binanyň üçeginiň şekilini başga binalaryň üçekleri bilen deňeşdiriň.
5) Suratdaky geometrik şekilleriň içinde deňýanly, deň taraply, gönüburçly, meňzeş, özara deň üçburçluklary aýry görkeziň.
6) Çyzgyda ýene nähili özara deňşdirse bolýan şekiller bar?

2. 2-5-nji suratlardaky mebel enjamlarynda üçburçlugyň nähili görnüşleri bar? Bu üçburçluklaryň arasyndaky gatnaşyklar barada näme diýip bilersiňiz?

3. Şu suratlarda ýene nähili geometrik şekiller görkezilen?

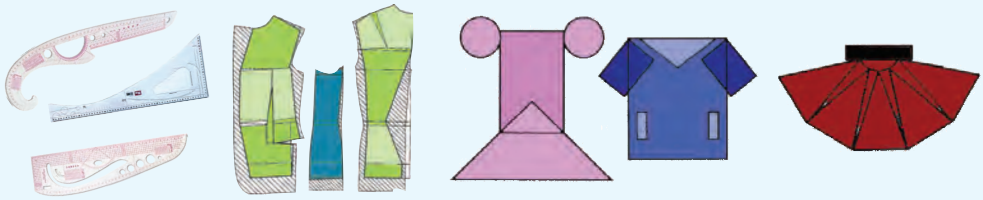
Guragçylyk — dürli geometrik şekillerdäki mata gyýyndylaryny peýdaly, hatda nepis önümlere öwürmek.

4. Suratdaky gülzarlaryň şekilleriniň atlaryny aýdyň.



1) Olary bir-biri bilen deňeşdiriň.
2) Her bir gülzaryň burçlaryny ölçäň.
3) Suratdaky üçburçluklaryň içinde deňýanly, deň taraply, özara meňzeş we özara deň üçburçluklary aýry görkeziň.
4) Üçburçluklaryň bir-birine görä ýerleşişine garap, olaryň burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar barada pikir bildiriň.

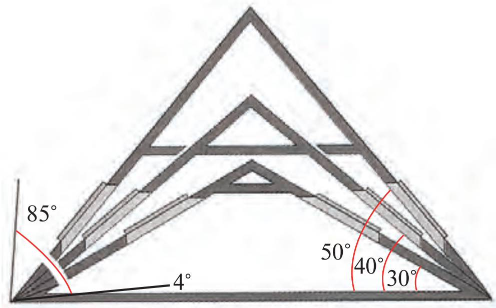
5. Geýim biçilende lekalo diýen esbaplardan peýdalanylýar. Lekalony matanyň üstüne goýup, mel bilen töweregi çyzyp çykylýar. Soň mahsus esbap bilen şu çyzyk boýunça gyrkylýar.



6. Binanyň üçeginiň diklik derejesi adatda 4°-dan 85° çenli aralykda bolýar. Binanyň üçeginiň maslahat berilýän dikligi onuň üstüne ýapylýan materialyň görnüşine bagly.

Meselem:

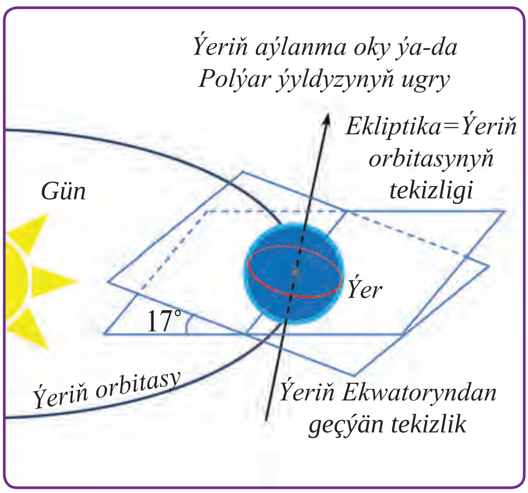
demir ýa-da sinklenen demir tünükeli üçek – 16°-dan kem bolmadyk diklikde; ruberoidli üçek – 4°-dan kem bolmadyk diklikde; çerepisaly üçek – 30°-dan kem bolmadyk diklikde; şiferli üçek – 27°-dan kem bolmadyk diklikde gurulýar.



7. Transportiriň kömeginde üçekleriň diklik derejesini anyklaň.

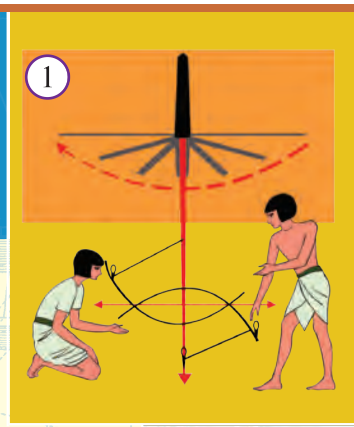
Taryhy sahypa

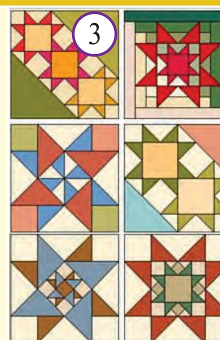
Astronomiýa ylmynda asman sferasynyň ekwator tekizligi bilen ekliptika (Ýer orbitasyny öz içine alan tekizlik) arasyndaky burç möhüm orun tutýar. Ol ekwatoryň ekliptika gyşarma burçy diýlip atlandyrylýar. Ony hasaplamak üçin asman sferasynyň demirgazyk polýusy (Polýar ýyldyza örän ýakyn) ugry hem-de baharky deňgünlük güni (21-nji mart) Gün iň ýokary göterilen wagtdaky beýikligini kesgitlemeli. Ulugbek obserwatoriýasynda ekwatoryň ekliptika gyşarma burçy örän ýokary takyklykdaky gözegçilikler esasynda 23°30´17´´ -a deňdigi tapylan.

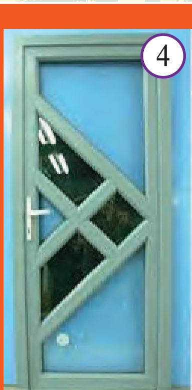


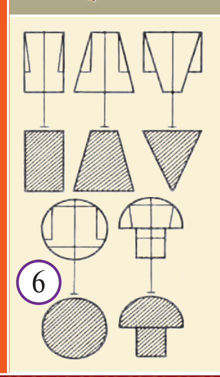
VI BAP

GURMAGA DEGIŞLI MESELELER

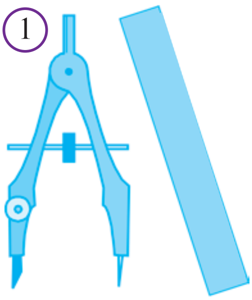








52 SIRKULYŇ WE ÇYZGYJYŇ KÖMEGINDE GURMAGA DEGIŞLI MESELELER

1


Gurmaga degişli meseleleri diňe ýönekeý çyzgyç we sirkul arkaly çözmek – mantyky pikir ýöretmek ukybyny ösdürýär. Şonuň üçin Gadymky Gresiýada bu temadaky meseleleri çözmek sungat derejesine göterilipdir.

Şu wagta çenli dürli hili esbaplaryň kömeginde dürli geometrik şekilleri gurup geldik. Meselem, çyzgyjyň kömeginde göni çyzyk, şöhle, kesim, üçburçluk we başga şekilleri çyzdyk. Çyzgyjyň we transportiriň kömeginde dürli burçlary gurduk. Sirkulyň kömeginde bolsa töwerek we dugalar, gönüburçly (üçburçluk) çyzgyç bilen parallel we perpendikulýar göni çyzyklary gurduk.

Mälim bolşy ýaly, köp geometrik şekilleri diňe masştably bölünmelere eýe bolmadyk, bir tarapy tekiz çyzgyç hem-de sirkul (*1-nji surat*) arkaly gurmak mümkin eken. Şu sebäpden geometriýada ynha şu iki esbabyň kömeginde gurmaga degişli meseleler aýratyn tapawutlandyrylyp öwrenilýär.

Bu iki esbapdan peýdalanmagyň mahsus düzgünleri bar. Olar bilen diňe aşakdaky işleri ýerine ýetirmäge rugsat edilýär:

Ýönekeý çyzgyjyň kömeginde diňe:

1) Islendik göni çyzyk çyzmak;
2) Belli bir nokatdan geçýän göni çyzyk çyzmak;
3) Iki nokatdan geçýän göni çyzygy çyzmak.

Sirkulyň kömeginde diňe:

1) Islendik töwerek çyzmak;
2) Merkezi berlen nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzmak;
3) Belli bir radiusly, merkezi bolsa islendik nokatda bolan töwerek çyzmak;
4) Merkezi berlen nokatda, radiusy berlen kesimden ybarat töwerek çyzmak;
5) Berlen kesime deň kesimi, şöhlä onuň başlangyjyndan başlap goýmak.

Başga islendik gurmagy ynha şeýdip ýerine ýetirmäge hereket edilýär. Hatda çyzgyçda millimetrli bölünmeler bolsa-da, kesimleriň uzynlyklaryny ölçemek we mälim uzynlykdaky kesimi haýsy-da bolsa göni çyzyga goýmaga rugsat berilmeýär (çünki ýönekeý çyzgyçda bölünmeler ýok). Şonuň ýaly-da, çyzgyjyň iki gyraňyndan peýdalanyp, parallel göni çyzyklary geçirmäge-de rugsat berilmeýär (çünki ýönekeý çyzgyjyň bir tarapy tekiz).

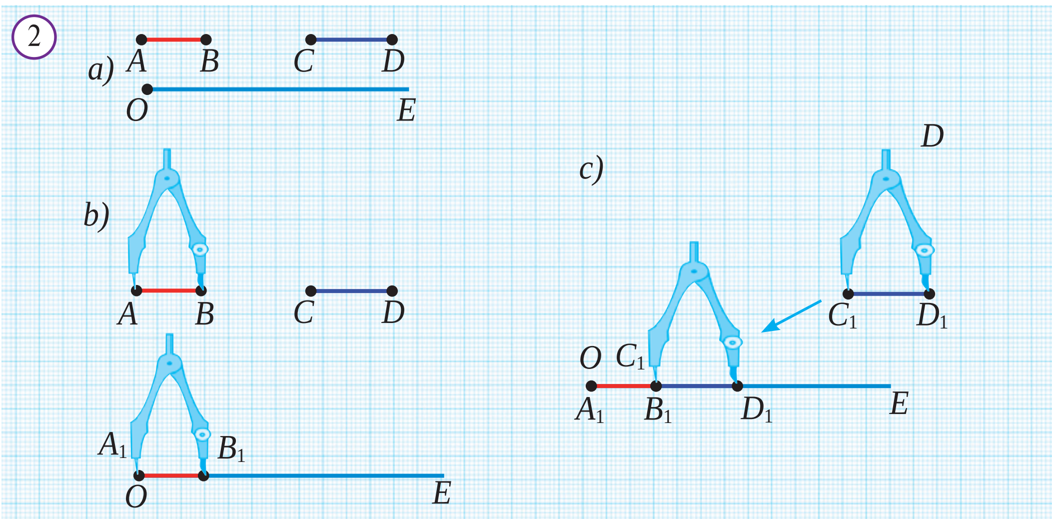
Gurmaga degişli meselelerde diňe bir haýsy-da bolsa bir geometrik şekili gurmak ýoluny, usulyny tapmak talap edilmän, eýsem emele gelen geometrik şekil hakykatdan berlen şertleri kanagatlandyrýandygyny esaslandyrmaly, ýagny gurmagyň dogrudygy we doly ýerine ýetirilendigini subut etmeli bolýar.

Mesele. AB we CD kesimler we OE şöhle berlen (*2-nji a surat*). Sirkulyň kömeginde OE şöhlä $AB + CD$-ge deň kesimi goýuň.

Gurmak: ***1-nji ädim.*** Sirkulyň kömeginde AB kesime deň A_1B_1 kesimi OE şöhlä goýýarys (*2-nji b surat*).

2-nji ädim. Sirkulyň kömeginde CD kesime deň C_1D_1 kesimi B_1E şöhlä goýýarys (*2-nji c surat*).

Emele gelen A_1D_1 kesim – uzynlygy $AB + CD$-ge deň bolan kesimden ybarat bolýar.



Gönükme. $AB > CD$ bolsun. $AB - CD$ kesime deň kesimi guruň.

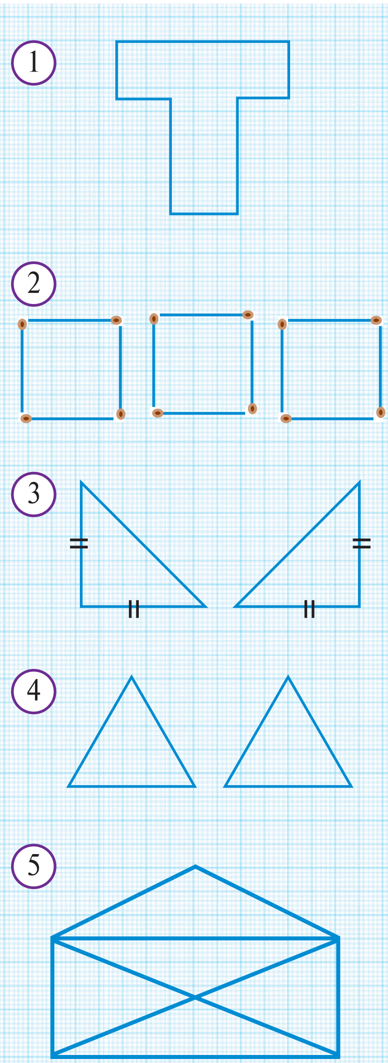
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

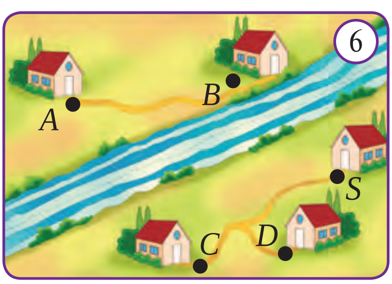
1. Gurmaga degişli meseleleriň möhümliginiň sebäbi nämede?
2. Gurmaga degişli meseleleriň nähili özboluşly taraplary bar?
3. Ýönekeý çyzgyjyň kömeginde nähili şekilleri çyzmak mümkin?
4. Sirkulyň kömeginde gurmaga degişli nähili işleri amala aşyrmak mümkin?
5. Gurmagy ýerine ýetirende ölçemäge rugsat berilýärmi?
6. Göni çyzykda A we B nokatlar berlen. BA şöhlede B nokatdan başlap BC kesimi, $BC = 2AB$ bolar ýaly edip goýuň.
7. Eger töwerekden daşardaky nokatdan töweregiň iň ýakyn we uzak nokatlaryna çenli bolan aralyklar degişlilikde 2 *sm* we 10 *sm* bolsa, töweregiň radiusyny tapyň.

8*. A we B nokatlar berlen. Diňe sirkuldan peýdalanyp, $AC = 3AB$ bolar ýaly edip şeýle C nokat guruň.

9. a we b uzynlykdaky kesimler berlen ($a > b$) . a) $a + b$; b) $a - b$; c) $2a + 3b$; d) $2a - b$ uzynlykdaky kesimleri guruň.
10. Uzynlygy 12 *sm* we 5 *sm* bolan kesimler berlen. Uzynlygy a) 17 *sm*; b) 7 *sm*; c) 24 *sm*; d) 22 *sm*; e) 29 *sm* bolan kesimleri guruň.

53 GYZYKLY MESELELER WE TAPMAÇALAR





1. Serdar töwerek çyzyp bolansoň, onuň merkezini galam bilen belgilemegi ýadyndan çykarandygyny aňdy. Içini ýakaýyn diýen ýaly, yzy hem galmandyr. Ýöne töweregiň radiusy 12 *sm* ekenligi onuň ýadyndady. Şu maglumatdan peýdalanyp, diňe sirkulyň kömeginde çyzylan töweregiň merkezini tapyp bolarmy?

2. 1-nji suratda görkezilen şekili bäş sany deň bölege bölüň.

3. 2-nji suratda 12 sany otluçöpden ýasalan üç kwadrat berlen. Bu 12 sany otluçöpi döwmezden, hemmesinden peýdalanyp a) iki b) dört c) 6 sany kwadrat guruň.

4. Iki birmeňzeş deňýanly gönüburçly üçburçlugy (3-*nji surat*), netijede, dört sany birmeňzeş deňýanly gönüburçly üçburçluk we bir sany kwadrat emele geler ýaly edip ýerleşdiriň.

5. Iki sany birmeňzeş deň taraply üçburçlugy (4-*nji surat*), netijede, alty sany birmeňzeş deň taraply üçburçluk we bir sany ähli tarapy deň bolan altyburçluk emele geler ýaly edip ýerleşdiriň.

6. a) 10 sany; b) 11 sany birmeňzeş çöpden 3 sany deň kwadrat guruň.

7. 12 sany birmeňzeş çöpden, olary döwmezden, a) 4 sany; b) 6 sany deň kwadrat gurup bilersiňizmi?

8. 5-nji suratda görkezilen şekili galamy kagyzdan aýyrmazdan we bir kesimiň üstünden iki gezek geçmezden çyzjak boluň.

9. Çeşmäniň boýunda bäş sany öý bolup, olardan üçüsi derýanyň bir tarapynda, galan ikisi bolsa deryanyň ikinji tarapynda ýerleşýär (*6-njy surat*). Eger her bir öý galan öýler bilen aýratyn ýol bilen baglansa, näçe köpri gurmaly bolýar?

10. Adamy kesim diýip göz öňüne getirýäris. Haçan onuň kölegesi iň gysga bolýar?

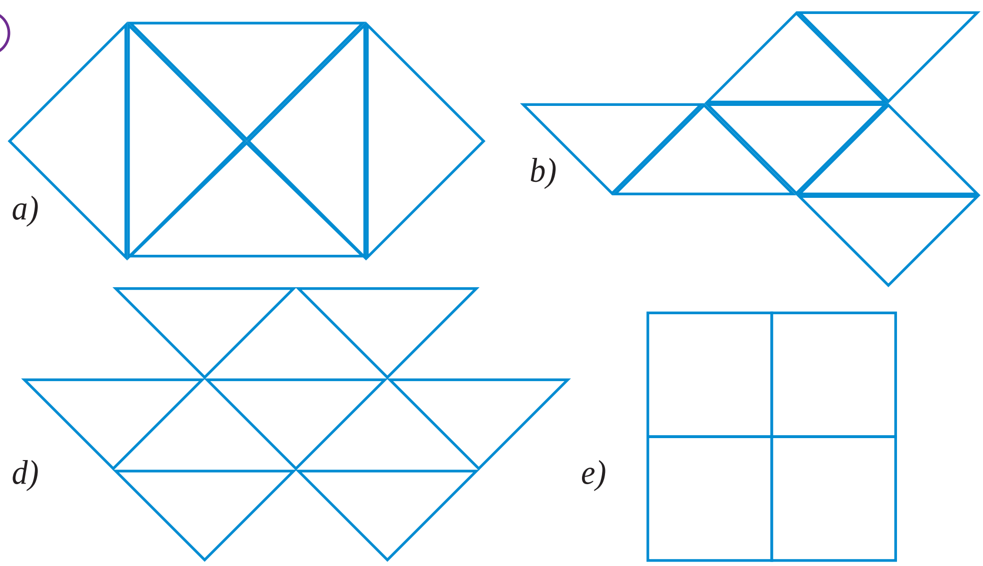
11. Köpburçlugyň depeleriniň sany bilen taraplarynyň sanynyň arasynda nähili baglanyşyk bar?

12. Özüni-özi kesmeýän açyk döwük çyzygyň taraplarynyň sany uçlarynyň sanyndan bir sany kem bolýandygyny düşündiriň.

13. 12 taraply şeýle döwük çyzyk guruň, ýagny onuň depeleriniň sany hem 12 sany bolsun.

14. ***Gyzykly mesele.*** Suratdaky şekillerden haýsylaryny galamy kagyzdan aýyrman, hiç bir kesimiň üstünden iki gezek geçmezden çyzmak mümkin?

7



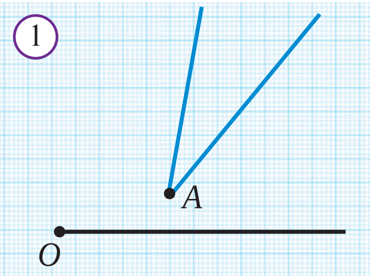
16. Çekişme üçin tema: 7-nji *e* suratdaky şekil döwük çyzyk bolarmy? Onuň näçe tarapy we näçe depesi bar diýip hasaplaýarsyňyz?

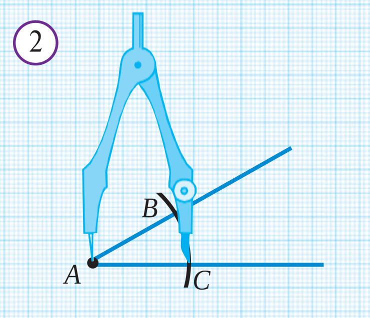
17. Çekişme üçin tema: deň taraply üçburçlugy şol bir wagtda deňýanly diýmek mümkinmi?

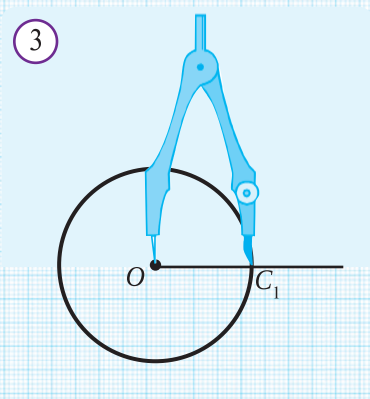
18. Gönüburçly üçburçluk deňýanly bolmagy mümkinmi? Deň taraply bolmagy näme? Näme üçin şeýle diýip oýlaýarsyňyz?

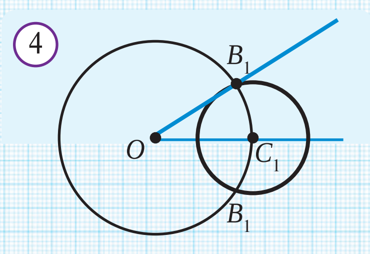
19. Adam deň taraply üçburçluk şeklindäki meýdan boýunça hereketlenip, ilki duran ýerine gaýdyp gelse, ol jemi näçe gradusa öwrülen bolýar? Eger kwadrat şeklindäki meýdan boýunça hereketlense nähili?

54 BERLEN BURÇA DEŇ BURÇY GURMAK









1-nji mesele. *A* burç berlen. *O* şöhlä *A* burça deň burç goýuň. (*1-nji surat*)

Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi *A* nokatda bolan islendik töwerek çyzýarys (*2-nji surat*). Bu töwerek berlen *A* burçuň taraplaryny *B* we *C* nokatlarda kesip geçsin.

2-nji ädim. Radiusy çyzylan töwerek radiusyna deň we merkezi *O* nokatda bolan töwerek çyzýarys (*3-nji surat*). Bu töweregiň *O* şöhle bilen kesişme nokadyny C_1 bilen belgileýäris.

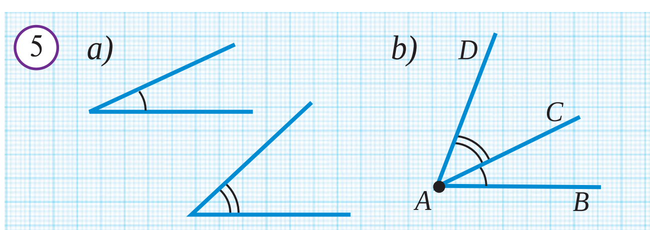
3-nji ädim. Merkezi C_1 nokatda, radiusy bolsa *BC* -ge deň bolan töwerek çyzýarys (*4-nji surat*). Onuň öňki töwerek bilen kesişen nokatlaryndan birini B_1 bilen belgileýäris.

4-nji ädim. OB_1 şöhläni geçirýäris (*4-nji surat*). Emele gelen B_1OC_1 burç *O* şöhlä goýlan we berlen *A* burça deň bolýar.

Esaslandyrma: 2-nji we 4-nji suratda görkezilen ΔABC we ΔOB_1C_1 üçburçluklarda gurmaga görä: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ we $BC = B_1C_1$.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä $\Delta ABC = \Delta OB_1C_1$. Hususan-da, $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Ýatlatma: Bu mesele iki çözüwe eýe bolup, olar 3-nji ädimde B_1 nokat OC_1 şöhläniň haýsy tarapynda alnyşyna bagly (*4-nji surat*).



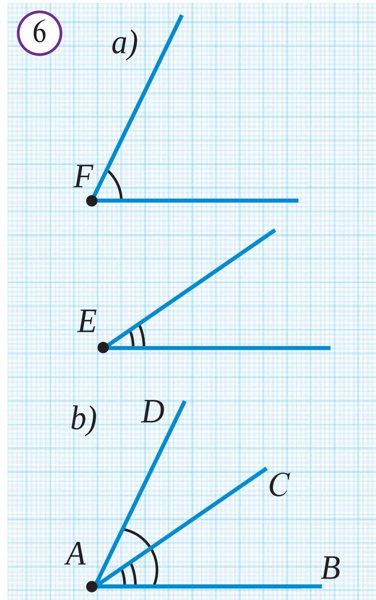
2-nji mesele. Berlen iki burçuň jemine deň bolan burç guruň (*5-nji a surat*).

Gurmak: **1-nji ädim.** Ilki birinji burça deň bolan *BAC* burçy gurýarys (*5-nji b surat*).

2-nji ädim. AC şöhlä ikinji burça deň bolan CAD burçy B we D nokatlar AC şöhlä görä dürli ýarymtekizlikde ýatýan edip goýýarys. Emele gelen BAD burç berlen burçlaryň jemine deň burç bolýar.

3-nji mesele. Berlen iki burçuň tapawudyna deň burçy guruň.

Gurmak: Berlen burçlar E we F bolup $\angle F > \angle E$ bolsun (6-*njy a surat*). AB şöhle gurýarys. AB şöhlä görä bir ýarym tekizlikde ýerleşýän edip $\angle BAC = \angle E$ we $\angle BAD = \angle F$ burçlary goýýarys (6-*njy b surat*). $\angle CAD$ – berlen iki burçuň tapawudy bolýar.

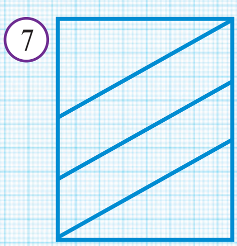


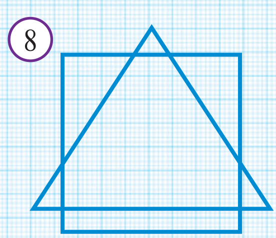
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

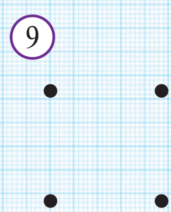
1. a) 30°; b) 60°; c) 15°; d) 120°; e) 45°-ly burçlar berlen. Olara deň burçlary guruň.
2. $\angle A=\alpha$ we $\angle B=\beta$ burçlar berlen ($\alpha>\beta$). Ölçegi: a) 2α; b) $\alpha-\beta$; c) $2\alpha+\beta$ bolan burçlary guruň.
3. 45° we 30°-ly burçlar berlen. Ölçegi: a) 15°; b) 75°; c) 105°; d) 120°-a deň burçlary guruň.
4. 30°-ly burç berlen. Oňa deň burç we käbir şöhle guruň. Şu şöhlä gurlan burçy goýuň.
5. Käbir burç we haýsy-da bolsa bir şöhle guruň. Şu şöhlä gurlan burçy goýuň.
6. 1-nji mesele boýunça gurmaklaryň dogrudygyny esaslandyryň.

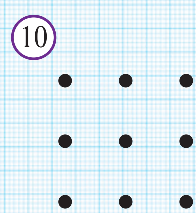
Geometrik tapmaçalar

7. 7-nji suratda näçe dörtburçluk bar?
8. 8-nji suratda görkezilen şekili galamy kagyzdan aýyrmazdan we bir çyzygyň üstünden gaýtadan geçmezden çyzyň.
9. Taraplary 9-njy suratda berlen dört nokatdan geçýän üçburçluk çyzyň.
10. 10-njy suratda görkezilen 9 sany nokadyň hemmesinden geçýän, bogunlar sany 4 bolan döwük çyzyk çyzyp bilersiňizmi?









55 BURÇUŇ BISSEKTRISASYNY GURMAK

A burç berlen bolsun (*1-nji surat*). Bu burçy deň ýarpa bölmek üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:

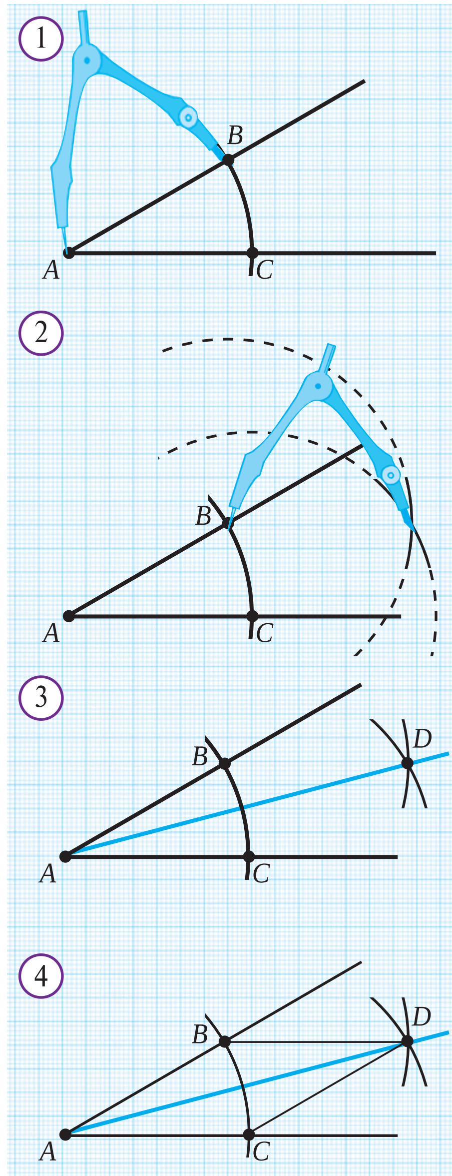
Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi *A* nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzylýar we onuň burçlarynyň taraplary bilen kesişme nokatlary *B* we *C* belgilenýär.

2-nji ädim. Radiusy üýtgetmezden, merkezleri *B* we *C* nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar (*2-nji surat*). Bu iki töweregiň kesişmeginden emele gelen *D* nokat belgilenýär (*3-nji surat*).

3-nji ädim. *A* we *D* nokatdan geçýän göni çyzyk geçirilýär (*4-nji surat*).

AD göni çyzyk – berlen burçuň bissektrisasy bolýar.



Esaslandyrma. *ABD* we *ACD* üçburçluklarda

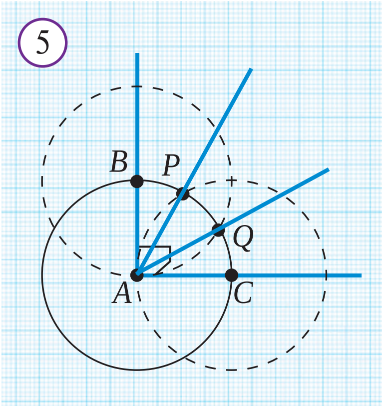
1) gurmaga görä $AB = AC$;
2) gurmaga görä $BD = CD$;
3) *AD* – umumy tarap.

Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä, $\Delta ABD = \Delta ACD$. Hususan-da, $\angle BAD = \angle CAD$.

Mesele. Berlen göni burçy deň üç bölege bölüň.

Çözülişi: $\angle A$ göni burç berlen bolsun. Onuň depesini merkez edip, islendik radiusly töwerek çyzýarys. Töwerek göni burçuň taraplaryny *B* we *C* nokatlarda kesip geçsin. Radiusy üýtgetmezden merkezi *B* we *C* nokatlarda bolan ýene iki töwerek çyzýarys.

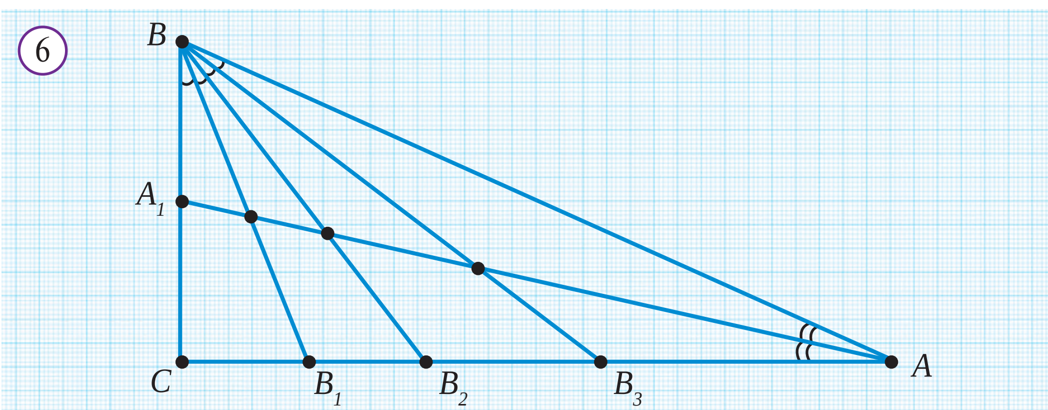
Bu töwerekler birinji töwerek bilen kesişen nokatlardan göni burçuň içinde ýatýandyklaryny *P* we *Q* bilen belgileýäris. *AP* we *AQ* şöhleleri çyzýarys. Bu şöhleler berlen göni burçy üç deň burça bölýär. Bu tassyklamanyň dogrudygyny özbaşdak esaslandyryň.



Ýatlatma. *Berlen islendik burçy deň üçe bölmek meselesi örän gadymky we maşhur mesele bolup, bu hakda köp alymlar kelle döwüpdirler. Diňe XVIII asyra gelip, käbir burçlar kadadan çykma bolup, burçy deň üçe bölüp bolmazlygy subut edilipdir. Meselem, 60°-ly burçy deň üçe bölüp bolmaýar. Gürrüň, elbetde, geometrik çyzgyç we sirkul bilen anyk gurmak barada edilýär. Bu esbaplar bilen örän uly takyklykda takmynan ýa-da başga esbaplardan peýdalanyp anyk gurmak mümkin.*

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Gurmagyň kömeginde: a) 90°; b) 60°; c) 30°-ly burçlary deň ýarpa bölüň.
2. Burç çyzyň we ony deň ýarpa bölüň.
3. Burç çyzyň we ony dört deň burça bölüň.
4. 45°-ly burçy üç sany deň burça bölüň.
5. Berlen uly tarapy we ýiti burçy boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
6. 36°-ly burç berlen. Sirkulyň we çyzgyjyň kömeginde 99°-ly burç gurmak mümkinmi? Nähili edip?
7*. 54°-ly burçy gurmak ýoly bilen deň üçe bölüň.
8. Üçburçluk çyzyň. Onuň bissektrisalaryny guruň. Nähili häsiýeti görmek mümkin?
9. Goňşy burçlar guruň. Olaryň bissektrisalaryny guruň. Gurlan bissektrisalaryň arasyndaky burçy transportiriň kömeginde ölçäň.
10*. Gönüburçly ABC üçburçlukda $\angle A = 30°$, $\angle B = 60°$. A burçy deň ýarpa bölýän AA_1 kesimi we B burçy deň dörde bölýän BB_1, BB_2, BB_3, kesimleri guruň. Netijede 6-njy surat emele gelýär. Bu suratda näçe deňýanly üçburçlugy, näçe gönüburçly üçburçlugy görmek mümkin?

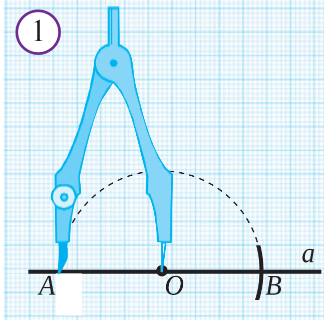


56 BERLEN GÖNI ÇYZYGA PERPENDIKULÝAR GÖNI ÇYZYK GURMAK. KESIMI DEŇ ÝARPA BÖLMEK

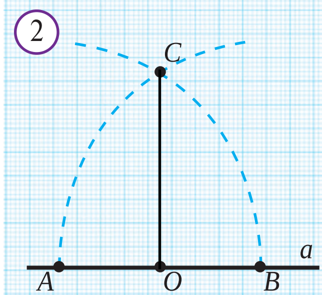
1-nji mesele. Berlen *a* göni çyzyga onuň *O* nokadyndan geçýän perpendikulýar göni çyzygy guruň.

Gurmak:

1-nji ädim. *O* nokady merkez edip islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy *A* we *B* nokatlarda kesip geçsin (*1-nji surat*).

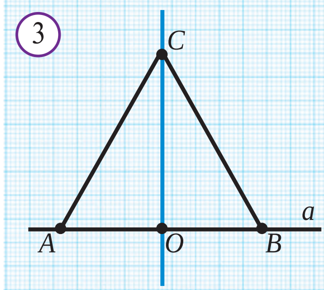


2-nji ädim. *A* we *B* nokatlary merkez edip, radiusy *AB* -ge deň töwerekler çyzýarys (*2-nji surat*). Bu töwerekleriň kesişme nokatlaryndan birini *C* diýip belgileýäris.



3-nji ädim. *C* we *O* nokatlardan geçýän *OC* göni çyzygy guryarys (*3-nji surat*).

OC göni çyzyk berlen *a* göni çyzyga onuň *O* nokadyndan geçýän perpendikulýar bolýar.



Esaslandyrma. *AOC* we *BOC* üçburçluklara garaýarys. Gurmaga görä:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. *CO* bolsa umumy tarap.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä, $\Delta AOC = \Delta BOC$. Onda, $\angle AOC = \angle BOC$. Ýöne goňşy burçlar deň bolsa, olar 90°-a deňdir.

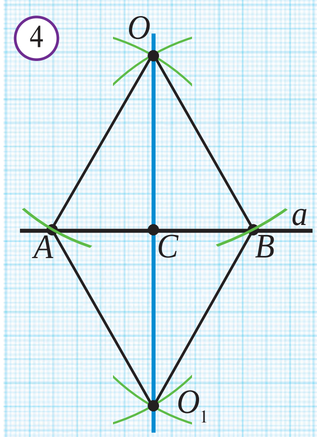
Diýmek, hakykatdan hem $OC \perp a$.

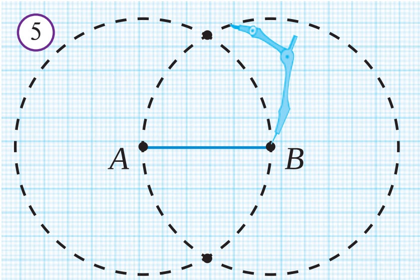
2-nji mesele. Berlen *a* göni çyzyga onda ýatmaýan *O* nokatdan geçýän perpendikulýar göni çyzygy guruň.

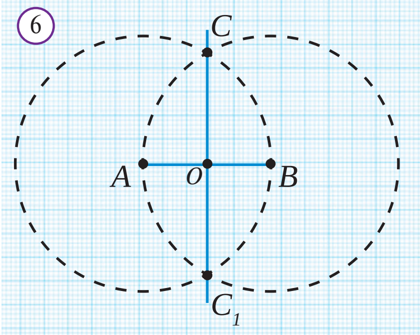
Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi *O* nokatda bolan, *a* göni çyzygy kesip geçýän islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy *A* we *B* nokatlarda kesip geçsin (*4-nji surat*).

2-nji ädim. Merkezleri *A* we *B* nokatda bolan, radiusy birinji çyzylan töweregiň radiusyna deň töwerekler çyzýarys. Bu töwerekleriň kesişme nokatlaryndan biri *O* nokat bolýar. Ikinjisini O_1 bilen belgileýäris (*4-nji surat*).







3-nji ädim. O we O_1 nokatlardan geçýän göni çyzyk çyzýarys. OO_1 — berlen O nokatdan geçýän a göni çyzyga perpendikulýar we onda ýatmadyk O nokatdan geçýän göni çyzyk bolýar.

Esaslandyrmany özbaşdak ýerine ýetiriň.

Bu meseläni çözüp, a göni çyzykdan daşardaky nokat arkaly a göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin diýen netijä gelýäris. Mundan we 16-njy dersde getirilen teoremanyň netijesinden aşakdaky teoremanyň ýerliklidigi gelip çykýar.

Teorema. **Göni çyzykda ýatmadyk nokat arkaly bu göni çyzyga perpendikulýar bolan ýeke-täk göni çyzyk geçirmek mümkin.**

3-nji mesele. Berlen kesimi deň ýarpa bölüň.

Gurmak:

AB kesim berlen bolsun.

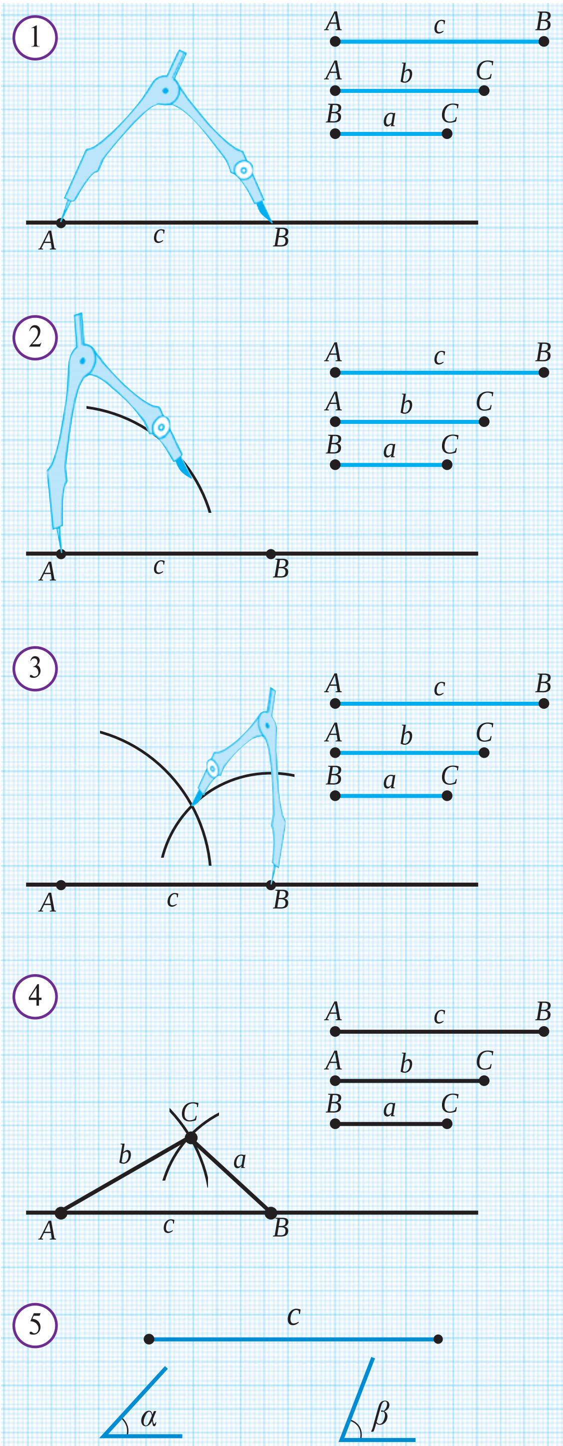
1-nji ädim. Radiusy berlen AB kesime deň bolan, merkezleri bolsa A we B nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar (*5-nji surat*);

2-nji ädim. Töwerekler kesişen C we C_1 nokatlary utgaşdyrylýar (*6-njy surat*). CC_1 göni çyzyk we AB kesimiň kesişme nokady berlen kesimiň ortasy bolýar.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Kesimi deň ýarpa bölmegiň nähili usulyny bilýärsiňiz? Kesim çyzyň we ony deň ýarpa bölüň.
2. Göni burçy nähili gurmak mümkin?
3.* Diňe bir ýarymtekizlikde, berlen kesimi deň ýarpa bölüň.
4. Diňe gönüburçly çyzgyçdan peýdalanyp berlen kesimi deň ýarpa bölüň.
5. Berlen gipotenuza boýunça deňýanly gönüburçly üçburçluk guruň.
6. Esasy we oňa utgaşýan beýikligi boýunça deňýanly üçburçluk guruň.
7. AB kesimiň ortasyny gönüden-göni kesgitlemek mümkin bolmasa, onuň ortasyndan geçýän perpendikulýary gurmak mümkinmi?
8. Berlen kesimi dört deň bölege bölüň .
9. Üçburçluk çyzyň. Onuň beýikliklerini guruň.
10. Berlen üçburçlugyň medianalaryny guruň.
11.* Berlen A we B nokatlardan birmeňzeş uzaklaşýan hem-de berlen a göni çyzykda ýatýan nokady tapyň.
12. Diňe çyzgyjyň kömeginde a göni çyzykda ýatmaýan M nokat arkaly a göni çyzyga parallel bolan b göni çyzygy geçiriň.

57 ÜÇBURÇLUGY BERLEN ÜÇ TARAPYNA GÖRÄ GURMAK



Uzynlyklary degişlilikde a, b we c -ge deň kesimler berlen bolup, c olardan iň ulusy bolsun. Taraplary degişlilikde $AB = c$, $BC = a$ we $AC = b$ bolan ABC üçburçluk gurmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär.

1-nji ädim. Islendik göni çyzyk çyzylýar. Göni çyzykda uzynlygy c-ge deň bolan AB kesim sirkulyň kömeginde aýrylýar (*2-nji surat*).

2-nji ädim. $AC = b$ bolmaly. Şonuň üçin, merkezi A nokatda radiusy b-ge deň tôwerek çyzylýar (*3-nji surat*).

3-nji ädim. $BC = a$ bolmaly. Şonuň üçin, merkezi B nokatda radiusy a-ga deň tôwerek çyzylýar (*4-nji surat*).

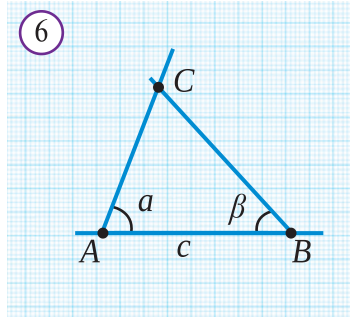
4-nji ädim. Töwerekler kesişme nokady bolan C nokat A we B nokatlar bilen utgaşdyrylýar. Emele gelen ABC üçburçlugyň taraplary a, b we c-ge deň bolýar.

Analiz. Gurmakdan görnüşi ýaly, eger diňe 2-nji we 3-nji ädimde gurlan töwerekler kesişse çözüw bar. Munuň üçin $a + b > c$ bolmalydyr.

Emele gelen ABC üçburçlugyň hakykatdan hem taraplary a, b we c-ge deň bolýandygyny özbaşdak esaslandyryň.

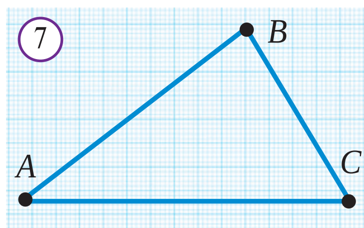
1-nji mesele. Bir tarapy we şu tarapa sepleşýän burçlary boýunça üçburçluk guruň.

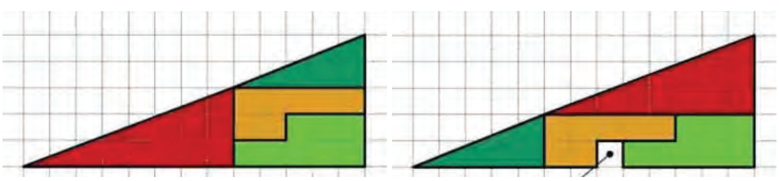
Çözülişi: c kesim we α, β burçlar berlen bolsun (*5-nji surat*). Islendik göni çyzyk çyzýarys. Onda $AB = c$ kesimi belgileýäris. Berlen burça deň burçy gurmak usullaryny ulanyp, AB şöhlä α burçy, BA şöhlä β burçy bir ýarymtekizlige goýýarys (*6-njy surat*). Burçlaryň ikinji taraplary kesişen C nokady belgileýäris. ABC üçburçluk gurulmagy talap edilen üçburçluk bolýar. Bu tassyklamany özbaşdak esaslandyryň.



Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Islendik uzynlykdaky kesimlerden üçburçluk gurup bolarmy?
2. Taraplary $a = 3$ *sm*, $b = 8$ *sm* we $c = 9$ *sm* bolan üçburçluk guruň.
3. a) Taraplary $a = 3$ *sm*, $b = 4$ *sm* we $c = 7$ *sm* bolan üçburçluk gurmak mümkinmi?
b) Üçburçluk gurmak üçin, onuň a, b we c taraplary nähili şerti kanagatlandyrmalydyr?
4. Iki kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
5. Gipotenuza we kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
6. Islendik göni çyzyk çyzyň. Bir tarapy onda ýatýan, 7-nji suratda görkezilen ABC üçburçluga deň bolan üçburçluk guruň.
7.* Uzynlygy $a+b$, $b+c$ we $a+c$ kesimler berlen. Taraplary a, b, c bolan üçburçluk guruň.
8. Iki tarapy we olaryň arasyndaky burç boýunça üçburçluk guruň.
9. Bir tarapy we oňa sepleşýän burçlar boýunça üçburçluk guruň.





10. Iki üçburçluk birmeňzeş böleklerden düzülen. Ýöne sag tarapdaky üçburçlugyň kemtik ýeri nireden peýda bolupdyr?

Qiziquvchi okuwçylar üçin.

1. “Geometriýa–7” elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanşyp çykyň. Şol baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirmek we test tabşyryklaryny çözmek ýoly bilen öz bilimiňizi synaň.

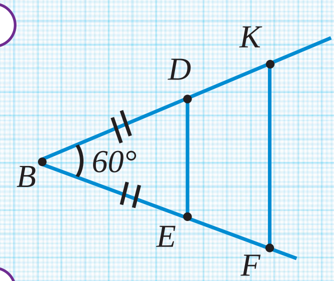
2. Şonuň ýaly-da, 142-nji sahypada getirilen Internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwrenip çykyň.

58 MESELELER ÇÖZMEK

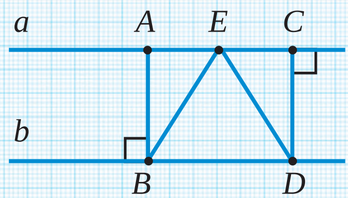
1. Berlen a, b, c taraplary boýunça üçburçluk guruň, munda: a) a=2 *sm*, b=3 *sm*, c=4 *sm*; b) a=3 *sm*, b=4 *sm*, c=5 *sm*.
2. A, B, C, nokatlar bir göni çyzykda ýatýar, O nokat bolsa bu göni çyzykda ýatmaýar. AOB we BOC üçburçluklaryň esaslary AB, BC kesimlerden ybarat deňýanly üçburçluklar bolup bilermi? Jogabyňyzy esaslandyryň.
3. ABC üçburçluk berlen. Oňa deň başga bir ABD üçburçluk guruň.
4. Aşakdaky maglumatlara görä ABC üçburçlugy guruň:
   a) AB=5 *sm*, AC=6 *sm*, $\angle A=40°$;
   b) AB=4 *sm*, $\angle A=45°$, $\angle B=60°$.
5. Iki tarapy we bu taraplardan ulusynyň garşysynda ýatýan burçy boýunça üçburçluk guruň:
   a) a=6 *sm*, b=4 *sm*, $\alpha=70°$;
   b) a=4 *sm*, b=6 *sm*, $\beta=100°$.
6. Gapdal tarapyndaky we esasyndaky burçuna görä deňýanly üçburçluk guruň.
7. Burçy dört deň bölege bölüň.
8. 60° we 30°-ly burçlar guruň.
9. Üçburçluk berlen. Onuň medianalaryny guruň.
10. Iki tarapyna we bu taraplardan birine geçirilen medianasy boýunça üçburçluk guruň.
11. Üçburçluk berlen. Onuň beýikliklerini guruň.
12. Gipotenuzasy we bir katetine görä gönüburçly üçburçluk guruň.
13. Gapdal tarapyna we esasyna geçirilen beýikliklere görä deňýanly üçburçluk guruň.
14. Iki tarapyna we şu taraplardan birine utgaşdyrylan beýikligi boýunça üçburçluk guruň.
15. Berlen göni çyzykda şeýle nokat tapyň, ýagny ol berlen ikinji göni çyzykdan berlen aralyga çenli uzaklykda bolsun.
16. Üç sany A, B, C nokat berlen. A we B nokatlardan deň uzaklaşýan we C nokatdan berlen aralyga çenli uzaklykda ýatýan X nokady tapyň.
17. Berlen üçburçlugyň her bir depesi arkaly şu depelerden çykýan üçburçlugyň bissektrisalaryna perpendikulýar göni çyzyklar geçirilen. Bu göni çyzyklar berlen üçburçlugyň taraplary bilen birlikde üç sany üçburçluk emele getirýär. Bu üçburçluklaryň burçlarynyň degişlilikde deňdigini subut ediň.
18. Üçburçluk bir burçy uchidan geçirilen mediana we beýiklik bilen deň üç bölege bölünse, şu üçburçlugyň gönüburçly bolýandygyny subut ediň.
19. Deňýanly ABC üçburçlukda ($AB=BC$) esasdaky burç 75°, AK – üçburçlugyň bissektrisasy, BK=10 *sm*. K nokatdan üçburçlugyň AC esasyna çenli bolan aralygy tapyň.

20. Deňýanly ABC üçburçlugyň ($AB=BC$) depesindäki burçy 120°-a deň, CK – bissektrisa, $AK=14$ *sm*. K nokatdan BC göni çyzyga çenli aralygy tapyň.
21. Uzynlygy $a+b$, $b+c$ we $a+c$ kesimler berlen. a, b, c kesimleri guruň.
22. Iki kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
23. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmadyk nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk guruň.
24. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmadyk nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga parallel göni çyzyk guruň.
25. 1-nji suratda $\angle B=60°$, $BD=BE$, $FK \parallel DE$. BDE we BKF üçburçluklaryň deň taraplydygyny subut ediň.
26. 2-nji suratda a we b göni çyzyklar parallel. $AB \perp b$, $DC \perp a$, $AE=EC$. BED üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

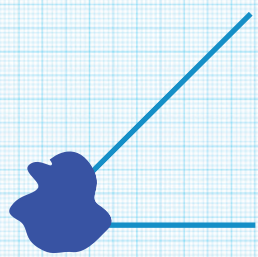
1



2



3



Geometrik tapmaça

Şahjahan kakasynyň ýazuwlarynyň içinden 3-nji suratda görkezilen çyzgyny tapyp aldy. Gynansak-da, bu burçuň bir bölegine syýa dökülip, öçüp giden eken. Şahjahan bu burçuň bissektrisasyny gurup bilermi?

123-nji sahypadaky VI babyň tituly boýunça

1. 1-nji suratda Gadymky Müsürde geometrik şekil çyzmak prosesi görkezilen. Çyzgyçylar nähili esbaplardan peýdalanýarlar we nähili geometrik şekili çyzýarlar?
2. 2-nji suratda halkymyzyň milli amaly sungaty önümleri görkezilen. Olary gurmakda nähili geometrik şekiller esas edip alnypdyr?
3. 3-nji suratdaky geometrik şekilleri özbaşdak guruň.
4. 4-nji suratdaky gapynyň çyzgysyny çyzmakda nähili esbaplardan peýdalanylýar? Gapynyň çyzgysyny özbaşdak ýagdaýda gaýtadan çyzyň.
5. 5-nji suratdaky ýer ölçeýjiler öz işlerinde nähili esbaplardan peýdalanýarlar?
6. Geýimleriň biçimi görnüşine garap dürli geometrik şekiller bilen baglap atlandyrylýar. Meselem, "kwadrat şeklindäki palto" ýaly. 6-njy suratdaky geýimleriň biçimlerini özüňiz atlandyryň we bu şekilleri özbaşdak guruň.

59 BAP BOÝUNÇA GAÝTALAMAK

1. Islendik tekizlikde haýsy-da bolsa bir burç guruň. Şu burça deň başga burç çyzyň.
2. Islendik tekizlikde haýsy-da bolsa bir burç guruň. Onuň bissektrisasyny çyzyň.
3. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmadyk nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk guruň.
4. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmadyk nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga parallel göni çyzyk guruň.
5. Käbir kesim çyzyň we ony deň ýarpa bölüň.
6. Üç kesim çyzyň. Taraplary şu kesimlere deň bolan üçburçluk guruň.
7. Käbir üçburçluk guruň. Onuň bir a) medianasyny; b) bissektrisasyny; c) beýikligini çykaryň.
8. A, B, C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger AB=2,7 m we AC=3,2 m bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň. Mesele näçe çözüwe eýe?
9. MK kesimde islendik P nokat alnan. MP we PK kesimleriň ortalary degişlilikde N we L nokatlar. NL kesimiň uzynlygy MK kesimiň uzynlygynyň ýarysyna deňligini subut ediň.
10. b göni çyzykda A, E we F nokatlar belgilenen. Eger AF=8 we $AE+AF$=14 bolsa, AE we EF kesimleriň uzynlygyny tapyň. Üç nokatdan haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýar?
11. AB şöhleden dürli ýarym tekizliklere BAC we BAD burçlar goýlan. Eger: a) $\angle BAC$=80°, $\angle BAD$=170°; b) $\angle BAC$=87°, $\angle BAD$=98°; c) $\angle BAC$=140°, $\angle BAD$=30°; d) $\angle BAC$=60°, $\angle BAD$=70° bolsa, CAD burçy tapyň.
12. AOB we COB goňşy burçlaryň umumy tarapy OB ýatýan ýarym tekizlikde OD şöhle geçirilen. OD şöhle ýa-da AB kesim bilen, ýa-da BC kesim bilen kesişýändigini subut ediň. Eger AOD burç AOB burçdan kiçi (uly) bolsa, OD şöhle kesimlerden haýsysyny kesýär? Jogabyňyzy düşündiriň.
13. MNP we SKT üçburçluklar deň, şol sanda $MP=ST$, $\angle M=\angle S$, MN=17 dm, $\angle K$=70°.
    a) N burçy we SK kesimi tapyň.
    b) SKT üçburçlugyň perimetri MNP üçburçlugyň perimetrinden uly bolmagy mümkinmi?
14. Esasy AB bolan ABC deňýanly üçburçlugyň CM medianasynda O nokat alnan. AOB üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.
15. C we D nokatlar AB göni çyzykdan dürli tarapda ýerleşýär we $AD=AC$, $BD=BC$ bolsa, AB şöhle DAC burçuň bissektrisasy bolýandygyny subut ediň.
16. Töweregiň özara perpendikulýar islendik iki diametrini guruň.
17. a) Töweregiň özara perpendikulýar bolan islendik iki hordasyny guruň.
    b) Diametri berlen kesime deň bolan töwerek guruň.
18. Üçburçluklaryň bir burçy, şu burçuň bissektrisasyna we şu burça sepleşýän

tarapyna, degişlilikde, deň bolsa, bu üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.

19. ABC we $A_1B_1C_1$ deň üçburçluklarda: a) A we A_1 depelerden geçirilen medianalaryň deňdigini; b) B we B_1 depelerden geçirilen bissektrisalaryň deňdigini subut ediň.

20. ABC we ABC_1 üçburçluklaryň umumy esaslary AB kesimden ybarat deňýanly üçburçluklardyr. ACC_1 we BCC_1 üçburçluklaryň deňdigini subut ediň.

21. $A_1B_1C_1$ üçburçluk ABC üçburçluga deň, şol sanda, $B_1C_1=AC$, $A_1C_1=AB$.

a) Eger $\angle B_1=60°$, $BC=8$ m bolsa, C burçy we B_1A_1 kesimi tapyň.

b) Eger ABC üçburçlugyň ähli taraplary deň bolsa, $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň perimetri $2AC+3B_1C_1$ jeme deň bolmagy mümkinmi?

22. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri galan burçlaryň jeminden 8 esse kiçi. Bu burçlaryň her biriniň ululygyny tapyň.

23. a göni çyzykda A we B nokatlar alnan. a göni çyzyga görä bir ýarym tekizlikde CAB we DBA burçlar goýlan. Eger goýlan burçlaryň:

a) ikisi ýiti burç;

b) ikisi kütek burç;

c) ikisi göni burç;

d) biri kütek burç, başgasy ýiti burç bolsa, haýsy ýagdaýlarda CA we DB göni çyzyklaryň parallel bolmagy mümkin?

24. AB kesimiň ahyrlary a we b parallel göni çyzyklarda ýatýar, O nokat – AB kesimiň ortasy. O nokat arkaly geçýän we ahyrlary a we b göni çyzyklarda ýatýan islendik kesim O nokatda deň ýarpa bölýändigini subut ediň.

25. ABC üçburçlugyň AK we BM bissektrisalari O nokatda kesişýär. Eger $\angle KOB=70°$ bolsa, üçburçlugyň C burçuny tapyň.

26. ABC üçburçlukda AK we BM beýiklikler O nokatda kesişýär. Eger üçburçlugyň A we B burçlary degişlilikde 72° we 60°-a deň bolsa, AOB burçy tapyň.

27. D we E nokatlar, laýyklykda, ABC üçburçlugyň AB we BC taraplarynda ýatýar, şol sanda, $AD=CE$ we $AE=CD$. ABC üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

28. ABC üçburçlukda F we M nokatlar degişlilikde AB we BC taraplarda ýatýar, şol sanda, $CF=AM$, $\angle MAC=\angle FCA$. ABC üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

60 6-NJY BARLAG IŞI

Barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölekde aşakda getirilen meselelerden (ýa-da şulara meňzeş meselelerden) üçüsi berilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen testlerden bäşisi berilýär.

I. Nazary 5 sany test.

II. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele "ýokary" baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. $120°$-ly burç berlen sirkulyň we çyzgyjyň kömeginde oňa deň burç guruň.
2. Taraplary $a = 5$ *sm*, $b = 6$ *sm* we $c = 7$ *sm* bolan üçburçluk guruň.
3. 2-nji meselede gurlan üçburçlugyň a tarapyna mediana geçiriň.
4. Üçburçlugy onuň esasy, bir tarapy we esasa geçirilen beýikligine görä guruň.

Testler.

1. Kesimleriň uzynlyklary a, b we c-leriň haýsy bahalarynda bu kesimlerden üçburçluk gurmak mümkin däl?
   A) $a = 1, b = 2, c = 3$; B) $a = 2, b = 3, c = 4$;
   D) $a = 3, b = 4, c = 5$; E) $a = 6, b = 4, c = 3$.

2. Geometrik gurmalary ýerine ýetirmek üçin haýsy okuw gurallaryndan peýdalanmaga rugsat edilýär?
   A) Transportir; B) Transportir, çyzgyç;
   D) Sirkul, çyzgyç; E) Sirkul, transportir.

3. Geometrik gurmalary ýerine ýetirende çyzgyçdan nähili wezipeleri ýerine ýetirmäge rugsat edilýär.
   A) Kesimi ölçemäge; B) Kesim, göni çyzyk çyzmaga;
   D) Nokatdan geçýän we berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzygy çenäp çyzmaga;
   E) Kesimi ölçäp, onuň ortasyny tapmaga.

4. Islendik iki tarapynyň jemi 10 *sm*-e deň bolan üçburçlugyň görnüşini tapyň.
   A) deň taraply; B) kütek burç;
   D) gönüburçluk; E) anyklap bolmaýar.

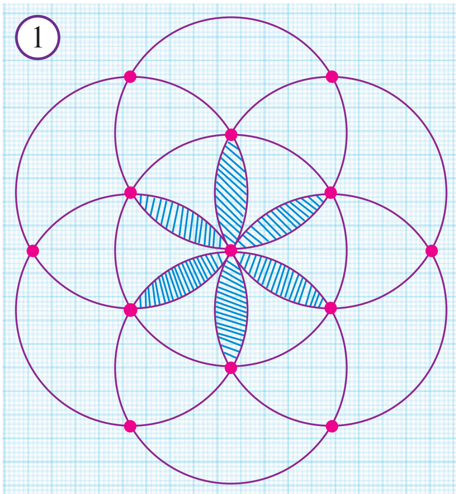
5. Üçburçlugyň perimetri taraplaryndan degişlilikde 14 sm, 16 sm we 24 *sm* uzyn bolsa, üçburçlugyň iň uly tarapyny tapyň.
   A) 12 *sm;* B) 13 *sm;* D) 15 *sm;* E) 16 *sm.*

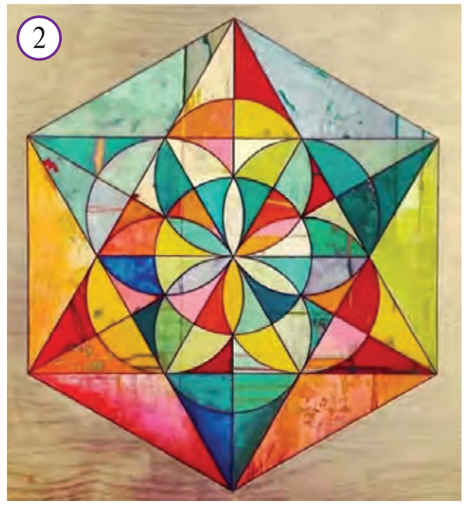
6. Deňýanly ABC üçburçlukda ($AB=BC$) BH – beýiklik. Eger ABC we BHC üçburçluklaryň perimetrleri degişlilikde 48 *sm* we 32 *sm* bolsa, BH beýikligiň uzynlygyny tapyň.
   A) 4 *sm;* B) 6 *sm;* D) 5 *sm;* E) 7 *sm.*

Amaly kompetensiýalary ösdüriji goşmaça materiallar

1. 1-nji suratda görkezilen şekili çyzyň. Ol ýerde töwerekleriň radiuslary deň we belgilenen nokatlar çyzgydaky haýsy-da bolsa töweregiň merkezi.

2. 2-nji suratda görkezilen şekili özbaşdak çyzyň.

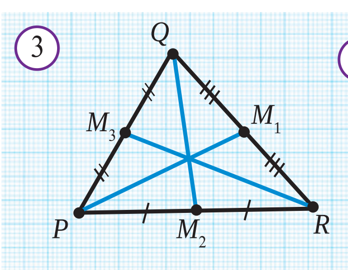


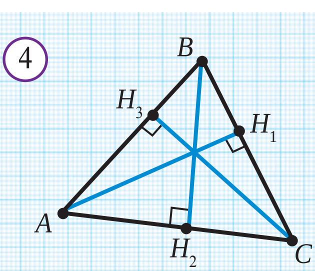


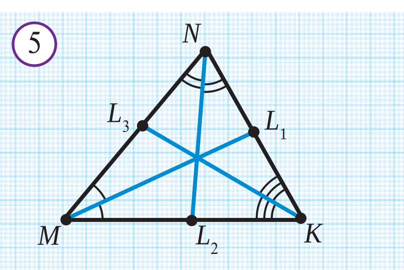
Geometrik barlaglar

1. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň medianalaryny geçiriň (*3-nji surat*). Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde aňladyň.
2. Islendik ýiti burçly üçburçluk çyzyň. Gönüburçly çyzgyçdan peýdalanyp, onuň beýikliklerini geçiriň (*4-nji surat*). Nämäni adyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde aňladyň.
3. Islendik üçburçluk çyzyň. Transportirden peýdalanyp, onuň bissektrisalaryny geçiriň (*5-nji surat*). Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde aňladyň.

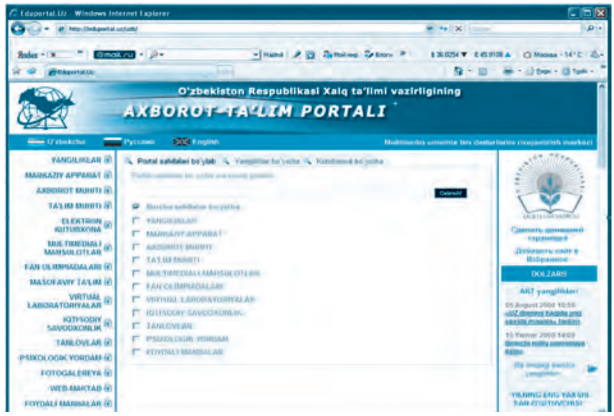
   Geçirilen tejribeler esasynda anyklanan häsiýetleri teorema diýip hasaplasak bolarmy? Näme üçin?







Matematiki meseleler hazynasy



Internetiň web-sahypalaryndan siz özbek, rus, iňlis we başga dillerde matematika älemindäki iň ahyrky täzelikler, elektron kitaphanalar «ammarynda» saklanaýan köp elektron derslikleri tapyp bilersiňiz. şonuň ýaly-da, olar arkaly dürli-dürli nazary materiallar, metodik maslahatlar, sansajaksyz meseleler, mysallar we olaryň çözüwleri, dürli döwletlerde geçirilýän matematiki ýaryşlar baradaky maglumatlar, olarda hödürlenen meseleler we olaryň çözüwleri bilen tanşyp bilersiňiz.

Hususan-da, www.uzedu.uz, www.eduportal.uz – Halk bilimi ministrliginiň habar tälim portallaryndan geometriýa degişli özüňizi gyzyklandyrýan dürli maglumatlary alyp görmegi maslahat berýäris.

Aşakda ýene birnäçe maglumat resurs çeşmeleriniň salgylary berilýär:

www.edu.uz – habar tälim portaly (özbek, rus, iňlis dilinde);
www.pedagog.uz – hünäri kämilleşdiriş edaralarynyň saýty (özbek we rus dilinde);
www.ixl.com/math/geometry – ABŞ matematika tälimi portaly (iňlis dilinde);
www.school.edu.ru – umumtälim portaly (rus dilinde);
www.allbest.ru – Internet resurslary elektron kitaphanasy (rus dilinde);
www.schulen-ans-netz.de – Germaniýadaky “Internet-Mekdep” saýty (nemes dilinde);
www.studienkreis.de – Germaniýanyň okuw gurnaklary saýty (nemes dilinde);
www.educasource.education.fr – Fransiýanyň tälim saýty (fransuz dilinde);
www.educmath.inrp.fr – Fransiýanyň matematika tälimi sifrli resurslary (fransuz dilinde);
http://mat-game.narod.ru/ – matematiki gimnastika. Matematiki meseleler we tapmaçalar (rus dilinde);
http://mathproblem.narod.ru/ – matematiki gurnaklar, mekdepler we olimpiadalar (rus dilinde);
http://mathtest.narod.ru/ – matematiki testler (rus dilinde);
http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm – matematikanyň taryhyna degişli materiallar (rus dilinde);
http://www.exponenta.ru – matematiki tälim saýty (rus dilinde);
http://zadachi.mccme.ru – geometrik meseleler saýty (rus dilinde);
http://www.math-on-line.com – gyzykly matematika meseleleri (rus dilinde).

VII BAP

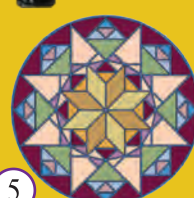
GAÝTALAMAK


1


2


3


4


5


6


7

61 GEOMETRIK MESELELERI ÇÖZMEGIŇ BASGANÇAKLARY

Geometrik meseleleri çözende aşakdakylara üns berilmelidir:

1. Geometriýanyň esasy düşünjeleri, olaryň häsiýetlerini gowy bilmek we ýatda saklamak.
2. Dürli geometrik häsiýetler baradaky teoremalary subut etmegiň usullaryny eýelemek.
3. Berlen geometrik meseläniň mazmunyna düşünmek.

Adatda geometrik meseleler çözülende dört basgançakda ýerine ýetirmek mümkin:

1-nji basgançak. ***Meseläni düşünmek.*** Bu basgançakda meseläniň şerti we netijesi aýratyn alynýar. Nämeler berlen, nämäni tapmak, subut etmelidigi ýa-da gurmalydygy anyklanýar. Meselä degişli çyzgy çyzylýar. Çyzgynyň uly we anyk bolmagy maksada laýykdyr. Berlen ähli maglumatlar çyzgyda belgilenýär.

2-nji basgançak. ***Planlaşdyrmak.*** Bu basgançakda meseläni çözmegiň usuly saýlanýar. Ony ulanmak üçin nähili goşmaça maglumatlar zerurlygy anyklanýar. Kömekçi şekiller çyzylýar.

3-nji basgançak. ***Çözmek.*** Bu basgançakda mesele berlen plan esasynda çözülýär.

4-nji basgançak. ***Barlamak.*** Bu basgançakda meseläniň tapylan çözüwi gönüden-göni barlanylýar. Çözmek prosesine tankydy çemeleşilýär. Eger ýalňyş anyklansa, ol düzedilýär. Düzetmegiň mümkinçiligi bolmasa, meseläni çözmegiň başlangyç basgançagyna gaýdylýar we hemme iş gaýtadan başlanýar.

Mesele çözmegi öwrenmek üçin köpräk mesele çözmeli!

Meselä degişli çyzgyny dogry çyzmagy başarmak we goşmaça çyzyklary tapyp bilmek – meseläniň ýarysyny çözmek diýmekdir.

Geometrik meseleler goýulmagyna we mazmunyna garap üç görnüşde bolýar:

1. hasaplamaga degişli meseleler;
2. subut etmäge degişli meseleler;
3. gurmaga degişli meseleler.

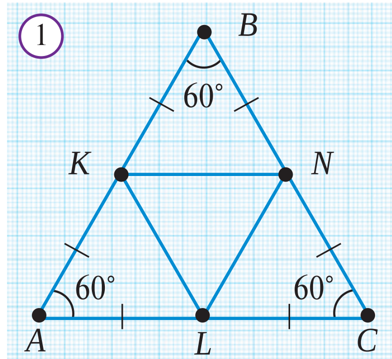
Elbetde meseläni çözmek — bu diňe bir dogry jogaby tapmak diýildigi däl. Meseleler çözmek dowamynda mälim häsiýetleri, teoremalary we olaryň netijelerini ulanmagy başarmak, dürli usullardan peýdalanmagy bilmek zerur bolýar.

Aşakdaky meseläniň çözüliş prosesine gözegçilik edeliň.

Mesele. Deň taraply üçburçluk berlen. Taraplarynyň ortalary kesimler bilen utgaşdyrylsa, olar ýene deň taraply üçburçlugy emele getirýändigini subut ediň.

1. ***Meseläni düşünmek basgançagy.***

ΔABC — deň taraply, K — AB tarapyň ortasy, N — BC tarapyň ortasy, L — AC tarapyň ortasy	ΔKNL — deň taraply



Meseläniň şertleri esasynda çyzgy çyzyp alarys (*1-nji surat*).

2. ***Planlaşdyryş basgançagy.*** Çyzgyda belgilenen deň kesimler we 60°-ly burçlar üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyndan peýdalanmaga ýşarat edýär.

3. ***Çözmek basgançagy.*** Şerte görä, $LA = AK = KB = BN = NC = CL$ we $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. Onda ΔLAK üçburçlugyň AL, AK taraplary we A burçy laýyklykda ΔKBN üçburçlugyň BK, BN taraplary we B burçuna hem-de ΔNCL-iň CN, CL taraplary we C burçuna deň.

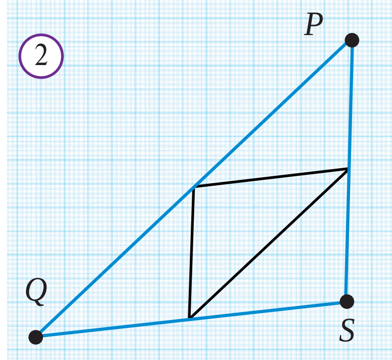
Diýmek, $\Delta LAK = \Delta KBN = \Delta NCL$. Onda bu üçburçluklaryň üçünji taraplary hem özara deň bolýar: $KL = KN = NL$.

Şeýdip, ΔKNL — deň taraply.

4. ***Analiz basgançagy.***

Teorema deňýanly üçburçluklar üçin hem ýerlikli dälmikä?

Gönükme. Bu çaky subut ediň.



Tebigy sorag döreýär: eger üçburçluk dürli taraply bolsa nähili?

Gönükme. Islendik üçburçlugyň taraplarynyň ortalary kesimler bilen utgaşdyrylsa, dört özara deň üçburçluk emele gelýändigini görkeziň (*2-nji surat*).

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

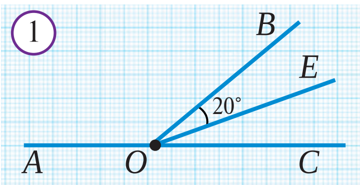
1. Meseläni çözmegiň basgançaklaryny sanap beriň.
2. Geometrik meseleleriň görnüşlerini aýdyp beriň.
Dersligiň aşakdaky sahypalaryndaky meseleleri basgançaklara bölüp çözüň:
3. 23-nji sahypa, 7-nji mesele.
4. 45-nji sahypa, 5-nji mesele.
5. 72-nji sahypa, 7-nji mesele.
6. 85-nji sahypa, 6-njy mesele.
7. 93-nji sahypa, 8-nji mesele.
8. 93-nji sahypa, 9-njy mesele.
9. 117-nji sahypa, 5-nji mesele.
10. 118-nji sahypa, 10-njy mesele.
11. 138-nji sahypa, 8-nji mesele.

62 HASAPLAMAGA DEGIŞLI MESELELER

Hasaplamaga degişli meseleler arifmetik we algebraik meselelere meňzäp gidýär. Dürli geometrik formulalaryň kömeginde, berlen sanly ululyklar esasynda yzygider hasap-hesip işleri ýerine ýetirilýär we gözlenýän ululyk tapylýar.

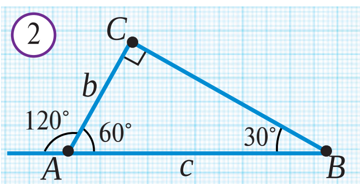
Bu meselelerde köplenç çyzgyny dogry çyzyp almak we gerekli belgilemeleri girizmek işi ep-esli aňsatlaşdyrýar.

1-nji mesele. Goňşy burçlardan biriniň bissektrisasy ikinji burçuň taraplaryndan biri bilen 20°-ly burç emele getirýär. Şu burçlary tapyň.



Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris (*1-nji surat*). Mundan *OE* bissektrisa ýiti burçuň bissektrisasydygy mälim bolýar. Diýmek, $\angle BOC = 2\,\angle 20° = 40°$, $\angle AOB = 180° - 40° = 140°$ bolýar.

2-nji mesele. *ABC* gönüburçly üçburçlukda $\angle C$ – göni burç, *A* depesindäki daşky burç 120°-a deň. Eger $AC + AB = 18$ *sm* bolsa, üçburçlugyň gipotenuzasyny tapyň.

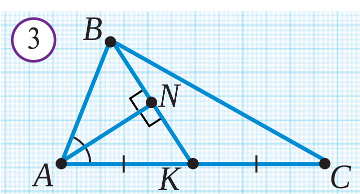


Çözülişi. Meseläniň şertine laýyklykda çyzgyny şekillendirýäris (*2-nji surat*). Üçburçlugyň daşky burçunyň kesgitlemesinden, $\angle A = 180° - 120° = 60°$, $\angle B = 90° - \angle A = 30°$ bolýandygyny anyklaýarys. $AC = b$, $AB = c$ bolsun. Onda $b + c = 18$. Ýiti burçy 30°-a deň bolan gönüburçly üçburçlugyň häsiýetine görä, $c = 2b$ bolýar. Mundan $b + c = b + 2b = 18$, ýagny $b = 6$. Onda $c = 12$ bolýandygy mälim bolýar.

Jogaby: 12 *sm*.

3-nji mesele. *ABC* üçburçlukda $AB = 1$, *A* burçuň bissektrisasy *B* depeden geçirilen mediana perpendikulýar. Eger *BC* tarapyň uzynlygy bitin san bilen aňladylsa, üçburçlugyň perimetrini tapyň.

Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris (*3-nji surat*): $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\Delta ANB = \Delta ANK$ bolýandygyny anyklaýarys, çünki *AN* katet umumy we bir sanydan burçlary deň (katet we oňa sepleşýän ýiti burç boýunça). Mundan bolsa $AB = AK = KC = 1$, ýagny $AC = 1 + 1 = 2$ bolýandygy mälim bolýar.

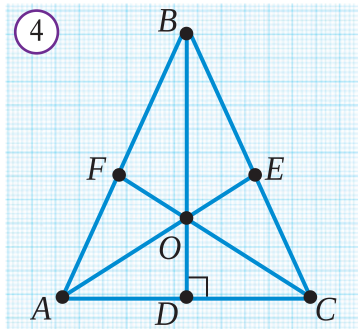


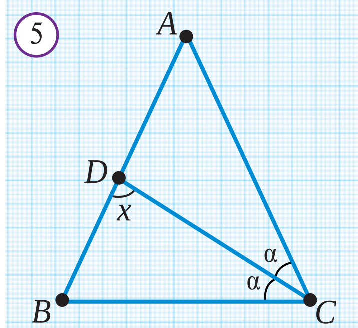
$BC = x$ – bitin san, üçburçlugyň deňsizligine görä $2 + 1 > x$ we $x + 1 > 2$, ýa-da $x < 3$ we $x > 1$, ýagny $1 < x < 3$ bolmaly. 1 bilen 3-üň arasynda bir bitin san bar: 2. Diýmek. $BC = 2$ we $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Jogaby: 5

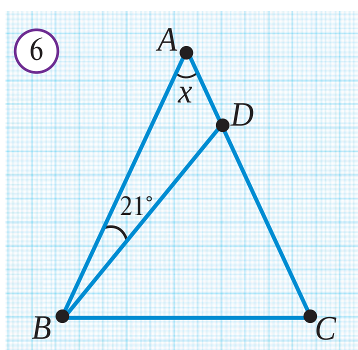
Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. AB kesim uzynlyklary $1:2:3:4$ ýaly gatnaşykdaky kesimlere (şu yzygiderlikde) bölünen. Eger çetki kesimleriň ortalarynyň arasyndaky aralyk 15 *sm*-e deň bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.
2. $\angle ABC = 160°$ bolan burçuň depesinden şu burçuň taraplarynyň arasynda ýatýan BO we BE şöhleler çykarylan. Eger BO şöhle berlen burçy deň ikä, BE şöhle bolsa $3:5$ ýaly gatnaşykda bolsa, OBE burçy tapyň.
3. AOB burç OC şöhle arkaly biri ikinjisinden 30°-a uly bolan iki burça bölünen. Berlen burçuň bissektrisasy bilen OC şöhläniň arasyndaky burçy tapyň.
4. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçy 30°-a deň. Şu üçburçlugyň gapdal tarapy we ikinji gapdal tarapyna geçirilen beýikliginiň arasyndaky burçy tapyň.
5. Üçburçlugyň bir daşky burçy 100°, oňa goňşy bolmadyk burçlarynyň gatnaşygy 2:3 ýaly. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
6. A, B, C, D nokatlar görkezilen tertipde bir göni çyzykda ýatýar we $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K nokat BC kesimde şeýle ýerleşýär, ýagny ol BC we AD kesimleri birmeňzeş gatnaşykdaky böleklere bölýär: $BK : KC = AK : KD$. Bu gatnaşyklary tapyň.





7. Üçburçlugyň iki burçunyň bissektrisalarynyň kesişmeginden emele gelen burç 128°-a deň.Üçburçlugyň üçünji burçuny tapyň.
8. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki burçy 96°-a deň. Esasyndaky burçlaryň bissektrisalarynyň kesişmeginden emele gelen ýiti burçy tapyň.
9. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektrisa we beýiklik çykarylan bolup, olaryň arasyndaky burç 24°-a deň. Üçburçlugyň galan burçlaryny tapyň.
10. Eger 4-nji suratda $AB = BC$, $\angle ABC = 50°$, AE we CF – bissektrisalar bolsa, onda AOB, EOC burçlary tapyň.
11. Eger 5-nji suratda $AB=AC$, $AD=DC$ bolsa, x-i tapyň.
12. Eger 6-njy suratda $AB=AC$, $BD=BC$ bolsa, x -i tapyň.

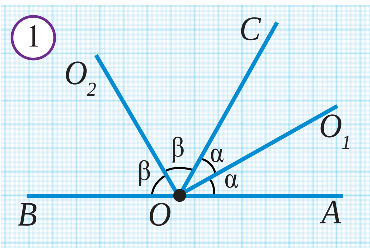


63 SUBUT ETMÄGE DEGIŞLI MESELELER

Subut etmäge degişli meseleler özboluşly kiçijik teoremalardyr. Olary çözmek meselede getirilen tassyklamany subut etmekden ybarat bolýar. Mysal hökmünde aşakdaky meseleleri alalyň.

1-nji mesele. Goňşy burçlaryň bissektrisalarynyň özara perpendikulýar bolýandygyny subut ediň.

$\angle AOC$ we $\angle BOC$ — goňşy burçlar, OO_1 we OO_2 – bissektrisalar (*1-nji surat*). ⇒ $OO_1 \perp OO_2$.

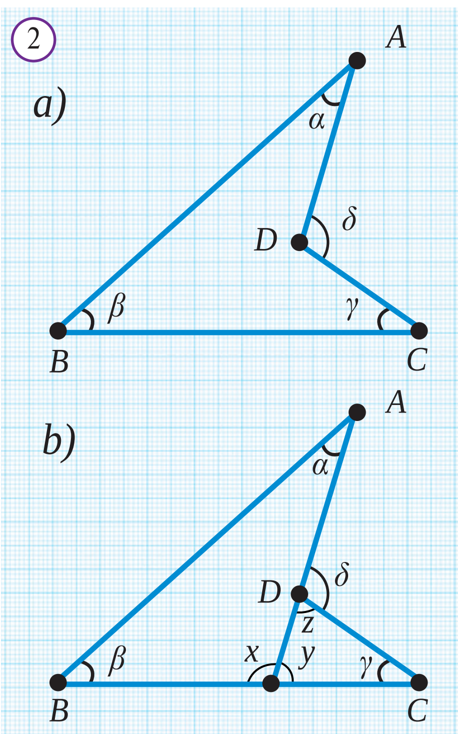


Subudy. OO_1 we OO_2 bissektrisalar bölen burçlary degişlilikde (1-nji suratda görkezilişi ýaly) α we β diýip belgileýäris. Onda, $2\alpha+2\beta=180°$, ýa-da $\alpha+\beta=90°$, ýagny

$$\angle O_1OO_2=\alpha+\beta=90°.$$

Diýmek, $OO_1 \perp OO_2$. Şony subut etmek talap edilipdi.

2-nji mesele. 2-nji *a* suratda görkezilen *ABCD* dörtburçlukda $\angle\delta=\angle\alpha+\angle\beta+\angle\gamma$ bolýandygyny subut ediň.



Subudy. *AD* tarapy dowam etdirip *BC* tarap bilen kesişen nokadyny *E* bilen belgileýäris we burçlar üçin zerur belgilemeleri girizýäris (*2-nji b surat*). Mälim bolşy ýaly $\alpha+\beta+x=180°$ we $y+z+\gamma=180°$. Bu deňlikleri goşup,

$$\alpha+\beta+\gamma+x+y+z=360°$$

deňlige eýe bolarys. Goňşy burçuň häsiýetine görä, $x+y=180°$ bolany üçin

$$\alpha+\beta+\gamma+180°+z=360°,$$

ýa-da

$$\alpha+\beta+\gamma=180°-z=\angle D,$$

ýagny

$$\angle D=\alpha+\beta+\gamma=\angle A+\angle B+\angle C \text{ bolýar.}$$

Deňlik subut edildi.

Geometriýada jümleleriň anyklygynyň we ykjamlygynyň ähmiýeti barada aýdyp geçilipdi. Matematika meselelerini çözmekde-de bu iki talap möhüm. Munuň üçin meseläni çözüp bolansoň, çözüwiň üstünde ýene pikir ýöretmek, «Çözüwi ýönekeýleşdirip bolmazmyka?» ýaly soraglaryň üstünde pikirlenmek peýdalydyr.

Hususan-da, 2-nji meselede δ burçy ΔCDE üçin daşky burç. Bu gözegçilik «Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolan iki burçuň jemine deň» diýen häsiýeti ulanmaga ündeýär:

$$\delta = y + \gamma$$

Emma u ΔABC-niň daşky burçy, diýmek $y = \alpha + \beta$. Şonuň üçin $\delta = \alpha + \beta + \gamma$.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň bir burçy özüne goňşy bolmadyk daşky burçlaryň tapawudyna deň. Bu üçburçlugyň gönüburçly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

2. Bir burçy 150° bolan deňýanly üçburçlugyň esasyndaky depelerinden geçirilen beýiklikleriň deň bolýandygyny subut ediň.

3. Deň taraply üçburçlugyň medianalarynyň kesişme nokadynda 2 : 1 gatnaşykda bolýandygyny subut ediň.

4. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki daşky burçunyň bissektrisasy üçburçlugyň esasyna parallel bolýandygyny subut ediň.

5. 4-nji meselä ters teoremany aňladyň we ony subut ediň.

6. Deň taraply üçburçlugyň islendik iki medianasy 60°-ly burç astynda kesişýändigini subut ediň.

7.* Üçburçluklaryň deňligini olaryň iki tarapyna we üçünji tarapa geçirilen medianasy boýunça subut ediň.

8. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BM we B_1M_1 medianalar geçirilen. Eger $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ we $BM = B_1M_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

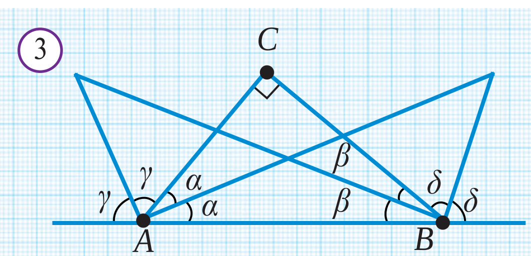
9.* ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda AD , A_1D_1 – bissektrisalar. Eger $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ we $AD = A_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.

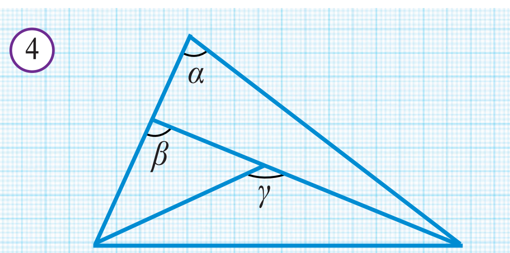
10.* ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BH we B_1H_1 beýiklikler geçirilen. Eger $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ we $BH = B_1H_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

11. Üçburçlugyň iki beýikligi deň bolsa, onuň deňýanly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

12.* 3-nji suratda $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90°$ bolýandygyny subut ediň.

13.* 4-nji suratda $\alpha < \beta < \gamma$ bolýandygyny subut ediň.





64-65 GAÝTALAMAGA DEGIŞLI ÝUMUŞLAR WE MESELELER

1. Geometrik diktant. Jümleleri mazmunyndan gelip çykyp dolduryň:

1. Tekizlikde .... arkaly bir göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Burçuň .... burçy iki özara deň burça bölýär.
3. Kesimiv ortasy ony iki .... bölýär.
4. Tekizlikde göni çyzyga degişli bolan .... hem, degişli bolmadyk .... hem bar.
5. Eger üçburçluk deňýanly bolsa, ... burçlary deň bolýar.
6. Iki deň üçburçluklaryň degişli .... we degişli .... deň bolýar.
7. Deň taraply üçburçlugyň her bir .... gradusa deň.
8. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti .... 90°-a deň.
9. Ýazgyn burç bissektrisasy ony iki .... burça bölýär.
10. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk .... bolýar.
11. Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk .... bolýar.
12. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende, emele gelen içki bir taraply burçlar .... bolýar.
13. Kesimiň uçlaryndan deň .... kesimiň orta perpendikulýarynda ýatýar.
14. Töwerekdäki nokatlar töweregiň merkezinden deň ....

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň:

1. Tekizlikde iki nokat arkaly iki göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Göni burç 180°-a deň bolýar.
3. Goňşy burçlar deň bolýar.
4. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň.
5. Üçburçlugyň depesi bilen şu depesiniň garşysyndaky tarapynyň ortasyny utgaşdyrýan kesime üçburçlugyň bissektrisasy diýilýär.
6. Üçburçlugyň perimetri diýip, onuň burçlarynyň jemine aýdylýar.
7. Üçburçluk taraplarynyň jemi 180°-a deň.
8. 90°-a deň burç astynda kesişen göni çyzyklar parallel diýilýär.
9. Parallel göni çyzyklar bir nokatda kesişýär.
10. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, onuň kiçi burçy 30°-a deň bolýar.
11. Deňýanly üçburçlugyň her bir burçy 60°-a deň.
12. Burçuň bissektrisasynda ýatýan nokatlar burçuň depelerinden deň uzaklykda ýatýar.

3. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik şekili depderiňize ýazyň:

1. Uzynlygy 5 *sm*. 2. Kesişmeýän göni çyzyklar.
3. Nokatlary we uçlary şu nokatlarda bolan iki şöhleden ybarat.
4. Depesinden çykan beýikligi-de medianasy hem bissektrisasy bolýar.
5. Iki tarapy deň üçburçluk. 6. Iki kateti bar.
7. Burçy iki deň burça bölýär.
8. Hemme taraplary deň üçburçluk.
9. Iki burçunyň jemi 90°-dan uly bolan üçburçluk.

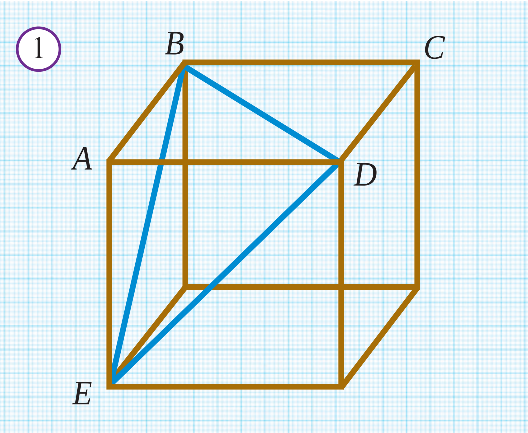
4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýet ýa-da düşündirişleri laýyklap goýuň:

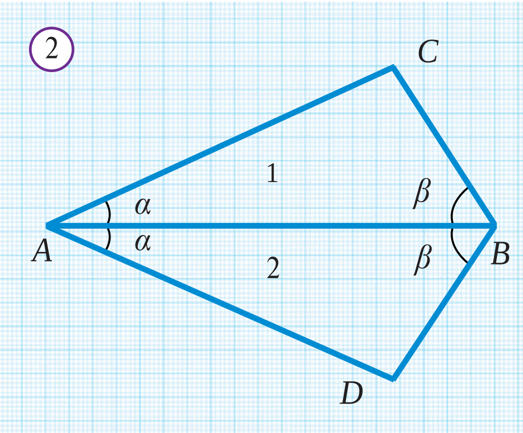
Geometrik düşünje	*Düşündiriş, häsiýet*
1. Perpendikulýar göni çyzyklar	A. Belli bir uzynlyga eýe
2. Deň taraply üçburçluk	B. Iki burçy deň
3. Töwerek	C. Gipotenuzanyň ýarysyna deň
4. Burçuň bissektrisasyndaky nokat	D. Depesi bilen garşysyndaky tarapyň ortasyny utgaşdyrýar
5. Üçburçlugyň beýikligi	E. Bir içki burçuna goňşy we galan iki burçunyň jemine deň
6. 30°-ly burçuň garşysyndaky katet	F. Kesişmeýär
7. Mediana	G. 90°-ly burç astynda kesişýär
8. Üçburçlugyň daşky burçy	H. Taraplary deň
9. Deňýanly üçburçluk	I. Nokatlary merkezinden deň uzaklaşýan
10. Kesim	J. Onuň taraplaryndan deň uzaklykda ýatýar
11. Parallel göni çyzyklar	K. Bir depesinden geçýär we bir tarapyna perpendikulýar

143-nji sahypadaky VII babyň tituly boýunça

1. 1-nji suraty geometriýa baglagan ýagdaýda häsiýetlendirip beriň.
2. 2-nji we 3-nji suratlardan peýdalanyp geometrik şekilleriň garagalpak halk amaly sungatyndaky orny barada aýdyp beriň.
3. 4-nji suratdaky tebigatyň peşgeşleriniň şekillerindäki özboluşlylyk barada aýdyp beriň. Olaryň şekilleriniň adatdan daşary nähilidir artykmaçlyklary barmy?
4. 5-nji suratdaky şekili özbaşdak guruň.
5. 6-njy suratdaky äpişgeleri gurmakda nähili geometrik şekillerden peýdalanylýar?
6. 7-nji suratdaky germewleriň çyzgylaryny özbaşdak çyzyň.

5. Meseleler





1. Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren atanak burçlaryň bissektrisalarynyň parallel bolýandygyny subut ediň.
2. Üçburçlugyň islendik bir tarapy onuň galan iki tarapynyň tapawudyndan uly bolýandygyny subut ediň.
3. Üçburçlugyň burçlary üçin $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?
4. Berlen iki nokatdan geçýän töwerek guruň. Mesele näçe çözüwe eýe?
5. *ABC* üçburçlugyň AA_1 we BB_1 bissektrisalary *O* nokatda kesişýär. Eger a) $\angle AOB = 136°$; b) $\angle AOB = 111°$ bolsa, *ACB* burçy tapyň.
6. 1-nji suratda görkezilen kubda *BD*=6 bolsa, *BE*=?, *DE*=?, *AC*=?, $\angle BED$=?
7. Perimetri 42 *sm* bolan *ABC* üçburçlugyň medianasy ony perimetri 33 *sm* we 35 *sm* bolan iki üçburçluga bölýär. Mediananyň uzynlygyny tapyň.
8. Gönüburçly üçburçluk ýiti burçlarynyň bissektrisalary nähili burç astynda kesişýär?
9. 2-nji suratda $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny subut ediň.
10. *MN* we *NM* şöhleleriniň umumy bölegi nähili şekil bolýar?
11. *A*, *B* we *C* nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger *AB* = 2 *sm*, *BC* = 3 *sm* we *AC* =5 *sm* bolsa, *B* nokat *AC* kesime degişli bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.
12. *A* nokat *BC* göni çyzygyň *B* we *C* nokatlarynyň arasynda ýatýar. Eger *BC* = 15 *sm*, *AC* kesim bolsa *AB* kesimden 3 *sm*-e gysga bolsa, *AB* kesimiň uzynlygyny tapyň.
13. 60° we 30°-ly burçlar guruň.
14. Töweregiň özara perpendikulýar diametrlerini guruň.
15. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 4 esse kiçi bolsa, şu burçlardan ulusyny tapyň.

16. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlaryň gatnaşygy 7:3-e deň. Şu burçlardan kiçisini tapyň.

17. *A*, *B* we *C* nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. *BC* kesimiň uzynlygy *AC* kesimiň uzynlygyndan 3 esse uly, *AB* kesimiň uzynlygy bolsa *BC* uzynlygyndan 3,6 *sm*-e gysga. *AC* kesimiň uzynlygyny tapyň.

18. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende daşky bir taraply burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, bu göni çyzyklaryň özara parallel bolýandygyny subut ediň.

19. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelen burçlardan biri 55°-a deň. Galan burçlaryny tapyň.

20. Deňýanly *ABC* üçburçlugyň depesinden *AB* esasyna geçirilen bissektrisasy ony iki üçburçluga bölýär. Şu üçburçluklaryň deňligini subut ediň.

21. Perimetri 30 *sm* bolan üçburçlugyň bir tarapy ikinji tarapyndan 2 *sm* uly, üçünji tarapyndan bolsa 2 *sm* kiçi. Üçburçlugyň uly tarapyny tapyň.

22. Üçburçlugyň esasyna geçirilen medianasy ony perimetri 18 *sm* we 24 *sm*-e deň iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň kiçi gapdal tarapy 6 *sm-e* deň. Üçburçlugyň uly gapdal tarapyny tapyň.

23. Üçburçlugyň 5 *sm*-e deň bolan beýikligi ony perimetri 18 *sm* we 26 *sm* bolan iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň perimetrini tapyň.

24. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 7,6 *sm*-e, esasy bolsa 2 *sm*-e deň. Gapdal tarapyny tapyň.

25. *AB* we *CD* göni çyzyklar *O* nokatda kesişýär. *BOC* we *AOD* burçlaryň jemi 194°-a deň. *AOC* burçy tapyň.

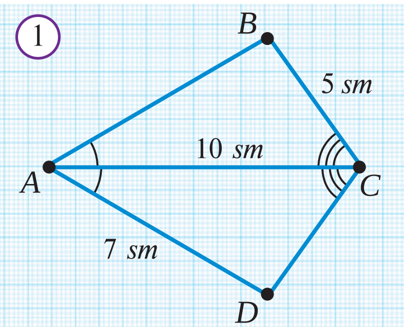
26. *ABC* üçburçlukda *A* burç *C* burça deň, *AD* beýiklik bolsa *BC* tarapy deň ikä bölýär. Eger *BD* = 7,8 *sm* bolsa, *AC*-ni tapyň.

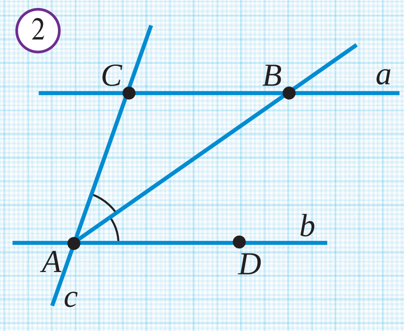
27. Deňýanly üçburçlugyň gapdal tarapyna geçirilen beýikligi bilen ikinji gapdal tarapynyň arasyndaky burç 20°-a deň. Üçburçlugyň esasyndaky burçuny tapyň.

28. *B* burçuň bissektrisasynda ýatýan *D* nokatdan burçuň taraplaryna *DA* we *DC* perpendikulýarlar geçirilen. *DA* = *DC* bolýandygyny subut ediň.

29. Eger *A*, *B* we *C* nokatlar bir göni çyzykda ýatyp, *AC* = 7 *m* we *BC* = 9 *m* bolsa, *AB* kesimiň uzynlygyny tapyň.

66-68 JEMLEÝJI BARLAG IŞI WE ÝALŇYŞLAR ÜSTÜNDE IŞLEMEK





Jemleýji barlag işi iki bölekden ybarat bolup, iki ders sagady (66-67-nji dersler) dowamynda geçirilýär. Birinji bölekde 64-65-nji derslerde garalan geometrik diktant we test soraglaryna meňzeş 5 sany diktant soraglary we 10 sany testi çözmek teklip edilýär. Barlag işiniň ikinji böleginde aşakdaky weriantda berlen meselelere meňzeş 5 sany mesele berilmegi mümkin.

Üçünji ders sagadynda (68-nji ders) netijeler ara alnyp maslahatlaşylýar we ýalňyşlar üstünde işlenýär.

Jemleýji ýazuw barlag işi nusgasy.

Mesele.

1. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 18° kiçi. şu burçlary tapyň.
2. 1-nji suratda berlen maglumatlar esasynda:
   a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň;
   b) *ACD* üçburçluk perimetrini tapyň.
3. 2-nji suratda $a||b$ we *AB* – *CAD* burçuň bissektrisasyny, $AC = 7$ *sm*. *BC* kesimiň uzynlygyny tapyň.
4. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan geçirilen beýikligi onuň bissektrisasy hem bolýar. Şu üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
5. Berlen burça deň burç we onuň bissektrisasyny guruň.

Testler

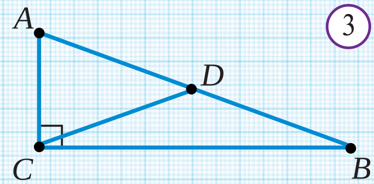
1. Berlen nokatdan berlen göni çyzyga parallel edip näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
   A) 1; B) 2; D) 3; E) 4.

2. Ýazgyn burç näçe gradusa deň?
   A) 90°; B) 90°-dan uly; D) 90°-dan kiçi; E) 180°.

3. Eger *ABC* üçburçlukda $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$ we $AC = 10$ *sm* bolsa, *AB* gipotenuzasyny tapyň.
   A) 10 *sm;* B) 12 *sm;* D) 15 *sm;* E) 20 *sm.*

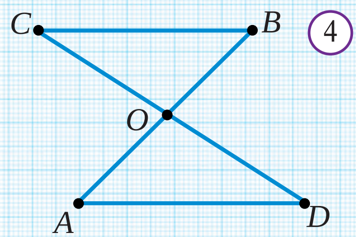
4. *ABC* üçburçlukda $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (*sm*). Eger *ABC* üçburçlugyň perimetri 23 *sm* bolsa, üçburçlugyň kiçi tarapyny tapyň.

A) 3 *sm;* B) 5 *sm;* D) 7 *sm;* E) 9 *sm.*

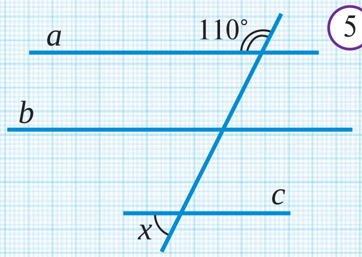


5. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden üç esse uly. Şu burçlaryň tapawudyny tapyň.
A) 45°; B) 60° ; D) 75°; E) 90°.

6. Töweregiň radiusy 3,2 *sm*. Onuň diametrini tapyň.
A) 3,2; B) 5,2; D) 6,4; E) 1,6.

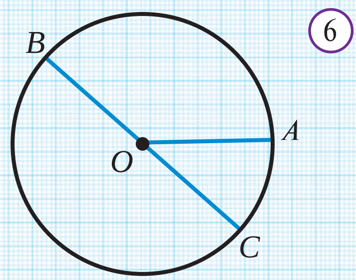


7. *ABC* – gönüburçly üçburçluk (*3-nji surat*), $\angle C = 90^\circ$, *CD* – mediana. $\angle BDC = 130^\circ$ bolsa, $\angle A$-ny tapyň.
A) 45°; B) 65°; D) 75°; E) 85°.



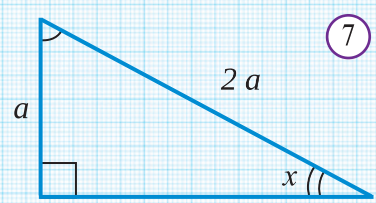
8. *ABC* – deňýanly üçburçlugyň depesindäki *B* burçy 80°-a deň. Onuň *A* depesindäki daşky burçuny tapyň.
A) 130°; B) 120°; D) 110°; E) 100°.

9. Eger $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplardan haýsysy dogry?
A) $a || c$; B) $b \perp d$;
D) $a || d$; E) $b || c$.



10. Eger 4-nji suratda $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ *sm* we $AO + OC = 7$ *sm* bolsa, *AOD* üçburçlugyň perimetrini tapyň.
A) 5 *sm;* B) 7 *sm;*
D) 12 *sm;* E) 17 *sm.*

11. Eger 5-nji suratda $a || b$ we $b || c$ bolsa, $x = ?$
A) 60°; B) 70°; D) 80°; E) 90°.



12. *ABC* üçburçlukda $\angle A = 50^\circ$ we $\angle B = 70^\circ$ bolsa, onuň uly tarapyny anyklaň.
A) *AB*; B) *BC*; D) *AC*;
E) anyklap bolmaýar.

13. Eger 6-njy suratda *O* – töweregiň merkezi, $AO = 4$ *sm* bolsa, *BC* kesimiň uzynlygyny tapyň.
A) 4 *sm;* B) 5 *sm;* D) 2 *sm;* E) 8 *sm.*

14* 7-nji suratda görkezilen üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.
A) 30°; B) 45°; D) 60°; E) 90°.

2. **5.** 1 sany. **7.** a) islendikçe; b) 1 sany; c) 1 sany ýa-da umuman geçirip bolmaýar. **9.** 5 sany; 8 sany.

3. **1.** A we C; A we B. **3.** Hawa; ýok. **5.** a) 2 sany; b) 3 sany; c) 4 sany; d) 11 sany; e) $(n+1)$ sany. **6.** 6 sany. **7.** 8 sany. **8.** 4 sany, 6 sany. **9.** 4 sany. **10.** Hawa.

4. **8.** 6 sany: *AB, BC, CD; AC; AD; BD*.

5. **9.** *B* nokat *A* we *C* arasynda. **10.** 15 *sm.*

6. **4.** 4 *sm*; 5 *sm*; 6,5 *sm*; 1 *sm*; 2,5 *sm*; 1,5 *sm*. **5.** a) 6,6; b) 1; c) 9. **6.** 12,8 *sm*. **7.** 0,8. **9.** 2 ýagdaýyň bolmagy mümkin; *B* nokat *AC* kesimde bolsa, $AC=800\,m$. *C* nokat *AB* kesimde bolsa, $AC=400\ m$.

7. **9.** a) 36 *mm*; b) 90 *sm*; c) 4 *m* 22 *sm*. **10.** a) 5 *sm*; b) 3,5 *sm*; c) 57 *sm*. **13.** 130 *sm*. **14.** 16 *m*.

10. **1-nji barlag işi:** **1.** $BC=3$ *sm*. **2.** $BC=12$ *sm*. **3.** $\angle BOC=35°$. **4.** 150°.

11. **8.** $\angle AOD$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$. **9.** 10 sany, bular: $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle BOA$, $\angle EOB$, $\angle EOC$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$.

12. **4.** Hawa. **7.** a) 72°; b) 60°; c) 50°. **10.** a) Hawa; b) Ýok; c) Ýok. **12.** a) 90°; b) 180°.

13. **5.** 45°. **6.** a) 8 sany; b) 8 sany; c) 8 sany; d) 8 sany. **7.** 5 sany ýiti; 1 sany kütek. **10.** a) 30°; b) 180°; c) 1°. **11.** a) 0,5°; b) 2,5°; c) 15°. **14.** *OC* şöhle $\angle AOD$-niň; *OD* şöhle $\angle COE$-niň; *OE* şöhle $\angle DOB$-niň; *OD* şöhle $\angle AOB$-niň bissektrisasy bolýar.

14. **2.** 180°. **6.** a) 160°; b) 150°; c) 135°; d) 90°. **7.** 45°; 135°. **8.** a) Ýok; b) Hawa; c) Ýok. **9.** Hawa. **10.** a) 140°; b) 45°; c) 45°. **11.** a) 40°; 140°; b) 55°; 125°; c) 18°; 162°.

15. **8.** 1), 2), 3), 6). **9.** Ýok, kesimleriň ortasy üstme-üst düşmän galmagy mümkin.

16. **2.** 1 sany. **3.** 90°. **6.** Islendikçe.

17. **3.** 90°. **5.** *OC*. **6.** 60°; 60°.

19. **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** Ýok. **5.** Mesele 2 çözüwe eýe: z) 15°; 2) 65°. **6.** 15°. **9.** 6 sany. **10.** 4.30 ýa-da 7.30. **11.** $\angle AOB=110°$, $\angle BOC=70°$; b) $\angle AOB=36°$, $\angle BOC=144°$; c) $\angle AOB=112°$, $\angle BOC=68°$; d) $\angle AOB=150°$, $\angle BOC=30°$. **12.** 50°, 130°, 50°, 130°.

20. **2-nji barlag işi:** **1.** 106°. **2.** 60°. **3.** 48°.
21. **9.** a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f.
22. **4.** a) QR; b) $\angle RPQ$ we $\angle RQP$; c) $\angle Q$ ýa-da $\angle PQR$; d) $\angle PQR$. **6.** a) gönüburçly; b) ýiti burçly; c) deňýanly; d) deň taraply; e) kütek burçly.
23. **6.** Gönüburçly üçburçlukda. **7.** Hawa. **8.** 3. **9.** 9 **10.** 16.
24. **10.** e) $\angle D=35°$, $\angle C=62°$. **11.** 85°. **12.** Ýok.
25. **2.** Esasyndaky. **3.** 10. **4.** $a=12$, $b=8$. **10.** 8 *sm*, 8 *sm* we 11 *sm*.
26. **4.** 4. **11.** $AC = BD = 7$.
27. **6.** $\Delta BAC = \Delta KAN$, $\Delta BAN = \Delta KAC$. **9.** 3 ta.
28. **4.** Deň taraply üçburçlukda. **5.** 10,4 *sm*. **7.** 8 *sm*.
29. **6.** $\angle C_1 = 90°$, $\angle A_1 = 30°$, $\angle B_1 = 60°$. **7.** 10 *sm*, 10 *sm*.
30. **6-njy meseleler:** **7.** Hawa. **11.** 85°. **12.** 48°. **13.** 120°.
31. **3-nji barlag işi:** **1.** 10. **3.** $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$. **5-nji testler:** **1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** E; **5.** D; **6.** A; **7.** D; **8.** A; **9.** B; **10.** D; **11.** B; **12.** B; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A.
32. **7.** Ýok, ýok.
33. **4.** $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 117°$, $\angle 4 = \angle 8 = 63°$.
34. **7.** a) Hawa; b) Hawa; c) Hawa; d) Ýok. **9.** 1 sanysy kesmezligi mümkin ýa-da hemmesi kesip geçýär.
35. **6.** a) $\angle 3 = \angle 7 = 105°$, $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75°$. **9.** Ýok.
36. **8.** 1) göni; 2) göni; 3) göni.
37. **5.** 45°. **8.** $\angle 2 = \angle 3 = 55°$. **9.** 70°, 110°. **12.** 60°, 120°.
39. **5-nji meseleler:** **1.** 55°. **2.** Hawa. **3.** Hawa **4.** $\angle 3 = \angle 7 = 118°$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 62°$. **6.** 128°. **11.** 59°
40. **4-nji barlag işi:** **1.** 34°, 146°, 146°. **3.** 48°, 132°. **Testler:** **1.** A; **2.** B; **3.** A; **4.** E; **5.** D; **6.** D; **7.** D; **8.** E; **9.** B; **10.** B; **11.** D; **12.** E; **13.** A; **14.** B; **15.** E; **16.** A.
41. **3.** 1 sany. **4.** 1 sany. **5.** a) bar; b) ýok; c) ýok. **7.** a) 80°; b) 25°; c) 45°; d) 45°. **8.** a) 63°; b) 90°; c) 15°. **9.** a) 80°, 50°; b) 30°, 60°, 90°; c) 50°, 60°, 70°.
42. **3.** 60°, 45°, 75°. **4.** 30°, 120°. **5.** 75°. **6.** 270°. **7.** 90°. **8.** 90°. **9.** 110°. **10.** 60°. **11.** mümkin biri. **12.** 360°.

43. **1.** 50°; 90°; 40°. **2.** 60°; 48°. **5.** mümkin. **6.** 540°. **7.** 24°, 36°, 60°. **9.** a) 30°, 30°; b) 70°, 40° ýa-da 55°, 55°. **10.** a) 15°, 150°; b) 75°, 30°. **12.** 15°; 65°. **13.** 30°. **14.** 67,5°. **17.** a) 65°; b) 45°; 90°; 45°. **18.** a) 79°; b) 100°. **19.** $x=20°$, $y=50°$. **21.** 60°. **22.** 60°, 60°, 60°. **23.** 45°, 90°, 45°.

44. **5.** Gipotenuza 30°-yň garşysyndaky katetden 2 esse uly bolýar. **7.** a) 4; b) 6; c) 60°. **8.** a) 5; b) 13,5; c) 9. **9.** 8 *sm* we 16 *sm*.

45. **4.** a) Ýok; b) ýok; c) bolýar; d) ýok. **5.** a) bolýar; b) bolýar; c) bolýar; d) ýok; e) ýok. **7.** a) bolýar; b) bolýar; c) bolýar; d) ýok; e) bolýar.

47. **2.** 7 *sm*. **3.** 7 *sm*, 7 *sm*.

48. **2.** Iň ulusy $\angle ACB$, iň kiçisi $\angle ABC$. **3.** a) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ mümkin däl; b) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ mümkin. **4.** Esasy, gapdal tarapy. **5.** Ýok. **6.** a) $BC > AC > AB$; b) $BC < AC < AB$. **7.** Ýok, ýok. **8.** 60°; 60°; 120°; 120°. **9.** $0 < \angle B < 60°$. **10.** Ýiti burçly. **12.** Gipotenuzasy.

49. **3.** Ýok. **4.** a) bar; b) ýok; c) bar; d) bar. **5.** a) 7; b) 10; c) 8 ýa-da 5. **7.** 7; 7; 11. **8.** 6 sany. **9.** Üçburçluk ýa-da kesim.

51. **5-nji barlag işi:** **1.** 65°. **2.** 40°,60°,80°. **3.** 12 *sm* **4.** 40°,60°,80°. **4-nji testler:** **1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** B; **5.** D; **6.** B; **7.** B; **8.** B; **9.** E; **10.** A; **11.** D; **12.** A; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D.

62. **1.** 20 *sm*. **2.** 20°. **3.** 15°. **4.** 30°. **5.** 40°; 60°; 80°. **6.** 1 : 2. **7.** 76°. **8.** 42°. **9.** 21°, 69°. **10.** $\angle AOB = 122{,}5°$. **11.** 72°. **12.** 46°.

64. **3.** Ýiti burçly. **5.** a) 92°; b) 42°. **6.** 6; 6; 6; 60°. **8.** 45°. **10.** Kesim. **11.** Hawa. **12.** 9 *sm*. **15.** 144°. **16.** 54°. **17.** 3,6 *sm*. **19.** 4 sany 55°-ly we 4 sany 125°.

65. **5-nji testler:** **1.** A; **2.** E; **3.** D; **4.** B; **5.** E; **6.** A; **7.** E; **8.** D. **9.** B. **10.** A. **11.** A; **12.** D; **13.** B; **14.** D; **15.** E; **16.** A; **17.** B; **18.** E; **19.** A; **20.** D. **6-njy meseleler:** **2.** 12 *sm*. **3.** 12 *sm*. **4.** 34. **5.** 2,8 *sm*. **6.** 83°. **7.** 15,6 *sm*. **8.** 55°. **10.** 2 *m* ýa-da 16 *m*.

66. Jemleýji barlag işi: **1.** 81°, 99°. **2.** b) 22 *sm*. 3. 7 *sm*.

ABDULLA A'ZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
OTAMUROD QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV

O'quv nashri

GEOMETRIYA

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi o'quvchilari uchun darslik
(Turkman tilida)

Tuzatilgan va to'ldirilgan uchunchi nashrdan tarjima

Toshkent — "Yangiy'ol poligraf servis" — 2017
Nashriyot litsenziyasi AI №185, 10.05.2011 y.

Terjime eden — *K. Hallyýew*
Redaktor — *J. Metýakubow*
Tehredaktor — *M. Riksiýew*
Korrektor — *J. Metýakubow*
Sahaplaýjy — *«H&J» döredijilik topary*

Original-maketden çap etmäge 2017-nji ýylyň 24-nji oktýabrynda rugsat edildi.
Ölçegi 70×100 1/16. «Times New Roman» garniturasy. Ofset kagazy. Ofset çap usulynda çap edildi.
Çap listi 10,0. Ş. ç. l. 13,0.
890 nusgada çap edildi.
Buýurtma № 17-341.

22.151
G 37
A'zamow, A.
Geometriýa 7-nji synp: umumy orta bilim berýän mekdepleriň 7-nji synpy üçin derslik/ A. A'zamow, B. Haýdarow, E. Sarikow. – Düzedilen we üsti ýetirilen üçünji neşirden terjime. – Daşkent.: «Yangiyo'l poligraf servis», 2017. - 160 s.

UO'K: 514=512.164(075.3)
KBK: 22.151ya72

ISBN 978-9943-4935-1-3

«O'zbekiston» NÇDÖ çaphanasynda çap edildi.
100129, Daşkent ş., Nowaýy k., 30.

Kärendesine berlen dersligiň ýagdaýyny görkezýän jedwel

T/n	Okuwçynyň ady, familiýasy	Okuw ýyly	Dersligiň alnandaky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly	Dersligiň tabşyrylan-daky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly
1						
2						
3						
4						
5						

Derslik kärendesine berlip, okuw ýylynyň ahyrynda gaýtarylyp alnanda ýokardaky jedwel synp ýolbaşçysy tarapyndan aşakdaky baha bermek ölçeglerine esaslanylyp doldurylýar:

Täze	Dersligiň birinji gezek peýdalanmaga berlendäki ýagdaýy.
Ýagşy	Sahaby bütin, dersligiň esasy böleginden aýrylmandyr. Ähli sahypalary bar, ýyrtylmadyk, goparylmadyk, sahypalarynda ýazgylar we çyzyklar ýok.
Kanagatlanarly	Kitabyň daşy ýenjilen, ep-esli çyzylan, gyralary gädilen, dersligiň esasy böleginden aýrylan ýerleri bar, peýdalanyjy tarapyndan kanagatlanarly abatlanan. Goparylan sahypalary täzeden ýelmenen, käbir sahypalary çyzylan.
Kanagatlanarsyz	Kitabyň daşy çyzylan ýyrtylan, esasy böleginden aýrylan ýa-da bütinleý ýok, kanagatlanarsyz abatlanan. Sahypalary ýyrtylan, sahypalary ýetişmeýär, çyzylyp taşlanan. Dersligi dikeldip bolmaýar.