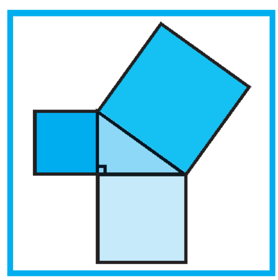
A.A.RAHIMQORIYEV, M.A.TOXTAXOJAYEVA

GEOMETRIYA

8

Uluwma worta bilim beretug'i'n mekteplerdin' 8-klasi' ushi'n sabaqli'q O'zbekistan Respublikasi' Xali'q bilimlendiriw ministrligi ta'repinen qayta basi'wg'a usi'ni'lg'an

Optimallasti'ri'lg'an bag'darlamag'a sa'ykes qayta islengen ha'm toli'qti'ri'lg'an 3- baspasi'



TASHKENT
«YANGIYO'L POLIGRAF SERVIS»
2014

22.151(5Qar)
R 29

Rahimqoriyev A.A.

Geometriya: umumiy o'rta ta'lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik. Uzviylashtirilgan dasturga mos qayta ishlangan 3-nashri. — T.: «Yangiyo'l poligraf servis», 2014.—160 бет.

UO'K:514=512.121(075)
KBK 22.151.(5Qar)ya721

ISBN 978-9943-4223-9-1

Pikir bildiriwshiler: ***G. E. Yusupova*** — *fizika-matematika pa'nleri kandidati' O'zbekistan Respublikasi' Pa'nler Akademiyasi' Matematika ha'm informaciyali'q texnologiyalar institutini'n' jetekshi ilimiy xizmetkeri.*

Z. Arti'qbaeva — *pedagogika pa'nleri kandidati', Nizamiy ati'ndag'i' Tashkent Ma'mleketlik pedagogika universitetinin' docenti.*

«Geometriya-8» sabaqli'g'i' ma'mleketlik bilimlendiriw standartlari'ni'n' ha'm bag'darlamasi'nin' jetilisti'rilgen varianti' tu'rinde jazi'ldi'.

Klasta wori'n'law ushi'n usi'ni's yetilgen ma'seleler gatnasi'nda quramali' ma'seleler menen tamamlanadi'. Quramali'raq dep yesaplang'an ma'seleler woz aldi'na aji'rati'p ko'rsetilgen, wonnan keyingi ma'seleler u'y tapsi'rmasi' ushi'n mo'lsherlengen.

Ha'rbir paragraf aqi'ri'nda sa'ykes qosi'msha ma'seleler berilgen. Woqi'wshi'lardi'n' bilimlerin si'naw ushi'n minimal mug'darda temag'a baylani'sli' testler berilgen. Bul testler ma'mleketlik MBS sa'ykes tu'rinde du'zilgen. Kurs aqi'ri'ndag'i' shi'ni'g'i'wlardan sabaq waqti'nda paydalani'w mu'mkin. Qayta tayarlaw waqti'nda ekspert na'tiyjeleri yesapqa ali'ndi' ha'm taza ma'seleler menen toli'qti'ri'ldi'.

SHA'RTLI BELGILER:

- **7.** — qi'yi'ni'raq ma'seleler
- — yadta saqlan'
- — tariyxi'y mag'luwmatlar
- ***1-TEST*** — wo'zin'izdi si'nap ko'rin'

«Respublika maqsetli kitap qori' yesabi'nan ijara ushi'n basi'p shi'g'ari'ldi'.»

ISBN 978-9943-4223-9-1

7-KLASTA WO'TILGENLERDI TA'KIRARLAW

1. Qon'si ha'm vertikal mu'yeshlerge ti'yi'shli ma'seleler

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

1. 1) Qanday mu'yesh qon'si mu'yesh deli'nedi?
2) Qon'si' mu'yeshlerdi'n' qa'siyetleri'n aytip beri'n'.
3) Qanday mu'yeshler vertikal mu'yeshler delinedi?
4) Vertikal mu'yeshlerdi'n qa'siyetlerin ayti'p berin'.
5) Yeger yeki mu'yeshten' bolsa, wolarg'a qon'si' mu'yesler de ten' bola ma? 6) Mu'yeshti'n' bissektrisasi dep nege aytiladi'?

2. Yeki tuwri' si'zi'qti'n' kesilisiwinen payda bolg'an yeki mu'yeshtin' qosi'ndi'si' 170° qa ten'. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.

3. *AB* ha'm *CD* tuwri' si'zi'qlardi'n' kesilisiwi'nen payda bolg'an *AOD* ha'm *COB* vertikal mu'yeshlerdi'n' qosi'ndi'si' 140° qa ten'. *AOC* mu'yeshti tabi'n'.

4. *ABC* ha'm *ABO* mu'yeshlerdi'n' qosi'ndi'si' 150° qa ten'. Wolar qon'si' mu'yeshler bola alama?
Sheshiliwi: Yeger *ABC* ha'm *ABO* mu'yeshler qon'si' bolsa, wol jag'dayda $\angle ABC+\angle ABO=180°$ ten'li'k wori'nlansa, bul ma'sele sha'rtine qarama-qarsi'. Demek, *ABC* ha'm *ABO* mu'yeshler qon'si' yemes. **Juwabi':** yaq, bola almaydi'.

5. Mu'yeshlerdin' bissektrisasi' woni'n' ta'repi menen 1) 50°; 2) 71°; 3) 89° li' mu'yesh payda yetedi. Berilgen mu'yeshke qon'si' mu'yeshti tabi'n'.

6. 1) Qon'si' mu'yeshlerdi'n' biri yekinshisinen 36° u'lken bolsa, 2) wolardi'n' ayi'rmasi' 50° qa ten' bolsa, 3) wolardin' biri yekinshisinen to'rt yese kishi bolsa, 4) wolar ten' bolsa, usi' qon'si' mu'yeshlerdi tabi'n'.

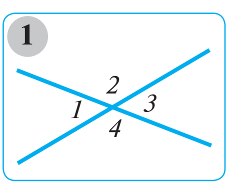
7. Yeger (1-su'wret) 1) $\angle 2 + \angle 4 = 220°$; 2) $3(\angle 1 + \angle 3) = \angle 2 + \angle 4$; 3) $\angle 2 - \angle 1 = 30°$ bolsa, barli'q mu'yeshlerdi tabi'n'.

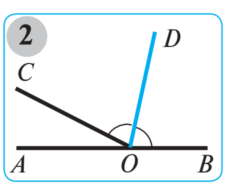
8. 2-su'wrette *BOD* ha'm *COD* mu'yeshleri ten'. Yeger $\angle COB = 152°$ bolsa, *AOD* mu'yeshti tabi'n'.

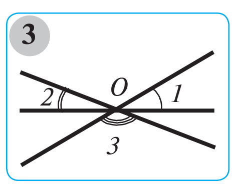
9. Yeki tuwri si'zi'qti'n' kesilisiwinen payda bolg'an mu'yeshlerden u'shewinin' qosi'ndi'si' 175° qa ten' boli'wi' mu'mkin be?

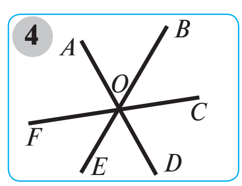
10. Bi'r noqatta kesilisiwshi u'sh tuwri' si'zi'q berilgen (3-su'wret) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ yekeni'n da'liyllen'.

11. 4-su'wrette $\angle AOB = 50°$ ha'm $\angle FOE = 70°$. *AOC*, *BOD*, *COE* ha'm *COD* mu'yeshleri'n tabin'.









12. "Yeger qon'si' mu'yeshler ten' bolsa, wolar tuwri' mu'yesh boladi'"-degen tasti'yi'q duri's pa?

13. Yeki tuwri' si'zi'qti'n' kesilisiwinen payda bolg'an mu'yeshlerden u'shewinin' qosi'ndi'si' 322° qa ten'. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.

14. Mu'yesh bissektrisasi' woni'n' ta'repi menen 68° li' mu'yesh payda yetedi. Berilgen mu'yeshke qon'si' bolg'an mu'yeshti' tabi'n'.

15. Vertikal mu'yeshlerdi'n' qosi'ndi'si' 180° qa ten'. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.

16. 47° qa ten' mu'yeshke qon'si' mu'yesh nege ten'.

2. U'shmu'yeshliktin' perimetri, bissektrisasi' ha'm biyikligine ti'yi'sli ma'seleler

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

17. 1) U'shmu'yeshliktin' perimetri degen ne?
2) U'shmu'yeshliktin' medianasi' degen ne?
3) U'shmu'yeshliktin' biyikligi degen ne?
4) U'shmu'yeshliktin' bissektrisasi' degen ne?

18. Perimetri 36 qa ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' biyikligi woni'n' perimetrleri 18 ha'm 24 ke ten' bolg'an u'shmu'yeshliklerde aji'ratadi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' biyikligin tabi'n'.

19. Perimetri 36 g'a ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' bissektrisasi' woni'n' perimetri 24 ha'm 30 ga' ten' bolg'an u'shmu'yeshliklerge aji'ratadi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' bissektrisasi'n tabi'n'? (5-su'wret).

20. Perimetri 28 sm g'e ten' bolg'an ten' qaptalli u'shmu'yeshliktin' ultani' qaptal ta'repi'nen 4 sm uzi'n. Usi' u'shmu'yeshliktin' ta'replerin tabi'n'.

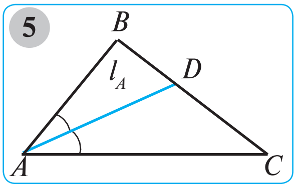
21. U'shmu'yeshliktin' ultani'na tu'sirilgen medianasi' woni' 18 ha'm 24 ke ten' bolg'an yeki u'shmu'yeshlikke aji'ratadi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' kishi qaptal ta'repi 6 sm ge ten'. Woni'n' u'lken qaptal tarepi'n tabi'n' (6-su'wret).

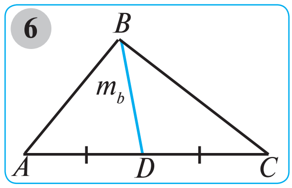
22. U'shmu'yeshliktin' perimetri 72 sm ge ten', ta'replerinin qatnasi' 2:3:4. Usi' u'shmu'yeshliktin' tareplerin tabi'n'.

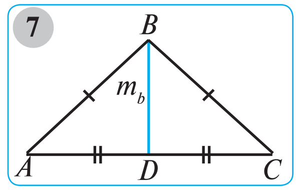
23. ABC u'shmu'yeshlikte $AB=BC$ ha'm BD mediana 6 sm ge ten' ABD u'shmu'yeshliktin' perimetri 24 sm ge ten'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n' (7-su'wret).
Berilgen: ABC-da: $AB = BC$, $BD = 6$ sm – mediana, $P_{ABD} = 24$ sm.
Tabi'w kerek: $P_{ABC} = ?$ **Sheshiliwi.** 1) $P_{ABD} = AB + BD + AD$, bunnan: $24 = AB + AD + 6$, $AB + AD = 24 - 6$, $AB + AD = 18$.
2) $AB = BC$ ha'm $AC = 2AD$, wonda $P_{ABC} = AB + BC + AC = 2(AB + AD) = 2 \cdot 18 = 36$ (sm). **Juwabi':** $P_{ABC} = 36$ sm.

24. U'shmu'yeshliktin' yeki ta'repi 0,5 ha'm 8,7 ten'. U'shinshi ta'repinin' uzi'nli'g'i' natural san yekeni'n bilgen halda usi' ta'repti' tabi'n'.

25. ABC u'shmu'yeshliktin' AB ta'repi $x(x>13)$ sm. AC ta'repi' AB







ta'repinen 8 sm ge qi'sqa, BC ta'repi bolsa AB ta'repten 5 sm ge uzi'n. ABC u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

26. Perimetri 30 qa ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' bissektrisasi' woni'n' perimetrleri 16 ha'm 24 ten' bolg'an u'shmu'yeshli'kke aji'ratadi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' bissektrisasi'n tabi'n'.

27. U'shmu'yeshliktin' biyikligi 4 sm ge ten'. Bul biyiklik u'shmu'yeshli'kti perimetrleri, sa'ykes rawishte, 10 ha'm 23 ke ten' bolg'an yeki u'shmu'yeshlikke aji'ratadi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetri'n tabi'n'.

28. Ultani' AC dan ibarat ten' qaptalli' ABC u'shmu'yeshliktin' BD medianasi' wo'tkizilgen. ABC u'shmu'yeshliktin' perimetri 50 sm ge, ABD u'shmu'yeshlik bolsa 40 sm ge ten' bolsa, usi' medianani'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

3. Ushmu'yeshlikler ten'liginin' qa'siyetleri, u'shmu'yeshliktin' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' ha'm si'rtqi' mu'yeshti'n' qa'siyetlerine ti'yisli ma'seleler.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

29. 1) U'shmu'yeshlikler ten'liginin' birinshi qa'siyetin ayti'p berin'.
2) U'shmu'yeshlikler ten'liginin' yeki'nshi qa'siyetin ayti'p berin'.
3) U'shmu'yeshlikler ten'liginin' u'shi'nshi qa'siyetin ayti'p berin'.
4) U'shmu'yeshliktin si'rtqi' mu'yeshinin' qa'siyetlerin ayti'p berin'.

30. ABC ha'm DEF u'shmu'yeshliklerde: $AB = DE$, $AC = DF$, $\angle A = \angle D$. Bul u'shmu'yeshlikler ten' be?

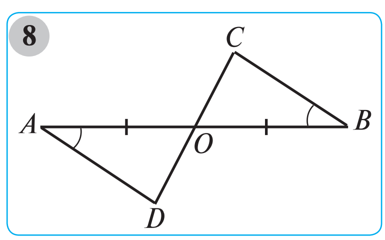
31. U'shmu'yeshliklerdin' 117° li' si'rtqi' mu'yeshi qon'si' bolmag'an ishki mu'yeshlerinin' qatnasi' 5:4. Usi' ishki mu'yeshti tabi'n'.

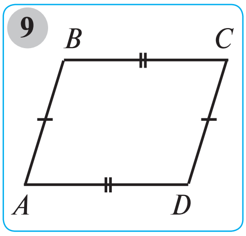
32. ABC u'shmu'yeshliktin' AB tarepi'nde D noqat, $A_1B_1C_1$ u'shmu'-yeshliktin A_1B_1 ta'repinde bolsa, D_1 noqat ali'ng'an. ADC ha'm $A_1D_1C_1$ u'shmu'yeshlikler ha'm de DB ha'm D_1B_1 kesindiler ten' yekeni ma'li'm. ADC ha'm $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshliktin' ten'ligin da'liyllen'.

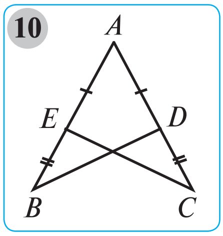
33. 8-su'wrette $AO = OB$, $\angle A = \angle B$, $CO = 5$ sm. DO ne tabi'n'.

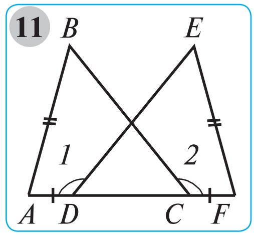
Sheshiliwi. Tarepi ha'm wog'an jabi'sqan yeki mu'yeshi boyi'nsha ($\angle AOD = \angle BOC$ –vertikal mu'yeshler, $AO = OB$ ha'm $\angle A = \angle B$ – sha'rt boyi'nsha): $\Delta AOD = \Delta BOC$. Soni'n' ushi'n, $CO = DO = 5$ sm.

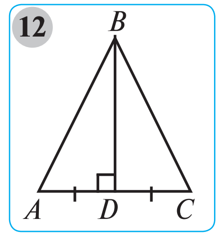
Juwabi': $DO = 5$ sm.











34. ABC ha'm $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshliklerde AB ha'm A_1B_1, BC ha'm B_1C_1, ta'repler ten' ha'm de sa'ykes halda AB ha'm A_1B_1 ta'rep-lerge wo'tkizilgen. CD ha'm C_1D_1 medianalar da ten'. Usi' u'sh-mu'yeshliktin' ten'li'gi'n da'liyllen'.

35. Bir u'shmu'yeshliktin' yeki ta'repi ha'm mu'yeshi sa'ykes ra'wishte yekinshi u'shmu'yeshliktin' yeki ta'repi ha'm mu'yeshine ten'. Bunnan usi' u'shmu'yeshliktin' ten'li'gi kelip shi'g'ama?

36. 9-su'wrette $AB=DC$ ha'm $BC=AD$. B mu'yeshtin' D mu'yeshke ten'ligin da'li'yllen'.

37. 10-su'wrette $AB=AC$ ha'm $AE=AD$. $BD=CE$ yekenligin da'liyllen'.

38. 11-su'wrette $AD=CF$, $AB=FE$ ha'm $CB=DE$ $\angle 1 = \angle 2$ yekenin da'liyllen'.

39. AB ha'm CD kesindiler O noqatta kesilisedi. Yeger $\angle ACO = \angle DBO$ ha'm $BO = CO$ yekenligi ma'li'm bolsa, ACO ha'm DBO u'shmu'-yeshliklerdin ten'ligin da'liyllen'.

40. 12- su'wrette $BD \perp AC$ ha'm $AD = CD$. Usi' su'wretke ten' u'sh-mu'yeshlikler bar ma?

41. Ushmu'yeshliktin' 108° li' si'rtqi' mu'yeshi qon'si' bolmag'an ishki mu'yeshlerdin' ultani' 2:7. Usi' ishki mu'yeshlerdi tabi'n'.

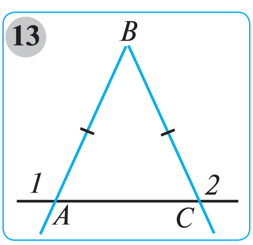
42. Ultani' AC dan ibarat ABC ten' qaptalli' u'shmu'yeshlikte 1) $\angle 1 = 65°$ (13-su'wret); 2) $\angle 1 = 55°$ (14-su'wret). 2-mu'yeshti tabi'n'.

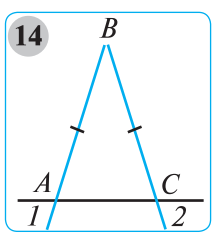
43. ABC u'shmu'yeshliktin' B mu'yeshi 42° qa A to'besindegi si'rtqi' mu'yeshi bolsa 100°qa ten'. BCA mu'yeshlerin tabi'n'.

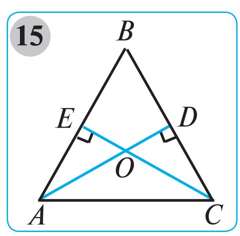
44. Tuwri' mu'yeshli ABC u'shmu'yeshliktin' C mu'yeshi – tuwri', A to'besindegi si'rtqi' mu'yeshi bolsa 136°qa ten' B mu'yeshi'n tabi'n'.

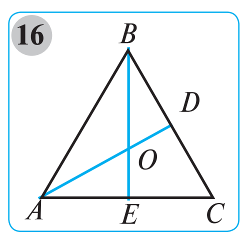
45. Ten' qaptalli' ABC u'shmu'yeshliktin' AD ha'm CE biyiklikleri O no-qatta kesilisedi'. ABC u'shmu'yeshliktin' biyiklikleri arasi'ndag'i' AOC mu'yeshti tabi'n'.

46. Ten' qaptalli' ABC u'shmu'yeshliktin' AD ha'm BE bissektrisalari' O noqatta kesilisedi (16-su'wret). ABC U'shmu'yeshliktin' bissektrisalari arasi'ndag'i' ADE mu'yeshti tabi'n'.









1-§. TO'RTMU'YESHLIKLER

1-tema. KO'PMU'YESHLIKLER

1. Ko'pmu'yeshlikler. Si'ni'q si'zi'q ha'm woni'n' elementleri, tuyi'q si'ni'q si'zi'q ha'm ko'pmu'yeshlik haqqi'nda da'slepki tu'sinikler menen tani'sti'n'i'z. Yendi wolardi' u'yreniwdi dawam yetemiz. Yeger tuyi'q si'ni'q si'zi'q wo'z-wo'zi menen kesilispese, bunday si'ni'q si'zi'q *a'piwayi' tuyi'q si'ni'q si'zi'q* dep ataladi'. Wol tegislikti usi' si'ni'q si'zi'qqa tiyi'sli bolmag'an yeki bo'limge — ishki ha'm si'rtqi' bo'limge aji'ratadi', wol usi' bo'limnin' uluwma shegarasi' yesaplanadi'. 17-su'wrette ishki bo'lim boyap ko'rsetilgen. Yendi biz ko'pmu'yeshliklerdi u'yreniwdi dawam yetemiz.

1-ani'qlama. *Tegisliktin' a'piwayi' tuyi'q si'ni'q si'zi'q penen woni'n' ishki bo'liminin' birlespesi* ***ko'pmu'yeshlik*** *dep ataladi'.*

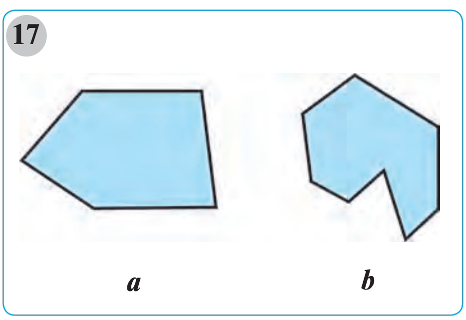
Ko'pmu'yeshliktin' shegarasi'na tiyisli bolmag'an noqatlari' usi' ko'pmu'yeshliktin' *ishki noqatlari'*, shegarasi'nda jatqan noqatlari' — *shegarali'q* noqatlar delinedi. Si'ni'q si'zi'qti'n' to'beleri *ko'pmu'yeshliktin' to'beleri*, woni'n' buwi'nlari' ko'pmu'yeshliktin' *ta'repleri* dep ataladi'.

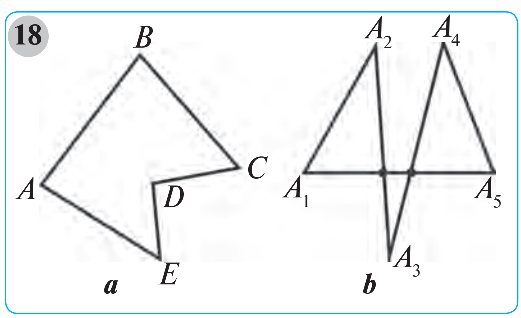
Ko'pmu'yeshliktin' barli'q ta'replerinin' uzi'nli'qlari'ni'n' qosi'ndi'si' **ko'pmu'yeshliktin' perimetri** delinedi.

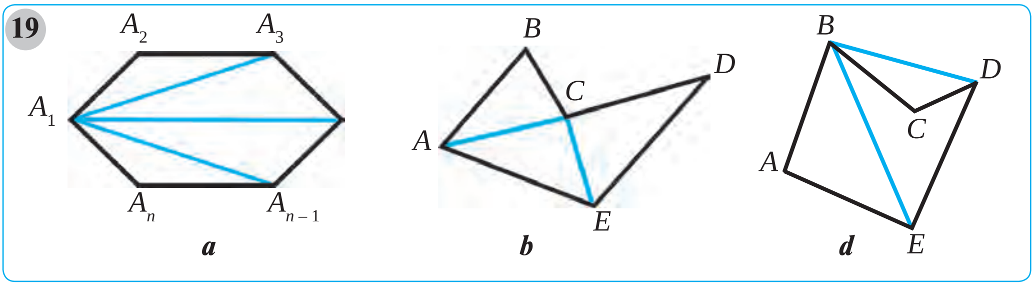
Ko'pmu'yeshliktin' ta'repleri (to'beleri) sani' wo'zinin' mu'yeshlerinin' sani'na ten'. 18-*a* su'wrette $ABCDE$ besmu'yeshlik su'wretlengen. 18-*b* su'wrettegi figura ko'pmu'yeshlik yemes, sebebi wol wo'z-wo'zinde kesilispeytug'i'n, tuyi'q si'ni'q si'zi'qtan du'zilmegen (yag'ni'y woni'n' qon'si' bolmag'an ta'repleri uluwma noqatqa iye).

Ko'pmu'yeshliktin' bir ta'repine tiyisli yeki to'besi *qon'si' to'beler* delinedi. Ko'pmu'yeshliktin' qon'si' bolmag'an qa'legen yeki ushi'n birlestiriwshi kesindi woni'n' diagonali' delinedi.

Mi'sali', 19-*a* su'wrette A_1A_3, ... ha'm A_1A_{n-1} n mu'yeshliktin' A_1







to'besinen, 19-*b* su'wrettegi *AC* ha'm *CE*. 19-*d* su'wrettegi *BE* ha'm *BD* kesindiler bolsa sa'ykes halda beshmu'yeshliktin' *C* ha'm *B* to'besinen shi'qqan diagonallar. Ko'pmu'yeshlikti belgilewde woni'n' to'beleri izbe iz keliw ta'rtibinde an'lati'ladi'. Mi'sali': 20-*a* su'wrettegi besmu'yeshlikti *ABCDE*, *BCDEA*, yamasa *CDEAB* dep te belgilew mu'mkin.

2. Do'n'es ko'pmu'yeshler.

2-ani'qlama. *Yeger ko'pmu'yeshlik ta'repin wo'z ishine alg'an qa'legen tuwri' si'zi'qqa qarata bir yari'm tegislikte jatsa, wol* ***do'n'es ko'pmu'yeshlik*** *delinedi. Bunda tuwri' si'zi'qti'n' wo'zi usi' yari'm tegislikke tiyisli boladi'.*

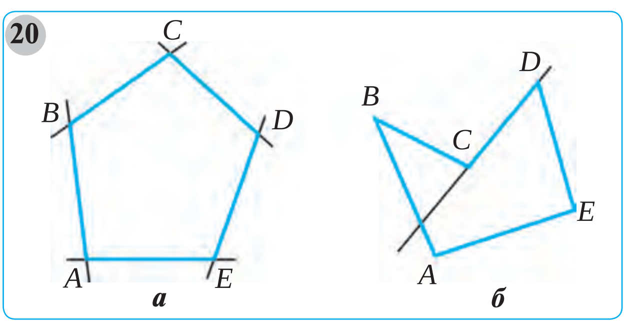
Mi'sali': 20-*a* su'wrette do'n'es ko'pmu'yeshlik, 20-*b* su'wrette bolsa do'n'es yemes ko'pmu'yeshlik berilgen.

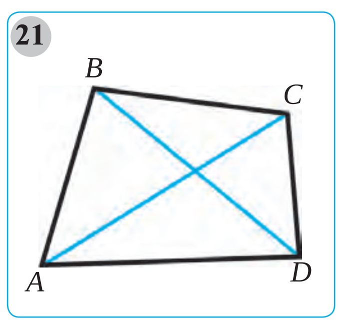
3. To'rtmu'yeshlikler.

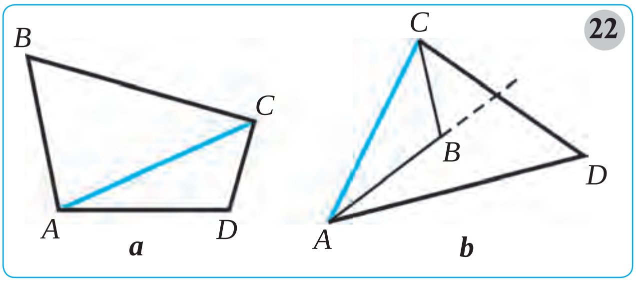
3- ani'qlama. *To'rt noqat ha'm bul noqatlardi' izbe-iz tutasti'ri'wshi' to'rt kesindiden ibarat figura* ***to'rtmu'yeshlik*** *dep ataladi'. Bunda no'qatlardan u'shewi bir tuwri' si'zi'qta kesilispese wolardi' tutasti'riwshi' kesindiler de kesilispewi kerek.*

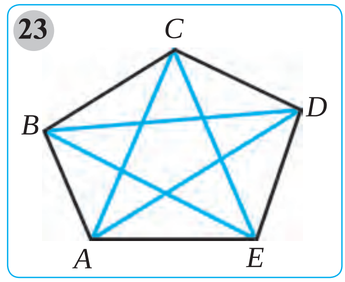
Mi'sali', 21-*a* su'wrettegi to'rtmu'yeshlikte *AB* ha'm *AD- qon'si' ta'repler, AB* ha'm *CD- qarama-qarsi' tarepler*, *A* to'besine B ha'm *D* to'beler *qon'si' to'beler*; *C* to'besi bolsa *qarama-qarsi' to'be* boladi'; *AC* ha'm *BD* kesindiler *diagonallari'.*

22-*a* su'wrette do'n'es to'rtmu'yeshlik, 22-*b* su'wrette bolsa woyi's to'rtmu'yeshlik su'wretlengen. Woyi's to'rtmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' biri' yag'ni'y *AC* diagonal to'rtmu'yeshliktin' ishki bo'limine tiyisli yemesligine itibar berin'.









Biz mektepte tiykari'nan do'n'es ko'pmu'yeshlikti u'yrenemiz. Soni'n' ushi'n bunnan keyin to'rtmu'yeshlik degende, do'n'es to'rtmu'yeshlikti na'zerde tutami'z (basqa jag'daylarda bolsa ayri'qsha ayti'p wo'tiledi).

4. Ko'pmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' sani' haqqi'nda.

Teorema.

Do'n'es *n* mu'yeshtin' diagonallari'ni'n' sani' $\frac{n(n-3)}{2}$ **ge ten'.**

Da'liyl. Ko'pmu'yeshliktin qa'legen to'besin alsaq, woni'n' menen bir ta'repke tiyisli bolg'an yeki to'be bar. Bir ta'repke tiyisli bolmag'an to'beler sani' bolsa $(n-3)$. Soni'n' ushi'n ko'pmu'yeshliktin' ha'rbir to'besinen shi'qqan diagonallardi'n' sani' $(n-3)$ke ten'. Barli'q to'besinen shi'qqan diagonallar sani' bolsa $n(n-3)$ ke ten'. Bunda ha'r bir diagonal ko'pmu'yeshliktin' yeki to'besin tutasti'rg'ani' sebepli, yeki ma'rte yesapqa ali'ng'an. Demek, ko'pmu'yeshliktin' ja'mi tu'rli diagonallari' sani' wonnan yeki yese kem boladi', yag'ni'y $\frac{n(n-3)}{2}$ ge ten'.

Ma'sele. Do'n'es besmu'yeshliktin'; 1) bir to'beden shi'qqan diagonallari'n'n' sani'n; 2) barli'q diagonalri'ni'n' sani'n tabi'n'.

Sheshiliwi. *ABCDE* besmu'yeshliktin' $(n=5)$ *A* to'besinen shi'qqan diagonallari'n'n' sani' $5-3=2$ (*AC* ha'm *AD*) barli'q diagonallari'n'n' sani' bolsa $\frac{5\cdot(5-3)}{2}=5$ (*AC*, *AD*, *BD*, *BE* ha'm *CE*) boladi' (23-su'wret).

Juwabi': 1) 2; 2) 5.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

1. 1) Ko'pmu'yeshlik dep nege ayti'ladi'?
2) Ko'pmu'yeshliktin' diagonali' degen de neni tu'sinesiz?
3) Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' ani'qlamasi'n ayti'n'?
4) To'rtmu'yeshliktin' neshe diagonali' bar?

Barli'q ta'repleri ha'm ha'mme mu'yeshleri' ten' bolg'an do'nes ko'pmu'yeshlik ten' ta'repli ko'pmu'yeshlik dep ataladi'.

2. 1) Do'n'es ko'pmu'yeshlik si'zi'n'; 2) Do'n'es yemes ko'pmu'yeshlik si'zi'n'. Do'n'es ko'pmu'yeshlik do'n'es yemes ko'pmu'yeshlikten qalayi'nsha aji'rali'p turadi'.

3. 1) Do'n'es ko'pmu'yeshlik to'besinin' sani' yen' keminde neshew boli'wi' mu'mkin; 2) Do'n'es yemes ko'pmu'yeshlik degen ne?

4. Do'n'es n mu'yeshinin' to'besi ko'pmu'yeshliktin' to'besinen birewinde bolg'an nurlar arqali' yen' keminde neshe u'shmu'yeshlikke aji'rati'w mu'mkin ($n > 3$).

5. Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' bir to'besinen shi'qqan diagonallari'ni'n' sani' 15. Usi' ko'pmu'yeshliktin' barli'q diagonallari'ni'n' sani'n tabi'n'.

6. Do'n'es: 1) wonbirmu'yeshti'n'; 2) woti'zmu'yeshti'n' bir to'besinen shi'qqan ha'm de barli'q diagonallari'ni'n' sani' qansha?

7. Do'nes' ko'pmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' sani' woni'n' ta'replerinin' sani'nan 2,5 yese ko'p. Usi' ko'pmu'yeshliktin' ta'repleri qansha?

8. $ABCD$ to'rtmu'yeshliktin' perimetri 44 sm ge ten' AB ta'repi qalg'anlari'na sa'ykes halda 3 sm, 4 sm ha'm 5 sm kishi. AB ta'repinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

Sheshiliwi. $AB=x$ bolsi'n. Bul jag'dayda qa'lg'an ta'repler sa'ykes halda $BC=(x+3)$ sm, $CD=(x+4)$ sm ha'm $AD=(x+5)$ sm boladi'. Sha'rt boyi'nsha, to'rtmu'yeshliktin' perimetri 44 sm ge ten' yekenin yesapqa ali'p, ten'leme du'zemiz ha'm woni' sheshemiz:

$x+(x+3)+(x+4)+(x+5)=44,\ 4x+12=44,\ 4x=32,\ x=8$ (sm).

Juwabi': $AB=8$ sm.

9. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 96 sm ge ten'. Yeger tuwri' to'rtmu'yeshliktin' qatnasi' 1:3 bolsa woni'n' ta'replerin tabi'n'.

10. $ABCD$ to'rtmu'yeshliktin' AD ta'repi 12 sm ge ten'. Wol qon'si' ta'replerinin' ha'r birinen 2 qarama-qarsi' sm u'lken ha'm tuwri' u'si'ndag'i' ta'repten bolsa 4 sm kishi. Usi' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

Sheshiliwi. AD ta'rep: penen qon'si'las AB ha'm ... ta'repler 12 − −...= (sm)ge ten'. Bunda P_{ABCD} = 12 + ...+ ...+ ...= ...(sm) boladi'.

Juwabi': P_{ABCD} = ...sm.

11. Diagonallari'ni'n' sani': 1) ta'repleri sani'na ten', 2) ta'replerinin' sani'nan arti'q bolg'an ko'pmu'yeshlik bar ma?

12. $ABCD$ to'rtmu'yeshlikliktin' perimetri 22 sm ge ten', AB ta'repi BC ta'repinen 2 sm u'lken ha'm DA ha'm de CD ta'replerinin' ha'r birinen 2 sm kishi bolsa, woni'n' BC ta'repin tabi'n'.

13. Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' bir to'besinen shi'qqan diagonallari'ni'n' sani' 18. Usi' ko'pmu'yeshliktin' ta'replerinin' sani' qansha? Barli'q diagonallari'ni'n' sani'-she?

14. Do'n'es alti'mu'yeshliktin': 1) bir to'besinen shi'qqan diagonallar sani'; 2) barli'q diagonallar sani'n tabi'n'.

15. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 66 sm ge, yeni bolsa 15 sm ge ten'. Usi' tuwri to'rtmu'yeshliktin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

16. Do’n’es ko’pmu’yeshliktin’ diagonallari’ woni’n’ ta’replerinen 12 ge ko’p. Ko’pmu’yeshliktin’ ta’repleri qansha?

17. To’rtmu’yeshliktin’ perimetri 16 sm, ta’replerinen biri sa’ykes halda, qalg’anlari’nan 6 mm ge, 8 mm ge ha’m 10 mm ge u’lken. Usi’ to’rtmu’yeshliktin’ ta’replerin tabi’n’.

2-tema. DO’N’ES KO’PMU’YESHLIKTIN’ ISHKI HA’M SI’RTQI’ MU’YESHLERININ’ QOSI’NDI’SI’

Do’n’es besmu’yeshlik si’zi’n’ ha’m woni’n’ bir to’besinen shi’g’i’wshi’ barli’q diagonallardi’ wo’tkizin’. 1) Bunda neshe u’shmu’yeshlik payda boldi’? 2) Usi’ besmu’yeshliktin’ mu’yeshlerinin’ qosi’ndi’si’n tabi’n’.

Juwabi’: *1) ... ; 2) ...°.*

1. Ko’pmu’yeshlik ishki mu’yeshlerinin’ qosi’ndi’si’.

Ani’qlama. ***Ko’pmu’yeshliktin’*** *berilgen to’besindeg’i* ***ishki mu’yeshi*** *dep woni’n’ usi’ to’besinde kesiliwshi ta’repler payda yetken mu’yeshke ayti’ladi’.*

1-teorema.

Do’n’es n mu’yesh ishki mu’yeshlerinin’ qosi’ndi’si’ $180°(n-2)$ ge ten’, bunda n — ta’repler sani’.

Da’liyl. $A_1A_2A_3...A_n$ — berilgen do’n’es n mu’yesh ha’m $n>3$ bolsi’n (19-*a* su’wrette). Bir to’besinen, ma’selen A_1 dan, ko’pmu’yeshliktin’ barli’q diagonallari’n wo’tkizemiz. Bul diagonallar woni’ $(n-2)$ u’shmu’yeshlikke aji’ratadi’. Haqi’yqattan da *yeki shetki* u’shmu’yeshlikler ($\Delta A_1A_2A_3$ ha’m $A_1A_{n-1}A_n$) ko’pmu’yeshliktin’ yeki ta’repi ha’m bir diagonali’, qalg’an u’shmu’yeshlikler bolsa ko’pmu’yeshliktin’ bir ta’repi ha’m yeki diagonali’nan du’zilgen. Soni’n’ ushi’n u’shmu’yeshlikler sani’ $(n-2)$ yaki ko’pmu’yeshliktin’ ta’repleri sani’nan yekige kem boladi’. Ko’pmu’yeshliktin’ mu’yeshler qosi’ndi’si’ woni’ payda yetiwshi u’shmu’yeshlik mu’yeshleri qosi’ndi’si’na, yamasa $180°\ (n-2)$ ge ten’ boladi’.

1. *Do’n’es u’shmu’yeshliktin’ ishki mu’yeshleri qosi’ndi’si’ 180° qa ten’ boladi’.*
2. *Do’n’es ko’pmu’yeshliktin’ ha’rbir mu’yeshi 180° tan kishi.*
3. *Ko’pmu’yeshliktin’ mu’yeshler qosi’ndi’si’ haqqi’ndag’i’ teorema do’n’es yemes ko’pmu’yeshlikler ushi’n da wori’nli’.*

Mi’sali’ do’n’es yemes besmu’yeshliktin’ mu’yeshlerinin’ qosi’ndi’si’ (13-*b* su’wrette) u’sh u’shmu’yeshliktin’ (sebebi AC ha’m CE diagonallar woni’ u’sh u’shmu’yeshlikke aji’ratadi’) barli’q mu’yeshler qosi’ndi’si’, yag’ni’y 540° qa ten’. Biraq $n=5$ te ha’m $180°\cdot(5-2)=180°\cdot 3=540°$.

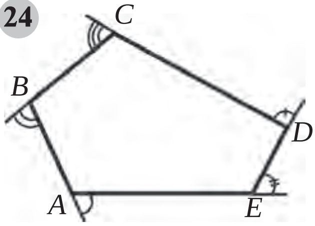
2. Ko'pmu'yeshliktin' si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si'.

Ani'qlama. ***Ko'pmu'yeshliktin' berilgen to'besindegi si'rtqi' mu'yeshi dep,*** *woni'n' usi' to'besindegi ishki mu'yeshine qon'si' mu'yeshke ayti'ladi'.*

2-teorema.

Do'n'es n mu'yeshtin' ha'rbir to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 360° qa ten'.

24



Da'liyl. Ko'pmu'yeshliktin' ha'rbir to'besinen birewden si'rtqi' mu'yesh jasaymi'z. Ko'pmu'yeshliktin' ishki mu'yeshi ha'm woni'n' menen qon'si' bolg'an si'rtqi' mu'yeshinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten' (24-su'wrette). Sol sebepli barli'q ishki ha'm ha'rbir to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 180° n ge ten'. Biraq ko'pmu'yeshliktin' barli'q ishki mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' $180°(n-2)$ ge ten'. Bunday halda ha'rbir to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerdin' qosi'ndi'si'

$180°n - 180°(n-2) = 180°n - 180°n + 360° = 360°$ qa ten' boladi'.

1-ma'sele. Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' ishki mu'yeshlerinin' ha'm bir si'rtqi' mu'yeshinin' qosi'ndi'si' 2115° ten'. Usi' ko'pmu'yeshliktin' neshe ta'repi bar?

Sheshiliwi. Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' ishki mu'yeshleri qosi'ndi'si' 180° qa ten'.Soni'n' ushi'n 2115° ti' to'mendegishe jazi'p alami'z:

$$2115° = 11 \cdot 180° + 135°.$$

Demek, usi' do'n'es u'shmu'yeshliktin' ishki mu'yeshleri qosi'ndi'si' $11 \cdot 180° = 1980°$ qa ten', 135° bolsa bir ishki mu'yeshine sa'ykes si'rtqi' mu'yesh. $180°(n-2) = 11 \cdot 180°$ ten'lemeni sheship, to'mendegini tabami'z: $n-2=11$, yag'ni'y $n=13$. **Juwap:** 13.

2-ma'sele. Ta'repleri ten' bolg'an n mu'yeshtin' ha'rbir ishki mu'yeshi (a_n) nege ten'.

Sheshiliwi. Bizge ma'lim, qa'legen do'n'es n mu'yeshtin' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' $180°(n-2)$ ge ten').Ko'pmu'yeshliktin' mu'yeshleri ten' bolg'an' ushi'n wolardi'n' ha'rbiri to'mendegige ten': $\alpha_n = \frac{180°(n-2)}{n}$

3-ma'sele. Ta'repleri ten' bolg'an n mu'yeshtin' ha'rbir si'rtqi' mu'yeshi (β_n)nege ten'?

Sheshiliwi. Bizge ma'lim qa'legen do'n'es n mu'yeshtin' ha'rbir to'besinen shi'qqan birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 360° qa ten'.

$$\beta_n = \frac{360°}{n}.$$

Do'n'es n mu'yeshtin' ha'rbir to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerdin' qosi'ndi'si' ko'pmu'yeshliktin' ta'replerinin' sani'na baylani'sli' yemes.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

18. 1) Ko'pmu'yeshliktin' berilgen to'besindegi ishki mu'yeshi dep qanday mu'yeshge ayti'ladi'? Si'rtqi' mu'yeshi-she?
2) Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' ishki mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' nege ten'? Ha'rbir to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si'-she?

19. $ABCD$ to'rtmu'yeshliktin' yen' kishi mu'yeshi 40° qa ten'. Qalg'an mu'yeshleri 4, 5 ha' 7 sanlari'na proporcional. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.
Sheshiliwi. $\angle A = 40°$ −yen' kishi mu'yesh bolsi'n. Bunda $\angle B + \angle C + \angle D = 360°$ - ...° = ...° boladi'. $\angle B = 4x$ desek, bunda $\angle C = ...x$ ha'm $\angle D = ...x$ boladi', Ten'leme du'zemiz: $...x + ...x + ...x =$ ...°. Yendi payda bolg'an ten'lemeni sheshemiz: $...x$ = ...°, x = ...° . Aqi'ri'nda izlenip ati'rg'an mu'yeshlerdi tabami'z: $\angle B = 4 \cdot ...° = ...°$, $\angle C = 5 \cdot ...° = ...°$, $\angle D = 7 \cdot ...° = ...°$.
Juwabi': $\angle B = ...°$, $\angle C = ...°$, $\angle D = ...°$.

20. Do'n'es to'rtmu'yeshliktin' mu'yeshleri 1, 2, 3 ha'm 4 sanlari'na proporcional. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.

21. 1) Wonekimu'yeshtin'; 2) woti'zbirmu'yeshliktin'; 3) yeliwmu'yeshliktin'; 4) toqsanmu'yeshliktin' mu'yeshler qosi'ndi'si'n tabi'n'.
M i's a l i'. 1) $\alpha_{13} = 180° \cdot (13 - 2) = ...° \cdot ... = ...°$.

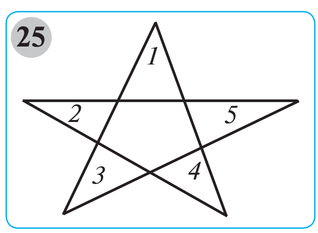
22. Ko'pmu'yeshlik mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si': 1) 1080° qa; 2) 1620° qa; 3) 3960° qa ten'. Ko'pmu'yeshliktin' ta'replerinin' sani' qansha?

23. Ha'rbir ishki mu'yeshi: 1) 144° qa; 2) 150° qa; 3) 170° qa; 4) 171° qa ten' bolga'n do'n'es ko'pmu'yeshliktin' neshe ta'repi boladi'?
2) Si'rtqi' mu'yeshinin' ha'rbiri: 1) 36° qa; 2) 24° qa; 3) 60° qa; 4) 15° qa ten' bolga'n do'n'es ko'pmu'yeshliktin' neshe ta'repi bar?

24. Ishki mu'yeshler qosi'ndi'si' woni'n' ha'rbi'r to'besinen birewden ali'ng'an si'rtqi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si'nan 6 yese u'lken bolg'an ko'pmu'yeshliktin' ta'repi qansha?

25. Qanday do'n'es n mu'yeshte woni'n' barli'q mu'yeshleri:
1) dog'al; 2) tuwri'; 3) su'yir boli'wi' mu'mkin?

26. Qa'legen besmu'yeshli juldi'zshani'n' su'yir mu'yeshleri'nin' qosi'ndi'si' neshege ten' (25-su'wret)?

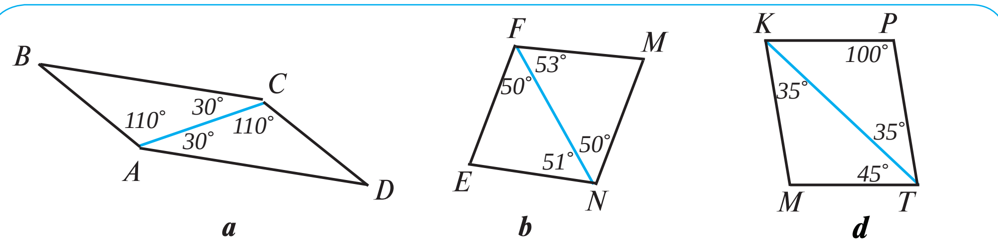


27. Ko'pmu'yeshlik ishki mu'yeshlerinin' ha'm bir si'rtqi' mu'yeshinin' qosi'ndi'si' 1000° qa ten'. Ko'pmu'yeshliktin' ta'replerinin' sani' qansha?

28. 1) Wonu'shmu'yeshliktin'; 2) wonbirmu'yeshliktin'; 3) jigirmamu'yeshliktin'; 4) qi'rqmu'yeshliktin' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si'n tabi'n'.

29. Si'rtqi' mu'yeshinin' ha'rbiri: 1) 10° qa; 2) 12° qa; 3) 30° qa; 4) 45° qa ten' bolg'an do'n'es ko'pmu'yeshliktin' neshe ta'repi bar?

3- tema. PARALLELOGRAMM HA'M WONI'N' QA'SIYETLERI



– *To'rtmu'yeshliktin' qaysi' ta'repleri* wo'z-ara parallel? Ta'bi'wg'a ha'reket yetin'!

1. Parallelogramm.

A n i' q l a m a . *Qarama-qarsi' ta'repleri wo'z ara parallel bolg'an to'rtmu'yeshlik* ***parallelogramm*** *dep ataladi'.*

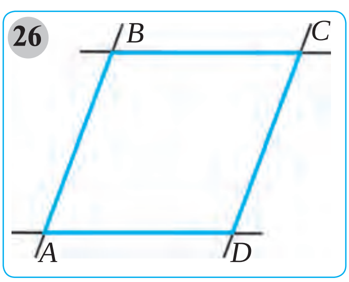
Yeger $ABCD$ parallelogramm bolsa, $AB \| DC$ ha'm $AD \| BC$ boladi' (26-su'wret). Parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'replerine perpendikulyar bolg'an kesindiler parallelogrammni'n' biyikligi delinedi. Parallelogrammni'n' bir-birinen aji'rati'p turatug'i'n yeki biyikligi bar. Mi'sali', 27-su'wrette BP ha'm BF biyiklikleri boli'p tabi'ladi'.

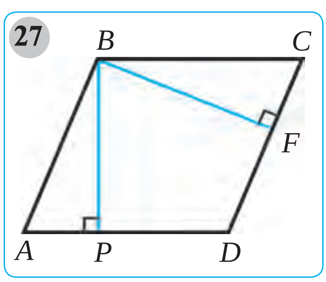
2. Parallelogrammni'n' qa'siyetleri.

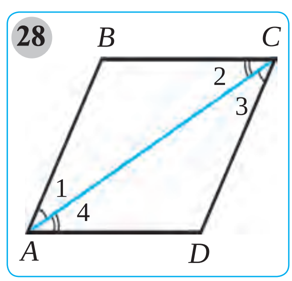
1-teorema.

(1-qa'siyet.) **Parallelogrammni'n' diagonali' woni' ten'dey yeki u'shmu'yeshlikke bo'ledi.**

D a ' l i y l . $ABCD$ parallelogramm berilgen bolsa, wonda $AB \| CD$ ha'm $BC \| AD$. Woni'n' AC diagonali'n wo'tkizemiz (28-su'wret). Bunda $ABCD$ parallelogramm ADC ha'm CBA u'shmu'yeshliklerge aji'rati'lg'an. $\triangle ADC = \triangle CBA$ yekenligin da'liylleymiz. Bul u'shmu'yeshliklerde AC — ultan ta'repi ha'm wog'an sa'ykes mu'yeshler ten', ya'g'ni'y $\angle 1 = \angle 3$ (AB ha'm DC parallel tuwri' si'zi'qlar ha'm de AC kesilisiwshi menen kesiliskennen payda bolg'an







ishki almasi'wshi' mu'yeshler $\angle 2 = \angle 4$ (AD ha'm BC parallel tuwri' si'zi'qlar ha'm de AC kesiwshisi menen kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'wshi' mu'yeshler bolg'ani' ushi'n). U'shmu'yeshler ten'liginin' yekinshisi qa'siyeti boyi'nsha: $\triangle ADC = \triangle CBA$. Bul teoremadan to'mendegi na'tiyjeler kelip shi'g'adi':

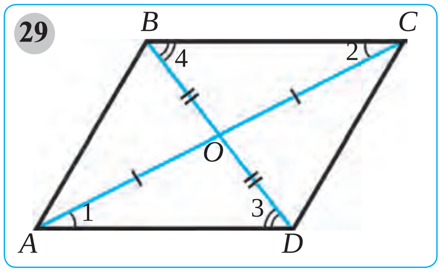
1-na'tiyje. Parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repleri ten'.

2-na'tiyje. Parallelogrammni'n' qarama-qarsi' mu'yeshleri ten'.

Na'tiyjelerdin' duri'sli'g'i'n ani'qlan'.

2-teorema.

(2-qa'siyet.) **Parallelogrammni'n' diagonallari' kesilisedi ha'm kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linedi.**



D a ' l i y l . $ABCD$ — berilgen parallelogramm ha'm O — AC ha'm BD diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' bolsi'n (29- su'wret). $AO = OC$ ha'm $DO = OB$ yekenin da'liylleymiz.

U'shmu'yeshlikler ten'liginin' yekinshi qa'siyeti boyi'nsha: $\triangle AOD = \triangle COB$. Sebebi bul u'shmu'yeshliklerde $AD = BC$ (parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repleri bolg'ani' ushi'n), $\angle 1 = \angle 2$ ha'm $\angle 3 = \angle 4$ (AD ha'm BC parallel tuwri' si'zi'qlar sa'ykes halda AC ha'm BD kesiwshiler menen kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'wshi' mu'yeshler bolg'ani' ushi'n). Soni'n' ushi'n, $AO = OC$ ha'm $DO = OB$.

3-teorema.

(3-qa'siyet.) **Parallelgrammni'n' bir ta'repine jaylasg'an mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten'.**

Da'liyl. Parallelogrammni'n' bir ta'repinde jay'lasqan mu'yeshler ishki bir ta'repli mu'yeshler boladi'. Soni'n' ushi'n wolardi'n' qosi'ndi'si' 180° qa ten'.

1-ma'sele. Parallelogrammni'n' mu'yeshlerinen yekewinin' qosi'ndi'si' 172° qa ten'. Woni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

Sheshiliwi. Parallelogrammni'n' qon'si' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten' bolg'ani' ushi'n berilgen mu'yeshler qon'si' mu'yeshler bolmaydi', wolar qarama-qarsi' mu'yeshleri ten' bolg'ani' ushi'n, wolardi'n' ha'rbiri 172° : 2=86° qa ten'. Parallelogrammni'n' qalg'an yeki mu'yeshi 180° − 86°= = 94° dan boladi'. **Juwabi':** 86°, 94° , 86°, 94°.

2-ma'sele. Parallelogrammni'n' yeki ta'repinin qatnasi' 5 : 7, perimetri bolsa 4,8 sm ge ten'. Parallelogrammni'n' ta'replerin tabi'n'.

Sheshiliwi. Parallelogrammni'n' ta'replerinin' uluwma wo'lshemi x bolsi'n. Bunda ta'replerinin' biri 5 x sm, yekinshisi bolsa $7x$ sm boladi'. Sha'rt boyi'nsha: $2(5x+7x)=4,8$. Bunnan $12x = 2,4$ yag'ni'y $x = 0,2$. Bul jag'dayda birinshi ta'rep $5 \cdot 0,2 = 1$ (sm)ge, yekinshi ta'repi bolsa $7 \cdot 0,2=1,4$ (sm)ge ten' boladi'. **Juwabi'.** 1 sm, 1,4 sm, 1 sm, 1,4 sm.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

30. 1) Qanday to'rtmu'yeshlikke parallelogramm delinedi?
2) Parallelogramm do'n'es to'rtmu'yeshlik bola ala ma?

31. Parallelogrammni'n': 1) barli'q mu'yeshleri su'yir boli'wi' mu'mkin be? 2) mu'yeshlerinen tek birewi tuwri' boli'wi' mu'mkin be?

32. 1) (Awizeki) *ABCD* parallelogrammda *O-AC* ha'm *BD* diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'. Bir jup ten' u'shmu'yeshliklerdi tabi'n'.
2) (Awi'zeki) Parallelogrammni'n' yeki qon'si' ta'repi sa'ykes halda 14 sm ge ha'm 16 sm ge ten'. Usi' parallelogrammni'n' perimetrin tabi'n'.

33. 25-su'wrette parallelogrammni'n' ayi'ri'm elementlerinin' u'lkenligi ko'rsetilgen. Ja'ne qanday u'lkenliklerdi tabi'w mu'mkin?

34. Yeger parallelogrammni'n' mu'yeshlerinen biri: 1)35°; 2) 100°; 3) basqasi'nan 2 yese u'lken; 4) basqasi'nan 90° qa arti'q bolsa, parallelogrammni'n' barli'q mu'yeshlerin tabi'n'.

35. Parallelogrammni'n' diagonali' woni'n yeki ta'repi menen 25° ha'm 45° li mu'yeshler payda yetedi. Usi' parallelogrammni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

36. Parallelogrammni'n' perimetri 54 sm ge, ta'replerinin' biri bolsa 15 sm ge ten'. Usi' parallelogrammni'n' qalg'an ta'replerin tabi'n'.

37. Su'yir mu'yeshi *A* bolg'an *ABCD* parallelogrammni'n' *B* to'besinen *AD* ta'repine *BK* perpendikulyar wo'tkizilgen, *BK*=0,5*AB*. *C* ha'm *D* mu'yeshlerin tabi'n'.

38. Parallelogrammni'n' qon'si' ta'replerinin' qosi'ndi'si' 20 sm ge, ayi'r-masi' 12 sm ge ten'. Usi' parallelogrammni'n' ta'replerin tabi'n'.

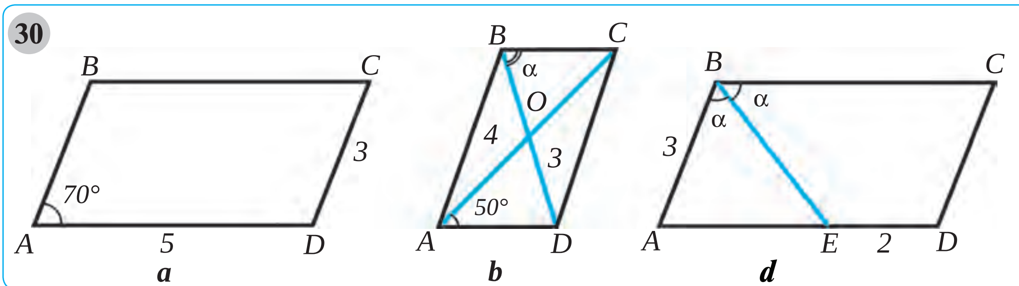
39. Parallelogrammni'n' diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' arqali' tuwri' si'zi'q wo'tkizilgen. Usi' tuwri' si'zi'qti'n' parallelogrammni'n' parallel ta'repleri arasi'ndag'i' kesindisi usi' noqatta ten' yekige bo'linetug'i'n-li'g'i'n ani'qlan'.

40. Parallelogrammni'n' diagonali' woni'n' yeki ta'repi menen 20° li' ha'm 55° li' mu'yeshler payda yetedi. Usi' paallelogrammni'n' barli'q mu'yeshlerin tabi'n'.

41. Parallelogrammni'n' yeki ta'repinin' uzi'nli'g'i' 2 ha'm 3 sanlari'na proporcional. Woni'n' perimetri 50 sm ge ten'. Parallelogrammni'n' barli'q ta'replerinin' uzi'nli'qlari'n tabi'n'.

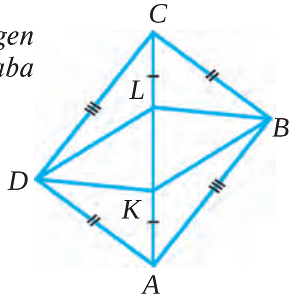
42. *ABCD* parallelogrammda: *AB*=7 sm, *BC*=11 sm, *AC*= 14 sm, *BD*= 12 sm: *O* – diagonallardi'n' kesilisiw noqati' yekeni ma'lim. *ABO* ha'm *BOC* u'shmu'yeshliklerdin' perimetrin tabi'n'.

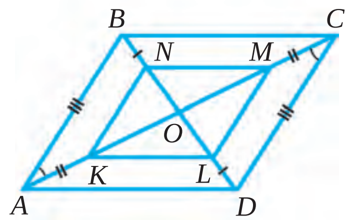
30



4-tema. PARALLELOGRAMMNI’N’ QA’SIYETLERI

Su’wretlerde sa’wlelengen parallelogrammlardi’ taba alasi’z ba?





Da’slepki temada ko’rip shi’qqani’mi’zda ma’lim boldi’, parallelogrammni’n’ qarama-qarsi’ mu’yeshleri ha’m ta’repleri ten’. Sonday-aq, parallelogramm qa’legen yeki qon’si’las mu’yeshini’n’ qosi’ndi’si’ 180° boladi’: parallelogrammni’n’ diagonali’ woni’ yeki ten’ u’shmu’yeshlikke aji’rati’wi’n da’liylledik.

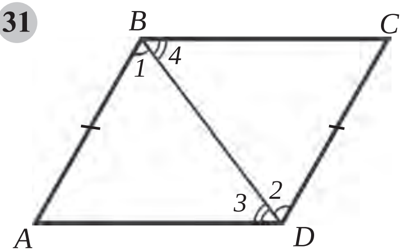
Yendi paralleogrammni’n’ qa’siyetleri menen tani’sami’z.

1-teorema.

(1-qa’siyet.) **Yeger to’rtmu’yeshlikliktin’ yeki ta’repi ten’ ha’m parallel bolsa, bunday to’rtmu’yeshlik parallelogramm boladi’.**

D a ’ l i y l. $ABCD$ to’rtmu’yeshlikte $AB=DC$ ha’m $AB \parallel DC$ bolsi’n (31-su’wret). Woni’n’ BD diagonalin wo’tkizemiz. Na’tiyjede yeki ten’ ABD ha’m CDB u’shmu’yeshlikleri payda boladi’ (yeki ta’repi ha’m wolar arasi’ndag’i’ mu’yeshi boyi’nsha), sebebi wolarda $AB=DC$ (sha’rt boyi’nsha), BD ta’repi — ultan, $\angle 1=\angle 2$ (AB ha’m DC parallel tuwri’ si’zi’qlar ha’m de BD kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolg’an ishki almasi’wshi’ mu’yeshler bolg’ani’ ushi’n). U’shmu’yeshliklerdin’ ten’liginen, $\angle 3=\angle 4$ yekeni kelip shi’g’adi’. Bul mu’yeshler AD ha’m BC tuwri’ si’zi’qlar ha’m de BD kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolg’an ishki almasi’wshi’ mu’yeshler, demek $AD \parallel BC$.

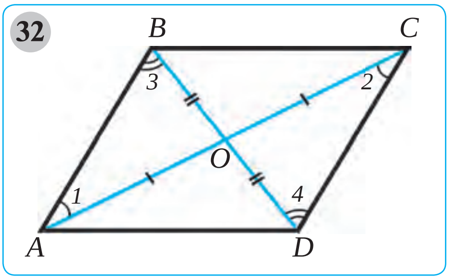
31



Solay yetip, $ABCD$ to’rtmu’yeshliklerinin’ qarama-qarsi’ ta’repleri jup-jubi’ menen parallel. Soni’n’ ushi’n parallelogrammni’n’ ani’qlamasi’na qarap $ABCD$ to’rtmu’yeshligi parallelogramm.

2-teorema.

(2-qa’siyet.) **Yeger to’rtmu’yeshliklerdin’ diagonallari’ kesilisse ha’m kesilisiw noqati’nda ten’ yekige bo’linse, bul to’rtmu’yeshlik parallelogramm.**



Da’liyl. $ABCD$ to’rtmu’yeshlikte O noqat AC ha’m BD diagonallari’ni’n’ kesilisiw noqati’ $AO=OC$ ha’m $BO=OD$ ten’likler wori’nlanadi’ (32-su’wret). Ushmu’yeshlikler ten’liginin’ 1-qa’siyeti boyi’nsha, AOB ha’m COD u’shmu’yeshlikler ten’ ($AO=OC$, $BO=OD$ — sha’rt boyi’nsha, $\angle AOB=\angle COD$ — vertikal mu’yeshler), sonday-aq $AB=CD$ ha’m $\angle 1=\angle 2$. 1 ha’m 2 mu’yeshlerdin’ ten’liginen, $AB \parallel CD$ (tuwri’ si’zi’qlardi’n’ parallellik qa’siyeti boyi’nsha) kelip shi’g’adi’. Solay yetip, $ABCD$ to’rtmu’yeshlikte AB ha’m CD ta’repleri ten’ ha’m de parallel, demek, parallelogrammni’n’ 1-qa’siyeti boyi’nsha $ABCD$ to’rtmu’yeshlik — parallelogramm.

Parallelogrammni’n’ ja’ne de to’mendegishe qa’siyetleri bar:

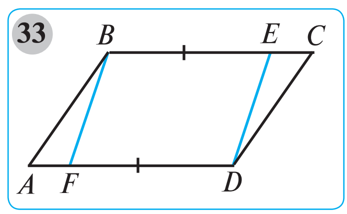
3-qa’siyet. Yeger to’rtmu’yeshliktin’ qarama-qarsi’ ta’repleri jup jubi’ menen ten’ bolsa, bul to’rtmu’yeshlik parallelogramm.

4-qa’siyet. Yeger to’rtmu’yeshliktin’ qarama-qarsi’ mu’yeshleri jup jubi’ menen ten’ bolsa, bul to’rtmu’yeshlik parallelogramm.

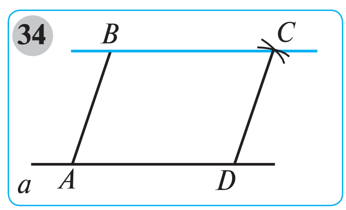
1-ma’sele. $ABCD$ parallelogrammni’n’ BC ha’m AD ta’replerine ten’ kesindiler si’zi’lg’an: $BE=DF$ (33-su’wret). $BEDF$ to’rtmu’yeshlik parallelogramm bola aladi’ ma?

Sheshiliwi. $BEDF$ to’rtmu’yeshliktin’ BE ha’m DF qarama-qarsi’ ta’repleri ten’ ha’m parallel. Soni’n’ ushi’n, parallelogrammni’n’ 1-qa’siyeti boyinsha, $BEDF$ to’rtmu’yeshlik – parallelogram. **Juwabi’.** Awa, boladi’.

2-ma’sele. Berilgen noqattan wo’tiwshi ha’m berilgen tuwri’ si’zi’qqa parallel tuwri’ si’zi’qti’ si’zi’n’.

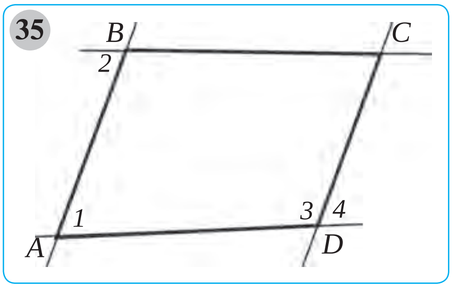


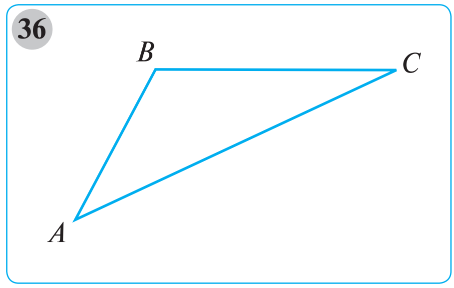
Sheshiliwi. a – tuwri’ si’zi’q. B – wonda jatpaytug’i’n noqat bolsi’n. a tuwri’ si’zi’qta A ha’m D noqatlari’n belgileymiz (34-su’wret). B, D noqatlardan radiuslari’ sa’ykes halda AD ha’m AB bolg’an shen’berler wo’tkizemiz. Wolardi’n’ kesilisiw noqati’n C menen belgileymiz. BC tuwri’ si’zi’qti’ wo’tkizemiz, wol izlenip ati’rg’an tuwri’ si’zi’q boladi’. Haqi’yqati’nda da, $ABCD$ to’rtmuyeshliktin qarama-qarsi’ ta’repleri ten’. Parallelogrammni’n’ 3-qa’siyeti boyi’nsha, ABCD to’rtmu’yeshlik – parallelogramm. Soni’n ushi’n, $BC \parallel AD$.



Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

43. 1) Yeger to’rtmu’yeshliktin’ yeki ta’repi ten’ ha’m parallel bolsa, bul to’rtmu’yeshlik parallelogramm boli’wi’n da’liylley alasi’z ba?





2) Yeger to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' kesilisse ha'm kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linse, bul to'rtmu'yeshliktin' parallelogramm yekenligi qalay da'liyllenedi?

44. Yeger: 1) $\angle 1 = 70°$, $\angle 3 = 110°$, $\angle 2 \neq \angle 4$; 2) $\angle 1 = \angle 2 = 60°$, $\angle 3 = 115°$ bolsa, bunday jag'dayda $ABCD$ to'rtmu'yeshligi parallelogramm bola aladi'ma (35-su'wret)?

Sheshimi. 1) $ABCD$ to'rtmu'yeshliginde yeki AB ha'm CD ta'repleri parallel, sebebi $\angle 1 + \angle 3 = 70° + 110° = \mathbf{180}°$. Bul mu'yeshler — $\boldsymbol{AB}$ ha'm $\boldsymbol{DC}$ tuwri' si'zi'qlar ha'm de $\boldsymbol{AD}$ kesindi'ni payda yetken **ishki bir ta'repli mu'yeshler**. $AB \| DC$ bolg'ani' sebepli, $\angle 1 = \angle \mathbf{4}$ boladi' (**sa'ykes mu'yeshler**). $ABCD$ to'rtmu'yeshliginin' qalg'an yeki $\boldsymbol{AD}$ ha'm $\boldsymbol{AC}$ ta'repleri parallel yemes, sebebi ishki almasi'wshi' **1** ha'm **2** mu'yeshler ten' yyemes ($\angle 1 = \angle 4 \neq \angle 2$). Demek, $ABCD$ to'rtmu'yeshligi **parallelogramm** bolmaydi'. 2) Tap joqari'dag'i'g'a uqsas ma'seleler sheshimin wo'zin'iz sheship ko'rin'.

45. Yeger to'rtmu'yeshliktin' yeki qarama-qarsi' mu'yeshi ten' bolsa, bul to'rtmu'yeshlik parallelogramm bolama?

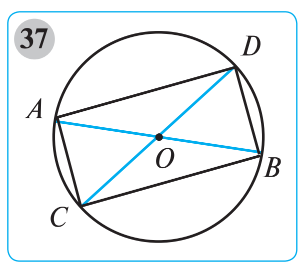
46. Parallelogrammni'n' ta'replerinin' wortalari'n tutasti'ri'wdan payda bolg'an to'rtmu'yeshlik parallelogramm yekenligin da'liyllen'.

47. ABC u'shmu'yeshliginin' AO medianag'a ten' OP kesindige dawam yettiredi. $ABPC$ to'rtmu'yeshliginin' parallelogramm yekenligin da'liyllen'.

48. $ABCD$ parallelogrammni'n' BC ta'repi wortasi' E noqattan, AD ta'repi wortasi' F noqattan ibarat. $BEDF$ to'rtmu'yeshliktin' parallelogram yekenin da'liyllen'.

49. AB, BC ha'm AC kesindiler sa'ykes halda $ABCD$ parallelogrammni'n' ta'repleri ha'm diagonali'. Cirkul ha'm si'zg'i'sh ja'rdeminde $ABCD$ parallelogrammdi' si'zi'n' (36-su'wret).

50. Ten' ha'm parallel yeki kesindi berilgen. Wolardi'n' aqi'rlari' wo'z-ara kesilispeytug'i'n kesindiler menen tutasti'ri'lg'an. Payda bolg'an to'rtmu'yeshlik parallelogramm boladi', desek tuwri'ma?



51. AB ha'm CD kesindiler — shen'berdin' diametrleri $ACBD$ to'rtmu'yeshlik qanday figura boladi' (37-su'wret)?

5-tema. TUWRI' TO'RTMU'YESHLIK HA'M WONI'N' QA'SIYETLERI

Ani'qlama. *Barli'q mu'yeshleri tuwri' bolg'an parallelogramm* ***tuwri' to'rtmu'yeshlik*** *dep ataladi'* (38-*a* su'wret).

Tuwri' to'rtmu'yeshlik parallelogrammni'n' jeke jag'dayi' bolg'ani' ushi'n, wol parallelogrammni'n' basqa da wo'zgesheliklerine iye: tuwri' mu'yeshli to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' ta'repleri ten', diagonallari' kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linedi, tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonali' woni' yeki ten' u'shmu'yeshlikke aji'ratadi'.

Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' wo'zine ta'n qa'siyetlerin ko'rip shi'g'ami'z.

Teorema.

Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' wo'z-ara ten'.

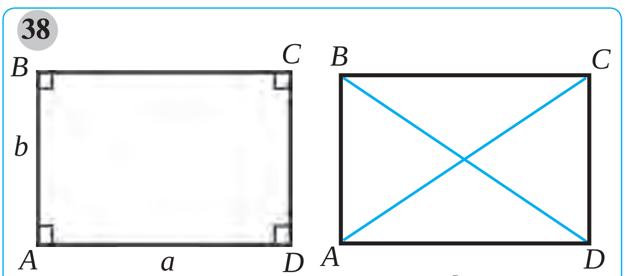
Da'liyl. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik berilgen bolsi'n. $AC = BD$ boli'wi'n da'liyilleymiz (38-*b* su'wret).

Tuwri' mu'yeshli ACD ha'm DBA u'shmu'yeshlikler yeki katetine boyi'nsha ten'(AD — uluwma ta'repi, $AB = CD$). Bunnan, bul u'shmu'yeshlikler gepotenuzalari'ni'n' ten'ligi, ya'g'ni'y $AC = BD$ kelip shi'g'adi'. Bul teoremadan mi'naday keri teorema kelip shi'g'adi'.

Keri teorema.

Yeger parallelogrammni'n' diagonallari' ten' bolsa, wol tuwri' to'rtmu'yeshlik boladi'.

Da'liyl. $ABCD$ parallelogrammda AC ha'm BD diagonallar ten' bolsi'n (38-su'wretke q.) ABD ha'm DCA u'shmu'yeshlikler u'sh ta'repi boyi'nsha ten'. ($AB=DC$, $BD=CA$, AD– uluwma ta'rep). Bunnan $\angle A = \angle D$ kelip shi'g'di'. Parallelogrammni'n' qarama-qarsi' mu'yeshleri ten', soni'n' ushi'n $\angle A = \angle C$ ha'm $\angle B = \angle D$. Solay yetip $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$. Parallelogramm

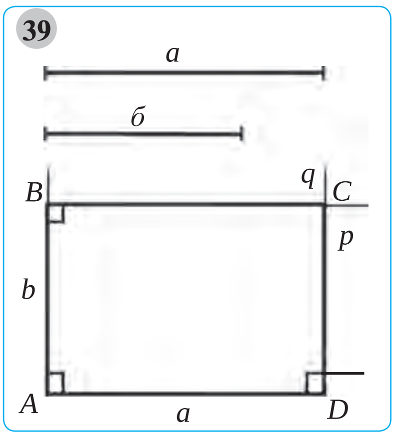


b

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$;

$P = 2(a + b)$

a



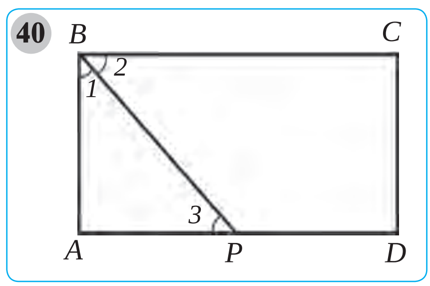
do’n’es to’rtmu’yeshlik, soni’n’ ushi’n: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$. Bunnan $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$, yag’ni’y *ABCD* parallelogrammni’n’ tuwri’ to’rtmu’yeshlik yekeni kelip shi’g’adi’. Usi’ni’ da’liyllew kerek yedi.

1-ma’sele. Yeki qon’si’ ta’repi *a* ha’m *b* bolg’an tuwri’ to’rtmu’yeshlik si’zi’n’.

Jasaw. *A* tuwri’ mu’yesh si’zami’z. (39-su’wret). Woni’n’ ta’replerine $AD=a$ ha’m $AB=b$ kesindilerdi si’zami’z. *B* ha’m *D* noqatlari’ arqali’ $p \perp AB$ ha’m $q \perp AD$ tuwri’ si’zi’qlari’n wo’tkizemiz. $p \perp AB$ ha’m $AD \perp AB$ bolg’ani’ ushi’n $p \| AD$ boladi’. *q* tuwri’ si’zi’q *AD* tuwri’ si’zi’q penen kesiliskeni sebepli, wog’an parallel bolg’an *p* tuwri’ si’zi’g’i’n bir *C* noqatta kesedi. Payda bolg’an *ABCD* to’rtmu’yeshlik-tuwri’ to’rtmu’yeshlik boladi’. Wonda jasawg’a ko’re, *A*, *B* ha’m de *D* to’rtmu’yesh tuwri’, *C* mu’yesh ha’m tuwri’ (yeger, tuwri’ si’zi’q yeki parallel tuwri’ si’zi’qtan birine perpendikulyar bolsa, wol yekinshi tuwri’ si’zi’qqa da perpendikulyar boladi). Tuwri’ to’rtmu’yeshlikti jasawdi’n’ basqada usi’llari’ bar.

2-ma’sele. *ABCD* tuwri’ to’rtmu’yeshlek *B* mu’yeshinin’ bissektrisasi’ *AD* ta’repi *P* noqatda kesedi ha’m woni’ $AP=17$ sm ha’m $PD = 21$ sm li kesindilerge bo’ledi (40-su’wret). Usi’ tuwri’ to’rtri’mu’yeshliktin’ perimetrin tabi’n’.

Sheshiliwi. 1) *ABCD* — tuwri’ to’rtmu’yeshlik bolg’ani’ ushi’n, $AD \| BC$ ha’m soni’n’ ushi’n $\angle 2 = \angle 3$. Biraq sha’rt boyi’nsha $\angle 2 = \angle 1$, ha’m demek, $\angle 1 = \angle 3$ ha’m $\triangle ABP$ — ultani’ *BP* bolg’an ten’ qaptalli’ u’shmu’yeshlik. Solay yetip, $AB=17$ sm. 2) $AD=AP+PD= 17 + 21= 38$ sm; $P_{ABCD}=2(AB+$ $+AD) = 2\cdot(17 + 38) = 2\cdot 55= 110$ (sm). **Juwabi’.** $P_{ABCD} = 110$ sm.



3-ma’sele. *ABCD* tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ perimetri 24 sm ga *BD* diagonali’ bolsa 9 sm ge ten’. *ABD* u’shmu’yeshliktin’ perimetrin tabi’n’.

Sheshiliwi. $AB + AD = P_{ABCD} : 2 = 24 :$ $: 2 = 12$ (sm) − qon’si’ ta’repler qosi’ndi’si’ (38-b-su’wretke q.) $P_{ABD} = AB + AD + BD=$ $= 12 + 9 = 21$ (sm). **Juwabi’:** $P_{ABD} = 21$ sm.

Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

52. 1) Qanday parallelogramm tuwri’ mu’yeshli to’rtmu’yeshlik dep ataladi’.
2) Tu’wri’ to’rtmu’yeshliktin’ diagonallari’ ten’ yekenligin da’liyllen’.

53. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ perimetri 54 sm ge, ta’replerinen biri yekinshisinen 3 sm ge uzi’n. Qon’si’ ta’replerdin’ uzi’nli’g’i’n tabi’n’.

54. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ bissektrisalari’nan biri tuwri’ to’rtmu’yeshlik ta’repin ten’ yekige bo’ledi. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ kishi ta’repi 12 sm g’e ten’ bolsa, woni’n’ perimetrin tabi’n’.

55. *ABCD* tuwri’ to’rtmu’yeshlikte *AC* diagonali’ wo’tkizilgen. *BAC* mu'yeshi ACB mu'yeshinen 2 yese u'lken yekenligi ma'lim. Usi' mu'yeshlerdi tabi'n'.

56. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' kishi ta'repi 10 sm ge ten', diagonallari' bolsa 60° li' mu'yeshte kesilisedi. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari'n tabi'n'.

57. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 24 sm. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' qa'legen ishki noqati'nan woni'n' ta'replerine shekemgi bolg'an arali'q qosi'ndi'si'n tabi'n'.

58. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliginin' AC ha'm BD diagonallari' O noqatta kesilisedi, soni'n' menen birge, $\angle AOB = 50°$ (41-su'wret). $\angle DAO$ni' tabi'n'.

Sheshim. 1) $ABCD$ — tuwri' to'rtmu'yeshlik bolg'ani' ushi'n, woni'n' diagonallari' O noqatta kesilisedi kesilisiw noqati'nda *ten' yekige bo'linedi*, bunnan $\triangle AOB$— — *ten' qaptalli'* $\angle BAO = \angle ABO = (180° - 50°) : 2 = 65°$ yekenligi kelip shi'g'adi'. 2) $\angle DAO = \angle BAD - \angle BAO = 90° - 65° = 25°$. *Juwabi':* $\angle DAO = 25°$.

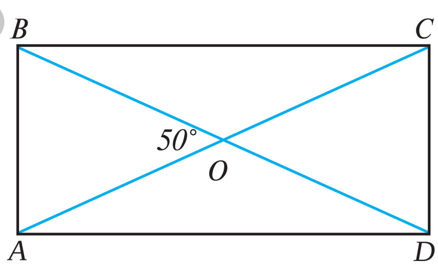
59. 1) Yeger to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' ten' ha'm kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linse, bul to'rtmu'yeshlik tuwri' to'trmu'yeshlik boli'wi'n da'liyllen'. 2) Yeger to'rtmu'yeshliktin' ishki u'sh mu'yeshi tuwri' mu'yesh bolsa, woni'n' qarama-qarsi' ta'repleri parallel boladi'. Buni' da'liyllen'.

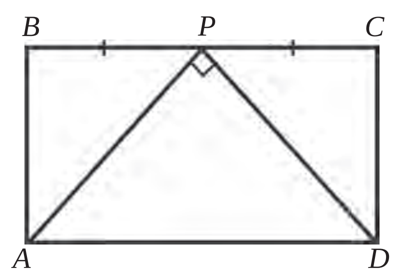
60. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliktin' BD diagonali' AB ta'repi menen 65° li' mu'yesh payda yetedi. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' kesilisiwinen payda bolg'an su'yir mu'yeshti tabi'n'.

61. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliginin' perimetri 24 sm g'e ten'. P noqat BC ta'repinin' wortasi', $\angle APD = 90°$ (42-su'wret). Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' ta'replerin tabi'n'. Bos wori'nlarg'a sa'ykes juwaplardi' jazi'n'.

Sheshim. $BP = PC$ ha'm $AB = DC$ bolg'ani' ushi'n, $\triangle ABP = = \triangle DCP$ (...). Bunnan $\angle BPA = = \angle CPD$kelip shi'g'adi'. Sha'rt boyi'nsha $\angle APD =$ ...°, demek, $\angle BPA + \angle CPD =$ ...° boladi'. Bunday jag'dayda $\angle BPA = 45°$ ha'm $\triangle ABP$—ten' qaptalli'. Solay yetip, $AB + BC = AB + 2AB$, yag'ni'y $3AB = 12$ sm, bunnan $AB =$... sm, $BC =$... sm.

62. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliktin' AB ta'repi 6 sm ge, diagonallari' bolsa 10 sm ge ten'. O— tuwri' to'rtmu'yeshlik diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'. COD u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

41


42


6-tema. ROMB HA’M WONI‘N’ QA’SIYETLERI

Ani’qlama. *Ta’repleri ten’ bolg’an parallelogramm* ***romb*** *delinedi.* (43-su’wret).

Romb parallelogrammni’n’ uluwma qa’siyetlerine iye halda ja’ne basqa da to’mendegi qa’siyetke iye.

Teorema.

Rombi’ni’n’ diagonallari’ wo’z-ara perpendikulyar ha’m rombi’ni’n’ mu’yeshleri ten’ yekige bo’linedi.

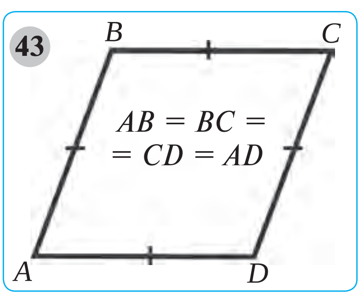
Da’liyl. $ABCD$ romb berilgen bolsi’n (44-su’wret). O–woni’n’ diagonallari’ kesilisken noqati’ bolsi’n. $AC \perp BD$ ha’m ha’r bir diagonali’ rombi’ni’n’ mu’yeshlerin ten’ yekige bo’letug’i’nli’g’i’n (mi’sali’, $\angle BAC = \angle DAC$) da’liylleymiz. Rombi’ni’n’ ani’qlamasi’ boyi’nsha $AB = AD$, sonli’qtan BAD u’shmu’yeshlik ten’ qaptalli’. Romb parallelogramm bolg’ani’ ushi’n woni’n’ diagonallari’ kesilisiw noqati’nda ten’ yekige bo’linedi, yag’ni’y $BO = OD$. Demek, AO — ten’ qaptalli’ BAD u’shmu’yeshliginin’ medianasi’. Ten’ qaptalli’ u’shmu’yeshliktin’ qa’siyeti boyi’nsha woni’n’ ultani’na wo’tkerilgen mediana bissektrisasi’ biyikligi boladi’. Sonli’qtan $AC \perp BD$ ha’m $\angle BAC = \angle DAC$ usi’ni’ da’liyllew talap yetilgen yedi.

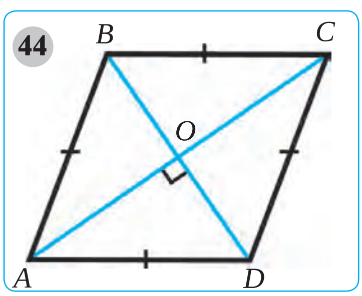
1-ma’sele. $ABCD$ rombi’ni’n’ BD diagonali’ ta’repi menen 35° li’ mu’yesh payda yetedi. Woni’n’ mu’yeshlerin tabi’n’.

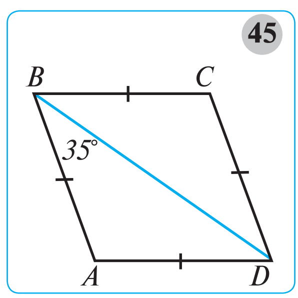
Sheshiliwi. $\angle ABD = 35$, desek (45-su’wret). Bunda $\angle CBD = 35°$ (rombi’ni’n’ qa’siyeti boyi’nsha). $\angle ABC = 2\ \angle ABD = 2 \cdot 35° = 70°$, $\angle ADC = \angle ABC = 70°$ (parallelogrammni’n’ qa’siyeti boyi’nsha), $\angle DAB = 180° - \angle ABC$ (parallelogrammni’n’ 3-qa’siyeti boyi’nsha). Demek, $\angle DAB = 180° - 70° = 110°$, $\angle BCD = \angle DAB = 110°$ (parallelogrammni’n’ 3-qa’siyeti boyi’nsha). **Juwabi’.** 70°, 110°, 70°,110°.

2-ma’sele. Ha’r tu’rli rombi’lardi’n’ perimetri ten’ boli’wi’ mimkinbe?

Sheshiliwi. Perimetrleri ten’ bolg’an romblar bir-birinen mu’yeshleri penen aji’raladi’. Yeger rombi’ni’n’ su’yir mu’yeshi: 1) 40° ga ten’ bolsa, bunda qalg’an su’yir mu’yesleri sa’ykes halda 140°, 40°, 140° boladi’. 2) 15° ten’ bolsa, wonda qalg’an mu’yeshleri sa’ykes halda 165°, 15°, 165° boladi’ ha’m t.b. Sonday-aq, su’yi’r mu’yesh worni’na ha’r tu’rli dog’al mu’yeshlerdi ali’w mu’mkin. **Juwabi’:** Awa, mu’mkin.







Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

63. 1) Romb degenimiz ne?
2) Romb diagonallari'ni'n' wo'z-ara perpendikulyar yekenligin da'liyllen'.

64. 1) Qanday yeki ten' u'shmu'yeshlikten romb du'ziw mu'mkin?
2) Qanday to'rt ten' u'shmu'yeshlikten romb du'ziwge boladi'?

65. Rombi'ni'n': 1) kishi diagonali' woni'n' ta'repine ten'; 2) ta'replerinin' biri menen woni'n' diagonallari'ni'n' arasi'nda payda bolg'an mu'yeshlerinin' qatnasi $4:5$ ge ten'. Rombi'ni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

66. 1)Rombi'ni'n' ta'replerinin' uzi'nli'gi' woni'n' diagonali'nin' uzi'nli'g'ini'n' yari'mi'na ten' boli'wi' mu'mkinbe?
2) Rombi'ni'n' barli'q ta'repinen ten'dey uzaqlasqan noqat bolama?
3) $ABCD$ – romb. BAC ha'm BDC mu'yeshlerinin bissektrisalari' qanday mu'yeshte kesilisedi?

67. $ABCD$ rombi'ni'n' ta'repi 24 sm ge, A mu'yeshi bolsa $30°$ qa ten'. B to'besinen AD ta'repine shekemgi arali'qti' tabi'n'.
Sheshiliwi. B noqattan AD tuwri' si'zi'qqa shekemgi arali'qti' B noqattan usi' tuwri' si'zi'qqa tu'sirilgen perpendikulyardi'n' uzi'nli'gi'na, yag'ni'y BP kesindinin' uzi'nli'g'i'na ten' (46-su'wret). ABP u'shmu'yeshlikti ko'rip shi'g'ami'z. Wonda $\angle APB = ...°$, $\angle A = ...°$, $AB = ...$. Bunda $BP = 0,5 \cdot ... = 0,5 \cdot ... = ...$ (sm).
Juwabi': $BP = ...$ sm.

68. Cirkul ha'm si'zg'i'sh ja'rdeminde 2 sm ha'm 5 sm ge ten' ja'ne m ha'm l tuwri' si'zi'qlarda kesilisiwshi romb si'zi'n' (47-su'wret).

69. Rombi'ni'n' barli'q biyikliginin' wo'z ara ten' yekenligin da'liyllen'.

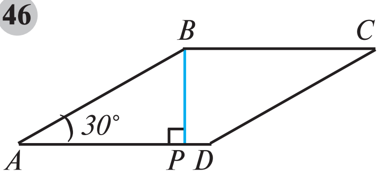
70. Da'liyllen': 1) barli'q ta'repleri ten' to'rtmu'yeshlik romb;
2) yeki qon'si' ta'repi ten' parallelogramm romb.

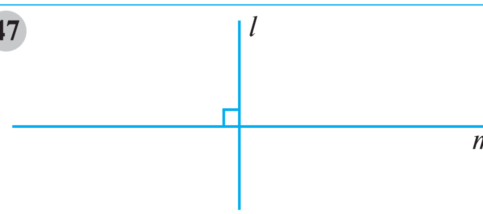
71. Parallelogrammni'n' diagonallari' wo'z ara perpendikulyar bolg'anda ha'm tek sonda romb boli'wi'n da'liyllen'.

72. Rombinin' perimetri 72 sm ge ten'. Woni'n' ta'replerin tabi'n'.

73. Rombi'ni'n' diagonallari' menen ta'repleri arasi'nda payda bolg'an mu'yeshlerinin' qatnasi' 2:7 boladi'. Rombi'ni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

74. Mu'yeshlerinen biri $60°$, kishi diagonali'ni'n' uzi'nli'g'i' 16 sm bolg'an romb perimetrin tabi'n'.

46


47


7-tema. KVADRAT HA’M WONI’N’ QA’SIYETLERI

Ani’qlama. *Ta’repleri ten’ bolg’an tuwri’ to’rtmu’yeshlik* ***kvadrat*** *delinedi.*

Kvadrat ha’m rombi’ni’n’ ani’qlamasi’nan kvadrat mu’yeshleri tuwri’ bolg’an rombi’dan ibarat yekenligi kelip shi’g’adi’ (48-*a* su’wret). Kvadrat ha’m parallelogramm, tuwri’ to’rtmu’yeshlik ha’m romb bolg’ani’ ushi’n wolardi’n’ barli’q qa’siyetlerine iye. Kvadratti’n’ tiykarg’i’ qa’siyetlerin keltiremiz.

1. Kvadratti’n’ barli’q mu’yeshleri tuwri’.

2. Kvadratti’n’ diagonallari’ wo’z-ara ten’.

3. Kvadratlardi’n’ diagonallari’ wo’z-ara perpendikulyar ha’m kesilisiw noqati’nda ten’ yekige bo’linedi ha’m kvadratti’n’ mu’yeshlerin ten’ yekige bo’ledi (48-*b* su’wret).

Usi’ qa’si’yetlerdi’ wo’zin’iz da’liyllen’.

1-ma’sele. Yeger rombi’ni’n’ diagonallari’ ten’ bolsa, wonda bunday rombi’ni’n’ kvadrat yekenin da’liyllen’.

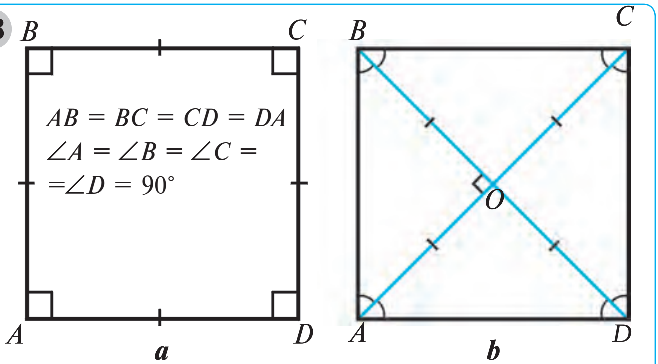
Da’liyl. Romb parallelogramm bolg’ani’ ushi’n tuwri’ to’rtmu’yesliktin’ qa’siyetinen diagonallari’ ten’ bolg’an rombi’ni’n’ tuwri’ to’trmu’yeshlik yekeni kelip shi’g’adi’, demek wol kvadrat bola aladi’.

2-ma’sele. To’rtmu’yesliktin’ diagonallari’ perpendikulyar ha’m wo’z ara bir-birine ten’. Usi’ to’rtmu’yeslik kvadrat bola alama?

Sheshiliwi. Ma’sele sha’rtin qanaatlandi’ri’wshi’ to’rtmu’yesliklerden biri 49-su’wrette sa’weillengen. Bunda diagonallardan biri ten’ yekige bo’lingen. Biraq bul kvadratti’ 2-qa’siyetin ha’m 3-qa’siyetinde keltirilgen sha’rtin’ bir bo’limin, yag’ni’y tek wo’z ara perpendikulyarli’q sha’rtin qanaatlandi’radi’. Keltirilgen jag’dayda tek diagonallardan biri ten’ yekige bo’lingen, sol sebepli bul to’rtmu’yeslik kvadrat bola almaydi’. Ma’lim bir jag’dayda to’rtmu’yesliktin’ ha’r yeki diagonali’ kesilisiw noqati’nda ten’ yekige bo’liniwi mu’mkin. Tek sonda g’ana to’rtmu’yeslik kvadrat bola aladi’.

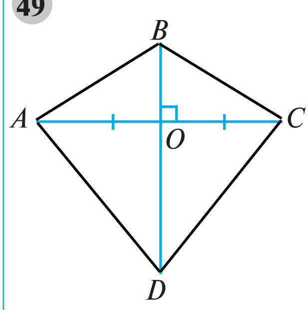
Juwabi’: sha’rt yemes.

48



a **b**

49



$AC = BD$, $AC \perp BD$

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

75. a) Kvadrat dep nege ayti'ladi'. Kvadratti'n' qa'siyetlerin ayti'n'.
b) Kvadratqa: 1) «parallelogramm»; 2) «romb»; 3) «tuwri' to'rtmu'yeshlik» tu'sinikleri ja'rdeminde ani'qlama berin'.

76. Kvadrat-kvadrat bolmag'an: 1) tuwri' to'rtmu'yeshlikke qarata; 2) rombi'g'a qarag'anda qanday ayri'qsha qa'siyetlerge iye?

77. 1) Kvadratti'n' ta'repi 20 sm ge ten'. Diagonallari' kesilisiw noqati'nan ta'replerinin' birine deyingi arali'qti' tabi'n'.
2) Kvadratti'n' diagonali' menen ta'repi arasi'ndag'i' mu'yesh nege ten'?
3) Diagonallari' arasi'ndag'i' mu'yesh-she?

78. Kvadratti'n' perimetri 32 sm ge ten'. Woni'n' ta'repi nege ten'?

79. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' uzi'nli'g'i' 32 sm, yeni bolsa 28 sm ge ten'. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrine ten' bolg'an kvadratti'n' ta'repin tabi'n'.

80. Qanday: 1) yeki; 2) to'rt ten'dey u'shmu'yeshliklerden kvadrat payda yetiw mu'mkin? Mu'mkin bolg'an sheshimlerin ko'rsetin'.

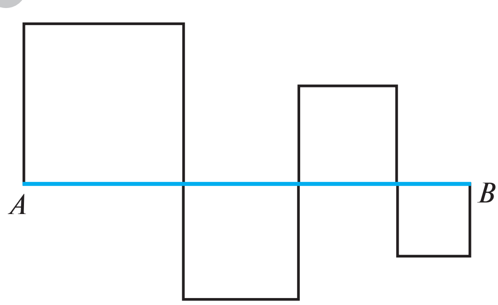
81. $AB=19$ sm li kesindige kvadratlar jasalg'an boli'p, wolardi'n' bir ta'repi AB ta'repte, yeki qon'si' kvadratlar uluwma to'bege iye ha'm AB dan tu'rli ta'repte jaylasqan (50-su'wret). AB kesindide jatpag'an kvadratlar ta'replerinin' uzi'nli'qlari'ni'n' qosi'ndi'si'n tabi'n'.

82. 1) B e r i l g e n i: $ABCD$ — kvadrat, $AE=BF=CP=DL$ (51-su'wret). Da'liyllew kerek: $EFPL$ — kvadrat yekenligin.
2) To'rtmu'yeshliktin' kvadrat yekenligin tekseriw ushi'n diagonallari'ni'n' ten'ligin ha'm perpendekulyarli'g'i'n tekseriw jeterli me?
3) To'rtmu'yeshliktin' kvadrat yekenligin tekseriw ushi'n diagonallari'ni'n' ten'ligin ha'm perpendikulyarli'g'i'n tekshiriw jeterime?

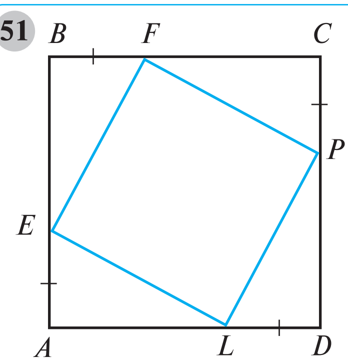
83. Kvadratti'n' diagonallari kesilisiw noqati'nan ta'replerinin' birine deyingi arali'q 2 dm 3 sm ge ten'. Kvadrattin' perimetrin tabi'n'.

84. 1) Kvadratti'n' perimetri 30 sm ge ten'. Woni'n' ta'repi nege ten'?
2) $ABCD$ kvadratta AC diagonal wo'tkizilgen. a) ACD u'shmu'yeshliktin' du'zilisin; b) ACD u'shmu'yeshliktin' mu'yeshlerin tabi'n'.

50



51



8-tema.

U'SHMU'YESHLIKTIN' WORTA SI'ZI'G'I'

Ani'qlama. *U'shmu'yeshliktin' **worta si'zi'g'i'** dep woni'n' yeki ta'repi wortalari'n tutasti'ri'wshi' kesindige ayti'ladi'.*

ABC u'shmu'yeshliginde $AD=BD$ ha'm $CE=EB$ bolsi'n, bunday halda DE worta si'zi'q boladi' (qa'siyeti boyi'nsha). DE worta si'zi'qqa qarag'anda AC ta'rep *ultan* dep ataladi' (52-su'wret). Ha'rqanday u'shmu'yeshlikte u'sh worta si'zi'q boladi' (53-su'wret).

Teorema.

U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' woni'n' u'shinshi ta'repine parallel,woni'n' uzi'nli'g'i' bolsa sol ta'rep uzi'nli'g'i'ni'n' yari'mi'na ten'.

Berilgen: $\triangle ABC$ da: $AD = DB$ ha'm $CE = EB$, DE — worta si'zi'q (54-su'wret).

Da'liyllew kerek: 1) $DE \parallel AC$; 2) $DE = \frac{1}{2}AC$.

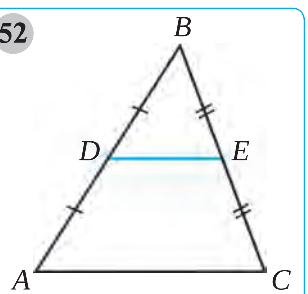
Da'liylleniwi. Da'liyllew ushi'n DE tuwri' si'zi'qqa $EF=DE$ kesindini si'zami'z ha'm C menen F noqatlarin kesindi ja'rdeminde tutasti'rami'z. U'shmu'yeshlikler ten'liginin' birinshi qa'siyeti boyi'nsha, EBD ha'm ECF u'shmu'yeshlikler ten' (sha'rt boyi'nsha wolarda $BE=CE$, si'zi'w boyi'nsha $DE=FE$, vertikal mu'yeshler bolg'ani' ushi'n $\angle 1=\angle 2$). Bunnan $CF=BD$, demek, $CF=AD$ keli'p shi'g'adi. 3 ha'm 4 mu'yeshler ten', sol sebepli $AB=CF$ tuwri' si'zi'qlar parallel. Solay yetip, parallelogrammni'n' qa'siyeti boyinsha $ACFD$ to'rtmu'yeshlik parallelogramm boladi'. Soni'n' ushi'n AC ta'rep DF ga parallel ha'm ten'. DE worta si'zi'q DF kesindinin' yari'mi'na ten', demek wol AC ta'reptin' yari'mi'na ten' boladi'.

Demek, da'liyl boyi'nsha, $DE \parallel AC$ ha'm $DE = \frac{1}{2}AC$ yeken. Teorema da'liyllendi.

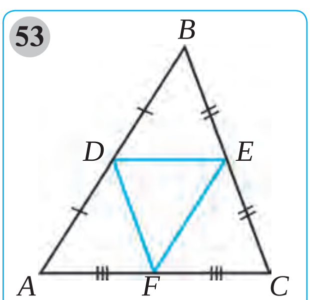
1-ma'sele. U'shmu'yeshliktin' perimetri p g'a ten'. To'beleri berilgen u'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' wortasi'nda bolg'an u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

Sheshiliwi. Payda bolg'an u'shmu'yeshliktin' ta'repleri berilgen u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'qlari' boladi' (53-su'wret). Demek, wolar sa'ykes ta'-

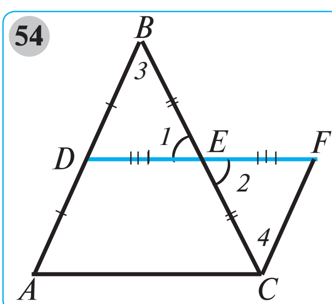
52



53

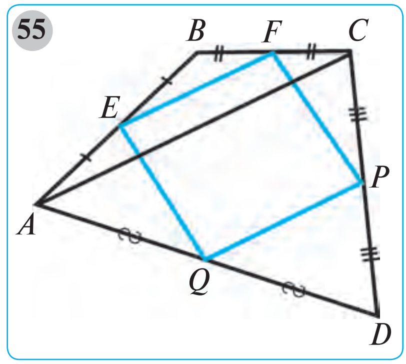


54



replerini'n' yari'mi'na ten'. Sol sebepli izlenip ati'rg'an perimetr berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetrinin' yari'mi'na ten' boladi'.
$P_{DEF} = DE + EF + FD = 0{,}5(AC + AB + BC) = 0{,}5$ p. **Juwabi'.** 0,5 p.

2-ma'sele. Do'n'es to'rtmu'yeshlik ta'replerinin' wortalari' izbe-iz tutasti'ri'lsa, parallelogramm payda boladi'. Usi'ni' da'liyllen'.



Sheshiliwi. *ABCD* − do'n'es to'rtmu'yeshlik, *E, F, P* ha' *Q* noqatlar − tareplerinin' wortasi' bolsi'n (55-su'wret). *EFPQ* to'rtmu'yeshlik yekenin da'liylleymiz. *AC* daigonali'n wo'tkizemiz. *ABC* u'shmu'yeshlikte *EF* worta si'zi'q ha'm soni'n ushi'n $EF \parallel AC$ ha'm $EF = 0{,}5\ AC$, sonday-aq, *ACD* u'shmu'yeshlikte *PQ* worta si'zi'q ha'm soni'n ushi'n $PQ \parallel AC$ ha'm $PQ = 0{,}5\ AC$. Joqari'dag'i' da'liyllerden ko'rinip tur, *EFPQ* to'rtmu'yeshlikte: $EP \parallel PQ$ ha'm $EF = PQ = 0{,}5\ AC$. Demek, parallelogrammni'n' qa'siyeti boyi'nsha, bul to'rtmu'yeshlik parallelogramm. Usi'ni' da'liyllew talap yetilgen yedi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

85. 1) U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' dep nege ayti'ladi'?
2) Berilgen u'shmu'yeshlikten neshe worta si'zi'q jasaw mu'mkin?
3) U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' haqqi'ndag'i' teoremani' tu'sindirip berin'.

86. U'shmu'yeshliktin' ta'repleri: 1) 4 sm, 6 sm ha'm 8 sm; 2) 5 sm, 7 sm ha'm 11 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'qlari'n tabi'n'.

87. U'shmu'yeshliktin' perimetri 28 sm ge ten'. To'beleri berilgen u'shmu'yeshlik ta'replerinin' wortasi'nda bolg'an u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

88. 1) Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' perimetri 48 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i'n tabi'n'. 2) U'shmu'yeshliktin' perimetri 24,6 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'qlari'nan biri ja'rdeminde aji'rati'p ali'ng'an u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

89. U'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' qatnasi' 6 : 8 : 10, perimetri 120 sm. To'beleri berilgen u'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' wortalari'nda bolg'an u'shmu'yeshliktin' perimetri ha'm ta'replerin tabi'n'.

90. Berilgen to'rtmu'yeshlik diagonallari'ni'n' uzi'nli'qlari' m ha'm n ge ten'. To'beleri berilgen u'shmu'yeshlik ta'replerinin' wortalari'nda jati'rg'an to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'. Yeger $m = 6$ dm ha'm $n = 10$ dm bolsa, bul perimetrdi da'liyllen'.

91. Tuwri' to'rtmu'yeshlik ta'replerinin' wortalari' rombi'ni'n' to'beleri yekenin da'liyllen'. Kerisinshe romb ta'replerinin' wortasi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' to'besi yekenin da'liyllen'.

92. 1) ABC u'shmu'yeshliginin' $A,\ B,\ C,$ to'beleri arqali' qaptali'nda jatqan ta'replerge parallel yetip wo'tkizilgen tuwri' si'zi'qlardan payda bolg'an ABC u'shmu'yeshliktin' ta'repleri $A_1B_1C_1$ noqatlari'nda ten' yekige bo'linedi. Usi'ni' da'liyllen'.
2) AB = 12 sm, BC = 24 sm, AC = 30 sm dep, ma'selenin' birinshi bo'liminde ko'rsetilgendey yetip u'shmu'yeshliktin' ta'replerin tabi'n'.

93. 1) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeki qon'si' ta'repi wortalari'n tutasti'ri'wshi' kesindi diagonallari'nan birine parallel yekenligin da'liyllen'. Yeger tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonal 12 sm g'a ten' bolsa, bul kesindinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'. 2) Su'yir m'yeshli ABC u'shmu'yeshlikte D ha'm E noqarlar sa'ykes halda AB ha'm AC ta'replerinin' wortalari', AF bolsa, u'shmu'yeshliktin' biyikligi. DFE mu'yeshinin' A mu'yeshke ten' yekenligin da'liyllen'.

94. U'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' wortalari' tutasti'ri'li'p, perimetri 50 sm ge ten' u'shmu'yeshlik payda boldi'. Berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'. Juwmaq shi'g'ari'n'.

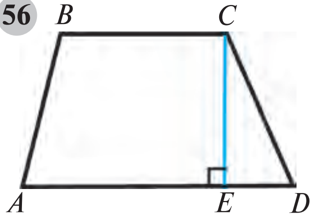
95. U'shmu'yeshliktin' perimetri 14,6 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'qlari'ni'n' biri ja'rdeminde aji'rati'p ali'ng'an u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

96. Kvadratti'n' diagonali' 14 sm ge ten'. Berilgen kvadrat ta'replerinin' wortalari'n izbe-iz tutasti'ri'wshi' kesindiler payda yetken to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

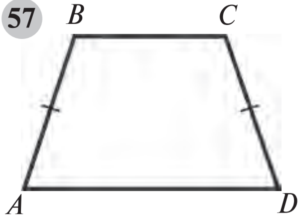
9-tema. TRAPECIYA

Ani'qlama. *Yeki ta'repi parallel, qalg'an yeki ta'repi parallel bolmag'an to'rtmu'yeshlik* ***trapeciya*** *delinedi.*

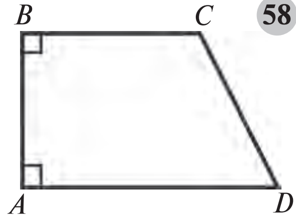
Trapeciyani'n' parallel ta'repleri woni'n' *ultani'*, parallel yemes ta'repleri *qaptal ta'repleri* dep ataladi'. Trapeciyani'n' jatqan ta'repleri tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag'i' arali'q *trapeciyani'n' biyikligi* dep ataladi' (56-su'wret). Trapeciya ultanlari'na perpendikulyar bolg'an ha'rqanday kesindi, woni'n' biyikligi si'pati'nda ali'ni'wi' mu'mkin, sebebi parallel tu'wri' si'zi'qlar noqatlari' arasi'ndag'i' arali'qlar wo'z-ara ten'.

56


AD ha'm BC – ultanlar, $AD \parallel BC$, AB ha'm DC – qaptal ta'repler, $CE \perp AD$, CE – biyiklik

57


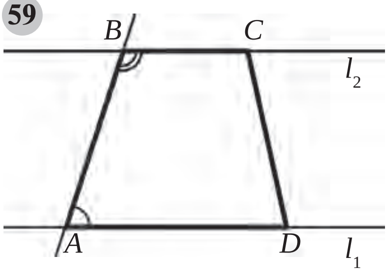
$AB = DC$, ten' qaptalli' trapeciya

58


$\angle A = 90°$, tuwri' mu'yeshli trapeciya

Qaptal ta'replerinin' uzi'nli'g'i' ten' trapeciya *ten' qaptalli' trapeciya* delinedi (57-su'wret). Mu'yeshlerinen biri tuwri' bolg'an trapeciya *tuwri' mu'yeshli trapeciya* delinedi (58-su'wret). Yendi to'rtmu'yeshliktin' trapeciya boli'wi' ushi'n kerekli bolg'an sha'rtlerdi ani'qlaymi'z.

59



Birinshiden, bir jup qarama-qarsi' ta'repler parallel yekenin ko'rsetiwimiz kerek. Buni'n' ushi'n bizde parallellik qa'siyeti bar. Demek, $\angle A + \angle B = 180°$ bolsi'n (59-su'wret). Bunda AD ha'm BC kesindiler parallellik qa'siyeti boyi'nsha parallel boladi' (Yeger yeki a ha'm b tuwri' si'zi'qlar u'shinshi c tuwri' si'zi'q kesiliskende, ishki bir ta'repli mu'yeshlerdin' qosi'ndi'si' 180°qa ten' bolsa, bunda a ha'm b tuwri' si'zi'qlar parallel boladi).

Yekinshiden woni'n qolg'an yeki ta'repi parallel yemesligin ko'rsetiwimiz kerek. Buni'n' ushi'n A ha'm D (yamasa B ha'm C) mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten' yemesligine iseniwimiz kerek. Bunda AB ha'm DC kesindiler parallel bola almaydi' (Yevklidtin' parallel tuwri' si'zi'qlar haqqi'ndag'i' 5-aksiomasi boyi'nsha). Demek, $ABCD$ to'rtmu'yeshlik trapeciya yeken. Biz trapeciyani'n' qa'siyetleri'n da'liylledik.

Teorema.

Yeger to'rtmu'yeshliktin' bir ta'repine jaylasqan yeki mu'yeshinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten' ha'm qon'si' ta'replerge bunday to'rtmu'yeshlik *trapeciya* boladi'.

Bul teoremadan to'mendegishe juwmaq kelip shi'g'adi'.

Na'tiyje. *Trapeciyani'n' bir mu'yeshi 90° bolsa, woni'n' ja'ne bir 90° li' mu'yeshi bar degen so'z.*

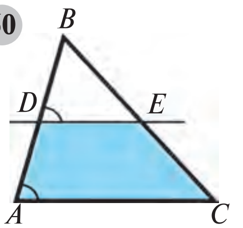
Demek, tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' bir qaptal ta'repi yeki ultang'a perpendikulyar boli'p, woni'n' biyikligine ten' boladi'.

Trapeciyani'n' ha'rqanday u'shmu'yeshlikten bir ta'repine parallel tuwri' si'zi'q penen kesilistiriw ja'rdeminde payda yetiw mu'mkin (60-su'wret).

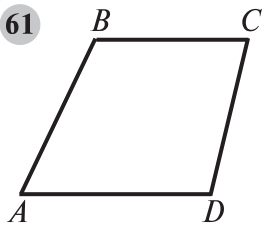
1-ma'sele. 1) Trapeciyani'n' qarama-qarsi' yeki ta'repi su'yir boli'wi' mu'mkinbe? 2) Trapeciyani'n' ultani'nda jaylasqan mu'yeshlerinin' biri su'yir, yekinshisi dog'al boli'wi' mu'kinbe?

Sheshiliwi. 1) Awa, boli'wi' mu'kin. Bug'an mi'sal 61-su'wrette

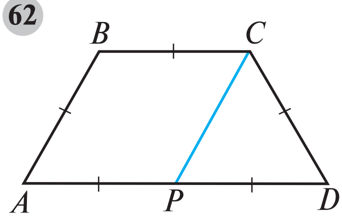
60



61



62



ko'rsetilgen (A ha'm C mu'eyshler su'yir). 2) Awa, mu'kin. 61-su'wrettegi A mu'yeshi su'yir, D – mu'yeshi dog'al.

2-ma'sele. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' ta'replerinin' qatnasi' 1:1:1:2. Usi' trapeciyani'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

Sheshiliwi. $ABCD$ trapeciyada $AB=BC=CD=1$ ha'm $AD=2$ bolsi'n. AD ta'repinin' wortasi'n P dep belgileymiz (62-su'wret). $ABCP$ to'rtmu'yeshliktin' AP ha'm BC ta'repleri ten' ha'm parallel. Demek, parallelogrammni'n' qa'siyeti boyi'nsha, bul to'rtmu'yeshlik parallelogramm boladi'. Usi'g'an qarap, $PC=AB=1$. PCD u'shmu'yeshliktin' barli'q ta'repi 1 ge ten', soni'n' ushi'n $\angle A=\angle D=60°$ ha'm $\angle B=\angle C=120°$.

Juwabi': $\angle A=\angle D=60°$, $\angle B=\angle C=120°$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

97. 1) Qanday to'rtmu'yeshlik trapeciya dep ataladi'?
2) Trapeciyani'n' qaysi' ta'repleri: a) ultanlari'; b) qaptal ta'repleri dep ataladi'?
3) Qanday trapeciya: a) ten' qaptalli' trapeciya; b) tuwri' mu'yeshli trapeciya dep ataladi'?

98. Trapeciyani'n' to'besinen wo'tpegen biyikligi woni' yeki tuwri' trapeciyag'a aji'ratadi'. Si'zi'p ko'rsetin'.

99. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi'na parallel tuwri' si'zi'q kesindisi woni' qanday figuralarg'a aji'ratadi'?

100. To'rtmu'yeshliktin' diagonallari' ten'. Usi' to'rtmu'yeshlik ten' qaptalli' trapeciya boli'wi' mu'mki'nbe?

101. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' qaptal ta'repleri'nin' qatnasi' 1 : 2. Trapeciyani'n' u'lken mu'yeshin tabi'n'.

102. Trapecyani'n' diagonali' qaptal ta'repine perpendikulyar, usi' diagonalg'a qarsi'las su'yir mu'yesh 50° qa ten'. Trapeciyani'n' kishi ultani' qaptal ta'repine ten'. Trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

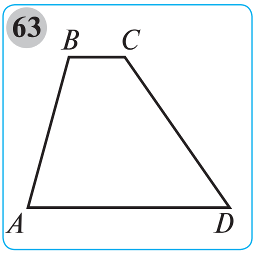
103. $ABCD$ trapeciyani'n' ultani'ndag'i' B ha'm C mu'yeshleri 110° ha'm 99° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

104. 1) $ABCD$ trapeciyani'n' kishi ultani' $BC=$ 4 sm. B to'besinen qaptal ta'repke tuwri' si'zi'q wo'tkerilgen. Payda bolg'an u'shmu'yeshliktin' perimetri 12 sm ge ten'. Trapeciyani'n' perimetrin tabi'n'.
2) $ABCD$ tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' ($AD \parallel BC$ ha'm $BA \perp AD$) kishi diagonali' u'lken qaptal ta'repine ten'. Trapeciyani'n' kishi diagonali' ha'm kishi ultani' arasi'ndag'i' mu'yesh 50° qa ten'. Trapeciyanin' su'yir mu'yeshin tabi'n'.

105. Trapeciyani'n' ultanlari' 12 sm ha'm 20 sm, qaptal ta'repleri 4 sm ha'm 11 sm. Kishi ultani'ni'n' to'besinen kishi ta'repine parallel tuwri' si'zi'q wo'tkizilgen. Usi' parallel tuwri si'zi'q ajiratqan u'shmu'yeshliktin' perimetrin' tabi'n'.

106. Trapeciyada: 1) u'sh tuwri' mu'yesh; 2) u'sh su'yir mu'yesh;

63



3) u'sh mu'yesh qosi'ndi'si' 180° qa ten' bola alama? Juwabi'n'i'zdi' daliyllen'.

107. AD ha'm BC ultani' $ABCD$ trapeciyani'n' A ha'm C mu'yeshlerin tabi'n', bunda $\angle B=75°$ ha'm $\angle D=55°$ (63-su'wret). Bos wori'nlarg'a sa'ykes juwaplardi' jazi'n'.

Sheshim. A ha'm B, C ha'm D muyesh AD ha'm BC parallel tuwri' si'zi'qlardi'... ha'm ... kesiliwshiler menen kesi'lisiwinen payda bolg'an ..., soni'n' ushi'n $\angle A+\angle B=...°$ ha'm $\angle C+\angle D=...°$. Sha'rt boyi'nsha $\angle A=75°$ ha'm $\angle D=55°$, bunday jag'dayda $\angle B=...° - \angle A=...° - ...° = ...°$ ha'm $\angle C=...° - \angle D=...° - ...° = ...°$. *J u w a p.* $\angle B=...°$, $\angle C=...°$.

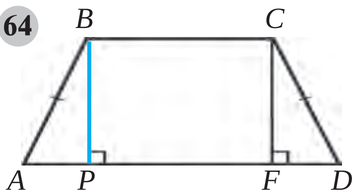
108. Trapeciyani'n' ultani'ndag'i' mu'yeshler 72° ha'm 86° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

109. $ABCD$ trapeciyani'n' kishi ultani' 6 sm ge, ABE u'shmu'yeshliktin' ($BE \parallel CD$) perimetri 36 sm ge ten'. Trapeciyani'n' perimetrin tabi'n'.

110. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' qarama-qarsi' mu'yeshlerinen biri yekishisinen 40° u'lken. Usi' trapeciyani'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

10-tema. TEN' QAPTALLI' TRAPECIYANI'N' QA'SIYETI

64



$ABCD$ ten' qaptalli' trapeciyani' qarayi'q. Bunda $AD=a$ — u'lken ultan, $BC=b$ — kishi ultan bolsi'n. Kishi ultanni'n' B to'besinen BP biyiklik wo'tkizemiz (64-su'wret). Biyikliktin' P ultani' AD ultani'n AP ha'm PD kesindilerge aji'ratsi'n.

T e o r e m a .

Ten' qaptalli' trapeciyani'n' dog'al mu'yeshi to'besinen wo'tkizilgen biyiklik u'lken ultandi' uzi'nli'qlari' ultanlari' ayi'rmasi'ni'n' yari'mi'na ha'm ultanlari' qosi'ndi'si'ni'n' yari'mi'na ten' bo'leklerge aji'ratadi', yag'ni'y:

$$AP=\frac{a-b}{2},\quad PD=\frac{a+b}{2}$$

Da'liyl. C to'besinen $CF \perp AD$ wo'tkizemiz. Tuwri' mu'yeshli ABP ha'm DCF u'shmu'yeshlikler ten': $AB=DC$ — sha'rt boyi'nsha, $BP=CF$ bolsa BC ha'm AD parallel tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag'i' arali'q bolg'ani' ushi'n. U'shmu'yeshler ten'liginen, $AP=FD$ kelip shi'g'adi'.

Tuwri' si'zi'qqa perpendikulyar yeki tuwri' si'zi'q wo'z-ara parallel boladi'. Parallel tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag'i' arali'q ten' bolg'ani' ushi'n $BC=PF=b$.

Demek, $AP=FD=\frac{AD-PF}{2}=\frac{a-b}{2}$, $PD=AD-AP=a-\frac{a-b}{2}=\frac{a+b}{2}$.

Solay yetip, $AP=\frac{a-b}{2}$ ha'm $PD=\frac{a+b}{2}$ yeken.

Ma'sele. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' ultani'ndag'i' mu'yeshleri ten' yekenligin da'liyllen'

Sheshiliwi: Trapeciyani'n' B ha'm C to'belerinen AD ultani'nda perpendikulyar wo'tkizemiz: $BP \perp AD$, $CF \perp AD$ (64-su'wretke q). Tuwri' mu'yeshli ABP ha'm DCF u'shmu'yeshlikler (gipotenuzesi' ha'm kateti boyi'nsha) ten': $AB=DC$ – sha'rt boyi'nsha, $BP=CF$ bolsa BC ha'm AD parallel tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag'i' arali'q bolg'ani' ushi'n. U'shmu'yeshlikler ten'lig'inen. $\angle A=\angle D$ kelib shi'g'adi'.

A ha'm B, C ha'm D mu'yeshler AD ha'm CD parallel tuwri' si'zi'qlardi' sa'ykes halda AB ha'm CD kesiliwshiler menen kesilisiwinen payda bolg'an ishki bir ta'repi mu'yeshler, soni'n' ushi'n $\angle A+\angle B = 180°$. Bunnan $\angle B=\angle C$ kelip shi'g'adi'.

Solay yetip, ten' qaptalli' trapeciyani'n' ultani'ndag'i' mu'yeshleri ten' yeken: $\angle A=\angle D$ ha'm $\angle B=\angle C$. Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

111. 1) Qanday trapeciya ten' qaptalli' trapeciya dep ataladi? 2) Ten' qaptalli' trapeciyani'n' su'yir mu'yeshi to'besini wo'tkizilgen biyiklik qanday qa'siyetke iye?

112. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' qarama-qarsi' mu'yeshleri ayi'rmasi' 50° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' mu'yeshleri nege ten'?

113. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' su'yir mu'yeshi 60°, ultani' 15 sm ha'm 49 sm yekeni belgili. Usi' trapeciyani'n' perimertin tabi'n'.

114. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' mu'yeshlerinin' biri 60° qa, qaptal ta'repi 24 sm ge, ultanlari'ni'n' qosi'ndi'si' 43 sm ge ten'. Trapeciyani'n' ultanlari'n tabi'n'.

115. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' dog'al mu'yeshi to'besinen wo'tkerilgen biyikliktin' u'lken ultani' 6 sm ha'm 30 sm li kesindilerge bo'linedi. Usi' trapeciyani'n' ultani'n tabi'n'.

116. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshlikti ultani'na parallel tuwri' si'zi'q penen keskende, ten' qaptalli' trapeciya payda boli'wi'n da'liyllen'.

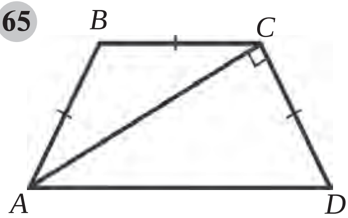
117. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' mu'yeshlerinin' biri 105° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

118. 1) Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonallari' ten' yekenin da'liyllen'. 2) Ten' qaptalli' trapeciyani'n' biyikligi qaptal ta'repinen 2 yese kishi. Usi' trapeciyani'n' mu'yeshleri nege ten'?

119. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' kishi ultani' qaptal ta'repine ten', diagonali' qaptal ta'repine perpendikulyar (65-su'wret). Trapeciyani'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

120. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' ayi'rmasi' 70° qa ten'. Woni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

65



121. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' mu'yeshlerinen biri 72° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

122. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' u'lken ta'repi 5,4 dm ge, qaptal ta'repi 2 dm ge ha'm wolar arasi'ndagi' mu'yesh 60° qa teng. Woni'n' kishi ultani'n tabi'n'.

11-tema. TRAPECIYANI'N' WORTA SI'ZI'G'I'

Ani'qlama. *Trapeciyani'n' qaptal ta'replerin tutasti'ri'wshi' kesindi **trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'** delinedi.*

Bizge *ABCD* trapeciyasi' berilgen boli'p, wondag'i' *AD* ha'm *BC* — trapeciya ultanlari'. *AB* ha'm *DC* woni'n' qaptal ta'repleri, *E* ha'm *F* noqatlari' qaptal ta'replerinin' wortalari' bolsi'n (66-su'wret). Bunda *EF* — worta si'zi'q boladi'.

Teorema.

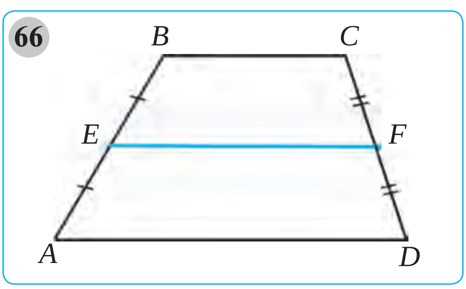
Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' woni'n' ultani'na parallel ha'm woni'n' uzi'nli'g'i' trapeciya ultanlari' uzi'nli'qlari' qosi'ndi'si'ni'n' yari'mi'na ten'.

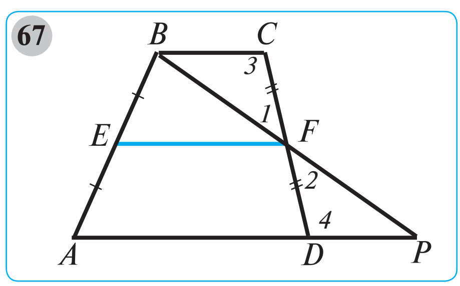
Da'liyl. 1-usi'l. *EF* – *ABCD* trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' bolsi'n *(AD|| BC). BF* tuwri' si'zi'q wo'tkizimiz ha'm woni'n' *AD* tuwri' si'zi'q penen kesilisken noqati'n *P* dep belgileymiz (67-su'wret). U'shmu'yeshlikler ten'liginen yekinshi qa'siyeti boyi'nsha *BCF* ha'm *PDF* u'shmu'yeshlikler ten' (*CF=DF* – sha'rt boyi'nsha, $\angle 1=\angle 2$ – vertikal mu'yeshler ha'm $\angle 3=\angle 4$ – ishki mu'yeshler bolg'ani' ushi'n). Bul u'shmu'yeshlikler ten'liginen *BF=PF* ha'm *BC=DP* kelip shi'g'adi', demek, *EF* – *ABP* u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' boladi'. U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' haqqi'ndag'i' teoremag'a tiykarlani'p: $EF \| AP$ ha'm $EF=\frac{1}{2}AP$ g'a iye bolami'z. $AD \| BC$ bolg'ani' sebepli, *EF* ha'r yeki ultang'a parallel boladi' ha'm bunnan ti'sqari'

$$EF=\frac{1}{2}AP=\frac{1}{2}(AD+DP)=\frac{1}{2}(AD+BC).$$

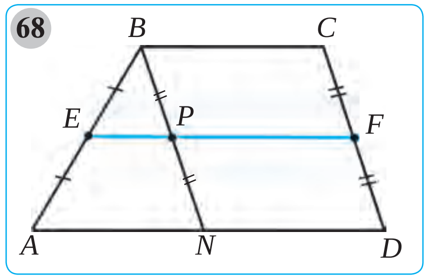
Demek, $EF \| AD \| BC$ ha'm $EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$.

2-usi'l. Teoremani' da'liyllew ushi'n trapeciyani'n' kishi ultani' to'besinen yekinshi qaptal ta'repke parallel *BN* tuwri' si'zi'g'i'n wo'tkeremiz (68-su'wret). Bunda trapeciya ultanlari' parallelogramm ha'm u'shmu'yeshlikke aji'raladi'.





BCDN parallelogrammda qarama-qarsi' ta'repleri bolg'an ushi'n $BC=ND$ ha'm $CD=BN$. Sondaq-aq $CF=BP$ (*BCFD* parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repi) ha'm $FD=PN$ (*PFDN* parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repi). Bunnan tabami'z: $BP=PN$ ($CF=FD-$ si'zi'li'wi' boyi'nsha).



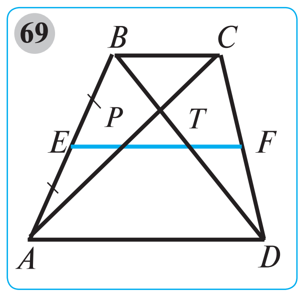
$\triangle ABN$ de $BE=EA$ (sha'rt boyi'nsha) ha'm $BP=PN$ (da'liyl boyi'nsha) ha'm an'i'qlama boyi'nsha $\triangle ABN$ da EP—worta si'zi'q boladi'. Bunnan $EP \parallel AN$ yekenligi kelip shi'g'adi'.

U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' qa'siyetine boyi'nsha, $EP = \frac{1}{2}AN$. Biraq $AN=AD-ND=AD-BC$.

Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' $EF = EP+PF$ yamasa $EF = \frac{1}{2}AN + PF$, bul jerde $AN=AD-BC$ va $PF=BC$ yekenligin na'zerde tutsaq, $EF = \frac{AD-BC}{2} + BC = \frac{AD+BC}{2}$. Demek, $EF = \frac{AD+BC}{2}$ yeken.

Na'tiyje. Trapeciyani'n' qaptal ta'repinin' wortasi'nan wo'tiwshi ha'm ultanlari'na parallel tuwri' si'zi'q yekinshi qaptal ta'repin ten' yekige bo'ledi. Usi'ni' da'liyllen'.

Da'liyl. *ABCD* — trapeciya. $AD \parallel BC$, $AE = EB$, $EF = AD$ (67-su'wret).



Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' *E* noqati' arqali' wotadi' *AD* g'a parallel bolg'ani sebepli worta si'zi'q *EF* tuwri' si'zi'g'i' menen betpe bet tutasadi'. Demek, *EF* tuwri' si'zi'q yekinshi qaptal ta'repin ten' yekige boladi'.

Ma'sele. Trapeciya diagonallari'ni'n' wortalari'n tutasti'ri'wshi' kesindi ultanlari'na parallel ha'm ultanlari'ni'n' ayi'rmasi'ni'n' yari'mi'na ten' yekenligin da'liyllen'.

Da'liyl. Berilgen — *ABCD* trapeciya, *AD* u'lken ultani' bolsi'n (69-su'wret). *AB* ta'repinin' wortasi' *E* arqali' ultanlarg'a parallel tuwri' si'zi'q wo'tkezemiz. Wol diagonallardi' *P* ha'm *T* noqatlarda kesip wo'tedi, bul noqatlar diagonallari'ni'n' wortalari'. *ET* kesindi *ABD* u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i', *EP* bolsa *ABC* u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i'. *PT* kesindi bul worta si'zi'qlardi'n' ayi'rmasi'na ten':

$PT = ET - EP = \frac{1}{2}AD - \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AD - BC)$ Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

123. 1) Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' dep nege ayti'ladi'? 2) Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' haqqi'ndag'i' teoremani' ayti'n' ha'm wondag'i' belgilewlerdi jazi'n'.

124. Trapeciyani'n' ultanlari': 1) 11 sm ha'm 17 sm; 2) 4,5 dm ha'm 8,2 dm; 3) 9 sm ha'm 21 sm ge ten'. Woni'n' worta si'zi'g'i'ni'n' uzi'nli'g'i' qansha?

125. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' 16 sm ge, ultanlari'nan biri bolsa 12 sm ge ten'. Trapeciyani'n' yekinshi ultani' nege ten'?

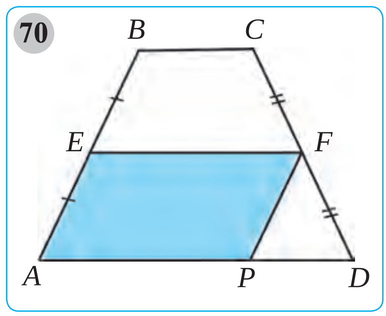
126. Trapeciyani'n' perimetri 40 sm ge, parallel bolmag'an ta'replerinin' qosi'ndi'si' bolsa 16 sm ga ten'. Usi' trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.

127. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' 30 sm fa, kishi ultani' bolsa 20 sm ge ten'. Usi' trapeciyani'n' u'lken ultani'n tabi'n'.

128. $ABCD$ trapeciyasi'ni'n' qaptal ta'repi AB g'a parallel CP tuwri' si'zi'q AD ultani'n: 1) $AP = 10$ sm ha'm $PD = 8$ sm li; 2) $AP = 5$ sm ha'm $PD= 7$ sm li kesindiler boladi'.Trapeciyani'n' wortasi'zi'g'i'n tabi'n'.

129. EF — $ABCD$ trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'. F noqat arqali' AB ta'repke parallel ha'm AD ta'repin P noqatta kesilisetug'i'n tuwri' si'zi'q wo'tkerilgen (70-su'wret). $AEFP$ parallelogramm yekenin da'liyllen'.

130. Ten' ta'repli trapeciyani'n' diagonallari' su'yir mu'yeshin ten' yekige bo'ledi. Trapeciyani'n' perimetri 66 sm, ultanlari'ni'n' qatnasi' 2 : 5 si'yaqli'. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.



131. Trapeciyani'n' diagonallari' worta si'zi'g'i'ni'n' ha'rbirin 6 sm li kesindilerge bo'ledi'. Usi' trapeciyani'n' ultanlari'n tabi'n'.

132. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' woni'n' biyikligin ten' yekige bo'ledi. Soni' da'liyllen'.

133. $ABCD$ trapeciyasi'ni'n' ta'repleri ma'lim: $AB = 4$ sm, $BC = 6$ sm, $CD= 5$ sm, $AD = 10$ sm. Yeger EF — trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' bolsa, $AEFD$ trapeciyani'n' ta'repleri nege ten'?

134. Trapeciyani'n' u'lken ultani' kishi ultani'nan 3 yese u'lken ha'm woni'n' worta si'zi'g'i' 20 sm ge ten'. Trapeciyani'n' ultanlari'n tabi'n'.

135. Trapeciyani'n' u'lken ultani' 16 sm ge ten', kishi ultani' 6 sm qi'sqa. Trapeciyani'n' kishi ultani'n ha'm worta si'zi'g'i'n tabi'n'.

136. Trapeciyani'n' diagonallari' woni'n' worta si'zi'g'i'ni'n 5 sm, 4 sm ha'm 7 sm li kesindilerge ajiratadi'. Usi' trapeciyani'n' ultanlari'n tabi'n' (69-su'wretke q.). **Sheshiliwi.** ABC u'shmu'yeshlikte EP kesindi... aji'ratadi'. Demek, $BC=$ sm (qa'siyeti boyi'nsha). ACD u'shmu'yeshlikte PF kesindi aji'ratadi'. $PF = + =$ sm + sm = sm. Usi'g'an qarap, $AD =$ sm. **Juwabi':** ....

1-§ ke (to'rtmu'yeshlikke) tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

137. Do'n'es $ABCD$ to'rtmu'yeshlikte: $AB=CD$, $\angle B=70°$, $\angle BCA = 60°$, $\angle ACD= 50°$. $BC=AD$ yekenligin da'liyllen'.

138. Parallelogrammni'n' ta'replerinin' uzi'nli'g'i' 4 sm ha'm 6 sm qaten'. Usi' parallelogrammni'n' su'yir mu'yeshinin' bissektrisasi'ni'n' u'lken ta'repin qanday kesindilerge ajiratadi'?

139. $ABCD$ parallelogramni'n' BC ha'm AD ta'replerinde E ha'm F noqatlari'n ali'ng'an, wonda $BE=DF$. $AECF$ to'rtmu'yeshligi parallelogramm yekenligin da'liyllen' (71-su'wret). Bos wori'nlarg'a sa'ykes juwaplardi' jazi'n'.

Da'liyl. $ABCD$ parallelogramm bolg'ani' ushi'n, woni'n' BC ha'm AD qarama-qarsi' ta'repleri ... ha'm ... , yag'ni'y ... ∥ ... ha'm ... = ... $EC=...-...$, $AF=...-...$ ha'm $BE=DF$ yekenliginen $EC=...$ boladi'. Solay yetip, $AECF$ to'rtmu'yeshliginde yeki qarama-qarsi' ta'repler ... ha'm ... (...∥ ..., ... ∥ ...), demek, $AECF$ − ... .

140. Su'yir mu'yeshi A bolg'an $ABCD$ parallelogramm berilgen. B to'besinen AD ta'repke BK perpendikulyar wo'tkerilgen, $AK=BK$. C ha'm D mu'yeshlerin tabi'n'.

141. 1) $ABCD$ — tuwri' to'rtmu'yeshlik. BAC ha'm BDC mu'yeshlerinin' bissektrisalari' 45° li' mu'yeshte kesilisedi. $ABCD$ — kvadrat yekenligin da'liyllen'. 2) Yeger to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' wo'z-ara ten' boli'p, to'rtmu'yeshliktin' mu'yeshlerin ten' yekige bo'lse, bunday to'rtmu'yeshlik kvadrat bolatug'i'nli'g'i'n da'liyllen'.

142. 1) Berilgen: $ABCD$ — kvadrat, $AE=CF$ (72-su'wret).
D a ' l i y l l e w k e r e k : $BEDF$ — romb yekenligin.
2) Rombinin' perimetri 16 sm ge, qarama-qarsi' ta'replerinin' arasi'ndag'i' arali'q 2 sm ge ten'. Rombi'ni'n' mu'yeshlerin tabi'n'.

143. Yeger tuwri' to'rtmu'yeshiktin' diagonallari' tuwri' mu'yeshte kesilisse, woni'n' kvadrat yekenligin da'liyllen'.

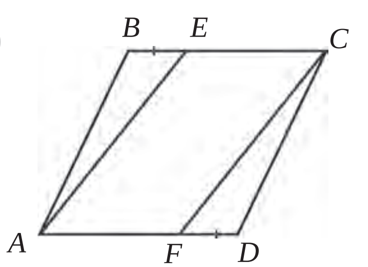
144. $ABCD$ ten' qaptalli' trapeciyada $BC=20$ sm, $AB=24$ sm ha'm $\angle D=60°$ bolsa, woni'n' AD ultani'n tabi'n'.

145. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' mu'yeshlerinen biri 125° qa ten'. Trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

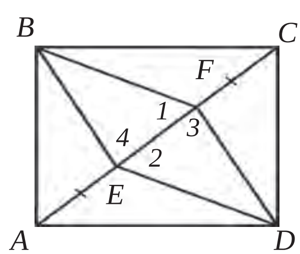
146. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' qaptal ta'repine jaylasqan yeki mu'yeshi bissektrisalari' wo'z-ara perpendikulyar yekeni'n da'liyllen'.

147. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonali' su'yi'r mu'yeshin ten' yekige bo'ledi, ultanlari' bolsa 6 sm ha'm 15 sm ge ten'. Trapeciyani'n' perimetrin tabi'n'.

71



72



148. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' dog'al mu'yeshinin' to'besinen wo't-kizilgen biyiklik u'lken ultani'n 5 sm li ha'm 20 sm li kesindilerge aji'ratadi'. Usi' trapeciyani'n' ultanlari'n tabi'n'.

1-TEST

1. Do'n'es besmu'yeshliktin' mu'yeshlerinin' u'lkenligi 2:3:4:5:6 qatnasta. Mu'yeshlerdin' u'lkenliginin' wo'lshemin tabi'n'.

A) 136°; B) 162°; C) 156°; D) 148°.

2. Ko'pmu'yeshliktin' ishki mu'yeshlerinin' ha'm bir si'rtqi' mu'yeshinin' qosi'ndi'si' 2070° qa ten'. Ko'pmu'yeshliktin' ta'replerinin' sani' neshew?

A) 13 ta; B) 16 ta; C) 11 ta; D) 15 ta.

3. Ha'rbir ishki mu'yeshi 156° bolg'an do'n'es ko'pmu'yeshliktin' neshe mu'yesh bar?

A) 10; B) 15; C) 12; D) 8.

4. Do'n'es to'rtmu'yeshliktin' mu'yeshlerinen biri tuwri mu'yesh, qalg'anlari bolsa wo'z-ara 6:5:4 qatnasta. To'rtmu'yeshliktin' kishi mu'yeshin tabi'n'.

A) 108°; B) 60°; C) 72°; D) 90°.

5. Yeki mu'yeshinin qosi'ndi'si' 100° qa ten' bolg'an parallelogrammnin' u'lken mu'yeshin tabin'.

A) 100°; B) 110°; C) 130°; D) 150°.

6. Parallelogrammni'n' yeki ta'repinin' qatnasi' 3 : 7, woni'n' perimetri bolsa 18 sm ge ten'. Usi' parallelogrammni'n' kishi ta'repin tabi'n'.

A) 2,7 sm; B) 5,4 sm; C) 3,4 sm; D) 4,5 sm.

7. Parallelogrammni'n' mu'yeshlerinen biri yekinshisinen 30° u°lken. Woni'n' u'lken mu'yeshin tabi'n'.

A) 75°; B) 150°; C) 105°; D) 60°.

8. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeni 5 ke ten', uzi'nli'gi' 7 ge ten'. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

A) 34; B) 32; C) 26; D) 30.

9. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 32 ge qon'si' ta'replerinin' ayi'rmasi' 7 ge ten'. Woni'n' ta'replerin tabi'n'.

A) 8 ha'm 6; B) 12 ha'm 10; C) 9 ha'm 7; D) 11 ha'm 9.

10. Rombi'ni'n' diagonali' ta'repi menen 25° li' mu'yesh payda yetedi. Rombi'ni'n' u'lken mu'yeshlerin tabi'n'.

A) 130°; B) 150°; C) 120°; D) 115°.

11. Trapeciyani'n' u'sh ta'repi 4 sm den, to'rtinshi ta'repi 8 sm. Trapeciyani'n' yen' u'lken mu'yeshin tabi'n'.

A) 140°; B) 120°; C) 150°; D) 60°.

12. $ABCD$ trapeciyasi'nda AC diagonali' CD qaptal ta'repine perpendikulyar. Yeger $\angle D=72°$ ha'm $AB=BC$ bolsa, ABC ni' tabi'n'.

A) 150°; B) 144°; C) 136°; D) 108°.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

A'yyemgi Mi'sr ha'm Bobil matematikasi'nda to'rtmu'yeshliklerdin' to'mendegi tu'rleri ushi'raydi': kvadratlar, to'rtmu'yeshlikler, tuwri' mu'yeshli ha'm ten' qaptalli' trapeciyalar.

Abu Reýhan Beruniy
(973–1048)

Worta Aziyali'q ali'mlardan **Abu Rayxan Beruniy** da to'rmu'yeshliklerdin' tu'rlerine ayri'qsha toqtag'an. Wol wo'zinin' **«Astranomiya sanaati'nan baslang'i'sh mag'luwmat beriwshi kitap»** atamasi'ndag'i' shi'g'armasi'nda «To'rtmu'yeshliklerdin' tu'ri qanday» - dep soraw qoyadi' ha'm to'mendegishe juwap beredi:

«*Wolardan birinshisi* — kvadrat, woni'n' barli'q ta'repleri ten', barli'q mu'yeshleri tuwri', diagonallari', yag'ni'y qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' (to'belerin) tutasti'ri'wshi' si'zi'qlari' bolsa wo'z-ara ten'.

Yekinshisi — tuwri' to'rtmu'yeshlik, wol kvadratqa qarag'anda uzi'ni'raq, barli'q mu'yeshleri tuwri', ta'repleri ha'r qi'yli', wolardi'n' tek qarama-qarsi' ta'repleri ha'm diagonallari' ten'.

U'shinshisi — romb, woni'n' to'rt ta'repi ten', biraq diagonallari' ha'r qi'yli', mu'yeshleri bolsa tuwri' mu'yesh yemes.

To'rtinshisi — romboid, woni'n' diagonallari' ha'r qi'yli', tek yeki qarama-qarsi' ta'repleri wo'z-ara ten'.

Bul figuralardan parqli' to'rmu'yeshlikler trapeciya dep ataladi'.

Kvadrat lati'nsha so'z boli'p, «to'rt mu'yeshli» degen ma'nisti bildiredi. Beruniy arabsha «*murabba*» terminin qollang'an, lati'nshag'a mine usi' arabsha termin awdarma qi'li'ng'an. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' arabshasi' «*mustatil*» — «sozi'lg'i'sh» degen ma'nini bildiredi.

Romb termininin' qa'liplesiwi ha'r qi'yli' tu'sindiriledi. Wol grekshe so'z boli'p, romb «*aylani'wshi' zat*», «*do'n'gelek*» ma'nisin bildiredi. Geometriyada bul termin do'n'gelek kesindinin' rombqa uqsawi' sebebinen kirgen. Arabshada «*romb*» ushi'n «*muayan*» termini ali'ng'an.

Trapeciya grekshe so'z boli'p,awdarmasi' «*stolsha*» (awqat jeytug'i'n stol) g'a tuwri' keledi, so'z ma'nisi – to'rt ayaqli'. Haqi'yqattan, grekshe «trapedzion» — stolsha, awqatlani'uw stoli'.

Beruniyde «*trapeciya*» — «*muxarrif*» dep atalg'an, bul termin grekshe «trapedzion»ni'n' arabshag'a ani'q awdarmasi'.

Parallelogramm grekshe so'z boli'p, tuwri' si'zi'qli' maydan degen ma'nisti bildiredi. «Parallelogramm» arabshada «*mutavozi al-azba*», yag'ni'y «ultanlari' parallel» degen ma'nisti bildiredi.

Beruniy parallelogrammg'a to'mendegishe ani'qlama beredi:

«*Wol to'rtmu'yeshli figura, woni'n' ha'rqanday yeki qarama-qarsi' ta'repleri parallel. Woni'n' qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' to'belerin tutasti'ri'wshi' si'zi'q diagonal dep ataladi'*».

12-tema. FALES TEOREMASI’

1. Da’slepke tu’sinikler. Bizge wo’z-ara parallel l_1 ha’m l_2 tuwri’ si’zi’qlari’ ha’m wolardi’ kesip wo’tiwshi a tuwri’ si’zi’q berilgen bolsi’n (73-su’wret).

Yeger kesiwshi a tuwri’ si’zi’q, l_1 ha’m l_2 tuwri’ si’zi’qlari’n A ha’m B noqatlar kesip wo’tse, l_1 ha’m l_2 parallel tuwri’ si’zi’qlar a tuwri’ si’zi’qtan AB kesindisin **aji’ratadi’** dep ayti’ladi’.

U’sh l_1, l_2 ha’m l_3 parallel tuwri’ si’zi’qlar a tuwri’ si’zi’g’i’n A, B, C noqatlarda kesip, AB ha’m BC kesindiler aji’ratsi’n (74-su’wret).

Yeger $AB=BC$ bolsa, parallel tuwri’ si’zi’qlar a tuwri’ si’zi’g’i’nan **ten’ kesindilerdi aji’ratadi’** dep ataydi’ (74-su’wret).

Teorema.

Yeger $a \parallel b$ boli’p, l_1, l_2 ha’m l_3 parallel tuwri’ si’zi’qlar a tuwri’ si’zi’g’i’nan ten’ kesindiler aji’ratsa, b tuwri’ si’zi’qtan da ten’ kesindiler aji’rati’ladi’.

Da’liyl. Tuwri’ si’zi’qlardi’ kesilisiw noqatlari’n sa’ykes halda A, B, C ha’m A_1, B_1 C_1, ta’ripleri menen belgileyik (75-su’wret).

Teorema sha’rti boyi’nsha $a||b$ va $AB = BC$. $A_1B_1 = B_1C_1$ yekenligin daliylewimiz kerek.

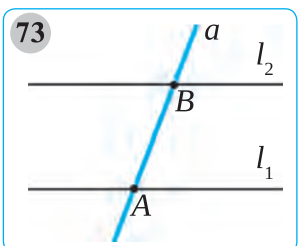
Tuwri’ si’zi’qlardi’n’ kesilisiwinen payda bolg’an ABB_1A_1 ha’m BCC_1B_1 to’rtmu’yeshlikleri parallelogramm, sebebi wolar wo’z-ara parallel tuwri’ si’zi’qlardi’n’ kesilisiwinen payda bolg’an. Parallelogrammni’n’ qarama-qarsi’ ta’repleri bolg’ani’ ushi’n $AB=A_1B_1$ ha’m $BC=B_1C_1$ boladi’. Bunnan $A_1B_1=B_1C_1$ kelip shi’g’adi’, sebebi sha’rt boyi’nsha $AB=BC$. Teorema da’liyllendi.

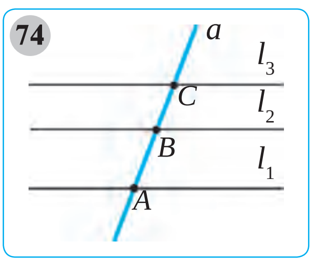
Esletpe! Bunday jag’dayda $AB=BC=A_1B_1=B_1C_1$ yekenligin yeste tuti’w kerek.

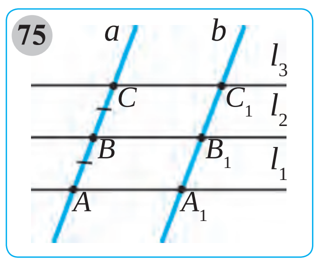
2. Fales teoremasi. To’mendegi teorema u’shmu’yeshlik ha’m trapeciyanin’ worta si’zi’qlari’ haqqi’ndag’i’ uyi’mlasti’ri’lg’an tu’ri boli’p, wol **«Fales teoremasi»** dep ataladi’.

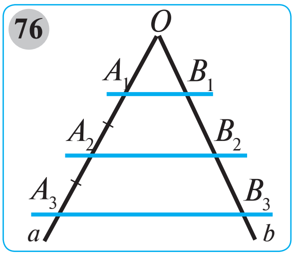
Teorema.

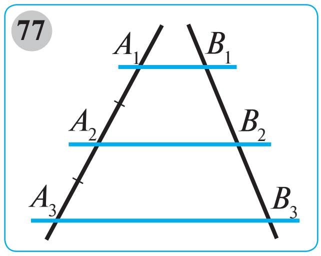
Yeger mu’yesh ta’replerin kesiwshi parallel tuwri’ si’zi’qlar woni’n’ bir ta’repinen ten’ kesindiler aji’ratsa, wolar yekinshi ta’repinen de ten’ kesindiler aji’ratadi’.

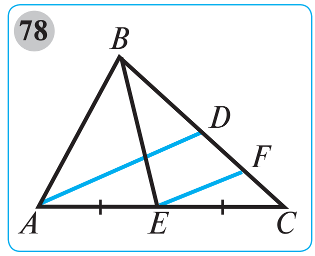
73


74


75








Da'liyl. O mu'yeshinin' bir ta'repinde (a nurda) wo'z-ara ten' A_1A_2, A_2A_3, ... kesindiler qoyi'lg'an ha'm wolardi'n' aqi'rlari' (A_1, A_2, A_3) arqali' yekinshi ta'repti (b nurdi') B_1, B_2, B_3, ... noqatlarda kesiwshi A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, ... parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkizilgen bolsi'n (76- su'wret).

Yendi payda bolg'an B_1B_2, B_2B_3, ... kesindelirinin' wo'z-ara ten', yag'ni'y yeger $A_1A_2 = A_1A_2$ bolsa, wonda $B_1B_2 = B_2B_3$ boli'wi'n da'liylleymiz.

Bizge ma'lim, trapeciya qaptal ta'repinin' wortasi'nan wo'tiwshi ha'm ultanlarg'a parallel tuwri' si'zi'q yekinshi qaptal ta'repin ten' yekige bo'ledi (35-bettegi na'tiyjige q.). Soni'n' ushi'n, A_1, B_1, B_3, A_3 trapeciyada $B_1B_2=B_2B_3$ boladi'. Usi'ni' da'liyllew kerek yedi. A_1, B_1, B_3, A_3 trapeciya $A_1A_2=A_2A_3$ ha'm $B_1B_2=B_2B_3$ (da'liyl boyi'nsha) bolg'ani' ushi'n, A_2B_2 – trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' (ani'qlama boyi'nsha) boladi'.

Na'wbettegi $A_2A_3=A_3A_4$ den $B_2B_3=B_3B_4$ keli'p shi'g'i'wi' bolsa trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' haqqi'ndag'i' teoremadan paydalani'p da'liyllendi.

Usi'g'an uqsas bolg'an kesindilerdin' ten'ligide usi'nday daliyllenedi.

Yesletpe! Fales teoremasi' sha'rtinde mu'yesh worni'na ha'rqanday yeki tuwri' si'zi'qti' ali'w mu'mkin boladi',bunda teoremani'n' juwmag'i' wo'z hali'nda qaladi':

berilgen yeki tuwri' si'zi'qti' kesiwshi ha'm tuwri' si'zi'qlardi'n' birinen ten' kesindiler di aji'rati'wshi' parallel tuwri' si'zi'qlar yekinshi tuwri' si'zi'qtan da ten' kesindilerdi bo'ledi.

1-ma'sele. Berilgen: AD ha'm $BE{=}ABC$ u'shmu'yeshliktin' medianalari $EF||AD$. $EC= 6$ *sm*, $CF= 4$ sm (78-su'wret).

Berilgen u'shmu'yeshliktin' BC ha'm AC ta'replerinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

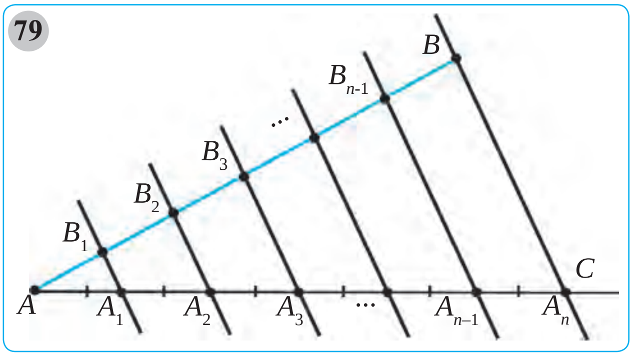
Sheshiliwi. 1) $AC=2 \cdot EC=2 \cdot 6=12$(sm) (u'shmu'yeshliktin' medianasi' ani'qlamasi' boyi'nsha).

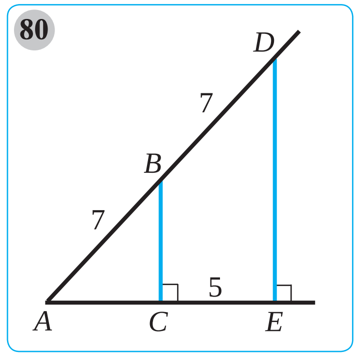
2) Fales teoremasi' boyi'nsha $CF=FD$. Bunnan FD=4 sm, $CD=2 \cdot CF= =2 \cdot 4=8$ (sm) u'shmu'yeshliktin' medianasi' ani'qlamasi' boyi'nsha) yekenligi kelip shi'g'adi'.

3) $BC=2 \cdot CD=2 \cdot 8=16$ (sm) (u'shmu'yeshliktin' medianasi' ani'qlamasi' boyi'nsha). **Juwabi':** BC=16 sm, AC = 12 sm.

2- ma'sele. (Kesindini ten' bo'leklerge bo'liw). Berilgen AB kesindini n ten' bo'lekke bo'lin'.

Sheshiliwi. AB kesindi berilgen bolsi'n. Woni' n ten' bo'lekke bo'liwdi ko'rsetemiz. A noqattan AB tuwri' si'zi'qta kesilispeytug'i'n AC nurdi' wo'tkizemiz ha'm wonda A noqatta baslap n AA_1, A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$





ten' kesindilerdi, yag'ni'y berilgen AB kesindini ma'sele sha'rtinen kelip shi'g'i'p neshe bo'lekke bo'liw za'ru'r bolsa, sonsha ten' kesindini qoyami'z (79-su'wret, n=6). Son A_nB tuwri' si'zi'g'i' wo'tkizemiz. (A_n noqat – aqi'rg'i' kesindinin' son'i') ha'm A_1, A_2, A_3, ..., A_{n-1} noqatlar arqali' A_nB tuwri' si'zi'qqa parallel tuwri' si'zi'qlardi' wo'tkizemiz. Bul tuwri' si'zi'qlar AB kesindini B_1, B_2, B_3, ... B_{n-1} noqatlarda kesinlisedi ha'm woni' Fales teoreması' boyi'nsha n ten' bo'lekke bo'ledi: $AB_1 = B_1B_2 = ... = B_{n-1}B$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

149. 1) Fales teoremasi'n ayti'n'.
2) Fales teoremasi' tek g'ana mu'yesh ushi'n wori'nli'ma?

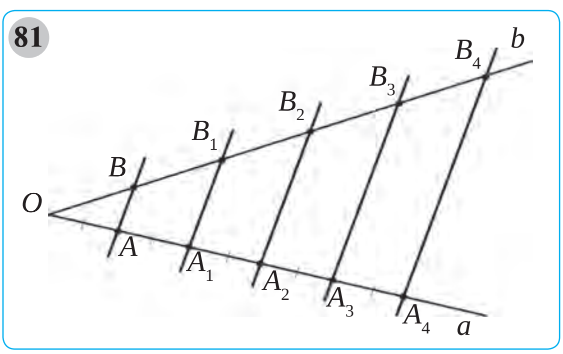
150. Cirkul ha'm si'zg'i'sh ja'rdeminde AB kesindinin' 1) yeki, 2) u'sh; 3) alti'; 4) jeti ten' bo'lekke bo'lin'.

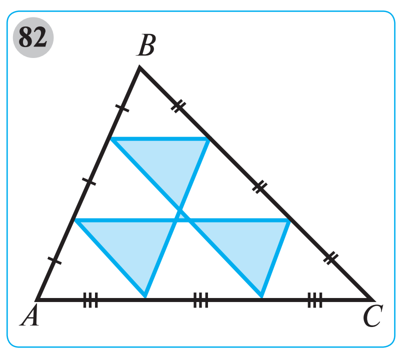
151. Berilgen: $AB = BD = 7$ sm, $BC \parallel DE$, $CE = 5$ sm (80-su'wret).
Tabi'w kerek: AC.

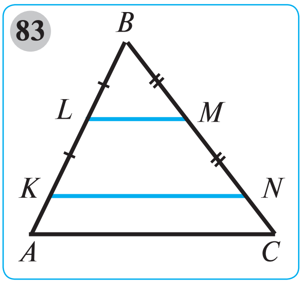
152. Berilgen: $\angle aOb$, $AB \parallel A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$, $OA = AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$. $OB_4 = 8$ sm (81-su'wret). Tabi'w kerek: OB_1, OB_2, OB_3.

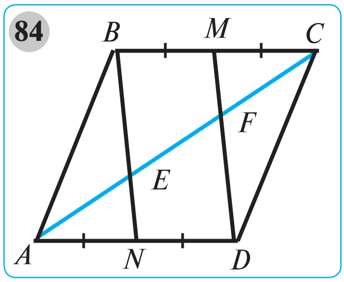
153. Yeger mu'yeshtin' ha'rbir ta'repine izbe iz ten'dey uzi'nli'qtag'i' kesindiler qoyi'p si'zi'lsa ha'm kesindilerdin' tiyisli ushlari' arqali' tuwri' si'zi'qlar wo'tkerilse, bul tuwri' si'zi'qlar parallel boli'wi'n da'liyllen'.

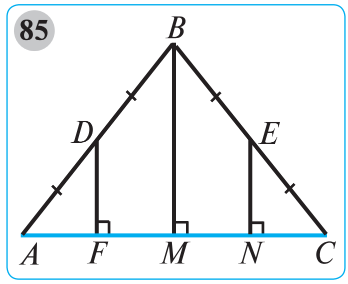
154. ABC u'shmu'yeshliktin' BC ta'repi ten'dey to'rt kesindilerge bo'lingen











ha'm bo'liniw noqatlari' arqali' uzi'nli'g'i' 18 sm ge ten' bolg'an AB ta'repine parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkizilgen. Usi' tuwri' si'zi'qlardi'n' u'shmu'yeshliktin' ishinde qalg'an kesindilerdin' uzi'nli'qlari'n tabi'n'.

155. Trapeciyani'n' qaptal ta'replerinen biri ten'dey u'sh bo'lekke bo'lingen bo'liniw noqatlari'nan ultanlari'na parallel yetip kesindiler wo'tkizilgen. Trapeciyani'n' ultanlari' 15 sm ha'm 24 sm ge ten' bolsa, usi' kesindilardin' uzi'nli'qlari'n tabi'n'.

156. Berilgen: $\triangle ABC$, D – AB ni'n' wortasi' ha'm $DF \parallel BC$, E – BC ni'n' wortasi' $EP \parallel AB$.
Da'liyllew kerek: DF ha'm EP tuwri' si'zi'qlari' ABC mu'yeshin AC g'a tiyisli bir noqatta kesip wo'tedi.

157. ABC u'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' ha'rbiri ten'dey u'sh kesindilerge bo'lingen ha'm bo'liniw noqatlari' kesindiler menen tutasti'ri'g'an (82-su'wret). Yeger ABC u'shmu'yeshliktin' perimetri p g'a ten' bolsa, bul su'wrette payda bolg'an figurani'n' perimetrin tabi'n'.

158. Cirkul ha'm si'zg'i'sh ja'rdeminde AB kesindisin 1) to'rtke, 2) beske ten'dey yetip bo'lin'.

159. ABC mu'yeshinin' ta'replerinde to'rt noqat: K, L, M ha'm N ali'ng'an. Yeger $BM = MN$ ha'm $BL = KL$ bolsa, LM ha'm KN tuwri' si'zi'qlari' parallel bola alama (83-su'wret)?

160. $ABCD$ parallelogrammda M noqat BC ta'repinin' wortasi', N noqat AD ta'replerinin' wortasi'. BN ha'm MD tuwri' si'zi'qlari' parallelogrammni'n' AC diagonali'n ten' u'sh bo'lekke bo'liniwin da'liyllen' (84-su'wret).

161. ABC u'shmu'yeshlikte D ha'm E noqatlar – ten' AB ha'm BC ta'replerinin' wortalari' DF, BM ha' EN kesindiler AC ta'repke perpendikulyar. AC ta'rep 36 sm ge ten'. F ha' N noqatlar arasindag'i' arali'qti' tabi'n' (85-su'wret).

13-tema. FALES TEOREMASI'NA TIYISLI SHI'NI'G'I'WLAR

1. Kesindilerdin' qatnasi'.

Ani'qlama. *Yeki kesindinin' qatnasi' dep, wolar birdey uzinli'q wo'lshew birlikleri menen an'lati'lsa wolardan biri yekinshisinen neshe yese u'lken yamasa kishiligin ko'rsetiwshi sang'a ayti'ladi'.*

Mi’sali’, a ha’m b kesindileri 6 sm ha’m 18 sm ge ten’ bolsi’n, kesindilerdin’ qatnasi’ bo’lshek tu’rinde belgilenedi.

$$\frac{a}{b}=\frac{6\text{ sm}}{18\text{ sm}}=\frac{1}{3}\text{ yamasa }\frac{b}{a}=\frac{18\text{ sm}}{6\text{ sm}}=3.$$

1-tu’sinik. Yeger kesindiler ha’r qi’yli’ uzi’nli’q wo’lshew birliklerinde berilgen bolsa, aldi’n wolardi’ bir tu’rdegi atamag’a keltirip, son’ qatnasi’n ali’w kerek, bolmasa qa’te na’tiyje kelip shi’g’adi’.

2-tu’sinik. Yeki kesindinin’ qatnasi wo’lshem birliginin’ qalay tan’lang’ani’na baylani’sli’ yemes. Bir wo‘lshew birliginen basqa wo’lshew birligine wo’tiwde kesindilerdin’ uzi’nli’qlari’n an’lati’wshi’ sanlar bir qi’yli’ sanlarg’a ko’beytiriledi, soni’n’ ushi’n bunda yeki kesindinin’ qatnasi’ wo‘zgermeydi.

3-tu’sinik. $\frac{a}{b}$ qatnasta, a — qatnasti’n’ aldi’ng’i’ ag’zasi’, b — qatnasti’n’ keyingi ag’zasi’: sonday-aq a ni’n b g’a qatnasi’n $a : b$ dep belgileni’win yesletip wo’temiz.

2. Proporcional kesindiler.

Ani’qlama. Yeger $\frac{AB}{BC}=\frac{A_1B_1}{B_1C_1}$ *bolsa, bunday halda AB ha’m BC,* A_1B *ha’m* $B_1, C_1,$ kesindileri ***proporcional kesindiler*** *dep ataladi’. Bul kesindilerdin’ uzi’nli’qlari’n a’nlatiwshi’ sanlar* ***proporcional sanlar*** *boladi’.*

Mi’sali’. Uzi’nli’qlari’ 2 sm ha’ 3 sm ge ten’ bolg’an AB ha’m BC kesindiler uzi’nli’qlari’ 4 sm ha’m 6 sm ge ten’ bolg’an A_1B_1 ha’m B_1C_1 kesindilerge proporcional kesindiler deyiledi. Haqiyqatdan da, $\frac{AB}{BC}=\frac{A_1B_1}{B_1C_1}=\frac{2}{3}$.

4-tu’sinik. Bul jerde de bunnanda keyinde ko’binese AB, CD ha’m basqa da kesindiler degende, wolardi’n’ uzi’nli’qlari’n an’lati’wshi’ sanlardi’ tu’sinemiz. Buni’n’ na’tiyjesinde kesindilerdin’ qatnasi’ ha’m kesindilerden du’zilgen proporciyalar sanlar qatnaslari’ni’n’ ha’m sanlardan du’zilgen proporciyalardi’n’ barli’q qa’siyetlerine iye boladi’.

Soni’n’ ushi’n bul jerde wolardi’ keltirmeymiz, sebebi wolar 6-klass matematika pa’ninen sizge tani’s.

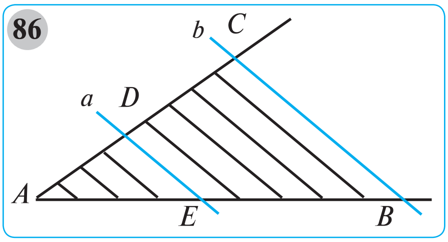
Fales teoremasi ja’rdeminde to’mendegi teoremani’ da’liyllew mu’mkin.

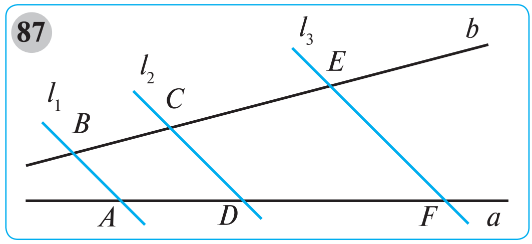
Teorema.

(Proporcional kesindiler haqqi’nda). **Mu’yesh ta’replerin kesiwshi yeki parallel tuwri’ si’zi’q mu’yesh ta’replerinen proporcional kesindiler aji’ratadi’.**

a ha’m b dan ibarat yeki parallel tuwri’ si’zi’q A mu’yeshtin’ ta’replerin B, C ha’m D noqatlarda kesgen bolsi’n. $\frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}$ yekenligin da’liyllew kerek.

Da’liyllew. AE ha’m EB kesindiler uluwma wo’lshemi bolsi’n. Bunda AE





ha'm EB kesindilerdi'n' yen' u'lken uluwma k_1 wo'lshew birligi AE kesindige m yese ($AE = m \cdot k_1$) ha'm EB kesindige bolsa n yese ($EB = n \cdot k_1$) jaylasadi' desek (86-su'wret). Bunda kesindilerdin' qatnasi' $\frac{m}{n}$ racional san menen belgilenedi, yag'ni'y $\frac{AE}{EB} = \frac{m \cdot k_1}{n \cdot k_1} = \frac{m}{n}$ boladi'. Demek, $\frac{AE}{EB} = \frac{m}{n}$. Bul ten'lik, yeger AE kesindige m ten' bo'lek bolsa, EB kesindige bunday bo'leklerden n boli'wi'n ko'rsetedi. Bul mi'salda $m = 4$ ha'm $n = 5$ ge ten'.

Ha'rbir bo'liniw noqati'nan a ha'm b g'a parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkizemiz.

Fales teoremasi'nda, AD ha'm DC kesindiler ten' bo'leklerge bo'linedi. Yeger AC ta'rep ushi'n k_2 wo'lshew birligi sipati'nda qabi'l yetsek, wol jag'dayda bunday bo'leklerden AD de m ($AD = m \cdot k_2$) ha'm DC da n ($DC = n \cdot k_2$) jaylasadi. Demek, $\frac{AD}{DC} = \frac{m \cdot k_2}{n \cdot k_2} = \frac{m}{n}$, yag'ni'y $\frac{AD}{DC} = \frac{m}{n}$ yeken.

Solay yetip, , $\frac{AE}{EB} = \frac{m}{n}$, $\frac{AD}{DC} = \frac{m}{n}$ bunnan $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$.

Bul teorema qa'legen yeki (a, b) tuwri' si'zi'qti' parallel (l_1, l_2, l_3) tuwri' si'zi'qlar kesip wo'tkende payda bolatug'i'n kesindiler ushi'nda wori'nli' boladi' (87-su'wret). Buni' wo'zin'iz da'liyllen'.

Esletpe! m ha'm n ler berilgen wo'lshew birliklerinde pu'tin sanlar menen an'lati'lmasa, wonda sonday mayda birlik ali'w kerek, AE ha'm EB larg'a uluwma wo'lshem bola alsi'n.

Na'tiyje. Yeger parallel tuwri' si'zi'qlar A mu'yeshinin' ta'replerin B, C ha'm D, E noqatlarda kesse, wonda $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ ten'lik wori'nli' (86-su'wret).

Da'liyl. Proporciyani'n' qa'siyetine su'yenip, joqari'da da'liyllengen $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$ proporciyani' $\frac{EB}{AE} = \frac{DC}{AD}$ ko'rinisinde jazi'p alami'z ha'm yeki bo'limine 1 di qossaq, ja'ne tuwri' ten'lik payda boladi'. Demek,

$$\frac{EB}{AE} + 1 = \frac{DC}{AD} + 1 \text{ yamasa } \frac{AE + EB}{AE} = \frac{AD + DC}{AD}$$

Son'g'i' ten'likke $AE+EB=AB$ ha'm $AD+DC=AC$ bolsa, talap yetilgen ten'lik kelip shi'g'adi': $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$

1- ma'sele. U'sh kesindi berilgen: $a=6$ sm, $b=3$ sm, $c=4$ sm. To'rtinshi d kesindinin' uzi'nli'gi' qanday bolg'anda bul to'rt kesindi proporcional boladi'? (izlengen d kesindi berilgen kesindilerdin' ha'r birinen u'lken bo'li'wi' sha'rti menen.)

Sheshimi. Berilgenlerdi ha'm shartti yesapqa alsaq, $b<c<a<d$ yekenligi ma'lim. Bunin' ushi'n berilgen kesindiler ishinen yeki yen' u'lkeninin' uzi'nli'qlari'n an'lati'wshi' sanlar ko'beymesin yen' kishisine bo'liw kerek, yag'ni'y $d = a \cdot c : b = 6 \cdot 4 : 3 = 8$ (sm).

Juwap: $d=8$ sm.

2-ma'sele. U'shmu'yeshliktin' ishki mu'yeshinin' bissektrisasi' usi' mu'yesh qarsi'las ta'repi qa'lg'an yeki ta'repke proporcional bo'leklerge bo'ledi. Usi'ni' da'liyllen'.

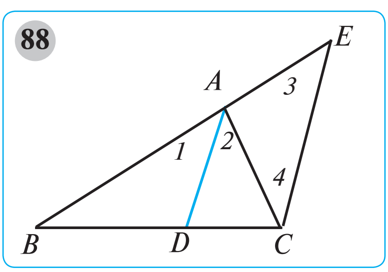
Daliyl. ABC u'shmu'yeshlikte AD kesindi A mu'yeshinin' bissektrisasi' bolsi'n, wonda $\angle 1=\angle 2$ boladi' (88-su'wret). $BD : DC = AB : AC$ yekenin da'liylleymiz. DA g'a parallel ha'm BA ni'n' dawami'n E noqatda kesiwshi CE tuwri' si'zi'qti' wo'tkizemiz. AEC ha'm ACE mu'yeshlerin sa'ykes galda 3 ha'm 4 penen belgileymiz. Wol waqi'tta DA ha'm CE parallel tuwri' si'zi'qlardi' BE kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolg'an sa'ykes mu'yeshler bolg'ani' ushi'n $\angle 1= \angle 3$. Usi' parallel tuwri' si'zi'qlardi' AC kesiwshinin' kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'wshi' mu'yeshler bolg'ani' ushi'n $\angle 2=\angle 4$.

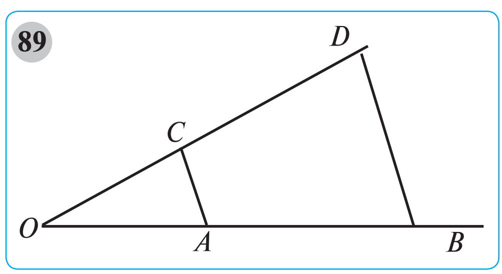
Sha'rt boyi'nsha, $\angle 1= \angle 2$ *(AD—bessektrisa), son'n' ushi'n* $\angle 3=\angle 4$ boladi' (u'shmu'yeshlikte ten' mu'yeshler qarama-qarsi'nda ten' ta'repler jatadi'). Demek, ΔCAE — ten' qaptalli', yag'ni'y $AE=AC$ (ten' mu'yeshler qarama-qarsi'nda jatqan ta'repler bolg'ani' ushi'n).

Proporcional kesindiler haqqi'ndag'i' teoremag'a tiykarlani'p: $BD : DC= = AB : AE$ proporciyani' payda yetemiz. Bul proporciyadag'i' AE kesindini wo'zine ten' AC kesindi menen almasti'rsaq, $BD : DC = AB : AC$ payda boladi'. Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

162. 1) Yeki kesindinin' qatnasi' degende neni tu'sinesiz?
2) Yeki kesindinin' qatnasi' wo'lshew birligine baylani'sli' ma?
3) Proporcional kesindi degen ne?
4) Proporciyani'n' aldi'nan ma'lim bolg'an qa'siyetlerin ayti'n' ha'm formulasi'n jazi'n'.
5)Proporcional kesindiler haqqi'ndag'i' teoremani' an'lati'n'.





163. AC = 8 sm ha'm BD = 16 sm. 1) Bul kesindilerdin' uzi'nli'qlari'ni'n' qatnasi'n tabi'n'. 2) Ali'ng'an kesindilerdin' uzi'nli'qlari'n decimetrde (millimetrde, metrlerde) an'lati'lsa, wolardi'n' uzi'nli'qlari'ni'n' qatnasi' wo'zgere me?

164. 1) C noqat AB kesindide $AC:CB=3:2$ qatnasta boladi'. $AC:AB$ ha'm $AB:CB$qatnaslari'n tabi'n'.

2) C noqat AB kesindide $AC:CB=2:3$ qatnasta boladi'. AC kesindinin' uzi'nli'gi' 4,8 dm. ABha'm CB kesindilerdin uzi'nli'qlari'n tabi'n'.

165. 1) Yeger yeki kesindinin' qatnasi' 2,5:1,5, qalg'an yekewinin' qatnasi' 75:45 bolsa, bul kesindiler proporcionalma?

2) a menen b ha'm c menen d kesindiler bir-birine proporcional kesindiler. Yeger $a=5$ sm, $b=80$ mm, $d=1$ dm bolsa, c ni' tabi'n'.

166. Uzi'nli'qlari' to'mendegishe bolsa, a menen b ha'm c menen d kesindiler proporcional boladi'ma:

1) a = 1,6 sm, b = 0,6 sm, c = 4,8 sm, d = 1,8 sm;

2) a = 50 sm, b = 6 dm, c = 10 dm, d = 9,5 dm?

167. Yeki parallel tuwri' si'zi'q O mu'yeshinin' bir ta'repin A ha'm B noqatlarda, yekinshi ta'repi bolsa C ha'm D noqatlarda kesilisedi. Yeger OD=25 sm ha'm $OA : OB = 2 : 5$ bolsa, OC kesindinin' uzi'nli'g'in tabi'n' (89-su'wret).

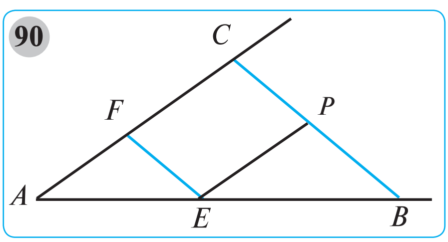
Sheshiliwi. Proporcional kesindiler haqqi'ndag'i' teorema boyi'nsha: $OC=OD= 2 : 5$. Kesindilerdin kishisin $OC= 2x$ penen belgileymiz. Bunda $OD=5x=25$ sm boladi'. Bunnan $x=5$ sm. Demek, izlenip ati'rg'an kesinde OC=10 sm ge ten'. **Juwabi'**: OC= 10 sm.

168. AB ha'm CD kesindileri berilgen. E ha'm F noqatlari' ten' halda AB ha'm CD kesindilerinde jatadi'. AE, EB ha'm CF, FD kesindiler proporcional. $AB \cdot FD = CD \cdot EB$ yekenligin da'liyllen'.

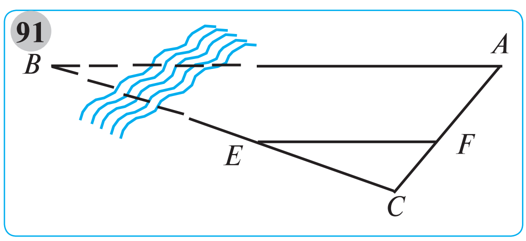
169. Yeger parallel tuwri' si'zi'qlar A mu'yeshinin' ta'replerin B, C ha'm E, F noqatlarda kesilisse, wonda $\frac{BC}{EF}=\frac{AB}{AE}$ ten'lik wori'nli' (90-su'wret). Qosimsha $EP \| AC$ wo'tkizilgen.

170. (A'meliy ma'sele). A punktinen B punktine shekemgi (91-su'wret) arali'qti' ani'qlaw ushi'n (B punkt A da ko'rinedi, biraq wog'an bari'wg'a bolmaydi') qa'legen AC tuwri' si'zi'q, son' AB ha'm CB tuwri' si'zi'qlar wo'tkiziledi. (C noqattan B punkt ko'rinedi). CA tuwri' si'zi'qta C noqattan baslap CF kesindi aji'rati'ladi' ha'm AB

90



91



g'a parallel yetip EF tuwri' si'zi'q wo'tkiziledi. AC, EF ha'm CF kesindilerdi wo'lshew menen AB arali'q qalay tabi'ladi? $AC = 200$ m, $CF = 50$ m ha'm $EF = 150$ m dep, yesaplawdi' wori'nlan'.

171. C noqat AB kesindini $AC:CB = 1:2$ qatnasta boladi'. $AC:AB$ ha'm $CB:AB$ qatnaslari'n tabi'n'.

172. 1) Kesindi $4:3$ qatnasta yeki bo'lekke bo'lingen. Yeger kishi bo'legi u'lkenine qarag'anda 5 sm qi'sqa bolsa, kesindinin' ha'rbir bo'leginin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

2) Uzi'nli'gi' 12 sm ge ten' bolg'an AB kesindini C noqat $AC:CB = 5:3$ qatnasta boladi. AC ha'm CB kesindilernin' uzi'nli'gi'n tabi'n'.

173. 1) a menen b ha'm c menen d kesindiler bir-birine proporcional kesindiler. Yeger $a = 15$ sm, $b = 50$ mm, $d = 2$ dm bolsa, c ni' tabi'n'.

2) $a = 2$ sm, $b = 17{,}5$ sm, $c = 16$ sm, $d = 35$ sm, $e = 4$ sm bolsa, a, b, c, d ha'm e kesindilerdin' proporcional juplari'n tan'lap ali'n'.

1-§ ke (Fales teoremasi'na) tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

174. C noqati' AB kesindisi $m:n$ qatnasta boladi'. $AC:AB$, $CB:AB$ qatnaslari'n tabi'n'.

175. 12 sm uzi'nli'qtag'i' AB kesindide C noqat berilgen, wonnan A g'a shekemgi bolg'an arali'q 7,2 sm, AB kesindinin' B noqati'nan uzayti'ri'lg'an dawami'nda sonday D noqati'n tabi'n', wolardan A g'a shekemdi bolg'an arali'qti'n' B g'a shekemgi bolg'an arali'g'i' qatnasi' $AC : CB$ si'yaqli' bolsi'n.

176. Yeki KP ha'm EC kesindiler berilgen. M ha'm L noqatlar sa'ykes tu'rde KP ha'm EC kesindiler jatadi'. KP, MP ha'm EC, LC kesindiler proporcional. $KM\ \ LC = MP\ \ EL$ yekenin da'liyllen'.

177. U'sh kesindi berilgen: $a = 3$ sm, $b = 6$ sm, $c = 9$ sm. To'rtinshi d kesindinin' uzi'nli'g'i' qanday bolg'anda bul to'rt kesindi proporcional boladi'?

178. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' biyikligine ten' bolsa, diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar boladi'. Soni' da'liyllen'.

179. U'shmu'yeshliktin' to'belerinen qarama-qarsi' ta'repleri parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkizilgen. Payda bolg'an u'shmu'yeshliktin' ta'replerinin' 2 yese u'lken yekenin da'liyllen'.

180. Trapeciyani'n' qaptal ta'repi to'rt ten' bo'lekke bo'lingen ha'm bo'liniw noqatlari' arqali' trapeciya ultanlari'na parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkerilgen. Trapeciyani'n' ultanlari' 46 sm ha'm 30 sm ge ten'. Bul parallel tuwri' si'zi'qlardi'n' trapeciya qaptal ta'repleri arasi'ndag'i' kesindilerdin' uzi'nli'g'i'n tabi'n.

181. KP menen MN ha'm DO menen AL kesindiler bir-birine proporcional kesindiler. Yeger $KP = 8$ dm, $MN = 40$ sm, $DO = 1$ m bolsa, AL di' tabi'n'.

182. 1) Trapeciyani'n' ultanlari'ni'n' uzi'nli'qlari' 56 sm ha'm 24 sm ge ten'. Trapeciyani'n' diagonallari'ni'n' wortalari'n tutasti'ri'wshi' kesindinin' uzi'nli'qlari'n tabi'n'. 2) ABC u'shmu'yeshliktin' B to'besi A to'besindegi si'rtqi' mu'yeshi bissektrisasi'na qarata P noqatqa simmetrik. Yeger AB=3 sm ha'm AC=5 sm bolsa, CP kesindi uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

2-TEST

1. U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' woni'n' ultani'nan 5,4 sm ge qi'sqa. U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' menen ultani'ni'n' qosi'ndi'si'n tabi'n'.
A) 13,5 sm; B) 16,2 sm; C) 10,8 sm; D) 21,6 sm.

2. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' perimetri 36 sm, worta si'zi'g'i' 10 sm. Qaptal ta'repinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.
A) 10 sm; B) 8 sm; C) 12 sm; D) 13 sm.

3. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' 9 sm, ultanlari'nan biri yekinshisinen 9 sm qi'sqa. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.
A) 15 sm; B) 18 sm; C) 12 sm; D) 10 sm.

4. Trapeciyani'n' kishi ultani' 4 sm, worta si'zi'g'i' u'lken ultani'nan 4 sm qi'sqa. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.
A) 6 sm; B) 10 sm; C) 9 sm; D) 12 sm.

5. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonali' su'yir mu'yeshin ten' yekige bo'ledi. Yeger trapeciyani'n' perimetri 48 sm ge, u'lken ultani' 18 sm ge ten' bolsa, woni'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.
A) 14 sm; B) 15 sm; C) 8 sm; D) 13 sm.

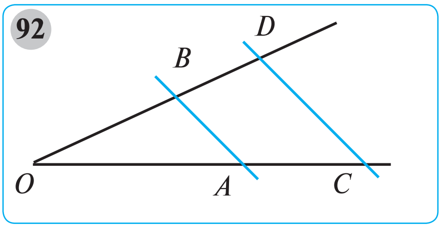
6. Ultanlari' 28 sm ha'm 12 sm ge ten' bolg'an trapeciyani'n' diagonallari' wortalari'n tutasti'ri'wshi' kesindinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.
A) 8 sm; B) 10 sm; C) 6 sm; D) 7 sm.

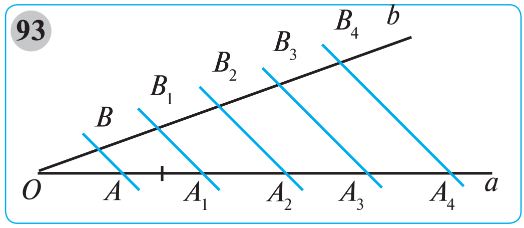
7. Trapeciyani'n' diagonallari' woni'n' worta si'zi'g'i'n u'sh ten' bo'lekke aji'ratsa, u'lken ultani'ni'n' kishi ultang'a qatnasi'n tabi'n'.
A) 2 : 1; B) 3 : 1; C) 5 : 2; D) 7 : 3.

8. $ABCD$ trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' woni' worta si'zi'qlari' 13 sm ha'm 17 sm ge ten' bolg'an yeki trapeciyag'a aji'ratadi'. Trapeciyani'n' u'lken ultani'n tabi'n'.
A) 19 sm; B) 21 sm; C) 18 sm; D) 30 sm.

9. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' kishi ultani' 3 ge, perimetri 42 ge ten'. Woni'n diagonali' dog'al mu'yeshti ten' yekige bo'ledi. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.
A) 8; B) 12; C) 8,5; D) 10.

10. Trapeciyani'n' diagonallari' u'lken ultani'ndag'i' mu'yeshlerdi' ten' yekige bo'ledi. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' 11,7 ge, perimetri bolsa 36 sm ge ten'. Trapeciyani'n' u'lken ultani'ni'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.
A) 18; B) 17,6; C) 17,1; D) 16,3.





11. Berilgen: $\angle O$, $AB \parallel CD$, $OB = 6$ sm, $BD = 2{,}4$ sm, $AC = 2{,}2$ sm. (92- su'wret). T a bi'w kerek: OA.

A) 4,8 sm; B) 4,5 sm; D) 5,5 sm; E) 5,2 sm.

12. B e r il ge n : $\angle aOb$, $AB \parallel A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$, $OA = AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$. $BB_4 - B_2B_3 = 10$ sm (93-su'wret). T a bi'w kerek: OB_4.

A) 20 sm; B) $16\frac{2}{3}$ sm; D) 15 sm; E) $18\frac{1}{3}$ sm.

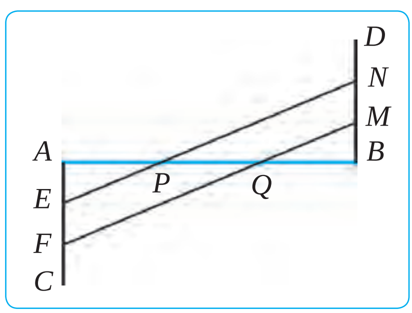
Tariyxi'y mag'luwmatlar

Fales (erami'zdan aldi'ng'i' 640—548-j.) Greciyadag'i' Milet qalasi'nda jasag'an. Wol Mi'srg'a sayaxat yetken ha'm wol jerde tu'rli pa'nler menen tani'sqan. Falesti ko'birek geometriya qi'zi'qti'rg'an. Wol Ioniya mektebinin' tiykarin sali'wshi'si' boli'p yesaplanadi'. Fales mektebi tek matematik pa'nlerdi sistemelasti'ri'p qalmay, balki Greciyada pa'nnin' rawajlani'wi'na u'lken ta'sir ko'rsetken.

Fales geometriyag'a tiyisli ju'da' ko'p ashi'li'wlar qi'lg'an. Wol geometriyani'n' birneshe teoremalari'n da'liyllegen, joqari'da ko'rsetilgen teorema ha'm de ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik tiykari'ndag'i' mu'yeshlerdin' ten'liginin' da'liyli de Falesge tiyisli.

Fales tek g'ana geometrik g'ana yyemes, wol filosof ha'm astronom yedi. Fales astronomiyada da jetiskenliklerge yerisken.

Joqari'dag'i'g'a uqsas ma'seleler worta a'sirlerde jasag'an matematiklerdin' shi'g'armalari'nda da ko'p ushi'rasadi'. Mi'sali', **Abul Vafoni'n'** bir ma'selesinde berilgen kesindini ten' u'sh bo'lekke bo'liw talap yetiledi ha'm wol to'mendegishe sheshiledi. Berilgen AB kesindinin' to'belerinen qarama-qarsi' AC ha'm BD perpendikulyarlar shi'g'ari'ladi'. AC nurda bolsa wo'z-ara ten' AE ha'm EF kesindiler aji'raladi'. BD nurda bolsa AE ge ten' BM ha'm EF ge ten' MN kesindiler aji'raladi'. Son' E noqat N menen, F noqat M menen birlestiriledi. AB kesindide payda bolg'an P ha'm Q noqatlar woni' ten' u'sh bo'lekke bo'ledi. Woni'n' da'liyli menen keyingi klassta tani'sasi'z.



14- tema. KO'SHERGE QARATA SIMMETRIYA

1. Simmetriya. Ku'ndelik turmi'si'mi'zda simmetriyag'a ko'plep duslasami'z. Terek japi'raqlari', gu'belek qanatlari'ni'n' jaylasi'wi' ha'm insan ag'zalari'ni'n' denege jaqi'n jaylasi'wi' simmetriyag'a mi'sal bola aladi'.

Basqa ko'plegen matematik tu'sinikler si'yaqli' figuralardi'n' simmetriya tu'sinigi de qorshag'an wortali'qta payda boladi'. Ma'selen wo'simlikler ha'm tiri organizmlerdi ko'zden wo'tkergenimizde wolardi'n' ko'pleri joqari' da'rejede simmetriyag'a iye yekenligine iseniw mu'mkin Ma'selen, terek japraqlari (94-*a* su'wret), gu'belekler (94-*b* su'wret) ha'm de qar ushqi'nlari' ko'sherge qarata simmertiyag'a i'ye.

Simmetriya sanaatta, texnikada (94-*d* su'wret) turmi'sta ko'plep ushi'rasadi'. Mi'sali', ko'plegen imaratlardi'n' aldi' ta'repleri ha'm ustinen ko'rinisleri simmetriyaliq boladi'. Gilemdegi nag'i'slar – gu'ller, jiyegindegi gu'ller, mexanizmlerdin' ko'plegen tu'rleri, mi'sali', do'n'gelekler yamasa chesternalar simmetriyali' boladi'.

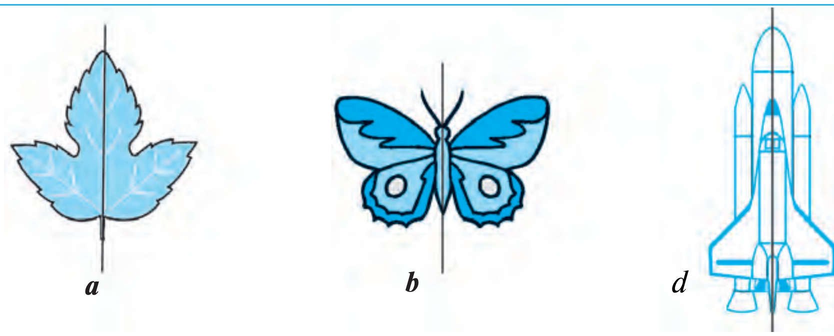
Ayti'p wo'tkenimezdey, bunday simmetriyani' ko'pshilik jag'dayda ko'riwimiz mu'mkin ma'selen jasap ati'rg'an jerin'izdegi' quri'lg'an imarat, tas to'selgen maydan yaki kafel menen bezelgen diywalg'a a'hmiyet berin'.

Yeger siz tariyxi'y yesteliklerdi ko'zden keshirsen'iz wolardi'n' go'zzalli'g'i' belgili bir qag'i'ydag'a tiykarlani'p islengeninin ko'resiz. Watani'mi'zda bunday wori'nlar ju'da' ko'p. Wolardan yeski tariyxi'y Buxaradag'i' Mir Arab medresesi (95- su'wret), ha'zirgi ku'nde quri'p pitkerilgen A'mir Temur muzeyi (96-su'wret).

Bunday simmetriyag'a iye figuralar *simmetriyali'q figuralar* delinedi. Usi' simmetriyani' payda yetiwshi ni'zam *simmetriya* dep ataladi'.

Simmetriya-geometriya pa'ninin' bir bo'limi boli'p, woni' u'yreniw ushi'n teren' matematikali'q bilimge iye boli'w kerek. Biz bolsa woni'n' baslang'i'sh tu'sinikleri bolg'an «ko'sherge qarata simmetriya ha'm worayli'q simmetriya» menen tani'sami'z.

94



a *b* *d*

2. Ko'sherge qarata simmetriya ha'm woni'n' belgileri.

l tuwri' si'zi'q boylap magistral gaz trubasi' wo'tken. A ha'm B awi'li'nan gaz bo'listiriw stanciyasi' ushi'n C wori'nda tuwri' si'zi'qti'n' qay jerin tan'lasa, stanciyadan bul awi'llarg'a shekem wo'tkeriletug'i'n gaz trubalari' qarji'si' arzang'a tu'sedi ha'm woni'n' uzi'nli'g'i' qi'sqa boladi'. (AC+BC arali'q yen' qi'sqa boli'wi' ushi'n C ni' qalay tan'law kerek).

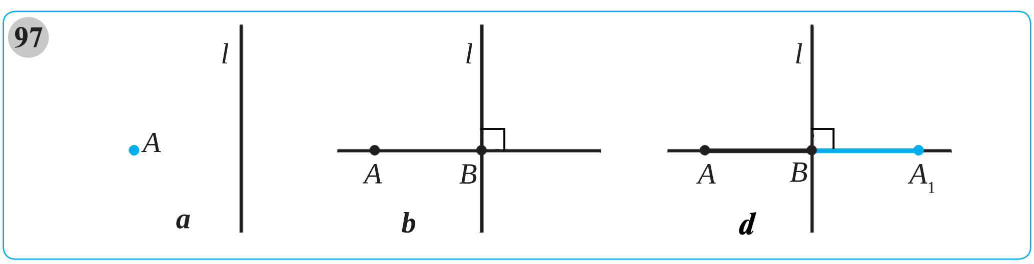
— *Siz awi'*llarg'a magistral *gaz trubasi'na qarap: 1) ha'r tu'rli ta'repke; 2) bir ta'repte jaylasqan halda quri'wshi'larg'a qanday ma'slah'at beresiz?*

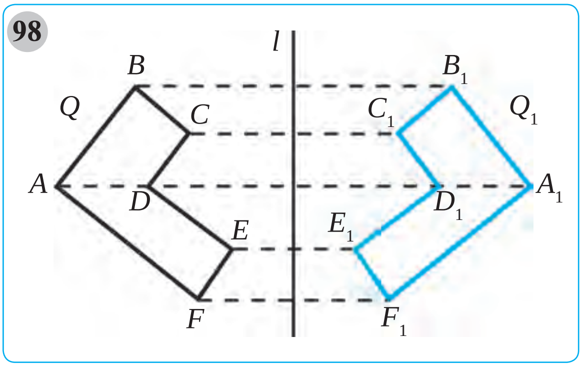
2.1. Ko'sherge qarata simmetriya. Tegislikte l tuwri' si'zi'q berilgen bolsi'n (97-su'wret). l tuwri' si'zi'q tegislikti yeki yari'm tegislikke aji'ratadi'. yari'm tegisliklerdin' birinde A noqati'nan l tuwri' si'zi'qqa perpendikulyar AB tuwri' si'zi'g'i'n wo'tkizemiz. Bunda $B \in l$. l tuwri' si'zi'qqa perpedikulyar AB tuwri' si'zi'g'i'ni'n' yekinshi yari'm tegislik bo'liminde AB kesindige ten' BA_1, kesindi qoyami'z. Payda bolg'an A_1 noqati' A noqati'na l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyali'q noqat delinedi. l tuwri' si'zi'q simmetriya ko'sheri delinedi. Simmetriya ko'sherinde jatqan noqatlar simmetriyali'q noqatlar delinedi. Biz ko'rgen B noqatqa simmetriyali'q noqat B noqatti'n' wo'zi boladi.

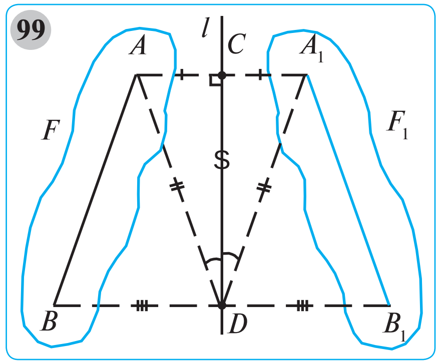
Yendi bir Q figurasi'n ko'remiz (98-su'wret). Figura noqatlardan ibarat.

Ani'qlama. *Yeger Q_1 figurasi'ni'n' bir noqati' l tuwri' si'zi'qqa qarata Q figurasi'ni'n' noqatlari'na simmetriya bolsa, bular **simmetriyali'q figuralar** delinedi, l bolsa **simmetriya** ko'sheri delinedi.*

Wo'z-ara simmetriyali'q figuralardan biri yekinshisini'n' sayasi' dep







ataladi. Yeger Q figura Q_1 figurani'n' simmetriyali'q jubi' bolsa, Q_1 forma Q formani'n' simmetriyali'q jubi' boladi.

Tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyali'q yeki geometriyali'q figura wo'z-ara ten'.

2.2. Ko'sherge qarata simmetriyani'n' qa'siyetleri.

Teorema.

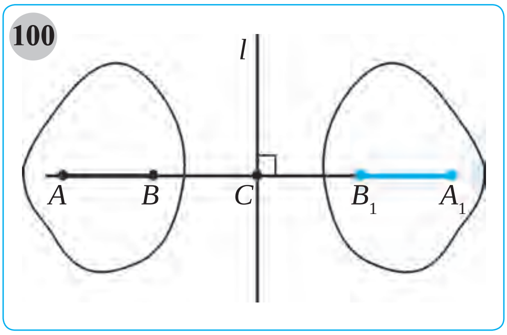
Figura ko'sherge qarata simmetriya ko'rsetilgende woni'n' noqatlari' arasi'ndag'i' arali'q wo'zgermeydi, yag'ni'y saqlanadi'.

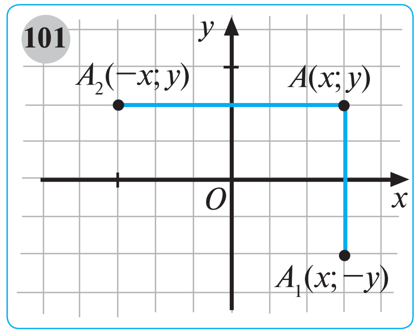
Da'liyl. F figurasi'ni'n' l ko'sherine qarata simmetriya ko'rinisi F_1 bolsi'n (99-su'wret). F figurasi'ni'n' qa'legen A ha'm B noqatlari'n alayiq. Wolarg'a simmetriyali'q bolg'an noqatlardi' ten' yetip A_1 ha'm B_1 menen belgileymiz.

$AB=A_1B_1$ yekenin da'liyllew ushi'n AA_1 kesindisin l ko'sheri menen kesilisiwshi noqatti'n C menen, BB_1 di'n' l ko'sheri menen kesilisiwshi noqati'n D menen belgileymiz. So'n D noqati A ha'm A_1 menen kesilisiwshi DA ha'm DA_1 ko'sherin' wo'tkezemiz. Payda bolg'an ACD ha'm A_1CD tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikler woz-ara ten', sebebi wolarda CD katet uluwma ha'm de A ha'm A_1 — simmetriyali'q noqatlar bolg'ani' ushi'n $AC=CA_1$. Sonnan $AD=A_1D$ ha'm $\angle ADC=\angle A_1DC$ kelip shi'g'adi'. Yendi ADB ha'm A_1DB_1 u'shmu'yeshliklerin sali'sti'rami'z. Bularda $BD=B_1D$, sebebi B_1 noqat B g'a simmetriyali'. Joqari'da $AD=A_1D$ yekenligin da'liylledik.

$\angle ADB=\angle A_1DB_1$, sebebi wolar wo'z-ara ten' bolg'an mu'yeshlerdi' 90° qa tolti'ri'wshi' mu'yeshler yag'ni'y, $\angle ADB=90°-\angle ADC$ ha'm de $\angle A_1DB_1=90°-\angle A_1DC$. Demek, ko'rilip ati'rg'an ADB ha'm A_1DB_1 u'shmu'yeshliklerde sa'ykes yeki ta'rep ha'm wolar wortasi'ndagi' mu'yesh ten' yeken. U'shmu'yeshlikler ten'liginin' birinshi qa'siyeti boyi'nsha u'shmu'yeshlikler ten'. Bunnan $AB=A_1B_1$ yekeni kelip shi'g'adi'.

A ha'm B noqatlari'n alami'z. A, B, A_1 ha'm B_1 noqatlari' bir tuwri' si'zi'qqa jaylasadi'. Sonday-aq teorema daliyli simmetriya qa'siyetlerinen an'sat tabi'ladi' (100- su'wret). Duri'si'nda da $AC=A_1C$ ha'm $BC=B_1C$ yekeni belgili. Soni'n' ushi'n $AB=AC-BC$ ha'm $A_1B_1=A_1C_1-B_1C$, bunnan $AB=A_1B_1$ kelip shi'g'adi'.





Demek, A ha'm B noqatlari' F figurasi'ni'n' qa'legen noqatlari' bolg'an jag'day ushi'n teorema da'liyllendi.

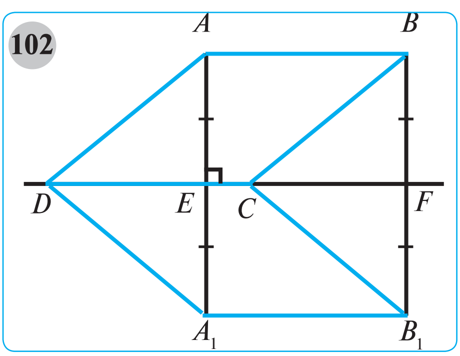
1. *Ko'sherge qarata simmetriyada kesindinin' uzi'nli'g'i' wo'zgermeydi, figurani'n' jaylasi'wi' ko'sherge qarata simmetriyali'q boladi'.*
2. *Simmetriya da tuwri' si'zi'qlarg'a aylanadi', bunda simmetriya ko'sherine perpendikulyar tuwri' si'zi'qlar wo'zi-wo'zine aylanadi', simmetriya ko'sheri bolsa wo'z worni'nda qaladi'.*
3. *Ox (abssissalar) ko'sherine qarata simmetriyada noqatti'n' abssissasi wo'zgermeydi, ordinatasi bolsa a wo'zgeredi.*
4. *Oy (ordinatalar) ko'sherine qarata simmetriyada noqatti'n' ordinatasi' wo'zgermeydi, abssissasi bolsa qarama-qarsi'si'na wo'zgeredi.*
5. *Ko'sherlerde jatqan noqatti'n' koordinatalari' wo'zgermeydi.*

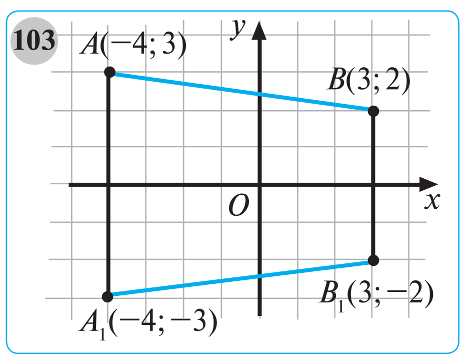
1-ma'sele. Cirkul ja'rdeminde $ABCD$ rombi'g'a CD tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyali'q romb si'zi'n' (102-su'wret).

Sheshiliwi. 1) C ha'm D to'beler, yag'ni'y simmetriya ko'sherinde jatqan noqatlar wo'z-wo'zinen wo'tedi.

2) CD tuwri' si'zi'qqa AE ha'm BF perpendikulyardi' wo'tkizemiz ha'm wolardi' E ha' F noqatlardan keyin AE ha'm CF kesindilerge sa'ykes halda ten' EA_1 ha'm FB_1 kesindiler payda bolg'ansha dawam yetemiz. Son' CB, DA_1 ha'm A_1B_1 kesindilerdin wo'tkizemiz. **Juwabi:** A_1B_1CD romb – izlengen figura.

2-ma'sele. AB kesindi berilgen, bunda $A(-4; 3)$ ha'm $B(3; 2)$ (103-su'wret).





1) Abssissalar ko'sherine qarata kesindige simmetrik bolg'an A_1B_1 kesindinin' to'belerinin' koordinatalari'n tabi'n'.

2) ABB_1A_1 to'rtmu'yeshlik qanday figura?

Sheshiliwi. 1) Abssissalar ko'sherine qarata simmetriyada noqatti'n' abssissasi' wo'zgermeydi, ordinatasi' qarama-qarsi'si'na wo'zgeredi. Soni'n' ushi'n berilgen noqatga simmetrik bolg'an A_1B_1 kesindinin' koordinatalari' to'mendegishe boladi': A(-4, -3), B_1 (3; -2).

$AA_1||BB_1$ ha'm $AB=A_1B_1$ bolg'ani' ushi'n ABB_1A_1 to'rtmu'yeshlik ten' qaptalli' trapeciya boladi'.

Juwabi': 1) A_1(-4; -3), B_1(3; -2); 2) ABB_1A_1 to'rtmu'yeshlik ten' qaptalli' trapeciya.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

183. 1) Qanday noqatlar berilgen tuwri' si'zi'qqa simmetriyali' noqatlar boladi'? 2) Qanday figura berilgen tuwri' si'zi'qqa simmetriyali' figura boladi'?

184. l tuwri' si'zi'qqa simmetriya X noqat X_1 noqatqa wo'tedi. Usi' simmetriya Y wo'tetug'i'n noqatti' si'zi'n'.

185. 1) A noqat l ko'sherge qarata A_1 noqati'na simmetriyali', A_1 noqat usi' ko'sherge qarata A noqatqa simmetriyali' dew duri's pa?

2) F figura l ko'sherine qarata F_1 figurasi'na simmetriyali', F_1, figurasi' usi' ko'sherge qarata F figurasi' simmetriyali' dew duri's pa?

186. Berilgen kesindige berilgen ko'sherge qarata simmetriyali'q kesindini si'zi'n'. (104-su'wert).

187. 105-su'wrette ABC u'shmu'yeshlik berilgen ha'm l tuwri' si'zi'q berilgen. l tuwri' si'zi'qqa qarata ABC u'shmu'yeshlikke simmetriyali'q bolg'an $A_1.B_1C_1$ u'shmu'yeshligin si'zi'n'.

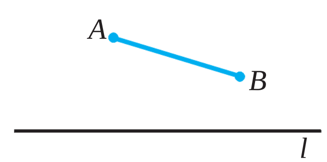
188. $ABCD$ trapeciya ($AB\|CD$) berilgen. U: 1) CD tuwri' si'zi'qqa; 2) AD tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyada wo'tken figurani' si'zi'n'.

189. $A(a;\ b)$ nuqta berilgan. Koordinata ko'sherine qarata A noqatqa simmetriyali' noqat qanday koordinatalarga iye boladi'?

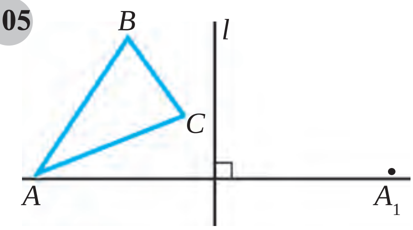
190. Tegislikte $A(4;\ 3)$, $B(3;\ -2)$, $C(-2;\ 2)$ ha'm $D(-1;\ -1)$ noqatlari' berilgen. Bul noqatlarg'a koordinata ko'sherine qarata simmetriyali'q noqatlardi' si'zi'n' ha'm wolardi'n' koordinatalarin jazi'n'.

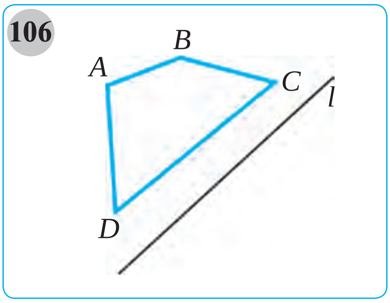
191. Berilgen to'rtmu'yeshlikke berilgen ko'sherge qarata simmetriyali'q bolg'an to'rtmu'yeshlikti jasan' (106-su'wret).

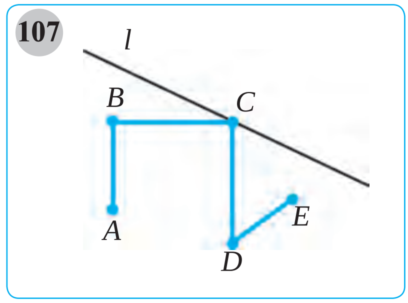
104



105







192. *ABCDE* si'ni'q si'zi'qqa berilgen *l* ko'sherge qarata simmetriyali'q bolg'an si'ni'q si'zi'q si'zi'n' (107-su'wret).

193. *l* tuwri' si'zi'q ha'm woni'n' tu'rli ta'repleri *A* ha'm *B* berilgen. *l* tuwri' si'zi'qqa sonday bir *C* noqati'n tabi'n', wol *AC* ha'm *CB* qosi'ndi'si' yen' qi'sqasi' bolsi'n.

194. Berilgen mu'yeshke berilgen ko'sherge qarata simmetriyali'q bolg'an mu'yesh jasan'.

195. Tegislikte $A(-1;\ -5)$ ha'm $B(3;\ 4)$ noqatlari' berilgen. Bul noqatlarg'a koordinata ko'sherine qarata simmetriyali'q noqatlardi' jasan' ha'm wolardi'n' koordinatalari'n jazi'n'.

196. *ABCD* kvadrat berilgen. *AC* tuwri' si'zi'qqa qarata *B* noqatqa simmetriyali'q noqati'n si'zi'n'.

197. Koordinata ko'sherine qarata $A(-4;\ 4)$ noqatqa simmetriyali'q A_1 ha'm A_2 noqatti' jasan' ha'm woni'n' koordinatalari'n jazi'n'.

198. *ABCD* kvadratti'n' u'sh to'besinin' koordinatalari' berilgen: $A(0;\ 2)$, $B(2;\ 0)$, $D(-2'\ 0)$. Usi' kvadratti' si'zi'n' ha'm *C* to'besinin' koordinatasi'n tabi'n'.

15-tema. SIMMETRIYA KO'SHERINE IYE BOLG'AN FIGURALAR

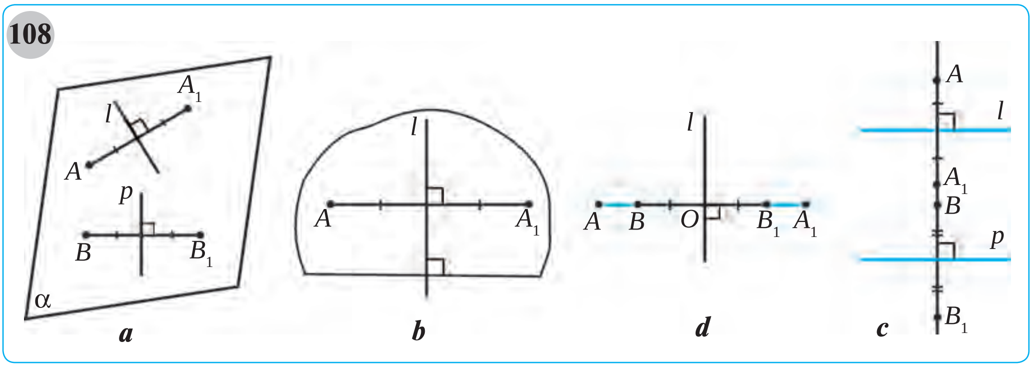
— Su'wrettegi buyumlarda qanday uluwmali'q bar?

— Yeger abaylag'an bolsan'i'z, buni' tu'sindiriwge ha'reket yetin'.

Belgili bir figura *l* tuwri' si'zi'qqa qarata wo'z-wo'zine simmetriya boli'wi' mu'mkin. Woni'n' ha'r bir *X* noqati'na *l* tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya X_1 noqat woni'n' wo'zinde jatadi'. Bunda *l* tuwri' si'zi'q *figurani'n' simmetriyali'q ko'sheri* delinedi, figurani' bolsa simmetriya ko'sherge iye dep ataladi'.

Ko'sher simmetriyasina iye bolg'an figurag'a mi'sallar keltiremiz.

Mi'sali', 1) Tegislik ha'm usi' tegislikte jatqan ha'r qanday tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya (108-*a* su'wret); 2) yari'm tegislik woni'n' shegarasi'na



perpendikulyar bolg'an ha'rqanday tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya (108-*b* su'wret); 3) kesindi wo'zinin' worta perpendikulyari'na qarata simmetriya (108-*d* su'wret); 4) tuwri' si'zi'q wog'an perpendikulyar bolg'an qa'legen tuwri' si'zi'qqa simmetriya (108-*e* su'wret). Usi' su'wretlerden bul tasti'yi'qlawlardi'n' duri'sli'g'i'n ko'riw qi'yi'n yemes.

Simmetriya ko'sherine iye bolg'an figurani' to'mendegishe jasaw mu'mkin: bir bet qag'azdi' bu'klep, wog'an bir figura (nag'i's, gu'l, ...) si'zi'n' ha'm woni' figurani'n' shegaralari' boylap qi'rqi'n'. Qag'azdi' ashsan'i'z bu'klew si'zi'g'i'na qarata simmetriyali' figurani' payda yetemiz. Bu'klew si'zi'g'i' siz si'zg'an figurani'n' simmetriya ko'sheri boladi'.

Figura bir, yeki, u'sh, ..., sheksiz ko'p simmetriya ko'sherine iye boli'wi' mu'mkin.

Teorema.

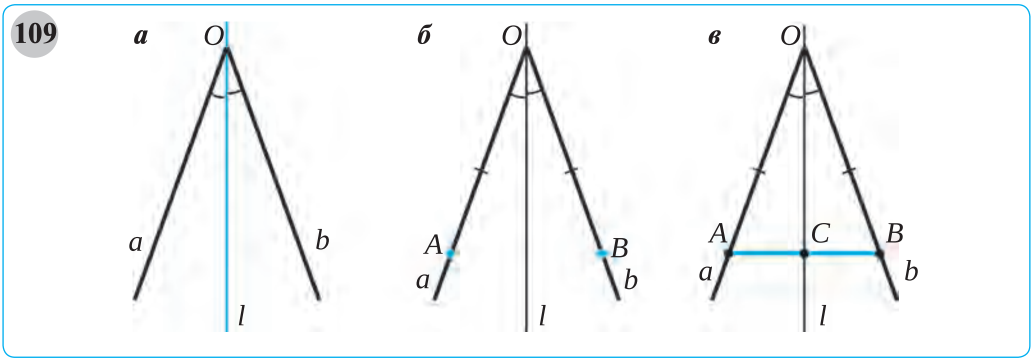
Mu'yeshtin' bissektrisasi' jatqan tuwri' si'zi'q usi' mu'yeshtin' simmetriyali'q ko'sheri.

Da'liyl. 1- usi'l. 1) O to'besi ha'm ta'repleri a ha'm b nurlardan ibarat jayiq bolmag'an (woni' aOb dep te belgi'lesek boladi') mu'yesh bissektrisasi' a ha'm b nurlardi'n' mu'yesh bissektrisasi' jatqan l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya yekenin da'liylleymiz (109-*a* su'wret).

1-qa'dem. a nurda qa'legen A noqati'n alami'z. Keyin b nurda B noqatti' baylani'sti'rami'z, sonda $OB= OA$ (109-*b* su'wret)

2-qa'dem. AB kesindisin wo'tkizemiz. Wol l tuwri' si'zi'g'i'n C noqatda kesip wo'tedi (109- *d* su'wret)

3-qa'dem. OC kesindisin ten' qaptalli' OAB u'shmu'yeshliktin' AB ultani'na wo'tkizilgen bissektrisasi' ha'm woni'n' menen bir qatarda bul bissektrisa OAB u'shmu'yeshliginin' medianasi', ha'm biyikligi boladi'. OAC ha'm OBC u'shmu'yeshligi ten', sonli'qtan da OC tuwri' si'zi'q — AB kesindinin' worta perpendikulyari', yag'ni'y A ha'm B noqatlari' l tuwri' si'zi'g'i'na simmetriya. aOb mu'yesh ta'repleri a ha'm $b,$ woni'n' bissektri'sasi' jatatag'i'n tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya. Demek, mu'yeshtin' wo'zi de usi' tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya yeken.



Solay yetip, *mu'yesh bissektrisasi' jatqan tuwri' si'zi'q usi' mu'yeshtin' simmetriyali'q ko'sheri boladi'.*

2) Jayi'q mu'yesh ushi'n buni'n' duri'sli'g'i' 108-*d* su'wrette ko'rsetilgen.

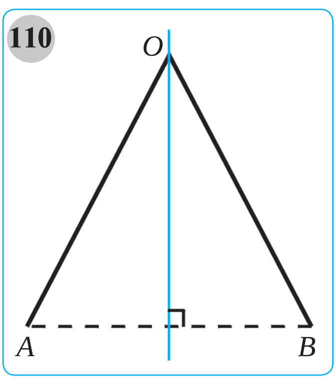
2-usi'l. aOb mu'yeshinin' bissektrisasi' jatqan tuwri' si'zi'q l bolsi'n (109-*a* su'wret). l tuwri' si'zi'qli' simmetriyani' ko'rip shi'g'ami'z.

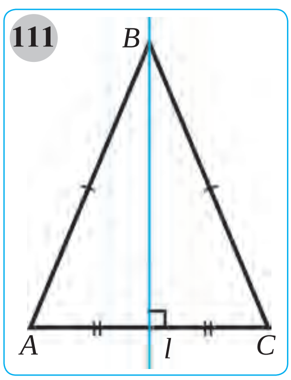
Bul simmetriyada l nuri' wo'zine sa'wlelenedi, aOl mu'yesh bolsa l ta'repli ha'm aOl mu'yeshke ten' mu'yeshke sa'wlelenedi. Biraq $\angle aOl = \angle bOl$ (sha'rt boyi'nsha l nur aOb mu'yeshtin' bissektri'sasi'). Ha'r qanday nurg'a berilgen u'lkenliktegi yeki mu'yeshti qoyi'w mu'mkin. Soni'n' ushi'n l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyada a nuri'ni'n' sayasi' b nur, b nuri'ni'n' sayasi' bolsa a nuri' boli'p yesaplanadi'. Demek, l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyada aOb mu'yesh wo'zine sa'wlelenedi.

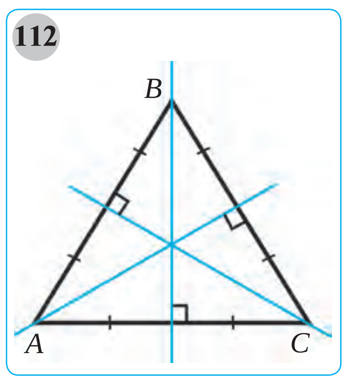
Mu'yeshtin' bissektrisasi'n jasaw berilgen mu'yeshtin' simmetriya ko'sherin jasaw ushi'n joqari'dag'i' teoremani' qollani'wi'mi'z mu'mkin (110-su'wret).

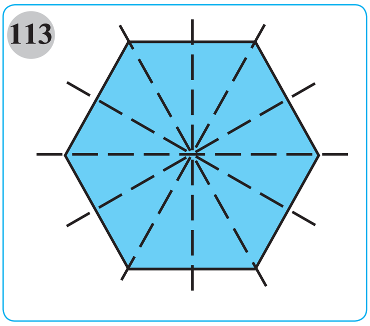
Na'tiyje. *Ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik to'besindegi mu'yesh bissektrisasi' jatqan tuwri' si'zi'q usi' u'shmu'yeshliktin' simmetriyali'q ko'sheri boladi'.*

Da'liyl. ABC ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik B mu'yeshinin' bissektrisasi' jatqan tuwri' si'zi'qti' l menen belgileymiz (111-su'wret). Joqari'da da'liyllengen teoremadan paydalani'p, l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyada BA nuri'ni'n' sayasi' BC nur, BC nuri'ni'n' sayasi' bolsa BA nur' yekenligin ani'qlaymi'z. Sha'rt boyi'nsha $AB = CB$. Usi' l tuwri' si'zi'qqa simmetriya A noqat C noqatg'a, C noqat bolsa A noqatqa wo'tedi.

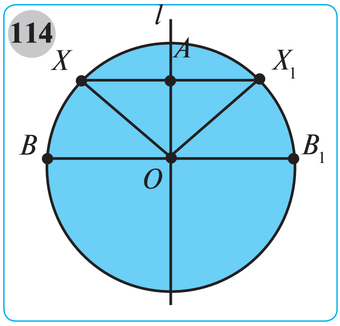




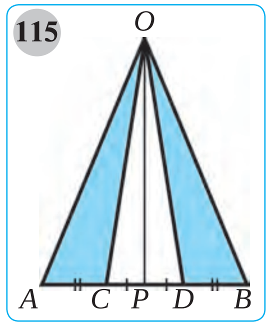




113



114



115

Bunnan ti'sqari', ko'sherige qarata simmetriyani'n' ani'qlamasi' boyi'nsha, B wo'zinde sa'wlelenedi. Demek, l tuwri' si'zi'qqa simmetriyali' ABC ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik wo'zinde sa'wlelenedi.

Ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' bir noqattan wo'tiwshi u'sh simmetriya ko'sheri bar (112-su'wret).

1-ma'sele. Ten' ta'repli alti'mu'yeshtin' neshe simmetriya ko'sheri bar?

Sheshiliwi. Alti' simmetriya ko'sheri bar . Wolardan u'shewi qarama-qarsi' to'beleri arqali', qalg'an u'shewi bolsa qarama-qarsi' ta'replerinin' wortalari' arqali' wo'tedi (113-su'wret).

Juwabi': alti' simmetriya ko'sheri bar.

2-ma'sele. Shen'berdin' worayi'nan wo'tiwshi tuwri' si'zi'qlar simmetriya ko'sheri boli'wi'n da'liyllen'.

Da'liyl. O – shen'berdin' worayi' l–O noqat arqali' wo'tiwshi tuwri' si'zi'q bolsi'n (114-su'wret). l tuwri' si'zi'qqa simmetriyada shen'berdin' B noqati' B_1 noqatta wo'tedi. O noqat wo'zine-wo'zi wo'tedi.

Shen'berde qa'legen X noqat alami'z ha'm l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriya X_1 noqatti' si'zami'z.

OAX ha'm OAX_1 u'shmu'yeshlikler ten'liginin' birinshi qa'siyeti boyi'nsha ten'. Wolardi'n' A to'besindegi mu'yeshler – tuwri' mu'yeshler, OA – uluwma ta'rep, AX ha'm AX_1 ta'repleri bolsa simmetriya ani'qlamasi' boyi'nsha ten'. U'shmu'yeshliklerdin' ten'liginen OX ha'm OX_1 ta'repler ten' degen na'tiyje shi'g'adi', yag'ni'y X_1 noqat shen'berde jatadi'. Bul l tuwri' si'zi'qqa qarata simmetriyada shen'berdi'n' wo'z-wo'zine wo'tiwin, yag'ni'y l tuwri' si'zi'q shen'berdin' simmetriya ko'sheri yekenin bildiredi.

Solay yetip, shen'berdin' worayi'nan wotiwshi tuwri' si'zi'qlar woni'n' simmetriya ko'sheri boladi'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

199. 1) Figurani'n' simmetriya ko'sheri degen ne?
2) Simmetriya ko'sheriine iye bolg'an denelerge, figuralarg'a mi'sallar keltirin'. Figura neshe simmetriya ko'sherine iye boli'wi' mu'mkin?
3) Berilgen mu'yeshtin' bissektrisasi'n cirkul ha'm si'zg'i'sh ja'rdeminde si'zi'n'.

200. 1) Kvadrat yemes rombi'ni'n'; 2) kvadratti'n'; 3) nurdi'n'; 4) ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' neshe simmetriya ko'sheri bar.

201. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' to'besinin' wo'tkerilgen biyikligi wonnan perimetri 36 sm ge ten' u'shmu'yeshlik kesedi, yeger berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetri: 1) 48 sm ge, 2) 60 sm ge, 3) 40 sm ge ten' bolsa, biyikliginin' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

202. 1) Berilgen yeki noqatti'n' neshe simmetriya ko'sheri bar?
2) Kesilisken yeki tuwri' si'zi'qti'n' neshe simmetriya ko'sheri bar?

203. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' kesilisiw noqati'nan woni'n' ta'replerine parallel wo'tiwshi tuwri' si'zi'qlar usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' simmetriya ko'sheri bolatug'i'nli'g'i'n da'liyllen'.

204. Romb diagonallari' woni'n' simmetriya ko'sheri bolatug'i'nli'g'i'n da'liyllen'.

205. Yeger u'shmu'yeshliktin' simmetriya ko'sherleri bar bolsa, 1) wol u'shmu'yeshlik to'beleri'ni'n' birinen wo'tedi, 2) u'shmu'yeshliktin' ten' qaptalli' boli'wi'n da'liyllen'.

206. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' yeki ta'repinin' uzi'nli'g'i': 1) 6 sm ha'm 14 sm, 2) 10 sm ha'm 5 sm, 3) 21 sm ha'm 24 sm bolsa, ultan ha'm qaptal ta'replerinin' uzi'nli'gi'n tabi'n'.

207. Usi' lati'n a'lipbesindegi baspa ha'riplerden qaysi'lari' simmetriya ko'sherine iye:

A, B, *C,* D, E, F, H, I, J, K, L, M, N, P, O, Q, R, S, T, U, V, X, Y, Z, W.

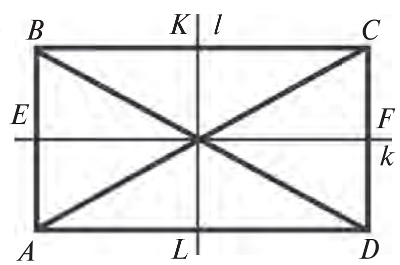
208. 115-su'wrette: 1) *ODB* ha'm *OCA* u'shmu'yeshliklerinin' ten'ligin da'liyllen'; 2) ten' kesindi, ten' mu'yesh juplari'n tabi'n'; 3) qaysi': noqatlar, kesindiler ha'm u'shmu'yeshlikler *OP* den wo'tiwshi tuwri' si'zi'qqa (ko'sherge) qarata simmetriya boladi'?

209. k ha'm l tuwri' si'zi'qlar *ABCD* tuwri' to'rtmu'yeshliginin' simmetriya ko'sheri (116-su'wret). EF = 20 sm ha'm KL=15 sm bolsa, *EBCF* ha'm *ABCD* to'rtmu'yeshliginin' perimetrin tabi'n'.

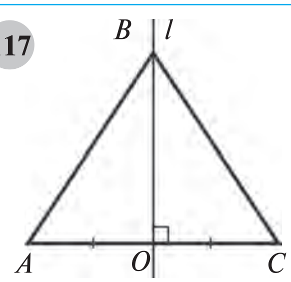
210. l tuwri' si'zi'q *ABC* u'shmu'yeshliginin' simmetriya ko'sheri (117-su'wret). U'shmu'yeshliktin' perimetri 46 sm. AO=6,5 sm bolsa, usi' u'shmu'yeshliktin' *AC* ha'm *BC* ta'replerin tabi'n'.

211. Qanday jag'dayda tuwri' si'zi'q simmetriya ko'sheri wog'an parallel tuwri' si'zi'qqa wo'tedi?

116



117

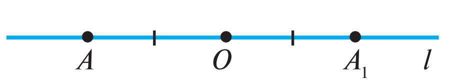


16-tema. WORAYLI'Q SIMMETRIYA HA'M WONI'N' QA'SIYETLERI

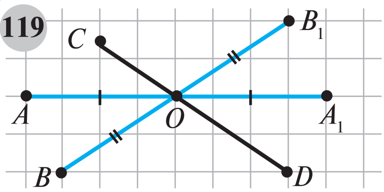
1. Noqatg'a qarata (worayli'q) simmetriya. Tegislikte O noqati'nan wo'tiwshi l tuwri' si'zi'g'i'na qarayi'q (118-su'wret). Tuwri' si'zi'qtag'i' A ha'm A_1 noqtalari' ushi'n $AO=OA_1$ sha'rti wori'nlansa, yag'ni'y A ha'm A_1 noqatlari' O noqatlari' uzaqli'qta bolsa, A noqati' A_1 noqati'ni'n' O noqati'na sali'sti'rg'anda simmetriya noqati' boladi'. Woni'n' keri ha'm tuwri', yag'ni'y A_1 noqati' A noqatti'n' simmetriya noqati'. Bunda O noqat simmetriya worayi' dep ataladi'.

119-su'wrette A ha'm A_1, B ha'm B_1 noqatlar O noqatqa simmetriya; C ha'm D noqatlar bolsa O noqatqa simmetrik yemes, sebebi $CO \neq DO$.

118



119



Ani'qlama. Yeger *F_1 formasi'ni'n' ha'r bir noqati' F formasi'ni'n' sa'ykes noqatlari'ni'n' O noqati'na qarata **simmetriya noqati'** bolsa. F ha'm F_1 figuralar O noqati'na qarata **worayli'q simmetriyali'q figura** dep ataladi'.*

O noqat F ha'm F_1 figuralardi'n' *simmetriya worayi'* delinedi.

2. Worayli'q simmetriyani'n' qa'siyetleri.

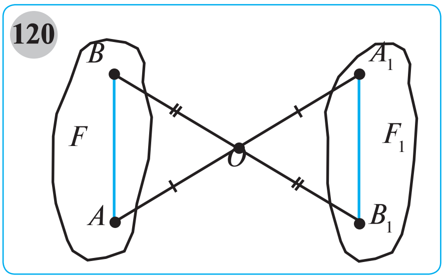
1-teorema.

Noqatg'a qarata simmetrik figuralarda sa'ykes noqatlar arasi'ndag'i' arali'q ten' ha'm mu'yeshtin' u'lkenligi saqlanadi'.

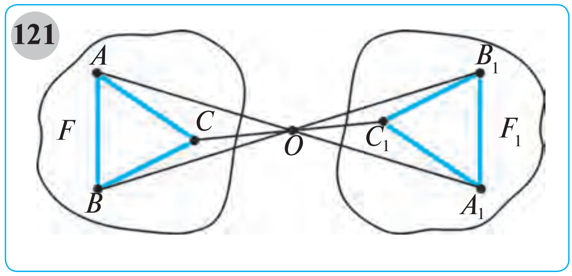
Da'liyl. F ha'm F_1 worayli'q simmetriyali'q figuralar boli'p, A ha'm B noqatlari' F formasi'ni'n' noqati' A_1 ha'm B_1 noqatlar F_1 figurasi'ni'n' A ha'm B g'a say kelgen simmetriyali'q noqatlar bolsi'n (120-su'wret). $AB=A_1B_1$ yekenin da'liyllew kerek.

Buni' da'liyllew ushi'n ABO ha'm A_1B_1O u'shmu'yeshliklerin sali'sti'rami'z. Bul u'shmu'yeshliklerde $AO=A_1O$ ha'm $BO=B_1O$, sebebi A, B ha'm A_1B_1 noqatlari' worayli'q simmetriya noqatlari'. $\angle AOB=\angle A_1OB_1$ vertikal mu'yeshler. Sali'sti'ri'li'p ati'rg'an u'shmu'yeshliklerde yeki ten' ta'repleri arasi'ndag'i' mu'yeshler ten'. U'shmu'yeshliklerdin' ten'liginin' birinshi qa'siyeti boyi'nsha: $\triangle ABO=\triangle A_1B_1O$. Bunda ten' ta'repler bolg'ani' ushi'n $AB=A_1B_1$.

Yeger A, B noqatlari' O dan wo'tiwshi bir tuwri' si'zi'qqa tiyisli bolsa, $AB=A_1B_1$ yekenligi worayli'q simmetriya ani'qlamasi'nan kelip shi'g'adi' ha'm woni'n' simmetriyasi' F_1 figurasi' berilgen bolsi'n (121-su'wret). Bul figuralar tiyisli u'sh A, B, C ha'm wolardi'n' kerisi bolg'an A_1, B_1, C_1 noqatlari'n ko'reyik. Bul jag'dayda $\triangle ABC$ ha'm $\triangle A_1B_1C_1$ ler sa'ykes



120



121

ta'replerinin' uzi'nli'qlari' ten' (joqari'da da'liyllengen teorema boyi'nsha). U'shmu'yeshlikler ten'liginin' u'shinshi ani'qlamasi'nan $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ boladi'. Bunnan u'shmu'yeshliklerdin' mu'yeshlerinin' ten'ligi kelip shi'g'adi'.

2-teorema.

Worayli'q simmetriyada kesindiler kesindilerde nurlar nurlarda, tuwri' si'zi'qlar tuwri' si'zi'qlarda kesilisedi.

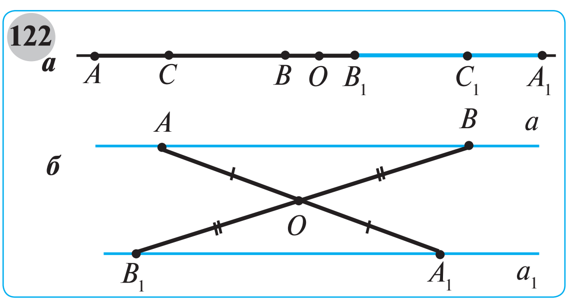
Da'liyl. *A, B* ha'm *C* noqatlar bir tuwri' si'zi'qta, yag'ni'y *C* noqat *A* ha'm *B* noqatlar arasi'nda jatsi'n. Bunda $AC + CB = AB$. Worayli'q simmetriya A_1, B_1 ha'm C_1 noqatlar ushi'n $A_1C_1 + C_1B_1 = A_1B_1$ ten'lik wori'nlandi'. Solay yetip, C_1 noqat A_1B_1 tuwri' si'zi'qta A_1 ha'm B_1 noqatlar arasi'nda jatadi'. Demek, *AB* kesindi A_1B_1 kesip wo'tedi (122-a su'wret). O– simmetriya worayi'. Usi'g'an uqsas, *AB* nur A_1B_1 nurg'a. *AB* tuwri' si'zi'q A_1B_1 tuwri' si'zi'qta kesilisiwi da'liyllendi.

Ma'sele. Worayli'q simmetriya tuwri' si'zi'qti' parallel tuwri' si'zi'qqa yamasa wo'z-wo'zinde kesilisiwin da'liyllen'.

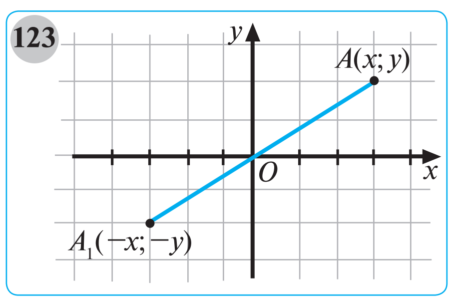
Da'liyl. Yeger simmetriya worayi' berilgen tuwri' si'zi'qta kesilisse, wonda bul tuwri' si'zi'q worayli'q simmetriyada wo'z-wo'zine kesilisiwi ani'q.

O worayi' *a* tuwri' si'zi'qqa tiyisli yemes (122-b su'wret). *A* tuwri' si'zi'qta simmetrik a_1 tuwri si'zi'qti'n' *a* tuwri si'zi'qqa parallel yekenin da'liylleymiz.

a tuwri' si'zi'qdag'i' qa'legen *A* ha' *B* noqatlardi' ko'rip shi'g'ami'z. Wolar *O* worayg'a qarata a_1 tuwri' si'zi'qtag'i' qa'legen A_1 ha'm B_1 noqatlarda kesilisedi. Bunda payda bolg'an $\angle OAB$ ha'm $\angle OA_1B_1$ u'shmu'yeshliklerde worayli'q simmetriya ani'qlamasi' boyi'nsha $OA=OA_1$ ha'm $OB=OB_1$, vertikal mu'yeshlikler bolg'ani ushi'n $\angle AOB = \angle A_1OB_1$. Demek, u'shmuyeshlikler ten'liginin' birinshi qa'siyeti boyi'nsha: $\triangle\ OAB = \angle OA_1B_1$. Bunnan $\angle AB =$



122



123

$=\angle A_1B_1$ kelip shi'g'adi'. Bul mu'yeshler a ha'm a1 tuwri' si'zi'qlar ha'm AA_1 kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'wshi mu'yeshler. Demek, a ha'm a_1 tuwri' si'zi'qlar parallel (yeki tuwri' si'zi'qti'n' parallellik qa'siyeti boyi'nsha).

Koordinatalar to'besi O(0;0) noqatqa qarata simmetriyada qa'legen $A(x; y)$ noqat A_1 $(-x; -y)$ noqatta kesip wo'tedi (123-su'wret).

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

212. 1) Noqatqa qarata simmetriya degende neni tu'sinesiz?
2) Qanday figura noqatqa simmetriyali'q figura boladi'? Simmetriya worayi' degenimiz ne?

213. 1) A ha'm B noqatlari' berilgen. A noqati' B noqatqa simmetriyali'q bolg'an B_1 noqatti' si'zi'n'. 2) usi' ma'seleni tek g'ana cirkuldan paydalani'p si'zi'n'.

214. ABC u'shmu'yeshligi berilgen. A ha'm B noqati' C noqati'na simmetriya bolg'an figurani' si'zi'n'.

215. Qa'legen O noqatqa qarata simmetriyada X noqat X_1 noqatta kesip wo'tedi. Usi' simmetriyada Y wo'tetug'i'n noqatti' si'zi'n'.

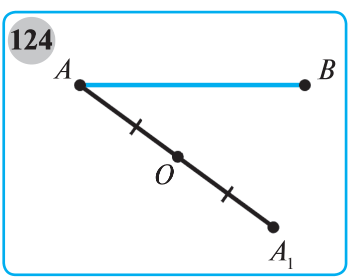
216. $A(-2;\ 2)$ ha'm $B(2;\ -1)$ noqatlar berilgen. 1) Koordinatalar to'besine qarata berilgen noqatlarg'a simmetriyali'q A_1 ha'm B_1 noqatlari'n si'zi'n'. 2) A_1 ha'm B_1 noqatlardi'n' koordinatalari'n' jazi'n'.

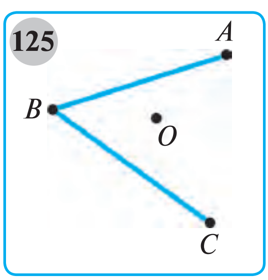
217. $A(-3;\ 5)$ ha'm $B(2;\ -4)$ noqatlari' berilgen. Koordinatalar to'besine qarata simmetriyada AB kesindige simmetrik bolg'an A_1B_1 kesindinin' koordinatalari'n tabi'n'.

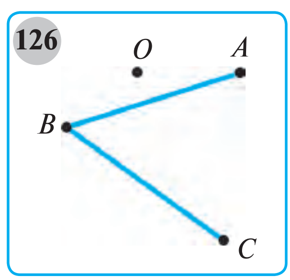
218. 124-su'wrette AB kesindisi ha'm O noqatlari' berilgen. O noqati' AB kesindisine simmetriyali'q bolg'an A_1B_1 kesindisin si'zi'n'.
Sheshimi. AO tuwri' si'zi'g'i'n wo'tkizemiz ha'm wog'an A_1 noqati'n belgileymiz, wol O noqati'na AA_1 kesindisinin' ... (118-su'wretke q.) bolsi'n. A_1 noqati' O noqati'na ... Sog'an uqsas,... . B noqati'na ... . bolg'an B_1 noqati'n belgileymiz. A_1B_1—izlenip ati'rg'an noqat.

219. $A(-1;\ -4)$ ha'm $B(3;\ 2)$ noqatlari' berilgen. 1) Absissalar ko'sherine; 2) ordinatalar ko'sherine; 3) koordinatalar to'besine; 4) I ha'm III koordinatalari'ni'n' mu'yeshleri bissektrisalari'na qarata berilgen noqatlarg'a simmetriyali'q noqatlardi' si'zi'n' ha'm wolardi'n' koordinatalari'n jazi'n'.

220. ABC mu'yeshlerinin' ta'replerinde jatpag'an O noqati' berilgen (125-su'wret). Berilgen mu'yeshke simmetriya bolg'an figurani' si'zi'n'.







221. ABC u'shmu'yeshliginin' AC ta'repinin' wortasi'na simmetriyada B to'besinen D noqati' wo'tedi. $ABCD$ to'rtmu'yeshlik parallelogramm yekenligin da'liyllen'.

222. Qaysi' yeki san worayli'q simmetriyada bir-birin kesip wo'tedi?

223. Lati'n a'lipbesinin' ishinen simmetriya worayi'na iye bolg'anlari'n ko'rsetin':

A, B, C, D, E, F, H, I, J, K, L M, N, P, O, Q, R, S, T, U, V, X, Y, Z, W.

224. ABC mu'yeshinin' ta'replerinde jatpag'an O noqati' berilgen (126-su'wret) O noqatqa ABC mu'yeshke simmetriya bolg'an figurani' si'zi'n'.

225. $A(1; 1)$, $B(-2; 0)$, $C(2; 3)$, $D(0; 1)$, $E(-3; 4)$ ha'm $F(-2; -2)$ noqatlari' berilgen. 1) absissalar ko'sherine; 2) ordinatalar ko'sherine; 3) koordinatalar to'besine $O(0; 0)$ noqatqa qarata berilgen noqatalarg'a simmetriyali'q noqatlardi' si'zi'n' ha'm wolardi'n' koordinatalari'n jazi'n'.

226. $A(3; 5)$, $B(4; 2)$, $C(3; -5)$, $D(-4; -2)$ ha'm $E(-3; 5)$ noqatlardan qaysi' juplari': 1) absissalar ko'sherine; 2) ordinatalar ko'sherine; 3) koordinatalar to'besine $O(0; 0)$ noqatqa qarata simmetriyali'q boladi'?

17-tema. WORAYLI'Q SIMMETRIYALI'Q FIGURALAR

Qa'legen O worayg'a simmetriyada wo'zi wo'zine sa'wlelenetug'i'n figura *worayli'q simmetriyali'q figura* delinedi. Bul figura simmetriya worayi'na iye depte ataladi'.O noqati' figurani'n' *simmetriyali'q worayi'* delinedi.

Shen'ber wo'zinin' worayi'na simmetriya boladi'.

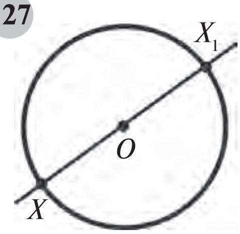
O worayli'q shen'berde jatqan X noqati'n alami'z. X noqati'nan O noqat arqali' shen'berdin' X diametri wo'tkeriledi. O worayi' XX_1 kesindisinin' wortasi', yag'ni'y X ha'm X_1 noqatlari' O noqati'na qarata simmetriya. Demek, O noqat shen'berdin' simmetriya worayi' boladi' (127-su'wret).

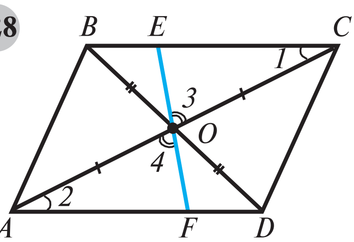
U'shmu'yeshlik simmetriya worayi'na iye yemes, to'rtmu'yeshlik bolsa simmetriya mu'yeshine iye boli'wi' mu'mkin.

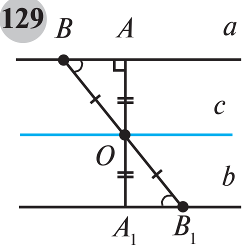
Teorema.

Parallelogramm diagonali'ni'n' kesiliw noqati' woni'n' simmetriya worayi'.

D a ' l i y l. O noqat $ABCD$ parallelogramm diagonali'ni'n' kesilisiw noqati' bolsi'n (128-su'wret).

127


128


129


Parallelogrammni'n' to'belerin ko'rip shi'g'ami'z. A ha'm C, B ha'm D noqatlar O noqatda qarata simmetrik noqatlar boladi' (worayli'q simmetriya ani'qlamasi' ha'm parallelogrammni'n' qa'siyetleri (2-teorema) boyi'nsha).

Parallelogrammni'n' ta'replerinen birinen qa'legen *(E)* noqat alami'z. Woni' O noqat penen tutasti'ramiz ha'm EO kesindini qarama-qarsi' ta'rep penen F noqat kesiliskenshe dawam yettiremiz. $EO=OF$ yag'ni'y parallelogrammni'n' ta'replerinde jatqan qa'legen noqat ushi' diagonallarini'n' kesilisiw noqati'na qarata simmetrik noqat tabi'li'wi'n da'liylleymiz.

U'shmu'yeshlikler ten'liginin' yekinshi qa'siyeti boyi'nsha: $\Delta AOF=\Delta COE$ $(AO=OC,\ \angle 1=\angle 2$ − $BC||AD$ ha'm AC kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'wshi' mu'yeshler, $\angle 3=\angle 4$−vertikal mu'yeshler). Demek, $EO=OF$. Solay yetip, parallelogramm worayli'q simmetrik figura yag'ni'y $ABCD$ parallelogramm O worayli'q simmetriyada wo'z-wo'zine sa'wlelenedi, woni'n' diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' woni'n' simmetriya worayi' boladi'.

Ma'sele. Yeki parallel tuwri' si'zi'qtan ibarat figurani'n' neshe simmetriya worayi' bar? Wolar qay jerde jaylasqan?

Sheshiliwi. $a||b$ bolsi'n. Yeki parallel tuwri' si'zi'q a ha'm b g'a perpendikulyar bolg'an AA_1 kesindini si'zamiz. O − kesindinin' wortasi' bolsi'n (129-su'wret). Berilgen O noqat parallel tuwri' si'zi'qlardi'n' simmetriya worayi' yekenin da'liylleymiz. A tuwri' si'zi'qta qa'legen B noqatti' alami'z ha'm wog'an O noqatqa qarata simmetrik B_1 noqatti' si'zami'z. Bunda $OB=OB_1$ ha'm $AO=OA_1$. Gipotenuza ha'm kateti boyi'nsha $\Delta AOB=\Delta A_1OB_1$. U'shmu'yeshlikler ten'liginen $\angle ABO = \angle A_1B_1O$ kelip shi'g'adi', bul mu'yeshler bolsa $a \parallel b$ ha'm BB_1 kesilisiwinen payda bolg'an ishki almasi'ni'wshi' mu'yeshler. Demek, $a||A_1B_1$. Biraq, A_1 noqat arqali' a tuwri' si'zi'qqa parallel b tuwri' si'zi'q wo'tedi. Demek, A_1B_1 ha'm b tuwri' si'zi'qlar u'stpe-u'st tu'sedi, yag'ni'y O noqatqa qarata simmetriyada a tuwri' si'zi'q b tuwri' si'zi'qta kesip wotedi ha'm keri boladi'. Demek, simmetriya worayi'na berilgen tuwri' si'zi'qlarga perpendikulyar bolg'an qa'legen kesundinin' wortasi'nan ibarat figura sheksiz ko'p simmetriya worayi'na iye boli'p, wolar berilgen tuwri' si'zi'qlarg'a parallel ha'm wolardan bul tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag' arali'qti'n' yari'mi'na ten' arali'qta wo'tiwshi (c) tuwri' si'zi'qta jaylasqan. Demek, c tuwri' si'zi'qta jatqan qa'legen noqat berilgen tuwri' si'zi'qlar ushi'n simmetriya worayi' boladi'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

227. 1) Qanday figura worayli'q simmetriyali'q figura delinedi? Wolarg'a mi'sallar keltirin'. 2) Figurani'n' simmetriya worayi' degen ne?

228. Worayli'q simmetriyada. 1) tegisliktin' qanday noqati'; 2) qanday tuwri' si'zi'qlar wo'zine sa'wlelenedi?

229. O noqati'na simmetriya AB tuwri' si'zi'qqa simmetrik figura qanday figura boladi' (O noqat AB da jatadi')?

230. 1) Yeki’ ten’ ha’m parallel kesindiler berilgen. Wolardi’n’ simmetriya worayi’n si’zi’n’. 2) Kesiliwshi yeki tuwri’ si’zi’q simmetriya worayi’na iye me?

231. U’sh tuwri’ si’zi’qtan yekewi wo’z-ara parallel al u’shinshisi wolardi’ kesip wo‘tedi. Wolardan payda bolg’an figura simmetriya worayi’na iye me?

232. A_1B_1 ha’m A_2B_2, kesindilerinin’ uluwma wortasi’ O noqati’. 1) A_1A_2 ha’m B_1B_2, A_1B_2 ha’m A_2B_1 kesindilerinin’ ten’ligin da’liyllen’.
2) A_1A_2 ha’m B_1B_2 kesindilerinin’ wortalari’ O noqati’ menen bir tuwri’ si’zi’qta kesilisiwin da’liyllen’.

233. Yeger to’rtmu’yeshliktin’ simmetriya worayi’ bolsa, bul to’rtmu’yesh parallelogramm yekenligin da’liyllen’.

234. Tegislikte A (2; 2), B (—2; 0), C (3; 4), D (0; 2), E (—2; —2), F(—4; 2), K (3; —2), L(—3; —3) noqatlari’ berilgen. Bul noqatlarg’a: 1) koordinata ko’sherlerine, 2) koordinata to’besi O (0,0) noqati’na simmetriya noqatlari’n jasan’ ha’m koordinalarari’n jazi’n’.

235. Simmetriya worayi’na iye bolg’an u’shmu’yeshlik (to’rtmu’yeshlik) barma?

236. O worayli’ shen’berde yeki wo’z-ara ten’ ha’m parallel xorda wo’tkizilgen. Wolardi’n’ simmetriya worayi’n tabi’n’.

1-§ ke (simmetriyag’a) tiyisli qosi’msha shi’ni’g’i’wlar

237. A, B ha’m C noqatlari’ berilgen. C noqatg’a AB tuwri’ si’zi’qqa simmetriya bolg’an C_1, noqati’n cirkuldan paydalang’an halda jasan’.

238. AB kesindi ha’m sonday yeki noqat C ha’m D berilgen, bunda $CA=CB$ ha’m $DA=DB$. A ha’m B noqat CD tuwri’ si’zi’qqa simmetriya yekenligin da’liyllen’.

239. Ta’repleri ha’r tu’rli u’shmu’yeshlik simmetriya ko’sherine iye yemesligin da’liyllen’.

240. Ten’ qaptalli’ u’shmu’yeshliktin’ ultani’na wo’tkizilgen medianasi’ jatqan tuwri’ si’zi’q u’shmu’yeshliktin’ simmetriya ko’sheri boli’wi’n da’liyllen’.

241. $ABCD$ romb berilgen. BC tuwri’ si’zi’qqa qarata simmetriyada A noqatta simmetriyali’q bolg’an noqatti’ jasan’.

242. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ simmetriya ko’sherleri $x = 4$ ha’m $y=3$. Woni’n’ to’belerinen biri A (7; 5), qalg’an to’belerinin’ koordinatalari’n tabi’n’.

243. AB kesindide O_1 noqatqa qarag’anda simmetriyali’q A_1B_1 kesindi jasan’, keyin A_1B_1 kesindige O_2 noqatqa qarata simmetriyali’q kesindi jasan’.

244. Berilgen noqatqa qarag’anda: 1) kesindige; 2) mu’yeshke; 3) nurg’a simmetriyali’ bolg’an figura neden ibarat boladi’?

245. U’shmu’yeshliktin’ to’beleri $A(-2; 1)$, $B(1; 5)$ ha’m $C(4; -2)$ noqatlarda jatadi’. Koordinatalar to’besine qarata berilgen u’shmu’yeshlikke simmetriyali’ bolg’an u’shmu’yeshliktin’ koordinatalari’n tabi’n’.

246. A (5; 2), B (5; −2), C (2; 5) ha’m D (−5; −2) noqatlar berilgen.

1) Bulardan qaysi' biri koordinatalar to'besine qarata simmetriyali'
2) A ha'm C noqatlari'ni'n' simmetriyali'q worayi'n ani'qlan'.

247. Tuwri' si'zi'qta ten' yeki AB ha'm CD kesindiler berilgen. Wolardi'n' simmetriya worayi'n jasan'.

248. Parallelogramm diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'nan wo'tkizilgen qa'legen tuwri' si'zi'q woni' ten' yeki figurag'a aji'rali'wi'n da'liyllen'.

249. Ten' ta'repli ABC u'sh mu'yeshlik AC ta'repinin' wortasi'na qarata simmetriyada B to'besi' D noqatta kesip wo'tedi. $ABCD$ to'rtmu'yeshlik – romb yekenligin da'liyllen'.

250. Yeki' ten' shen'ber si'rtqi' ta'repten uri'nsa, wolar kesilisiw noqati'na qarata simmetriya boli'wi'n da'liyllen'.

251. Radiuslari' ten' yeki shen'ber berilgen. Berilgen shen'berlerdin' simmetriya worayi'n tabin'.

252. Yeger figura yeki perpendikulyar simmetriya ko'sherine iye bolsa wonda simmetriya worayi'n iye boli'wi'n da'liyllen'.

3-TEST

1. 1. Duri's tali'qlawlardi' ko'rsetin':
1) Ko'sher simmetriyasi'nda yeki sa'ykes kesindiler parallel.
2) Worayli'q simmetriyada yeki sa'ykes nurlar bag'i'tlas.
3) Qa'legen besmu'yeshlik simmetriya worayi'na iye.
A) 1; 2; B) 1; 3; C) 2; 3; D) 3.

2. Ha'rqanday mu'yeshtin' neshe simmetriya ko'sheri bar?
A) 0; B) 1; C) 2; D) sheksiz ko'p.

3. Duri's tali'qlawlardi' ko'rsetin':
1) Worayli'q simmetriyada yeki sa'ykes kesindiler parallel
2) Ko'sher simmetriyasi'nda yeki sa'ykes nurlar bag'i'tlas
3) Qa'legen bir alti'mu'yeshlik simmetriya ko'sherine iye.
A) 1; 2; B) 1; 3; C) 2; 3; D) 1; 2; 3.

4. $B(5; —3)$, B_1 — Oy ko'sherine qarag'anda B noqatqa simmetriyali' noqat, B_2, bolsa Ox ko'sherine qarag'anda B_1 noqatqa simmetriyali' noqat. B_2 noqatti'n' koordinatalari'n tabi'n'.
A) (5; 3); B) (—5; —3); C) (—5; 3); D) (5; —3).

5. To'mendegi tali'qlawlardan qaysi' biri duri's?
1) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeki simmetriya ko'sheri bar, wolar woni'n' diagonallari'; 2) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeki simmetriya ko'sheri bar, bul woni'n' ta'replerge wo'tkizilgen worta perpendikulyari'; 3) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' to'rt simmetriya ko'sheri bar; 4) 1-, 2-, 3-tali'qlawlar duri's.
A) 1; B) 2; C) 3; D) 4.

6. Ha'r qanday kesindi neshe simmetriya ko'sherine iye?
A) 0; B) 1; C) 2; D) sheksiz ko'p.

7. U'shmu'yeshlik tek g'ana bir simmetriya ko'sherine iye u'shmu'yeshliktin' tu'rin ani'qlan.
A) ha'r qi'yli'; B) ten' ta'repli;
C) ten'qaptalli'; D) bunday u'shmu'yeshlik joq.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

Simmetriya haqqi'nda. «Simmetriya» so'zi grek tilinen ali'ng'an boli'p, qaraqalpaq tiline awdarmasi' «wo'lshewlik» yamasa «wo'lshewlilik» degen ma'nisti bildiredi.

Arxitektura, su'wret wo'nerinde de simmetriya uqsasli'q, ten'lik ha'm suli'wli'q ma'nisinde isletedi.

Simmetriya menen adamlar ju'da yerteden baslap shug'i'llang'an. O'zbekistan aymag'i'nda ali'p bari'lg'an arxeologiyali'q qazi'w isleri payi'ti'nda tabi'lg'an ko'plegen i'laydan islengem i'di'slardag'i' bezeklerde simmetriyali'q ko'rinislerdi ko'riwimiz mu'mkin. Wo'tmishten qalg'an arxitektura yesteliklerinin' nag'i'slari'nda, wolardi'n' quri'li'wlari'nda ajayi'p simmetriyali'q ko'rinisler bar.

Tashkentte jana' boy tiklegen Forumlar sarayi'ni'n' aldi' ko'rinisi.

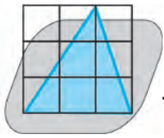
Paytaxti'mi'zdi'n' 2200 ji'lli'g'i' mu'nasibeti menen Tashkenttin' worayi'nda boy tiklegen jan'a zamanago'y ko'rinistegi «***Forumlar sarayi'***» go'zzalli'g'i' menen ba'rsheni lal qaldi'rmaqta. Bul imaratti'n' biyikligi 48 metr. Diametri 53 metr bolg'an gu'mbezdin' u'stine jarqi'n keleshek ham ti'ni'shli'q belgisi – yeki' la'ylektin' ha'ykeli wornati'lg'an. Saraydi'n' paydalani'latug'i'n maydani' 6,5 min' m^2 ti' iyeleydi. Usi' imaratta ko'plegen xali'q-arali'q u'lken forumlar wo'tkeriw rejelestirilgen.

Yevkliddin' «Negizler»inda simmetriya tu'shinigi joq. Biraq bul shi'g'arma menen bir kitabi'nda simmetriyaning ken'ishlik ko'sheri haqqi'nda tu'sinik bar. Simmetriya worayi' haqqi'nda tu'sinik birinshi ma'rte XVI asirde jasag'an **Xristafor Kladius** (1537–1612)ti'n' shi'g'armasi'nda ushi'raydi'.

Arxitektura haqqi'nda birinshi boli'p kitap jazg'an **Vitruvi** (I a'sir) boli'p, wol simmetriyani' u'yretedi. Son'i'nan ulli' xudojnikler **Leonardo da Vinshi** ha'm **Rafaeller** simmetriyani' wo'z shi'g'armalari'nda qollag'an.

Elementar geometriyag'a simmetriya tu'sinigin birinshi ret **Lejandr** (1752-1833) kirgizgen. Wol tek g'ana tegisliktegi simmetriya haqqi'nda so'z yetedi. Wol simmetriyag'a to'mendegishe aniqlama berg'en:

Yeger α tegislik AB kesindige woni'n' wortasi'nda perpendikulyar bolsa, wol jag'dayda A ha'm B noqatlar α tegislikke qarata simmetriyali' delinedi.



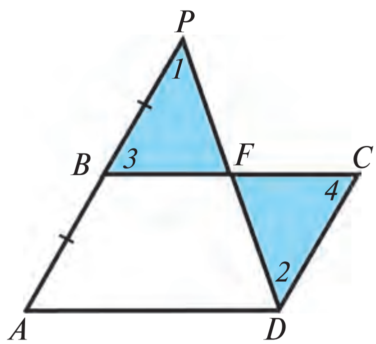
§ 2. MAYDANLAR

18-tema. MAYDAN HAQQI'NDA TU'SINIK. TEN'DEY FIGURALAR

ABCD to'rtmu'yesh — parallelogramm, P noqat B noqatqa qarata A noqatqa simmetriya noqat. $S_{ABCD}=S_{ADP}$ yekenligin da'liyllen'.

D a ' l i y l. 1) $\triangle BPF=\triangle CDF$ — ta'rep ha'm wog'an birikken yeki mu'yeshi boyi'nsha ($AB=\ldots=\ldots$, $\angle 1=\angle\ldots$ va $\angle 3=\angle\ldots$, bul mu'yeshler ... ha'm ... parallel tuwri' si'zi'qlardi' ... ha'm ... kesiliwshiler kesiliskende payda bolg'an ... bolg'ali' ushi'n), soni'n' ushi'n $S_{BPF}=\ldots$

2) $S_{ABCD}=S_{ABFD}+\ldots$, $S_{ADP}=S_{ABFD}+\ldots$, soni'n' ushi'n $S_{ABCD}=\ldots$.



— Noqatlar worni'na tiyisli juwaplardi' jaza alasi'z ba?

1. Maydan haqqi'nda tu'sinik. Figuralardi'n' maydanlari'n ani'qlaw ma'selesi ju'da' a'yy'em zamanlarg'a bari'p taqaladi'. Bul ma'seleni insanlardi'n' ku'ndelik turmi'si' ma'jbu'r yetken. Ha'r birimiz kundelik turmi'si'mi'zda maydan haqqi'nda birqansha tu'sinikke iyemiz. Biz yendi figuralardi'n' maydani' haqqi'ndag'i' tu'shiniklerdi ani'qlaw ha'm woni' wo'lshew usi'llari'n ani'qlaw menen shug'i'llanami'z.

Yeger geometriyali'q figurani' shekli sandag'i' tegis u'shmu'yeshliklerge bo'liw mu'mkin bolsa bul figura a'piwayi' figura dep ataladi'.

Biz u'shmu'yeshlik dep tegisliktin' u'shmu'yeshlik penen shegaralang'an belgili bo'legine aytami'z.

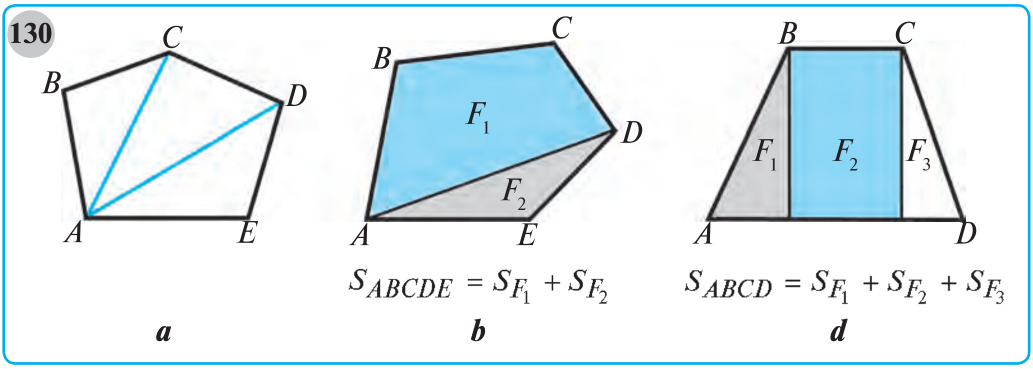
Don'es ko'pmu'yeshlik a'piwayi' figurag'a mi'sal boladi'. Bul ko'pmu'yeshlik woni'n' bir to'besinen shi'qqan diagonallari' menen u'shmu'yeshliklerge bo'linedi (130-*a* su'wret).

Maydan — bul wo'n mug'dar (shama) boli'p, woni'n' san ma'nisi to'mendegi tiykarg'i' qa'siyetlerge (aksiomalarg'a) iye:

1-qa'siyet. *Ten' figuralar ten' maydanlarg'a iye.*

2-qa'siyet. *Yeger ko'pmu'yeshlik bir birin qaplamaytug'i'n ko'pmu'yeshliklerden ibarat bolsa, bunday halda woni'n' maydani' bul ko'pmu'yeshliklerdin' maydani'ni'n' qosi'ndi'si'na ten' boladi'.*

F ko'pmu'yeshlik bir-birin qaplamaytug'i'n ko'pmu'yeshliklerden ibarat degeni: 1) *F* bul ko'pmu'yeshlikler qosi'ndi'si'nan ibarat ha'm 2)



bul ko'pmu'yeshliklerden hesh qaysi' yekewi uluwma ishki noqatlarg'a iye yyemes. Mi'sali', 130-*b*, *d* su'wrette bir birin qaplamaytug'i'n ko'pmu'yeshliklerden du'zilgen ko'pmu'yeshlikler su'wretlengen.

2. Ten'dey figuralar.

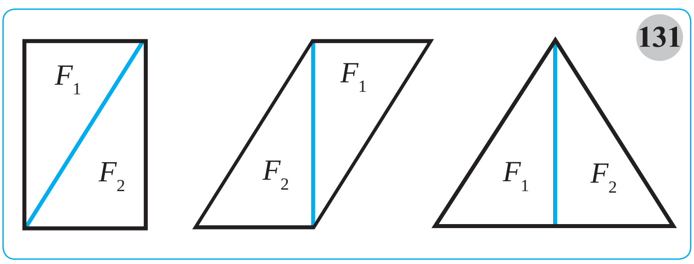
Ani'qlama. *Yeger yeki ko'pmu'yeshlikten birewin birneshe bo'lekke bo'lip, bul bo'leklerdi basqasha jaylasti'rg'anda yekinshi ko'pmu'yeshlik payda bolsa, bul ko'pmu'yeshlikler* ***ten' du'zilgen*** *delinedi* (131- su'wret).

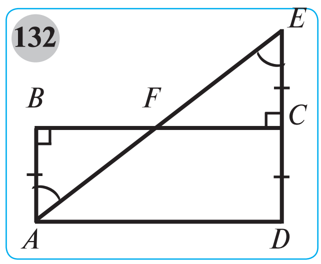
Yeger yeki kopmu'yeshliktin' maydanlari' ten' bolsa, wolar **ten' ko'pmu'yeshlikler** dep ataladi'. 131-su'wrettegi ko'pmu'yeshlikler ten'.

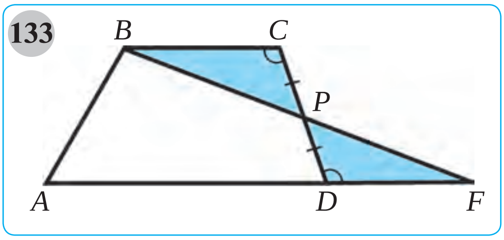
Ten' ko'pmu'yeshlikler (1-qa'siyet), biraq kerisinshe da'liyl, uluwma aytqanda, tuwri' bolmaydi': yeger yeki figura ten' bolsa, bunnan wolardi'n' ten'ligi kelip shi'qpaydi'.

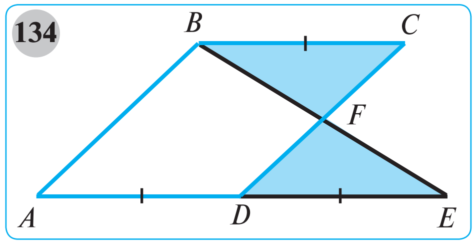
Ma'sele. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik DC ta'pertin' dawami'nda C to'besine qarata D noqatqa simmetrik E noqat belgilengen (132-su'wret). ADE u'shmu'yeshlik maydani'ni'n' $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik maydani'na ten' yekenin da'liyllen'.

Da'liyl. AE ha'm BC ta'repler F noqatta kesilisken. ABF ha'm ECF u'shmu'yeshlikler ten' (kateti ha'm su'yir mu'yeshine qarap: $AB=EC$, $\angle BAF=\angle E$). Na'tiyjede ADE u'shmu'yeshlik $AFCD$ trapeciya menen ECF u'shmu'yeshlikten, $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik bolsa sol $AFCD$ trapeciya menen $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik ten' du'zilgen (yag'ni'y ten'dey). Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.









Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

253. 1) Apiwayi’ figura dep nege ayti’ladi’?
2) Figurani’n’ maydani’ degende neni tu’si’nesiz?
3) Maydanni’n’ qa’siyetlerin tu’sindirip berin’.
4) Qanday yeki ko’pmu’yeshlikti ten’ du’zilgen delinedi?
5) Ten’dey fuguralar degen ne?

254. Berilgen kvadrat diagonali’ boyi’nsha yeki u’shmu’yeshlikke bo’lingen. bul u’ymu’yeshliklerden kvadrattan parqi’ neshe do’n’es ko’pmu’yeshlik si’zi’w mu’mkin?

255. *ABCD* trapeciyada *AD*— u’lken ultani’. *CD* ta’repinin’ wortasi’ *P* noqat ha’m *B* to’besi arqali’ *AD* nuri’n *F* noqatta kesiliwshi tuwri’ si’zi’q wo’tkerilgen (133-su’wret). $S_{ABCD}=S_{ABF}$ yekenin da’liyllen’.

256. *ABCD* parallelogramm *AD* ta’repini’n’ dawami’nda *D* noqatqa simmetrik *E* noqatti’ belgilen’ (134-su’wret). $S_{ABCD} = S_{ABE}$ yekenin da’liyllen’

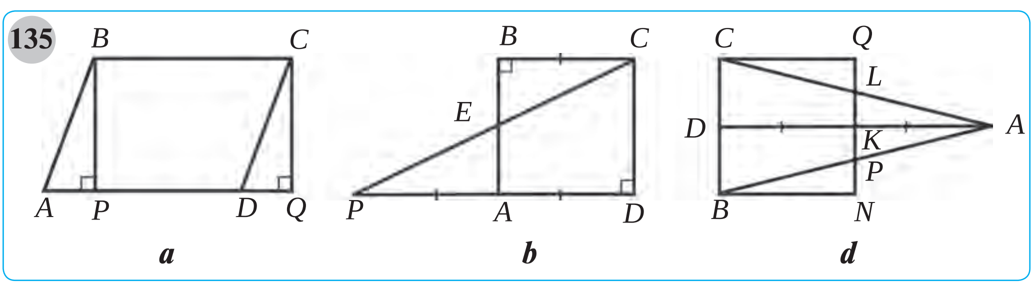
257. Ten’ du’zilgen yeki tuwri’ to’rtmu’yeshlikten: 1) bul tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ ten’ligi; 2) wolardi’n’ ten’ligi kelip shi’g’a ma?

258. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ diagonali’n wo’tkerin’. Payda bolg’an u’shmu’yeshliklerden neshe ko’pmu’yeshlik du’ziw mu’mkin?

259. *ABCD* parallelogrammni’n’ *BC* ta’repine *P* noqat ali’ng’an. Parallelogrammni’n’ maydani’ *APD* u’shmu’yeshliktin’ maydani’nan yeki yese u’lken yekenin da’liyllen’.

260. Ten’ qa’ptalli u’shmu’yeshlikti simmetriya ko’sheri boyi’nsha qi’rqi’n’ ha’m payda bolg’an yeki u’shmyeshlikten mu’mkin bolg’an barli’q do’n’es ko’pmu’yeshliklerdi jasan’

261. 135-su’wrette su’wretlengen ko’pmu’yeshlikler ishinen ten’lerin tabi’n’.



19-tema.

MAYDANDI' WO'LSHEW

1. Maydandi' wo'lshew. Maydan — tegis figuralari' xarakterlewshi tiykarg'i' matematikali'q mug'dardan biri. A'piwayi' jag'dayda maydan tegis figurani' tolti'ri'wshi' birlik kvadratlar sani' menen wo'lshenedi.

3-qa'siyet. *Ta'repi bir uzi'nli'q wo'lshem birligine ten' bolg'an kvadratti'n' maydani' bir-birine ten'.*

Berilgen figurani'n' maydani'n wo'lshew ushi'n yen' da'slep maydan wo'lshew birligi tan'lap ali'nadi'. Bunday birlik ushi'n, ta'repi bir uzi'nli'q birligine, mi'sali' bir metrge, bir santimetrge h. t.b. ten' bolg'an kvadrat ali'nadi'. Maydan birligin wo'lsheniwshi maydang'a neshe ma'rte mu'mkin bolsa sonsha ma'rte qoyami'z. Buni' kishi maydanlar ushi'n islew mu'mkin.

Haqi'yqati'ndada, maydanlardi' wo'lshew, maydan birligin yamasa woni'n' u'leslerin qoyi'w menen yemes, ba'lki qolayli' usi'l jol, yag'ni'y figuralardi'n' bazi' si'zi'qlari'n wo'lshew joli' menen wori'nlanadi'.

136

Mi'sali', ta'repleri a ha'm b pu'tin sanlarg'a ten' tuwri' to'rtmu'yeshlikti qarayi'q. Yeger $a=3$ ha'm $b=4$ bolsa, tuwri' to'rtmu'yeshlikti ten' 12 kvadratlarg'a aji'rati'w mu'mkin (136-su'wret). Tuwri' to'rtmu'yeshlik maydani' bolsa 12 kv. birlikke ten' boladi'.

Tap usi'g'an uqsas a — pu'tin sang'a ten' uzi'nli'q birligindegi kvadratti'n' maydani' a^2 qa ten'.

Uluwma buni' da'liyllew birqansha qi'yi'n bolg'ani' ushi'n biz woni' keltirmeymiz. Solay yetip to'mendegi teorema wori'nli'.

Teorema.

Ta'repinin' uzi'nli'g'i' a g'a ten' bolg'an kvadratti'n' maydani' a^2 qa ten'.

Maydan lati'nsha S ha'ribi menen belgilenedi. Demek, kvadrat ushi'n

$$S=a^2$$

boli'p uzi'nli'q wo'lshem birligi kvadrat dep ataladi'.

Kvadratti'n' maydani' woni'n' uzi'nli'g'i'ni'n' kvadrati'na ten'. Materiklerdin', ma'mleketlerdin' aymaqlari' kvadrat kilometrde, u'lken jer maydanlari gektarlarda, wonsha u'lken bolmag'an jer maydanlari ar (sotix)de wo'lshenedi.

1-ma'sele. Kvadratti'n' perimetri 60 sm ge ten'. Usi' kvadratti'n' maydani'n tabi'n'.

Sheshiliwi. Kvadratti'n' ta'repi 60 : 4 = 15 (sm) ge ten'. Soni'n' ushi'n woni'n maydani' S = 15^2 = 225 (sm^2)ge ten'.

Juwabi: S = 225 sm^2.

2-ma'sele. Ta'repi a g'a ten' bolg'an kvadratti'n' maydani' 100 sm^2 qa ten'. Usi' kvadratti'n' ta'repin tabi'n'.

Sheshiliwi. Sha'rt boyi'nsha, S = a^2=100 sm^2 kvadrat ta'repinin' uzi'nli'g'i' – won' san. Kvadrat 100 ge ten' bolg'an won' san bolsa 10 g'a ten'.

Juwabi': a = 10 sm.

Bul ma'selede won' sanni'n' kvadrati' ma'lim bolg'anda, usi' sanni'n' wo'zin tabi'wi'mi'zg'a tuwri' keledi, yag'ni'y S>0 sani'n bilgen jag'dayda. Biz sonday a > 0 sani'n tabami'z, wonda S=a^2 boladi'. Tabi'lg'an won' a sani' to'mendegishe belgilenedi: $a=\sqrt{S}$ ha'm "*a sani' S den shi'g'ari'lgan **arifmetikali'q kvadrat korenge ten'*** " dep woqi'ladi'. Arifmetikali'q kvadrat korendi tabi'w a'meli kvadrat korennen shi'g'ari'w dep ataladi' ha'm wol kvadratqa ko'teriw a'meline keri a'mel $\sqrt{\ }$ -***arifmetikali'q kvadrat koren*** belgisi dep ataladi'.

Demek, S=100 sm^2 bolg'an kvadratti'n' ta'repi $a=\sqrt{S}=\sqrt{100}=10$ (sm).

Won' kvadrat korendi tabi'wda kvadratti'n' maydani' boyi'nsha ta'repin tabi'w dep geometriyali'q pikir yetiw mimkin. Kvadrat koren shi'g'ari'w tuwrali 8-klasta algebra sabaqli'g'i'nda ken' ayti'p wo'tiledi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

262. 1) Maydandi' wo'lshew haqqi'nda qanday aksiomani' bilesiz?
2) Maydan wo'lshew birliklerinen qaysi'lari'n bilesiz?
3) Bir ar (soti'x) neshe kvadrat metrge ten'?

263. Kvadratti'n' ta'repi 1) 1,3 sm; 2) 0,15 dm; 3) 2,5 sm; 4) 18 dm; 5) $\frac{3}{4}$ dm; 6) 2,5 sm; 7) 250 mm. Kvadratti'n' maydani'n tabi'n'.

264. Kvadratti'n' maydani' 1) 0,16 dm^2; 2) 1,44 sm^2; 3) 64 dm^2; 4) 48 sm^2; 5) 196 sm^2; 6) 49 mm^2; 7) 3,65 m^2. Kvadratti'n' ta'repin tabi'n'.

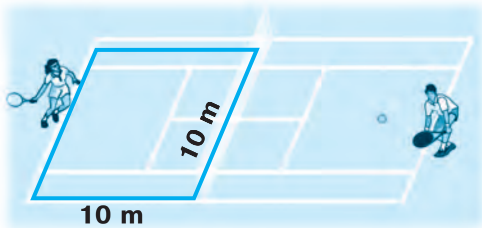
265. Ta'repleri 54 sm ha'm 42 sm ge ten' bolg'an tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrine ten' bolg'an kvadratti'n' maydani'n tabi'n'.

266. Kvadtatti'n' maydani' 36 sm^2. Yeger woni'n' ha'mme ta'repin:

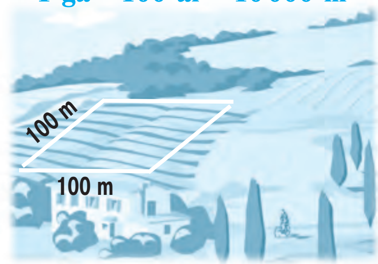
*S-latinsha **"superficies"** so'zinen ali'ng'an boli'p,* **"shet"** *ma'nisin bildiredi.*

Ar *fransuzsha* **"are"**, *latinsha* **"arca"** *so'zinen ali'ng'an boli'p, "maydan" degeni. Gektar so'zi yeki – **"gekto"** (grekshe "hexoton" – **"maydan" ("100")** ha'm **"ar"** so'zlerinen quralg'an boli'p, **100 maydan** ma'nisin bildiredi.*

1 ar = 1 sotix = 100 m²



1 ga = 100 ar = 10 000 m²



1) yeki yese uzayti'ri'lsa; 2) u'sh yese qi'sqarti'ri'lsa; 3) 2 sm ge uzayti'ri'lsa; 4) 1 sm ge qi'sqarti'ri'lsa, woni'n' maydani' qanday wo'zgeredi?

267. 1) Yeger kvadratti'n' ha'mme ta'repin n yese uzaytti'rsaq; 2) k yese qi'sqartsaq, woni'n' maydani' qalay wo'zgeredi?

268. $ABCD$ kvadrat AD ta'repinin' dawami'nda D to'besinen si'rtta P noqat ali'ng'an, wonda $PC=20$ sm ha'm $\angle CPD=30°$. Kvadrattin' maydani'n tabi'n'.

269. Kvadratti'n' maydani' 64 dm² ge ten'. Usi' kvadi'ratti'n' beti neshe kvadrat millimetr, neshe kvadrat santimetr, neshe kvadrat metr?

270. $(2a)^2= 2a^2$ yekenligin ko'rsetetug'i'n figurani' si'zi'n'.

271. Maydani': 1) 2,25 sm²; 2) 0,81 dm²; 3) 289 mm²; 4) 5,76 m²; 5) 144 sm²; 6) 400 dm² g'a ten' bolg'an kvadratti'n' perimetrin tabi'n'.

20-tema. TUWRI' TO'RTMU'YESHLIKTIN' MAYDANI'

Siz tuwri' to'rtmu'yeshlik maydani' woni'n' ta'repleri uzi'nli'qlari'ni'n' ko'beymesinin' yari'mi'na ten' yekenine tiyisli ma'selelerdi sheshkensiz.

Ha'zir biz bul wori'nlang'an a'meldin' teoriyali'q jaqtan duri's yekenligin ko'rsetemiz.

Teorema.

Ta'repleri *a* ha'm *b* bolg'an tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'

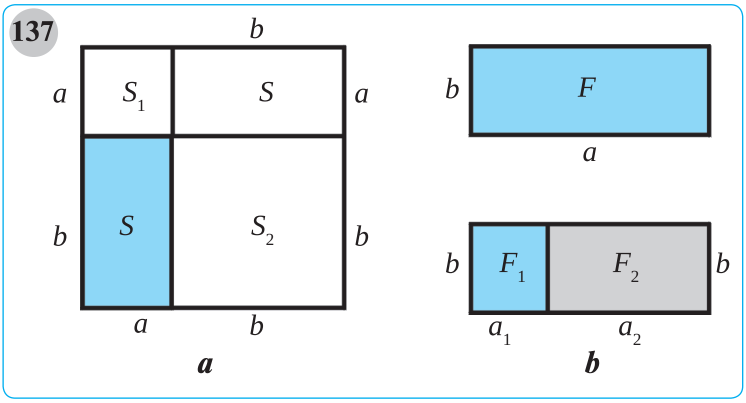
$$S = a \cdot b$$

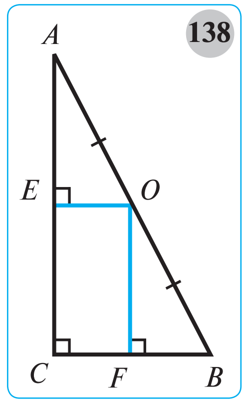
formula boyi'nsha yesaplanadi'.

Da'liyl. Ta'repleri a ha'm b bolg'an to'rtmu'yeshlikti alami'z, bunda a ha'm b—qa'legen won' sanlar. $S=a\cdot b$ yekenligin da'liylleymiz.

Teoremani' da'liyllew ushi'n ta'repi $(a+b)$ bolg'an kvadrat jasaymi'z. Bul kvadrati' 137-*a* su'wrette ko'rsetilgen tu'rindey bo'leklerge aji'ratami'z. Bunda kvadratti'n' maydani' ta'repi a ha'm b g'a ten' yeki kvadrat ha'm ta'repleri a ha'm b bolg'an yeki tuwri' to'rtmu'yeshlikten du'zilgenligin ko'riw mu'mkin.

Tuwri' to'rmu'yeshliktin' maydani' woni'n' qon'si'las ta'replerinin' ko'beymesine ten'.





Demek, ta'repi $(a+b)$ bolg'an kvadrat maydani' S_1+2S+S_2 ge ten'. Yekinshi ta'repten maydan haqqi'ndag'i' aksiomag'a qarap bul maydan $(a+b)^2$ qa ten', yag'ni'y

$$S_1+2S+S_2 = (a+b)^2,$$

yamasa

$$S_1+2S+S_2 = a^2+2ab+b^2.$$

Bul ten'likte $S_1=a^2$, $S_2=b^2$ yekenligin yesapqa alsaq,

$$S=a \cdot b$$

kelip shi'g'adi'. Teorema da'liyllendi.

$S_F=a \cdot b$ ten'liktin' da'liylleniwi haqqi'nda.

ab san haqi'yqati'nda da maydan haqqi'ndag'i' aksiomalardi' qanaatlandi'radi'. Buni' da'liylleymiz. 1- ha'm 3- aksiomalardi'n' wori'nlani'wi' ani'q, yag'ni'y ten' to'rtmu'yeshlikler ten' maydang'a iye. Yendi 2-aksioma wori'nlani'wi'n ko'rsetemiz.

Ta'repleri a ha'm b bolg'an tuwri' to'rtmu'yeshlikti ta'repleri a_1 ha'm b ja'ne a_2 ha'm b bolg'an tuwri' to'rtmu'yeshlikke aji'ratami'z (137-*b* su'wret). Wol jag'dayda $S_{F_1} = =a_1b$, $S_{F_2} = a_2b$ ha'm $S_F = ab$ boladi'. Bunnan ti'sqari' $a_1+a_2=a$. Soni'n' ushi'n $S_{F_1} + S_{F_2} = a_1b + a_2b = (a_1+b_2)\ b = ab = S_F$.

Solay yetip, tuwri' to'rtmu'yeshlik ushi'n *ab* shama maydanni'n' barli'q qa'siyetlerine iye, yag'ni'y tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' boladi'.

1-ma'sele. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' 150 sm^2 qa ten'. Ta'replerinin' qatnasi' 3:2. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

Sheshiliwi. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' kishi ta'repi' $b=2x$ sm bolsi'n. Wonda u'lken ta'repinin' uzi'nli'g'i' $a=3x$ sm ge ten' boladi'. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n yesaplaw formulasi'nan paydalani'p, ten'leme du'zemiz ha'm woni' sheshemiz:

Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n yesaplawda ta'repleri birdey uzi'nli'q birliginde belgilengen boli'wi sha'rt.

$S=3x-2x$, yag'ni'y $S=6x^2$. Bunnan $x^2=S:6$, $x^2=150:6$, $x^2=25$, $x=5$ (sm).

Demek, tuwri' to'rtmu'yeshliktin' kishi ta'repi: $b=2\cdot5=10$ (sm) ge, u'lken ta'repi $a=3\cdot5=15$ (sm) ge ten'. Yendi woni'n' perimetrin yesaplaymi'z: $P=2\cdot(a+b)=2\cdot(15+10)=2\cdot25=50$ **Juwabi':** $P=50$ sm

2-ma'sele. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikti'n' katetleri 12 sm ha'm 24 sm ge ten'. Gipotenuzani'n' wortasi'nan u'shmu'yeshliktin' katetlerine perpendikulyarlar wo'tkizilgen. Payda bolg'an tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'. Berilgen: tuwri' mu'yeshli ΔABC : $AO=OB$, $OE\perp AC$, $OF\perp CB$, $AC=24$ *sm*, $BC=12$ *sm* (138-su'wret).

Tabi'w kerek: S_{CEOF}.

Sheshiliwi. Bizge ma'lim, bir tuwri' si'zi'qqa wo'kizilgen yeki perpendikulyar wo'z-ara parallel boladi'. Fales teoremasi' boyi'nsha:

$AE=EC=0{,}5\,AC=0{,}5\cdot24=12$ (sm) ha'm $CF=FB=0{,}5\,BC=0{,}5\cdot12=6$ (sm)

Demek, $S_{CEOF}=CE\cdot CF=12\cdot6=72$ (sm^2).

Juwabi': payda bolg'an *CEOF* tuwri' to'rtmu'yesliktin' maydani' 72 sm^2 ge ten'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

272. 1) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' nege ten'.
2) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' haqqi'ndag'i' teoremani' da'liyllewde qanday qa'siyetlerden paydalani'ladi'.

273. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeki ta'repi: 1) 60 sm ha'm 5,8 sm; 2) 3,4 dm ha'm 6 sm; 3) 4 m ha'm 1,4 m; 4) 2,5 dm ha'm 1,2 dm. Woni'n' maydani'n tabi'n'.

274. Yeger tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' ha'm ta'replerinin biri say'kes halda: 1) 270 sm^2 ha'm 15 sm; 2) 142 dm^2 ha'm 35,5 dm; 3) 16 m^2 ha'm 400 sm; 4) 0,0096 km^2 ha'm 300 m. Woni'n' yekinshi ta'repin tabi'n'.

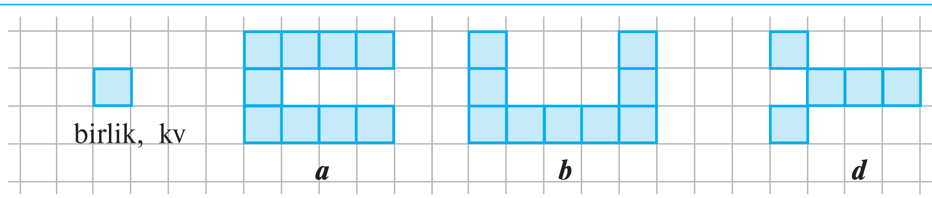
275. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 26 sm ge ten' ta'replerinen biri 9 sm. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'na ten' maydanli' kvadi'ratti'n' ta'repin tabi'n'.

276. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' 400 sm^2, ta'replerinin' qatnasi' 2:5 ge ten'. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

277. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' biyikligin n yese, yenin k yese uzayti'ri'lsa, woni'n' maydani' qa'ytip wo'zgeredi?

278. *ABCD* tuwri' to'rtmu'yeshlik *B* mu'yeshinin' bissektrisasi' *AD* ta'repin

139



K noqatta kesip wo'tedi $AK = 5$ sm ha'm $KD = 7$ sm. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

279. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeki ta'repi: 1) 24 sm ha'm 20 sm; 2) 3,5 dm ha'm 8 sm; 3) 8 m ha'm 4,5 m; 4) 3,2 dm ha'm 1,5 dm. Woni'n' maydani'n tabi'n'.

280. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' bir ta'repi 36 dm, yekinshisi 16 dm. Wog'an birdey kvadratti'n' ta'repin tabi'n'.

281. 139-su'wrette berilgen figuralardi'n' perimetrin ha'm maydani'n tabi'n'. Kvadratti'n' wo'lshemin 1 kv.sm dep ali'n'.

21-tema. PARALLELOGRAMMNI'N' MAYDANI'

Parallelogrammni'n' qa'legen ta'repin woni'n' ultani' dep ali'w mu'mkin, bunday halda usi' ta'replerden qarama-qarsi' ta'replerine shekemgi arali'q woni'n' *biyikligi* boladi'. 140-su'wrette BP ha'm CF – $ABCD$ parallelogrammni'n biyikleri.

Teorema.

Parallelogrammni'n' maydani' ultani' menen biyikliginin' ko'beymesine ten': $S = a \cdot h$.

Da'liyl. $ABCD$ parallelogrammdi' ko'rip shi'g'ami'z. Bul parallelogrammni'n' ultani' ushi'n $AD = a$ ta'repin alami'z, biyiklik bolsa h g'a ten' bolsi'n. $S = a \cdot h$ yekenligin da'liyllew talap yetiledi (140-*a* su'wret).

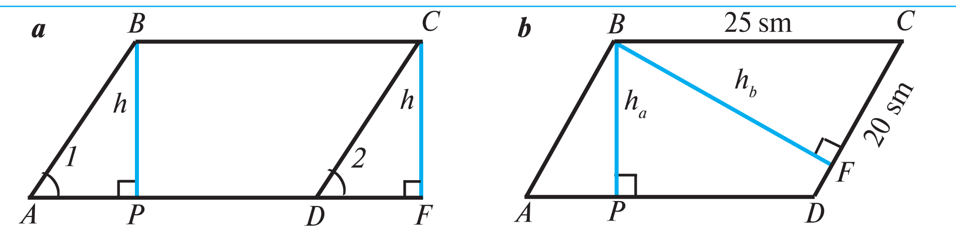
Ultani' parallelogrammni'n' BC u'ltani'na biyikligi usi' h ibarat bolg'an $PBCF$ tuwri' to'rtmu'yeshlik si'zami'z. ABP ha'm DCF u'shmu'yeshlikler ten' (gipotenuzasi' ha'm su'yir mu'yeshi boyi'nsha: $AB = DC$ –gipotenuza, sa'ykes $\angle 1 = \angle 2$ mu'yeshler). $ABCD$ parallelogramm $PBCD$ trapeciya menen ABP u'shmu'yeshliktin, $PBCF$ tuwri' to'rtmu'yeshlik bolsa sol $PBCD$ trapeciya menen ABP g'a ten' bolg'an DCF u'shmu'yeshlikten du'zilgen. Demek, $ABCD$ paralleogramm menen $PBCF$ tuwri' to'rtmu'yeshlik ten' du'zilgen (yag'ni'y ten'dey). Bunnan, $ABCD$ parallelogrammni'n' maydani' $PBCF$ tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'na, yag'ni'y ah ten', degen natiyje shi'g'adi'.

Solay yetip, ultani' a ha'm wo'gan tu'sirilgen biyikligi h bolg'an parallelogrammni'n' S maydani' to'mendegi formula boyi'nsha yesaplanadi':

$$S = a \cdot h .$$

Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

140



Natiyje. Yeger yeki parallelogramm bir ultang'a iye ha'm biyiklikleri ten' bolsa, wolar ten' boladi'.

1-ma'sele. Parallelogrammni'n' ta'repleri 25 sm ha'm 20 sm, birinshi ta'repine tu'sirilgen biyiklik 8 sm. Usi' parallelogrammni'n' yekinshi ta'repine tu'sirilgen biyikligin tabi'n'.

Sheshiliwi. ABCD parallelogrammda: $AD=a=25$ sm, $DC=b=20$ sm, $h_a=8$ sm (140-b su'wret). $h_b=?$ Birinshiden, $S=ah_a=25\cdot 8=200$ sm^2.

Yekinshiden, $S=bh_b$, yag'ni'y $200=20\cdot h_b$. Bunnan $h_b=200:20=10$ (sm).

Juwabi': 10 sm.

2-ma'sele. Berilgen: $ABCD$ –parallelogramm, $AD=20$ sm, $BD=16$ sm, $BDA=30°$ Tabi'w kerek: S.

Sheshiliwi. 1) Berilgen parallelogrammni'n BP biyikligin wo'tkizemiz ha'm BDP u'shmu'yeshlikti ko'rip shi'g'ami'z (141-su'wret). Wol tuwri' parallelogrammni'n' biyiklikti tabami'z. 20°li mu'yesh qarama-qarsi'ndag'i katet gipotenuzani'n' yari'mi'na ten', soni'n' ushi'n $BP=0{,}5\ BD=0{,}5\cdot 16=8$ (sm). Solay yetip, $ABCD$ prallelogrammni'n' maydani'.

$S=AD\cdot BP=20\cdot 8=160$ (sm^2) qa ten' boladi'.

Juwabi': $S=160$ sm^2.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

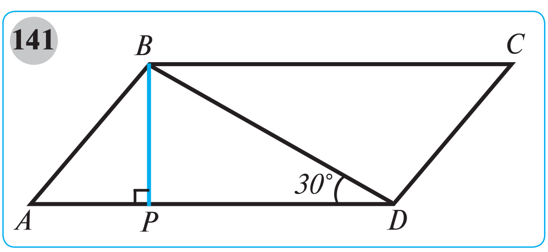
282. 1) Parallelogrammni'n' ultani' ha'm biyikligi degende neni tu'sinesi'z? 2) Parallelogrammni'n' maydani' haqqi'ndag'i' teoremani' tu'sindirin'.

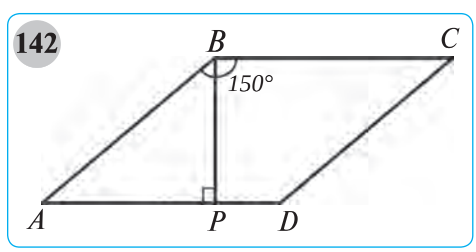
283. a – parallelogrammni'n' ultani', h – biyiklik, S – maydani'.
1) Yeger $a=60$ sm, $h=0{,}5$ m bolsa, S ti; 2) yeger $a=250$ m, $S=200$ m^2 bolsa, h ti; 3) yeger $a=0{,}25$ m, $h=100$ sm bolsa, S ti; 4) yeger $h=2$ m, $S=2000$ sm^2 bolsa, a ni tabi'n'.

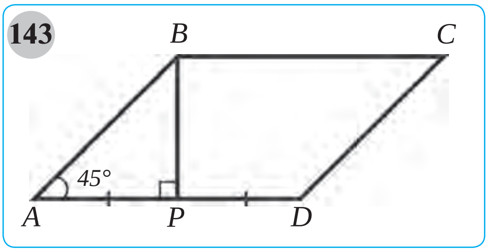
284. Perimetri 80 sm ge ten' bolg'an parallelogrammni'n' ta'replerinin' qatnasi' 2:3 ge, su'yir mu'yeshi bolsa 30° qa ten'. Parallelogrammni'n' maydani'n tabi'n'.

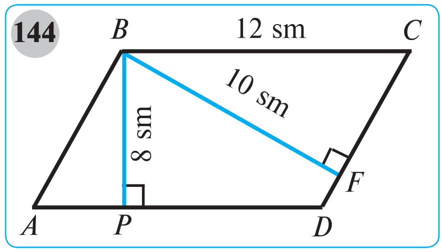
285. 1) Parallelogrammni'n' maydani'n 72 sm^2, biyiklikleri 4 sm ha'm 6 sm. Parallelogrammni'n' perimetrin tabi'n'.
2) Parallelogrammni'n' ta'repleri 12 sm ha'm 16 sm biyikliginin' biri 15 sm. Parallelogrammni'n' maydani'n tabi'n'.

286. 1) BD – $ABCD$ parallelogrammni'n' biyikligi (142-su'wret). Yeger $AB=13$ sm, $AD=16$ sm ha'm $\angle B=150°$ bolsa, S_{ABCD} ni' tabi'n'.









287. *BP—ABCD* parallelogrammni'n' biyikligi (143-su'wret). Yeger $AP=PD$, $BP = 6{,}4$ sm ha'm $\angle A = 45°$ bolsa, S_{ABCD} ni' tabi'n'.

288. Maydani' 41 sm^2 bolg'an parallelogrammni'n' ta'repleri 5 sm ha'm 10 sm. Woni'n' yeki biyikligin tabi'n'.

289. 1) Parallelogrammni'n' *a* ha'm *b* ta'repleri arasi'ndag'i' mu'yesh 30°. Usi' parallelogrammni'n' maydani'n tabi'n'. 2) Parallelogrammni'n' diagonallari' kesilisiw noqati'nan wo'tken qa'legen tuwri' si'zi'q woni' ten'dey yekige aji'ratadi. Usi'ni' da'liyllen'.

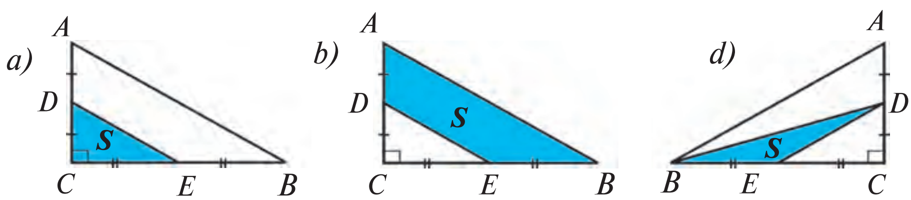
290. Parallelogrammni'n' ta'replerinin' birine wo'tkerilgen biyikligi usi' ta'repten 3 yese kishi. Parallelogrammni'n' maydani' 96 sm^2. Usi' ta'repti ha'm biyiklikti tabi'n'.

291. Parallelogrammni'n' ta'repleri 20 sm ha'm 28 sm, wolardi'n' arasi'ndag'i' mu'yeshi 30°. Woni'n' maydani'n tabi'n'.

292. 144-su'wrette berilgen parallelogrammni'n' perimetrin tabi'n'.

22-tema. U'SHMU'YESHLIKTIN' MAYDANI'

S figurani'n' maydani' ABC u'shmu'yeshlik maydani'ni'n' qanday bo'legin du'zedi. D, E — u'shmu'yeshlik ta'replerinin' wortalari'.



S figurani'n' maydani'n tabi'wg'a ha'reket yetin'!

U'shmu'yeshliktin' maydani'n yesaplaw formulasi'n tabi'w ushi'n parallelogramm ko'rinisine keltiriw usi'li'nan paydalanami'z.

Teorema.

U'shmu'yeshliktin' maydani' woni'n' ultani' menen biyikliginin' ko'beymesinin' yari'mi'na ten', yag'ni'y:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h .$$

Da'liyl. ABC –berilgen u'shmu'yeshlik bolsi'n (145-su'wret). Bul u'mu'yeshlikti su'wrette ko'rsetilgenindey $ABCD$ parallelogramm yetip sizami'z. ABC ha'm DCB u'shmu'yeshlikler ten', sebebi parallelogrammni'n' diagonali woni' ten'dey yeki u'shmu'yeshlikke aji'ratadi'. Demek, bul u'shmu'yeshliklerdin' maydanlari' ten'. Soni'n' ushi'n $ABCD$ parallelogrammni'n' maydani' ABC u'shmu'yeshliktin' maydani'ni'n' yekileniwine ten', yag'ni'y

$$2S = a \cdot h.$$

Bunnan $S = \frac{ah}{2}$. Teorema da'liyllendi.

U'shmu'yeshliktin' maydani'n yesaplaw formulasi'n basqasha woqi'w mu'mkin: ***u'shmu'yeshliktin' maydani' woni'n' worta si'zi'g'i' menen biyikliginin' ko'beymesine ten':***

$$S = \frac{a}{2} \cdot h.$$

1-na'tiyje. *Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' maydani' katetlerinin' ko'beymesinin' yari'mi'na ten';* sebebi bir katetti ultan, yekinshisin biyiklik yetip aliw mu'mkin.

2-na'tiyje. *Yeki u'shmu'yeshlik maydanlari'ni'n' qatnasi' ultanlari' menen biyikliklerinin' qatnasi' si'yaqli'.*

3-na'tiyje. *Ultanlari' ten' bolg'an yeki u'shmu'yeshlik maydanlari'ni'n' qatnasi' biyikliginin' qatnasi' si'yaqli'.*

4-na'tiyje. *Biyiklikleri ten' bolg'an yeki u'shmu'yeshlik maydanlarinin' qatnasi' ultanlari'ni'n' qatnasi' si'yaqli'.*

5-na'tiyje. *Ultanlari' ha'm biyiklikleri ten' bolg'an u'shmu'yeshlikler ten'dey.*

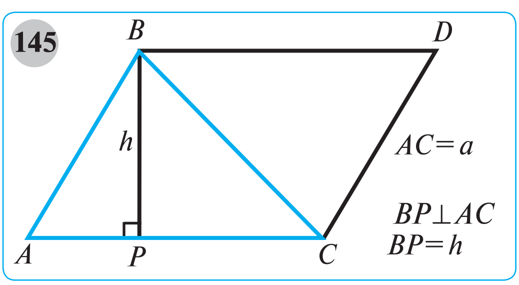
Joqari'dag'i' na'tiyjelerdi wo'zin'iz da'liyllep ko'rin'.

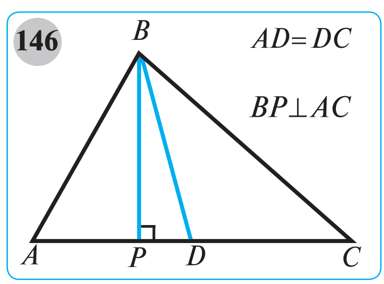
1-ma'sele. U'shmu'yeshliktin' medianasi' woni' ten'dey yeki u'shmu'yeshlikke bo'liwin da'liyllen'.

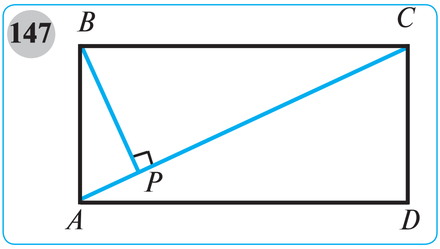
Da'liyl. BD – ABC u'shmu'yeshliktin' medianasi' bolsi'n (146-su'wret). ABD ha'm CDB u'shmu'yeshlikler ten' AD ha'm DC ta'replerge ha'm uluwma BP biyiklikke iye, yag'ni'y u'shmu'yeshlikler 5-na'tiyje boyi'nsha ten':

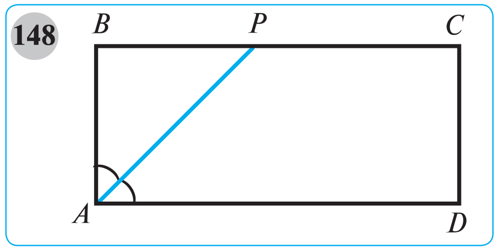
$$S_{ABD} = S_{CBD.}$$

2-ma'sele. Berilgen: $ABCD$ – tuwri' to'rtmu'yeshlik, AC=20 sm, BP=12 sm, $BP \perp AC$ (147-su'wret). Tabi'w kerek: S_{ABCD}.

145


146






Sheshiliwi. 1) 1) $S_{ABC} = 0{,}5\,AC \cdot BP = 0{,}5 \cdot 20 \cdot 12 = 120$ (sm²).

2) $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 120 = 240$ (sm²). **Juwabi':** $S_{ABCD} = 240\ sm^2$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

293. 1) U'shmu'yeshliktin' maydani' nege ten'?
2) Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' maydani' qanday yesaplanadi'?

294. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' katetleri. 1) 5 sm ha'm 6 sm; 2) 2,4 dm ha'm 45 sm. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

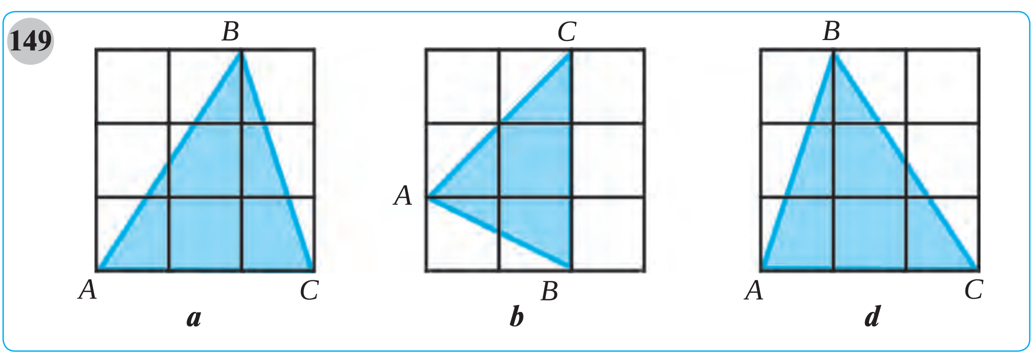
295. Bi'r u'shmu'yeshliktin' ultani' 20 sm biyikligi 8 sm. Yekinshi u'shmu'yeshliktin' ultani' 40 sm. U'shmu'yeshlikler birdey boli'w ushi'n yekinshi u'shmu'yeshliktin' biyikligi qanday boli'wi' kerek?

296. a—u'shmu'yeshliktin' ultani' h— ultani'na wo'tkizilgen biyiklik S—u'shmu'yeshliktin' maydani'. Belgisiz mug'darlardi' tabi'n'.

	1	2	3	4	5	6
a	8 sm	0,6 dm	?	2,4 m	?	1,8 m
h	6 sm	?	28 sm	4 dm	3,6 sm	?
S	?	3 sm²	75,6 sm²	?	10,8 mm²	72 dm²

297. ABC u'shmu'yeshlikte $AB = 4AC$. U'shmu'yeshliktin' C ha'm B to'belerinen wo'tkizilgen biyikliklerdin' qatnasi' qanshag'a ten'

298. Berilgen u'shmu'yeshliktin' maydani S penen bul u'shmu'yeshliktin' woni'n' qa'legen worta si'zi'g'i' aji'rati'lg'an ush'shmu'yeshliktin' maydani S_1 arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.



299. Tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshliktin’ maydani’ 96 sm^2 qa ten’. Yeger katetlaerinen biri yekinshisinen $\frac{3}{4}$ bo’li’mi’ne ten’ bolsa, usi’ u’shmu’yeshliktin’ katetlerin tabi’n’.

300. 1) *ABCD* parallelogrammni’n’ diagonallari’ *O* noqatta kesilisedi. Payda bolg’an u’shmu’yeshlikten qaysi’lari’ ten’? 2)Berilgen: *ABCD* tuwri’ to’rtmu’yeshlik. *AP*–*BAD* mu’yeshtin’ bissektrisasi’. *BP*=10 sm, *PC*= 15 sm (148-su’wret). Tabi’w kerek: S_{APB}, S_{PCDA}.

301. Tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshliktin’ katetleri: 1) 12 sm ha’m 18 sm; 2) 4,5 dm ha’m 14 sm. Usi’ u’shmu’yeshliktin’ maydani’n tabi’n’.

302. U’shmu’yeshliktin’ yeki ta’repi 6 sm ha’m 5 sm ge ten’. Woni’n’ maydani’ 15 sm^2 qa ten’ boli’wi’ mu’kinbe? Juwabi’n’i’zde da’liyllen’.

303. Yeger u’shmu’yeshliktin’ ultani’ ha’m biyikligi sa’ykes haldato’mende-gilerge ten’ bolsa, u’shmu’yeshliktin’ maydani’n tabi’n’: 1) 32 sm ha’m 23 sm; 2) 5 dm ha’m 4 m; 3) 3,3 dm ha’m 13 sm; 4) 2,5 sm ha’m 2,8 sm.

304. Ta’repi 3 ke ten’ bolg’an kvadrat 9 g’a ten’ kvadratlarg’a bo’lindi (149-su’wret). *ABC* u’shmu’yeshliktin’ maydani’ nege ten’?

23-tema. ROMBI’NI’N MAYDANI’

Romb – parallelogramm bolg’ani’ ushi’n, ta’repi *a* ha’m biyikligi *h* bolg’an rombi’ni’n’ maydani’

$S=ah$ formula boyi’nsha yesaplanadi’.

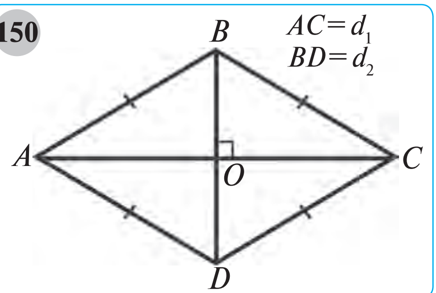
Bizge ma‘lum, rombi’ni’n’ barli’q biyiklikleri wo’z-ara ten’ (69-ma’selege q.).

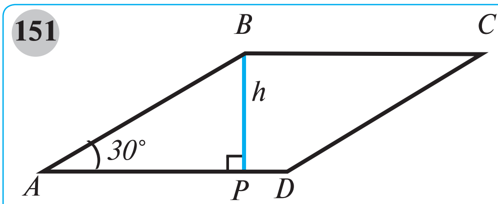
Bunnan ti’sqari’, rombi’ni’n’ maydani’n diagonallari’ arqali’ da yesaplaw mu’mkin.

Teorema.

Rombi’ni’n’ maydani’ diagonallari’ni’n’ ko’baytmesinin’ yari’mi’na ten’: $S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$.

Da’liyl. Rombi’ni’n’ *AC* diagonali’ yeki wo’z-ara ten’ bolg’an ten’ qaptalli’ u’shmu’yeshlikke aji’ratadi’ (150-su’wret). Yekinshi diagonal birinshisine perpendikulyar boli’p, payda bolg’an u’shmu’yeshlikler biyiklikledin’ qosi’ndi’si’na ten’ boladi’. Soni’n’ ushi’n rombi’ni’n’ maydani’:

150


151


$$S = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{1}{2}d_1 \cdot \frac{1}{2}d_2 + \frac{1}{2}d_1 \cdot \frac{1}{2}d_2 = \frac{1}{4}(d_1 \cdot d_2 + d_1 \cdot d_2) = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 .$$

Demek, $S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$. Teorema da'liyllendi.

1-ma'sele. $ABCD$ rombi'ni'n' ta'repi 20 sm ge, su'yir mu'yeshi 30° qa ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n' (151-su'wret).

Sheshiliwi. 1) $\triangle ABP$ – tuwri' mu'yeshli. $h=BP=0{,}5a=0{,}5 \cdot 20=10$ (sm) (30° li mu'yesh qarsi'si'ndag'i' katet gipotenuzani'n' yari'mi'na ten').

2) $S=ah=20 \cdot 10=200$ (sm^2). **Juwabi':** $S=200$ sm^2.

2-ma'sele. Rombi'ni'n' diagonallari'nan biri yekinshisinen 1,5 yese u'lken rombi'ni'n' maydani' 27 sm^2 qa ten'. Usi' rombi'ni'n' diagonallari'n tabi'n'.

Berilgan: $ABCD$ – romb; $S_{ABCD}=27$ sm^2; $AC=1{,}5BD$ (150-su'wretke q.)

Tabi'w kerek: AC, BD.

Sheshiliwi. $BD=x$ sm bolsi'n, wonda $AC=1{,}5x$ sm boladi'.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$, bug'an belgilerdi qoyami'z: $27 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5x \cdot x$. Wonda $x^2=36$ boladi', bunnan $x=6$ (sm). Solay yetip, $BD=6$ sm ha'm $AC=1{,}5 \cdot 6=9$ (sm) ge ten'. **Juwabi':** 9 sm, 6 sm.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

305. 1) Rombi'ni'n' maydani' ta'repi ha'm biyikligi boyi'nsha qalay tabi'ladi? 2) Rombi'ni'n' maydani' diagonallari' arqali' qalay tabi'ladi?

306. Rombi'ni'n' maydani' 40 sm^2, biyikligi 5 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' perimetrin tabi'n'.

307. Rombi'ni'n' biyikligi 16 sm, su'yir mu'yeshi 30° qa ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

308. Rombi'ni'n' ta'repi 1,8 dm, su'yir mu'yeshi 30° qa ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

309. Diagonallari': 1) 1,5 dm ha'm 1,8 dm; 2) 24 sm ha'm 15 sm; 3) 2,5 dm ha'm 4 sm; 4) 3,2 sm ha'm 0,5 dm bolg'an rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

310. Rombi'ni'n' ta'repi 6 sm ge, maydani' 18 sm^2 qa ten'. Usi' rombi'ni'n' u'lken mu'yeshin tabi'n'.

311. Romb mu'yeshlerinin' qatnasi' 1 : 5 ge, ta'repi a g'a ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

312. Rombi'ni'n' ta'repi 8 sm ge, su'yir mu'yeshi 30° qa ten'. Usi' rombi'ni'n' diagonallari'ni'n' ko'beymesin tabi'n'.

313. Rombi'ni'n' maydani' 60 sm^2, diagonallari'nan biri 10 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' yekinshi diagonali'n tabi'n'.

314. Rombi'ni'n' diagonallari'ni'n' qatnasi' 1 : 2 ge, maydani' bolsa 32 sm^2 qa ten'. Usi' rombi'ni'n' ta'repin tabi'n'.

315. Rombi'ni'n' maydani' 30 sm^2, perimetri 24 sm qa ten'. Usi' rombi'ni'n' biyikligin tabi'n'.

24-tema. TRAPECIYANI'N' MAYDANI'

1. Trapeciyani'n' maydani'. Ha'rqanday ko'pmu'yeshlikti diagonallar wo'tkeriw joli' menen u'shmu'yeshliklerge aji'rati'w mu'mkinligi belgili. Bunnan qa'legen ko'pmu'yeshliktin' maydani'n yesaplaw ushi'n woni' da'slep u'shmu'yeshliklerge aji'rati'p alami'z. Son' u'shmu'yeshlikler maydani' yesaplanadi'. Ko'pmu'yeshlik maydani' bolsa woni' payda yetken bir-birin qaplamaytug'i'n u'shmu'yeshlikler maydanlari' qosi'ndi'si'na ten' boladi'. Parallelogramm ha'm trapeciya maydanlari'n yesaplawda usi' usi'ldan paydalanami'z.

Teorema.

Trapeciyani'n' maydani' woni'n' ultanlari' qosi'ndi'si'ni'n' yari'mi' menen biyikliginin' ko'beymesine ten', yag'ni'y:

$$\boldsymbol{S=\frac{a+b}{2}\cdot h}.$$

Da'liyllew: Ultanlari' $AD=a$, $BC=b$ ha'm biyikligi $CE=h$ $(CE\perp AD)$ bolg'an $ABCD$ trapeciyani' qarap wo'teyik. (152-su'wret).

Trapeciyada AC diagonallari'n wo'tkeremiz. Bunda $ABCD$ trapeciya ABC ha'm ACD u'shmu'yeshliklerge aji'raladi'. Trapeciya maydani' bolsa bul u'shmu'yeshlikler maydanlari'ni'n' qosi'ndi'si'na ten' boladi'.

Parallel tuwri' si'zi'qlar arasi'ndag'i' arali'q turaqli' bolg'ani' ushi'n ABC ha'm ACD u'shmu'yeshliklerdin' biyiklikleri wo'z-ara ten'.

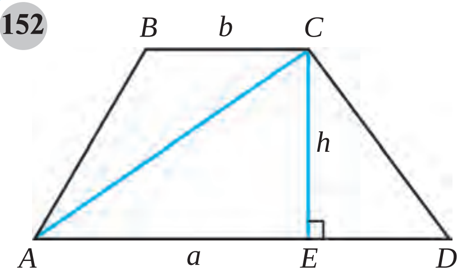
Bunnan $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot CE=\frac{1}{2}b\cdot h$ ha'm $S_{ACD}=\frac{1}{2}AD\cdot CE=\frac{1}{2}a\cdot h$.

Trapeciyani'n' maydani' $S=S_{ABC}+S_{ACD}$, yag'ni'y:

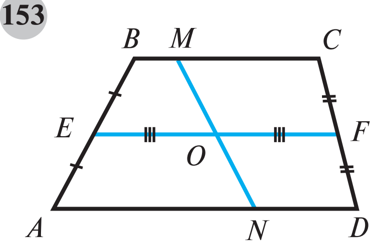
$$S=\frac{1}{2}a\cdot h+\frac{1}{2}b\cdot h.$$ Teorema da'liyllendi.

Na'tiyje. Trapeciyani'n' maydani' worta si'zi'g'i menen biyikliginin' ko'beymesine ten'. Usi' na'tiyje, trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' ultanlari' qosi'ndi'si'ni'n' yari'mi'na ten'liginen kelip shi'g'adi'.

152



153



1-ma'sele. Trapeciyani'n' ultanlari' 15 sm ha'm 30 sm ge, maydani' bolsa 225 sm² qa ten'. Usi' trapeciyani'n' biyikligin tabi'n'.

Sheshiliwi. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i $\frac{a+b}{2}=\frac{15+30}{2}=22{,}5$ (sm)ge ten'.

Demek, trapeciyani'n' biyikligi to'mendegige ten'.

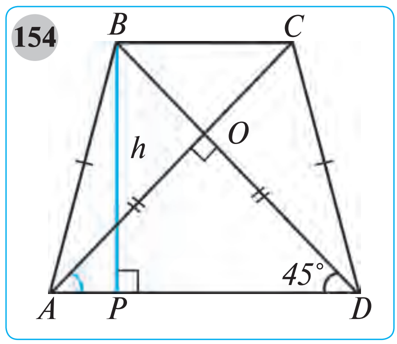
$$h=S_{tr}:\frac{a+b}{2}=225:22{,}5=2250:225=10\ (sm).$$ **Juwabi':** h=10 sm.

2-ma'sele. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'ni'n wortasi'nan wo'tip, ultanlari'n kesiwshi tuwri' si'zi'q bul trapeciyani' ten'dey yeki bo'lekke bo'liniwin da'liyllen'.

Da'liyl. $ABCD$ — berilgen trapeciya ($AD||BC$), EF — worta si'zi'g'i', MN bolsa worta si'zi'qti'n' O wortasi' arqali' wo'tiwshi ha'm ultanlari'n M ha'm N noqatlarda kesiwshi tuwri' si'zi'q bolsi'n (153-su'wret). $ABMN$ ha'm $MNDC$ trapeciyalar sa'ykes halda wo'z-ara ten' EO ha'm OF worta si'zi'qlarg'a ha'm berilgen trapeciyani'n' biyikligine ten' biyiklikke iye. Demek, bul trapeciyalardi'n' maydanlari' ten', yag'ni'y wolar ten':

$S_{ABMN}=S_{MNDC}$. Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

3-ma'sele. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar bolsa, bunday halda trapeciyani'n' biyikligi woni'n' worta si'zi'g'i'na, maydani' bolsa kvadrati'na ten' boladi'. Soni' da'liyllen'.



Berilgen: $ABCD$ trapeciya—ten' qaptalli' ($AB=DC$), $AC\perp BD$, $AD=a$, $BC=b$ bolsi'n (154-su'wret).

Da'liyllew kerek: 1) $h=\frac{a+b}{2}$; 2) $S_{\text{tr.}}=h^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

Da'liyl. 1) $\triangle AOD$ — ten' qaptalli', tuwri' mu'yeshli, soni'n' ushi'n $\angle ADO=45°$.

2) $BP\perp AD$ bolg'ani ushi'n, BPD u'shmu'yeshlik ten' qaptalli' ha'm tuwri' mu'yeshli, sebebi $\angle ADO=45°$, ha'm demek, $\angle PBD=45°$. Bunnan: $DP=BP$. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' kishi ultani' to'besinen wo'tkerilgen biyikliginin' qa'siyeti boyi'nsha : $h=BP=DP=\frac{a+b}{2}$.

3) $S_{\text{tr.}}=\frac{a+b}{2}\cdot h=h\cdot h=h^2$, yamasa $S_{tr}=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{a+b}{2}\cdot\frac{a+b}{2}=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

316. 1) Trapeciyani'n' maydani' nege ten'?

2) Worta si'zi'g'i' ha'm biyikligine qarap trapeciyani'n' maydani' qalay tabi'ladi'?

317. Trapeciyani'n' ultanlari' 14 ha'm 21 sm ge, biyikligi bolsa 8 sm ge ten'. Usi' trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

318. $ABCD$ trapeciyani'n' AD ha'm BC ultanlari' sa'ykes ra'wishte 10 sm ha'm 8 sm ge ten'. ACD u'shmu'yeshliginin' maydani' 30 sm^2 g'a ten'. Usi' trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

319. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' maydani' 30 sm^2, perimetri 28 sm, kishi ta'repleri bolsa 3 sm ge ten'. U'lken qaptal ta'repin tabi'n'.

320. Tuwri' mu'yeshli trapeciyada kishi ultan 4 sm ge ten' ha'm kishi diagonali' menen 45° li' mu'yesh payda boladi'. Yeger trapeciyani'n' dog'al mu'yeshi 135° qa ten' bolsa, woni'n' maydani'n tabi'n'.

321. Ten' qaptalli' trapeciyanin' dog'al mu'yesh 135° qa ten' dog'al mu'yeshini'n' to'besinen tu'sirilgen biyiklik trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

322. Trapeciyani'n' ultanlari' 36 sm ha'm 12 sm, 7 sm li qaptal ta'repi ultanlari'ni'n' biri menen 150° mu'yesh payda yetedi. Woni'n' maydani'n tabi'n'.

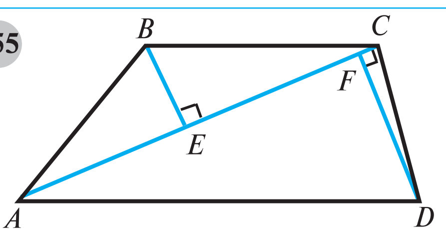
323. $ABCD$ trapeciyani'n' maydani' 120 sm^2 qa ten'. AC diagonali' 20 sm ge ten' D to'besinen diagonalg'a shekemgi araliq B to'besinen so'g'an shekemgi araliqtan 2 yese u'lken. ABC ha'm u'shmu'yeshliklerdin' maydani'n tabi'n' (155-su'wret).

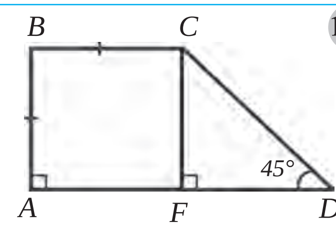
324. AD — $ABCD$ trapeciyani'n' u'lken ultani'. ACD ha'm DCB u'shmu'yeshliklerinin' maydanlari' sa'ykes tu'rde S_1 ha'm S_2 ge ten'. Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

325. $ABCD$ tuwri' mu'yeshli trapeciyada $AB = BC = 18$ sm, $\angle D = 45°$ (154-su'wret).Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.
Sheshimi. $CF \perp AD$ ni' wo'tkeremiz.
1) $ABCF$ — kvadrat, sebebi $ABCF$ to'rtmu'yeshliktin' qon'si' ta'repleri AB ha'm ..., soni'n' ushi'n $AF = CF =$... (sm).
2) $\triangle CFD$ — tuwri' mu'yeshli, jasali'wi'na qarag'anda $\angle F = 90°$ ha'm sha'rt boyi'nsha $\angle D = 45°$, soni'n' ushi'n $\angle DCF =$....° ha'm demek, $\triangle CFD$ — ... ha'm DF =... = ... sm.
3)$AD=AF+$...=... + ...=... (sm) ha'm S_{ABCD}=...·...=... ·... = ... (sm^2).
Javob. ... sm^2.

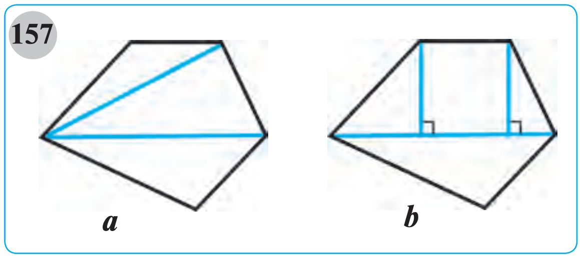
326. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' perimetri 32 sm ge ten', qaptal ta'repi 5 sm, maydani' 44 sm^2. Trapeciyani'n' biyikligin tabi'n'.

327. 1) Ultanlari' 16 ha'm 24 ge ten' bolg'an ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar. Trapeciyani'n' maydani' neshege ten'? 2) Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' 6 g'a, biyikligi 16 g'a ten'. Woni'n' maydani'n tabi'n'.

155


156


25-tema. KO'PMU'YESHLIKTIN' MAYDANI'



Ko'pmu'yeshliktin' maydani'n yesaplaw ushi'n woni' wo'z-ara kesilispeytug'i'n, yag'ni'y uluwma ishki noqatlari' bolmag'an u'shmu'yeshliklerge aji'rati'w ha'm wolardi'n' maydanlari'ni'n' qosi'ndi'si'n tabi'w mu'mkin. Do'n'es ko'pmu'yeshlikti u'shmu'yeshliklerge aji'rati'w ushi'n, mi'sali',woni'n' bir to'besinen diagonallar wo'tkeriw mu'mkin (157-*a* su'wret). Geyde basqasha aji'rati'wlardan paydalang'an qolayli'. (157-*b* su'wret)

1-ma'sele. $ABCDE$ ko'pmu'yeshlikte $BD \parallel AE$, $CP \perp AE$ yekeni ma'lim. (158-su'wret). $S_{ABCDE} = 0{,}5(BD \cdot CP + AE \cdot OP)$ yekenin da'liyllen'.

Sheshimi. Berilgen figurani'n' trapeciya ha'm u'shmu'yeshlikten ibarat yekenin ko'riw qi'yi'n yemes. Sol sebepli maydanni'n' 2-qa'siyeti boyi'nsha:

$$S_{ABCDE} = S_{BCD} + S_{ABDE} = 0{,}5BD \cdot CO + 0{,}5(AE + BD) \cdot OP =$$
$$= 0{,}5(\underline{BD} \cdot \underline{CO} + AE \cdot OP + \underline{BD} \cdot \underline{OP}) = 0{,}5(BD \cdot (CO + OP) +$$
$$+ AE \cdot OP) = 0{,}5(BD \cdot CP + AE \cdot OP).$$

Demek, $S_{ABCDE} = 0{,}5(BD \cdot CP + AE \cdot OP)$.

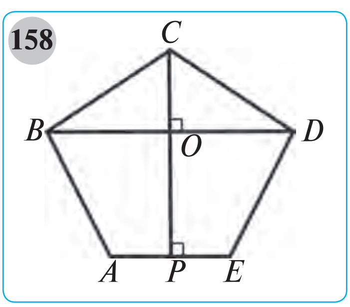
2-ma'sele. AC ha'm BD— $ABCD$ to'rtmu'yeshliktin' diagonallari', O—diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' (159-su'wret).

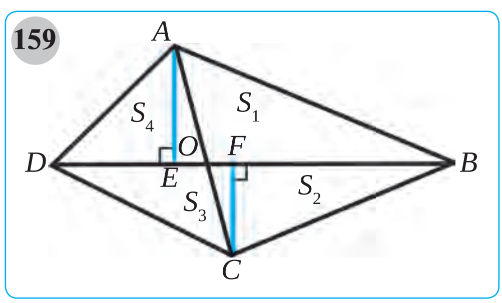
$S_{AOB} = S_1$, $S_{BOC} = S_2$, $S_{COD} = S_3$ ha'm $S_{AOD} = S_4$ bolsa, $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ yekenin da'liyllen'.

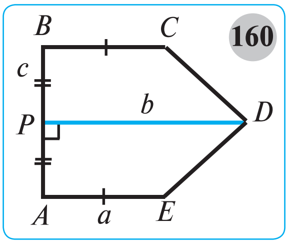
Da'liyl. 1) $AE \perp BD$ ha'm $CF \perp BD$ lardi' wo'tkeremiz.

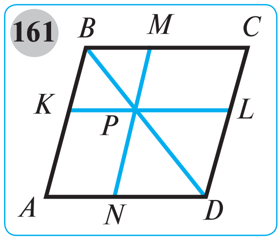
2) $\frac{S_1}{S_4} = \frac{0{,}5OB \cdot AE}{0{,}5OD \cdot AE} = \frac{OB}{OD}$ (1) ha'm $\frac{S_2}{S_3} = \frac{0{,}5OB \cdot CF}{0{,}5OD \cdot CF} = \frac{OB}{OD}$ (2)

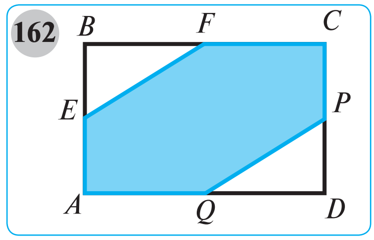
3) (1) ha'm (2) den tabami'z $\frac{S_1}{S_4} = \frac{S_2}{S_3} \Rightarrow S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$.











Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

328. 1) Temadag'i' 1-ma'seleni basqasha sheshiw mu'mkin be?
2) To'rtmu'yeshlik diagonallari' kesilisiwden payda bolg'an qarama-qarsi' u'shmu'yeshlikler maydanlari'ni'n' ko'beymesine ten' ekenin da'liyllen'.

329. 160-su'wrette su'wretlengen figura maydani'n yesaplaw ushi'n formula keltirip shi'g'ari'n'. Bunda $AB \| DE \| CF$, $AB = DE$, $AF = FE$, $CF \perp AE$.

330. 1) Diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar bolg'an to'rtmu'yeshliktin' maydani' diagonallari'ni'n' ko'beymesinin' yari'mi'na ten' yekenin da'liyllen'. 2) Diagonallari' 6 sm ha'm 7 sm ge ten' bolg'anda, woni'n maydani'n tabi'n'.

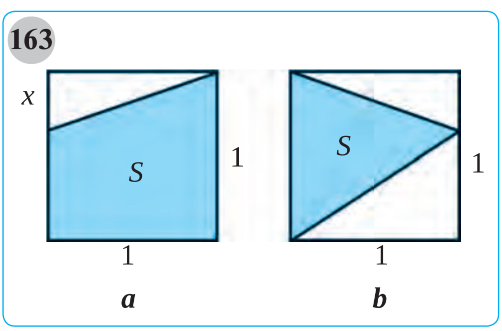
331. Berilgen: $ABCD$ – parallelogramm, $P \in BD$, $KL \| BC$, $MN \| AB$ (161-su'wret). Da'liyllew kerek: $S_{AKPN} = S_{PMCL}$.

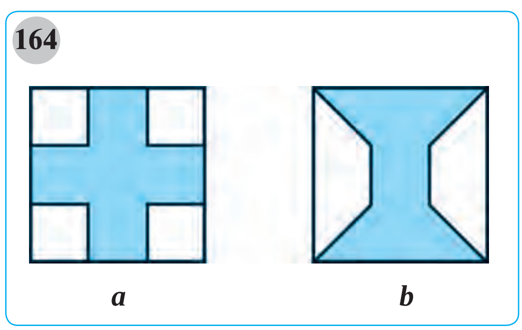
332. Berilgen: $ABCD$ – tuwri' to'rtmu'yeshlikte AB=12 sm, AD=16 sm, E, F, P ha'm Q noqatlar – sa'ykes ta'replerinin' wortalari' (162-su'wret). Tabi'w kerek: S_{EFCPQA}.

333. Ta'repleri 1 ge ten' bolg'an kvadrat berilgen (163-su'wret). Wonnan S maydanli' figura qi'rqi'p ali'ndi'. Yeger x mug'dar ma'lim bolsa, S maydani'n yesaplaw ushi'n formula jazi'n'.

334. a) Kvadratti'n' ta'repi a g'a ten'. Woni'n' ha'r bir ta'repi ten'dey u'shke bo'lingen. 111-su'wrettegi boyalg'an maydanlardi' tabi'n'.
b) Yeger: 1) a=12 sm; 2) a=3,6 dm; 3) a=60 mm; 4) a=4,8 dm; 5) a=15 sm; 6) a=27 dm bolsa, a) ba'nttegi maydanlari'n tabi'n'.

335. $ABCD$ – tuwri' to'rtmu'yeshlik A mu'yeshini'n' bissektrisasi' BC ta'repin P noqatta 10 sm ha'm 15 sm ge ten' bo'leklerge bo'ledi. $ABCD$ trapeciyani'n' maydani'n tabin'.





26-tema. MA'SELELER SHESHIW

Bul temada maydanlardi' tabi'wg'a tiyisli ayi'ri'm tayani'sh ma'selelerdi sheshiwdin tu'rli usi'llari' keltirilgen.

1- ma'sele. BC ha'm AD – $ABCD$ trapeciyani'n' ultanlari', O – AC ha'm BD diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' (165-su'wret). $AD = a$, $BC = b$.

$S_{AOB} = S_1$, $S_{BOC} = S_2$, $S_{COD} = S_3$ ha'm $S_{AOD} = S_4$ bolsa, da'liyllen':

1) $S_1 = S_3 = \sqrt{S_2 \cdot S_4}$;   2) $S_{tr.} = \left(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_4}\right)^2$.

Da'liyl. 1) $S_{ABC} = S_{DBC} = \frac{1}{2}bh \Rightarrow S_1 + \underline{S_2} = S_3 + \underline{S_2} \Rightarrow S_1 = S_3$.

2) Bizge $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ yekeni ma'lim. $S_1 = S_3$ ti na'zerge alsaq, $S_1 = S_3 = \sqrt{S_2 \cdot S_4}$ kelip shi'g'adi'. Ma'selenin' birinshi bo'limi da'liyllendi.

3) Trapeciyani'n' maydani' to'rt u'shmu'yeshlik maydanlari'ni'n' qosi'ndi'si'na ten' yekenin joqari'dag'i' na'tiyjelerdi yesapqa ali'p, iye bolami'z:

$$S_{tr.} = \underline{S_1} + S_2 + \underline{S_3} + S_4 = S_2 + 2S_1 + S_4 =$$
$$= \left(\sqrt{S_2}\right)^2 + 2\sqrt{S_2 \cdot S_4} + \left(\sqrt{S_4}\right)^2 = \left(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_4}\right)^2.$$

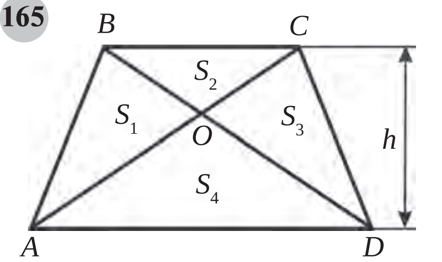
Demek, $S_{tr.} = \left(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_4}\right)^2$. ma'selenin' yekinshi bo'limi da'liyllendi.

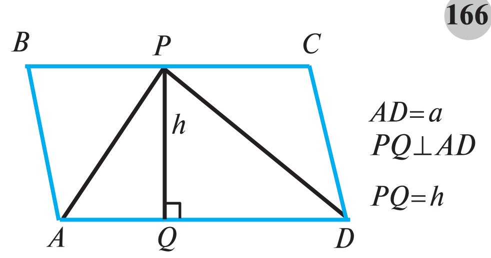
2-ma'sele. Parallelogramm menen uluwma ultang'a ha'm uluwma biyiklikke iye bolg'an u'shmu'yeshliktin' maydani' parallelogram maydani'ni'n' yari'mi'na ten'.

Da'liyl. AD ultan ha'm h biyiklik – $ABCD$ parallelogram ha'm APD u'shmu'yeshlikler ushi'n uluwma (166-su'wret). $S_{APD}=0,5\ S_{ABCD}$ yekenin da'liylleymiz.

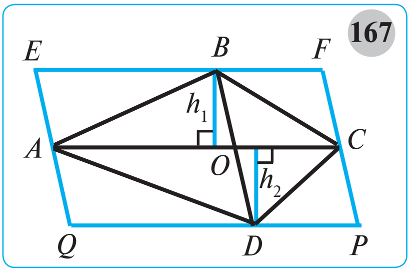
$S_{ABCP}=ah$ (1) ha'm $S_{APD}=0,5\ ah$ (2) yekeni ma'lim. (2) ten'liktegi ah worni'na S_{ABCD} ni' qoyi'p tabami'z: $S_{APD}=0,5\ ah = 0,5\ S_{ABCD}$.

Yeskertiw! Joqari'da keltirilgen ma'seleni to'mendegishede woqi'w mu'kin: ***u'shmu'yeshlik penen uluwma ultang'a ha'm uluwma biyiklikke iye bolg'an parallelogrammni'n' maydani' u'shmu'yeshliktin' maydani'nan yeki yese u'lken.***

165


166


3-ma'sele. Do'nes to'rtmu'yeshlikti'n' to'beleri arqali' woni'n diagonallari'na parallel tuwri' si'zi'qlar wo'tkizilse, payda bolg'an parallelogrammni'n' maydani' berilgen to'rtmu'yeshlik maydani'ni'n' yeki yese u'lken boli'wi'n da'liyllen'.



Sheshiliwi. $ABCD$ – berilgen do'n'es to'trmu'yeshlik, O– AC ha'm BD diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati', h_1 ha'm h_2 – to'rtmu'yeshliktin' B ha'm D to'belerinen AC diagonalg'a tu'sirilgen biyiklikler. $EFPQ$ – to'rtmu'yeshliktin' to'beleri arqali' woni'n' diagonallari'na parallel yetip wo'tkizilgen tuwri' si'zi'qlar kesilisiwinen payda bolg'an parallelogramm (167-su'wret).

$S_{EFPQ} = 2S_{ABCD}$ yekenin da'liylleymiz.

Parallelogrammni'n' EF ha'm QP ta'repleri AC diagonalg'a parallel ha'm ten'. Soni'n' ushi'n AC diagonal payda bolg'an $EFPQ$ parallelogrammdi' yeki – $AEFC$ ha'm $ACPQ$ parallelogrammg'a aji'ratadi'.

Joqari'da keltirilgen yeskertiwdegi juwmaqti' qollap, $S_{EFPQ} = 2S_{ABCD}$ ten'likti ani'qlaymi'z:

$$S_{EFPQ} = S_{AEFC} + S_{ACPQ} = 2S_{ABC} + 2S_{ADC} = 2(S_{ABC} + S_{ADC}) = 2S_{ABCD}$$

Demek, $S_{EFPQ} = 2S_{ABCD}$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

336. $ABCD$ parallelogrammni'n' AB ta'repinde sonday P noqat ali'ng'an, wonda $DP \perp AB$. $ABCD$ parallelogramni'n' maydani' $DP \cdot AB$ g'a ten' yekenin da'liyllen'.

337. Tuwri' to'rtmu'yeshlik ko'rinisindegi jerdin' maydani' 200 ge. Yeger: 1) maydanni'n' boyi' 10 km bolsa; 2) maydan kvadrat ko'rinisinde bolsa, woni'n' perimetri qansha boladi'?

338. Ultanlari' uluwma ha'm to'beleri ultang'a parallel tuwri' si'zi'qta jatqan u'shmu'yeshlikler ten'dey. Soni' da'liyllen'.

339. 1) Kvadratti'n' maydani' woni'n' diagonali' kvadrati'ni'n' yari'mi'na ten' yekenin da'liyllen'.

2) U'shmu'yeshliktin' a ha'm b ta'replerine wo'tkerilgen biyiklik h_a ha'm h_b *menen* belgilengen. $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$ yekenin da'liyllen'.

340. $ABCD$ $(AD \parallel BC)$ trapeciyada diagonallar wo'tkerilgen, wolar kesilisken noqat O menen belgilengen. Payda bolg'an barli'q ten'dey u'shmu'yeshliklerdi jup-jubi' menen ko'rsetin'.

341. ABC u'shmu'yeshlik si'zi'n'. A to'besi arqali' yeki tuwri' si'zi'qti' sonday qi'li'p wo'tkerin', wolar bul u'shmu'yeshlikti maydanlari' ten' bolg'an u'sh u'shmu'yeshlikke bo'lsin.

2-§ ke tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

342. $ABCD$ to'rtmu'yeshlikte $BD=12$ sm. B to'besi AC tuwri' si'zi'qtan 4 sm uzaqta. ABC u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

343. ABC u'shmu'yeshlikte $\angle C=135°$, $AC=6$ dm, BD biyiklik 2 dm ge ten'. ABD u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

344. Tashkent worayi'nda boy tiklegen «O'zbekistan" Forumlar sarayi'»-ni'n' adamlar paydalanatug'i'n maydani' 6,5 mi'n' m² ti' quraydi'. Usi' maydan: 1) neshe gektardi'; 2) neshe ar (sotix)di quraydi'?

345. AC ha'm BD − $ABCD$ to'rtmu'yeshliklerini'n' diagonallari', O −wolardi'n' kesilisiw noqati'. $S_{AOD}=12$, $S_{BOC}=8$, $S_{AOB}=6$. S_{COD} ti tabi'n'.

346. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikte katetler ko'beymesi gipotenuza menen wog'an wo'tkerilgen biyiklik ko'beymesine ten' yekenin da'liyllen'.

347. Yeki u'shmu'yeshliktin' ultanlari' ten'. Wolardi'n' maydanlari' usi' ta'replerge wo'tkerilgen biyiklikler qatnasi' si'yaqli' yekenin da'liyllen'.

348. Shi'rpi' sho'binin' uzi'nli'g'i' 1 m ge ten' desek, 12 shi'rpi' sho'binin' maydani' to'rt kvadrat birlikke ten' bolg'an ko'pmu'yeshlik si'zi'n'.

349. Do'n'es to'rtmu'yeshliktin' to'besi arqali' tuwri' si'zi'q wo'tkizin', wol bul to'rtmu'yeshlikti maydanlari' ten' bolg'an yeki figurag'a bo'lsin.

350. Do'n'es ko'pmu'yeshliktin' diagonallari' menen maydani' pu'tin sanlarda ko'rsetilgen to'rt u'shmu'yeshlikke bo'lingen. Bul sanlardi'n' toil'q ko'beymesi toil'q kvadrat boli'wi'n da'liyllen'.

351. Uzi'nli'g'i' 5 sm den bolg'an 30 shi'rpi' sho'binen yen' u'lken maydanli' tuwri' tortmu'yeshlik si'zi'ldi'. Woni'n' maydani' neshege ten'?

4-TEST

1. Yeger tuwri' to'rtmu'yeshliktin' ta'repleri to'rt yese artti'ri'lsa, woni'n' maydani' neshe yese artadi'?

A) 4; B) 8; C) 16; D) 32.

2. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani' 400 ge, ta'replerinin' qatnasi' 4:1 ge ten'. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

A) 10 km; B) 5 km; C) 2 km; D) 8 km.

3. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' uzi'nli'g'i' 25% ke artti'ri'ldi'. Woni'n' maydani' wo'zgermesligi ushi'n yenin neshe procentke kemeyttiriw kerek?

A) 20%; B) 16%; C) 25%; D) 18%.

4. Maydani' 144 sm², biyiklikleri 8 sm ha'm 12 sm bolg'an parallelogramm-ni'n' perimetrin tabi'n'.

A) 40 sm; B) 30 sm; C) 80 sm; D) 60 sm.

5. $ABCD$ parallelogrammni'n' AC diagonali'na BO perpendikulyar tu'sirilgen. $AO=8$, $OC=6$ ha'm $BO=4$ bolsa, parallelogrammni'n' maydani'n tabi'n'.

A) 50; B) 28; C) 52; D) 56.

6. Do'n'es to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar ha'm uzi'nli'qlari' 7 sm ha'm 8 sm ge ten'. Usi' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n':

A) 56 sm^2; B) 112 sm^2; C) 28 sm^2 D) 84 sm^2.

7. Rombi'ni'n' maydani' 40 sm^2 ge, perimetri 20 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' biyikligin tabi'n'.

A) 2 sm; B) 8 sm; C) 4 sm; D) 16 sm.

8. Ultanlari' 5 sm ha'm 9 sm ge ten' bolg'an trapeciyani'n' maydani' 35 sm^2 qa ten'. Usi' trapeciyani'n' biyikligin tabi'n'.

A) 9 sm; B) 8 sm; C) 5 sm; D) 10 sm.

9. Ultanlari' 8 ha'm 12 ge ten' bolg'an ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar. Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

A) 100; B) 64; C) 144; D) 76.

10. Trapecyani'n' maydani' 30 sm qa biyikligi 6 sm ge ten' bolsa, woni'n' worta si'zi'g'i' qanshag'a ten' boladi'?

A) 2,5 sm; B) 5 sm; C) 7,5 sm; D) 4,5 sm.

11. $ABCD$ ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonallari' wo'z-ara perpendikulyar. Yeger AC diagonali' 6 sm ge ten' bolsa, woni'n' maydani'n tabi'n'.

A) 9 sm^2; B) 36 sm^2; C) 18 sm^2; D) 27 sm^2.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

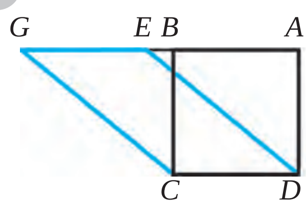
Ibn-Sina «Donishnoma» shi'g'armasi'ni'n' V babi' «To'rtmu'yeshlikler, wolarda jaylasqan u'shmu'yeshlikler ha'm wolardi'n' qatnaslari'na tiyisli tiykarg'i' geometriyali'q ma'seleler» ge bag'i'shlang'an.

1-teorema. Wo'z-ara parallel yeki si'zi'q arasi'na jaylasqan, uluwma ultang'a iye ha'm qarama-qarsi' ta'repleri parallel figuralar birdey boladi' (yag'ni'y wolardi'n' maydanlari' ten'). Mi'sali', ultanlari' CD bolg'an $ABCD$ ha'm $EGCD$ tegis figuralar wo'z-ara ten' boladi' (168-su'wret).

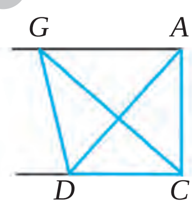
2-teorema. Wo'z-ara parallel si'zi'qlar arasi'na jaylasqan ha'm uluwma ultang'a iye bolg'an u'shmu'yeshlikler ten' boladi'. Mi'sali', CD ultang'a iye bo'lgan ACD ha'm GCD u'shmu'yeshlikler ten'dey bo'ladi' (169-su'wret).

3-teorema. Wo'z-ara parallel si'zi'qlar arasi'na jaylasqan ha'm uluwma ultang'a iye bolg'an u'shmu'yeshlikler ten' boladi'. Mi'sali' $ABCD$ ha'm de $GEHF$ to'rtmu'yeshlikler birdey (170-su'wret).

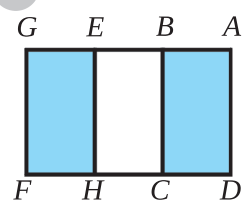
168

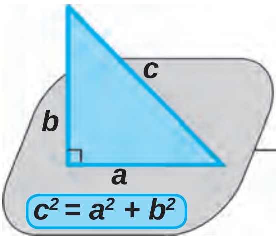


169



170





3-§. PIFAGOR TEOREMASI'

27-tema. PIFAGOR HA'M WONI'N' TEOREMASI' HAQQI'NDA

Ulli' grek matematigi Pifagordi'n' turmi'si' haqqi'nda mag'lumatlar ju'da' az. Wol erami'zdan aldi'ng'i' VI a'sirdin' yekinshi yari'mi'nda Egey ten'izinin' Samos arali'nda tuwi'lg'an. Keyinirek wol qubla Italiyadag'i' Kroton qalasi'nda jasag'an, usi' jerde wo'z mektebine tiykar salg'an. Pifagor mektebi figuralardi' aji'rati'w ha'm tuwri' si'zi'qli' figuralardi' birdey figuralarg'a almasti'ri'wdi'n' giometrik usi'llari'nan teoremalardi' da'liyllew ha'm ma'selelerdi sheshiwde de paydalang'anli'g'i' grek matematikleri'nin' shi'g'armalari'nan bizge ma'lim. Tiykari'nan, geometriyani'n' pa'n si'pati'n'da tani'li'wi'nda Pifagor ha'm woni'n' mektebi u'lken u'les qosqan. To'mende keltiriletug'i'n teorema Pifagor ati' menen ju'rgiziledi. Woni'n' mazmuni to'mendegishe:

Teorema.

(Pifagor teoremasi'.) **Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik gipotenuzasi'ni'n' kvadrati' woni'n' katetleri kvadratlari'ni'n' qosi'ndi'si'na ten'.**

Bul teorema tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikke tiyisli boli'p, u'shmu'yeshlik ta'replerine ten' kvadratlari'ni'n' maydanlari' arasi'ndag'i' qatnasti' ko'rsetedi. Pifagor bul teoremani'n' teoriyali'q da'liyllin keltirgen. Pifagor teoremasi' menen ani'qlang'an geometrik qatnasi'qlari'ni'n' jeke jag'daylari' Pifagordan aldi'n da tu'rli xali'qlarda ma'lim yedi, biraq teoremani'n' bul uluwma ko'rinisi Pifagor mektebine tiyisli.

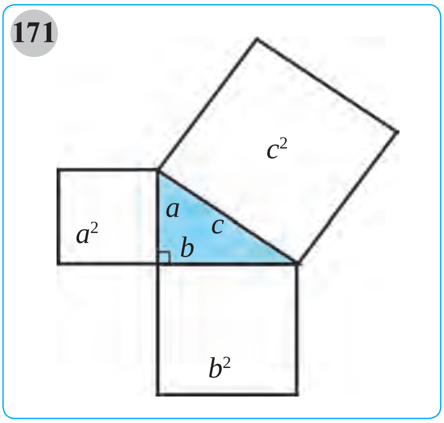
Katetler a ha'm b, gipotenuzasi' c bolg'an tuwri' mu'yeshli ABC u'shmu'yeshlik berilgen bolsi'n,bunday halda Pifagor teoremasi'

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad (1)$$

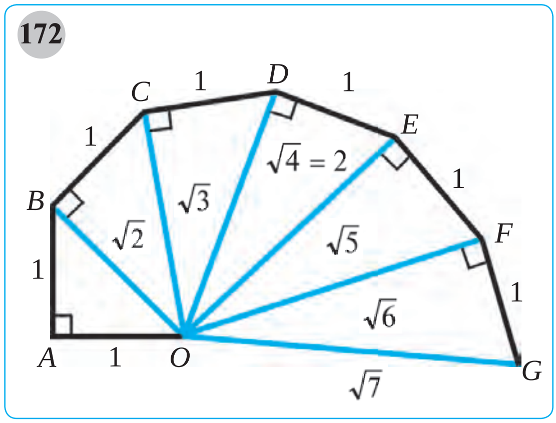
formula menen an'lati'ladi', bunda a^2, b^2, c^2 — ta'repleri a, b, c bolg'an kvadratlardi'n' maydanlari'na ten'. Soni'n' ushi'n bul ten'lik ta'repi gipotenuzi'nan' ten' kvadrati'ni'n' maydani' ta'repleri katetlerge ten' kvadratlardi'n' maydanlari' qosi'ndi'si'na ten' yekenin ko'rsetedi (171-su'wret).

Yeger a, b ha'm c pu'tin won' sanlar ushi'n $a^2 + b^2 = c^2$ ten'lik wori'nlansa, bul sanlar *Pifagor sanlari'* yaki *Pifagor u'shlikleri* dep ataladi'. Yeger tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik katetleri ha'm gipotenuzasi'ni'n' uzi'nli'qlari' pu'tin sanlar menen berilse, bul sanlar Pifagor u'shligin payda yetedi. Bunday u'shlikke 3, 4 ha'm 5 sanlari' mi'sal bola aladi'. Haqi'yqati'nda da, $3^2 + 4^2 = 5^2$. Ta'repleri 3, 4 ha'm 5 ke ten' bolg'an tuwri'mu'yeshli

171



172



u'shmu'yeshlik jasawdan Mi'srda jer u'stinde tuwri' mu'yesh jasaw ushi'n paydalani'lg'an. Soni'n' ushi'n bunday u'shmu'yeshlik «*mi'sr u'shmu'yeshligi*» dep ataladi'. Pifagor teoremasi' tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' qa'legen yeki ta'repine qarag'anda u'shinshi ta'repin tabi'w imkaniyati'n beredi.

Pifagor teoremasi'ni'n' mi'sal retinde ta'repi 1 birlikke ten' bolg'an kvadratti'n' diagonali'n tabami'z. Kvadratti'n' diagonali' ha'rbir kateti 1 birlikten bolg'an tuwri' muyeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi'nan ibarat. Pifagor teoremasi'na tiykari'nan diagonaldi'n' kvadrat $1^2+1^2=2$, bunda diagonali'ni'n' uzi'nli'g'i' bolsa $\sqrt{2}$ boladi'.

Bul teoremani'n' mazmuni'nan yekinshi mi'sali' retinde uzi'nli'g'i' $\sqrt{n}$ ge ten' bolg'an kesindi jasaw usi'li'n ko'rsetemiz, bunda n — yerkin natural san. Biraq tuwri' si'zi'qti'n' O noqati'n ali'p, wonda uzi'nli'g'i' 1 ge ten' OA kesindi aji'ratami'z (172-su'wret), A noqattan bul si'zi'qqa perpendikulyar wo'tkeremiz ha'm wonda $AB=1$ kesindi aji'ratami'z. B noqatti' O noqat penen tutasti'ri'p, $BO=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ kesindi payda yetemiz.

B noqattan OB g'a perpendikulyar wo'tkeremiz ha'm bul perpendikulyarda $BC=1$ kesindini aji'ratami'z C ha'm O noqatlari'n tutasti'ri'p, $CO=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$ kesindini payda yetemiz. Bunnan keyin de sonday yetip jasawdi' dawam yettirip, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ ha'm t.b. g'a ten' kesindilerdi payda yetemiz.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ kesindiler uzi'nli'q birligi ushi'n qabi'l yetilgen OA kesindi menen uluwma wo'lshewsiz yekenin ko'rsetip wo'temiz, sebebi wolardi'n' uzi'nli'qlari' irrocional sanlar menen an'lati'ladi'.

Mag'luwmat ushi'n. Ta'repleri pu'tin sanli' tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik si'zi'w qag'i'ydalari'nan biri de pifagorshi'larga tiyisli, sebebi: a, $\frac{a^2-1}{2}$ ha'm $\frac{a^2+1}{2}$ sanlari' Pifagor u'shlik sanlari'n payda yetedi, bunda

a — taq san. Ja'ne basqa da qag'iyda bar: a, $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1$ ha'm $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 1$ sanlari' Pifagor u'shlik sanlari'n payda yetedi, bunda a — jup san.

Bul qag'i'ydadan paydalani'p, to'mendegi keste boyi'nsha Pifagor sanlari'ni'n kestesin du'ziw mu'mkin:

a katet	b katet	c gipotenuza	a katet	b katet	c gipotenuza
3	4	5	12	35	37
5	12	13	13	84	85
7	24	25	16	63	65
9	40	41	17	144	145
11	60	61	19	180	181

Yeger a, b ha'm c sanlar Pifagor u'shlik sanlari'n payda yetse, ma, mb ha'm mc sanlari' da Pifagor sanlari' boli'wi' wo'z-wo'zinen belgili, bunda m — pu'tin won' san. Demek, $2\cdot3$, $3\cdot4$ ha'm $2\cdot5$, yag'ni'y 6, 8 ha'm 10 sanlari' da Pifagor u'shlik sanlari'n du'zedi yamasa $3\cdot5$, $3\cdot12$ ha'm $3\cdot13$, yag'ni'y 15, 36 ha'm 39 sanlari' da Pifagor sanlari' boladi'.

Sonday-aq, katetlari a, b ha'm gipotenuzasi' c bolg'an u'shmu'yesliktin' ta'repleri $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$ formulalari' menen an'lati'li'wi'n da'liyllew mu'mkin, bunda m ha'm n qalegen natural sanlar boli'p, wonda $m > n$. Mi'sali': $m = 2$ ha'm $n = 1$ ushi'n $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$; $m = 3$ ha'm $n = 1$ ushi'n $a = 8$, $b = 6$, $c = 10$; $m = 3$ ha'm $n = 2$ ushi'n $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ boladi'.

1-ma'sele. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' ta'repleri 2, 3 ha' 4 sanlari'na proporcional boli'wi' mu'kin be?

Sheshiliwi. Yaq. Yeger tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' ta'repleri $2x$, $3x$ ha'm $4x$ sanlari' menen an'lati'lsa, wonda Pifagor teoremasi' boyi'nsha $4x^2 + 9x^2 = 16x^2$ ten'ligi wozi'nlari'wi' kerek yedi, biraq $13x^2 = 16x^2$ ten'lik wori'nli' yemes. **Juwabi':** yaq, sebebi tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' ta'repleri 2, 3 ha'm 4 sanlari'na proporcional yemes.

2-ma'sele. Diagonallari' 10 sm ha'm 24 sm ge ten' bolg'an rombi'ni'n' ta'repin tabi'n'.

Sheshiliwi. Rombi'ni'n' diagonallari' perpendikulyar ha'm kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'liniwinen paydalanami'z. Bunda rombi'ni'n' ta'repinin' katetleri 5 sm ha'm 12 sm ge ten' bolg'an tuwri' mu'yeshli gipotenuzasi' boladi'.

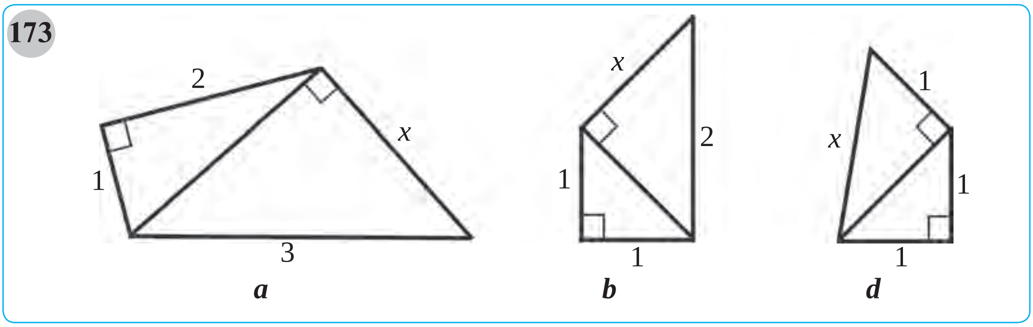
$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, yag'ni'y $169 = 13^2$. Demek, rombi'ni'n' tarepi 13 sm ge ten' yeken. **Juwabi':** 13 sm.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

352. 1) Pifagor haqqi'nda neni bilesiz ?

2) Siz Pifagor teoremasi'ni'n' qanday an'latpasi'n bilesiz ?

3) «Gipotenuzani'n' kvadrati'», «katettin' kvadrati'» degen atamalarda neni tu'sinesiz?



353. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' a ha'm b katetleri berilgen. Yeger: 1) $a=6$, $b=8$; 2) $a=15$, $b=6$; 3) $a=1$, $b=1$; 4) $a=1{,}5$, $b=2$; 5) $a=0{,}5$, $b=1{,}2$; 6) $a=0{,}8$, $b=0{,}6$ bolsa, gipotenuzani' tabi'n'.

U'lgi. Mi'sali', $a=4\sqrt{2}$ ha'm $b=7$ bolsi'n $c^2=a^2+b^2$, bunnan

$c=\sqrt{\ldots^2+\ldots^2}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+\ldots^2}=\sqrt{\ldots+49}=\ldots$.

354. a) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' ta'replerin bilgen halda, woni'n' diagonali' qalay tabi'ladi'? Pifagor teoremasi'nan paydalani'p, tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' ten'ligin da'liyllen'.

b) Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' ta'repleri: 1) 2,4 dm ha'm 7 sm; 2) 20 dm ha'm 12 dm; 3) 8 dm ha'm 1,5 m. Woni'n' diagonali'n tabi'n'.

355. Kvadratti'n' ta'repi a g'a ten'. Usi' kvadratti'n' diagonali'n tabi'n'.

356. Belgisiz x kesindinin' uzi'nli'g'i'n tabi'n' (173-su'wret).

357. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' u'lken diagonali' 13 sm ge, u'lken ultani' bolsa 12 sm ge ten'. Yeger trapeciyani'n' kishi ultani' 8 sm ge ten' bolsa, woni'n' maydani'n tabi'n'.

358. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikte a ha'm b – katetler, c – gipotenuza. Yeger. 1) $a=1{,}2$, $c=1{,}3$; 2) $a=7$, $c=9$; 3) $a=1{,}5$, $c=1{,}7$; 4) $a=2$, $c=2{,}5$; 5) $a=7$, $c=24$ bolsa, b katetin tabi'n'.

U'lgi. Mi'sali', $a=3\sqrt{3}$ ha'm da $c=5\sqrt{3}$ bolsi'n. $b^2=c^2-a^2$, bunnan

$b=\sqrt{\ldots^2-\ldots^2}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-\ldots^2}=\sqrt{\ldots-27}=\sqrt{\ldots}=\ldots$.

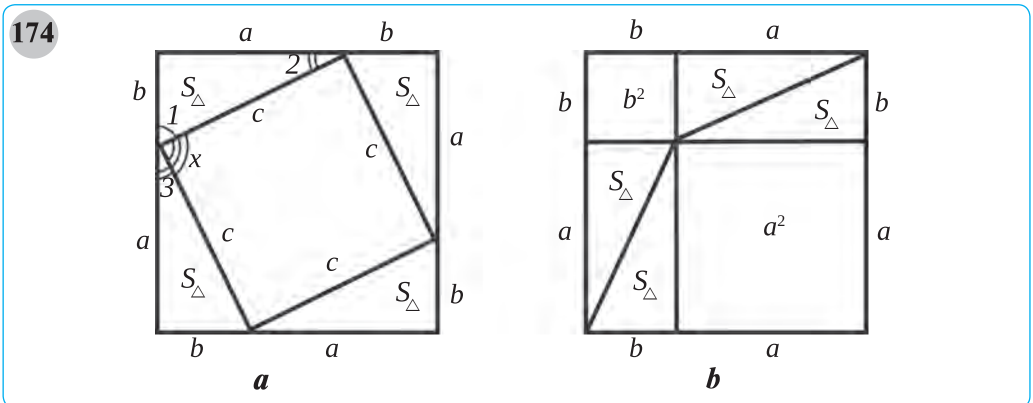
359. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' ta'repleri 7, 24 ha'm 25 sanlari'na proporcional boli'wi' mu'mkinbe?

28-tema. PIFAGOR TEOREMASI'NI'N' DA'LIYLI

Katetleri a, b ha'm gipotenuzasi' c g'a ten' bolg'an tuwri' mu'yeshli u'shmyeshlik berilgen. Bul u'shmu'yeshlik ushi'n Pifagor teoremasi' wori'nli' yekenin da'liylleymiz, yag'ni'y

$$a^2+b^2=c^2$$

yekenin ko'rsetemiz.



Buni'n' ushi'n ta'repi berilgen tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik katetleri qosi'ndi'si' $(a+b)$ g'a ten' bolg'an yeki kvadrat si'zami'z. Kvadratlardi' 174-su'wrette ko'rsetilgen usi'l menen tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikler ha'm kvadratlarg'a aji'rati'p shi'g'ami'z. Si'zi'lmalardan birinshisine payda bolg'an to'rtmu'yeshlik kvadrat yekenin ko'rsetemiz. Haqi'yqattanda, da'slep bul to'rtmu'yeshlik romb, sebebi woni'n' ta'repi katetleri a ha'm b bolg'an tuwri'mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' c g'a ten'. Si'zi'lmadag'i' x mu'yeshinin' u'lkenligin tabi'w ushi'n $\angle x+\angle 1+\angle 3=180°$, $\angle 3=\angle 2$ ha'm $\angle 1=90°-\angle 2$ yekenin itibarg'a ali'p, tabami'z: $\angle x=90°$. Tuwri' mu'yeshli romb — kvadrat yekeni bizge ma'lim.

Qarali'p ati'rg'an yeki kvadratta birdey. Sonday-aq, birinshi kvadrat maydani' $4S_\triangle+c^2$ qa ten', yekinshi kvadratti'n' maydani' $4S_\triangle+a^2+b^2$ qa ten' Soni'n' ushi'n

$$\underline{4S_\triangle}+\underline{\underline{c^2}}=\underline{4S_\triangle}+\underline{\underline{a^2+b^2}}.$$

Demek,

$$c^2=a^2+b^2.$$

Teorema da'liyllendi.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

360. 1) Pifagor teoremasi'ni'n' anlatpasi'n bilesiz be? Woni' da'liyllen'.
2) Ne ushi'n da'liyllegende paydalani'lg'an yeki kvadrat ten'?

361. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' ta'repleri: 1) 6 sm, 5 sm ha'm 5 sm; 2) 32 dm, 20 sm ha'm 20 sm; 3) 48 sm, 40 sm ha'm 40 sm; 4) 28 sm, 50 sm ha'm 50 sm; 5) 48 sm, 25 sm ha'm 25 sm bolg'an u'shmu'yeshliktin' maydani'n ha'm qaptal ta'repine wo'tkerilgen biyiklikti tabi'n'.

362. Ten' qaptalli' ABC u'shmu'yeshlikte AC– ultan, BD– biyiklik. Yeger: 1) $AC=16$ sm, $BD=6$ sm; 2) $AC=48$ sm, $BD=7$ sm bolsa, usi' u'shmu'yeshliktin' maydani'n ham' qaptal ta'repin tabi'n'.

363. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' qaptal ta'repleri 15 sm ha'm 9 sm, u'lken ultani' bolsa20 sm ge ten'.Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

364. Su'yir mu'yeshli ABC u'shmu'yeshlikte BP – biyiklik. $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AP$ yekenin da'liyllen'.

365. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' $c=25$ ha'm kateti $a=7$ ge ten'. Gipotenuzag'a tu'sirilgen biyiklikti tabi'n'.

Sheshimi. 1) Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' yekinshi kateti b bolsi'n, bunday jag'dayda Pifagor teoremasi' boyi'nsha:

$$b = \sqrt{c^2 - ...^2} = \sqrt{...^2 - 7^2} = \sqrt{625 - ...} = \sqrt{...} = ...$$

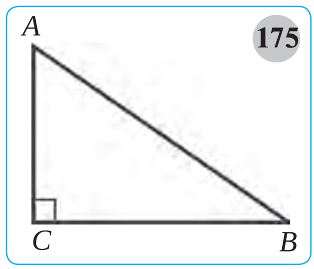
2) Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' maydani' $S = \frac{1}{2}a$ ... ge, ten', yekinshi ta'repi bolsa, $S = \frac{1}{2}c$ ... ga ten', soni'n' ushi'n $a...=c...$ ha'm bunnan, $h_c = \frac{a \cdot ...}{c} = \frac{... \cdot 24}{...} = ...$. *Juwap.* ... kv.birlik.

366. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' ultanlari' 9 sm ha'm 18 sm, u'lken qaptal ta'repi bolsa 15 sm ge ten'. Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

367. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlikte: 1) yeger $AB=15$ ha'm $AC=39$ bolsa, AD ni'; 2) yeger $CD=2{,}5$ ha'm $AC=6{,}5$ bolsa, BC ni' tabi'n'.

29-tema. PIFAGOR TEOREMASI'NI'N' BA'ZI' NA'TIYJELERI. PIFAGOR TEOREMASI'NA KERI TEOREMA

1. Pifagor teoremasi'ni'n' bazi' na'tiyjeleri. Pifagor teoremasi'ni'n' na'tiyjeleri ishinen yekewin ko'rip shi'g'ami'z.



1-na'tiyje. ***Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikte katetlerden qa'legeni gipotenuzadan kishi.***

Da'liyllew. $\triangle ABC$ – tuwri'mu'yeshli, bunda $\angle C=90°$ bolsi'n (175-su'wret)

Tuwri'mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' qa'legen kateti gipotenuzasi'nan kishi boli'wi'n da'lilleymiz.

Haqi'yqattan da, Pifagor teoremasi' boyi'nsha katetler ushi'n:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 \text{ ha'm } BC^2 = AB^2 - AC^2.$$

qatnasi'qlar wori'nli'. Bunnan

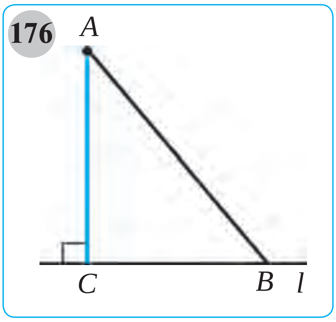
$$AC^2 < AB^2 \text{ ha'm } BC^2 < AB^2$$

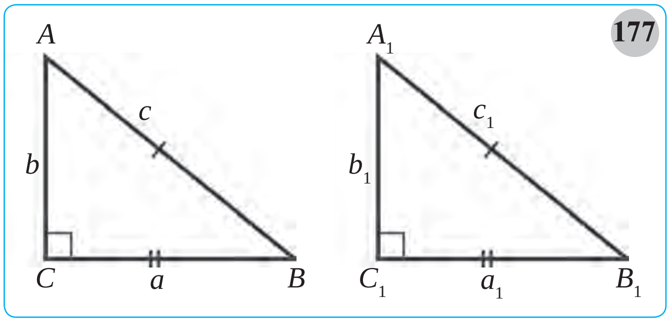
kelip shi'g'adi'. Demek, $AC < AB$ ha'm $BC < AB$.

Na'tiyje. Yeger l tuwri' si'zi'q ha'm wonda jatpaytug'i'n A noqat berilgen bolsa A dan l si'zi'qqa yen' qi'sqa arali'q A dan l ge tu'sirilgen perpendikulyar boladi' (176-su'wret).

Haqi'yqati'nda da, ha'rqanday $B \in l$ ushi'n $\triangle ACB$ – tuwri' mu'yeshli ha'mde AC katet ha'm AB gipotenuza boladi'. Soni'n' ushi'n ha'rqashan $AB > AC$.

Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' qa'legen kateti gipotenuzadan kishi.





2-n a'tiyje. (Gipotenuzasi' ha'm bir katetine qarag'anda ten'lik belgisi). ***Tuwri' mu'yeshli bir u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' ha'm bir kateti yekinshi tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' ha'm bir katetine sa'ykes tu'rde ten' bolsa, bunday u'shmu'yeshlikler ten' boladi'.***

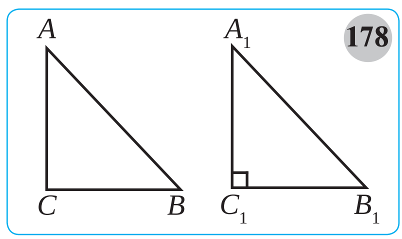
Da'liyllew. Tuwri' mu'yeshli ABC ha'm $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshliklerde gipotenuzasi' ($c=c_1$) ha'm katetlerinin' biri ($a=a_1$) ten' bolsi'n (177-su'wret). $b^2=c^2-a^2$ ha'm $b_1^2=c_1^2-a_1^2$ yekenliginen, $a^2=a_1^2$ kelip shi'g'adi'. Soni'n' ushi'n $b=b_1$ boladi'. Solay yetip, u'shmu'yeshlikler ten'liginin' u'shinshi belgisine qaray ABC ha'm $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshlikler ten' yeken.

2. Pifagor teoremasi'na keri teorema.

Teorema.

Yeger u'shmu'yeshliklerde ta'replerinin' birinin' kvadrati' woni'n' qalg'an yeki ta'repinin' kvadrati'ni'n' qosi'ndi'si'na ten' bolsa, wonday halda u'shmu'yeshlik tuwri' mu'yeshli boladi'.

Da'liyllew. ABC u'shmu'yeshlikte $AB^2=AC^2+BC^2$ bolsi'n. $\angle C=90°$ yekenin da'liylleymiz (178-su'wret).



C_1 mu'yeshi tuwri' bolg'an ja'rdemshi tuwri' mu'yeshli $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshlikti ko'rip shi'g'ami'z, wonda $A_1C_1=AC$ ha'm $B_1C_1=BC$. Pifagor teoremasi' boyi'nsha $A_1B_1^2=A_1C_1^2+B_1C_1^2$, ha'm demek, $A_1B_1^2=AC^2+BC^2$.

Biraq teorema sha'rti boyi'nsha $AB^2=AC^2+BC^2$, ha'm demek, $A_1B_1^2=AB^2$. Bunnan tabi'wi'mi'z kerek: $A_1B_1=AB$. Solay yetip, ABC ha'm $A_1B_1C_1$ u'shmu'yeshlikler u'sh tarepine boyi'nsha ten'. Soni'n' ushi'n $\angle C=\angle C_1$, yag'ni'y ABC u'shmu'yeshlikti'n C to'besindegi mu'yeshi tuwri' mu'yesh yekeni kelip shi'g'adi'. Teorema da'liyllendi.

Ma'sele. Yeger u'shmu'yeshliktin' ta'repleri: 1) $a=5, b=11, c=12$; 2) $a=\sqrt{85}$ $b=7, c=6$ bolsa, wol tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik bola ma?

Sheshiliwi. 1) Yeki kishi ta'repinin' kvadratlari'ni'n' qosi'ndi'si'n yesaplaymi'z: $5^2+11^2=25+121=146$.

U’lken ta’repinin’ kvadrati’n yesaplaymi’z: $12^2=144$.

Ali’ng’an na’tiyjelerdi sali’sti’rsaq, $a^2+b^2 \neq c^2$ kelip shi’g’adi’. Demek, u’shmu’yeshlik tuwri’ mu’yeshli yyemes yeken. **Juwabi’:** $a=5$, $b=11$ ha’m $c=12$ bolg’anda, u’shmu’yeshlik tuwri’ mu’yeshli bolmaydi’.

2) Yeki kishi ta’repinin’ kvadratlari’ni’n’ qosi’ndi’si’n yesaplaymi’z:

$$7^2+6^2=49+36=85.$$

U’lken ta’repinin’ kvadrati’n yesaplaymi’z: $\left(\sqrt{85}\right)^2 = 85$.

Demek, 85=85 – wori’nli’. Na’tiyjede $b^2+c^2=a^2$ qa iye bolami’z. Bunnan u’shmu’yeshliktin’ tuwri’ mu’yeshli yekeni kelip shi’g’adi’.

Juwabi’: $a = \sqrt{85}$, $b=7$ ha’m c=6 bolg’anda u’shmu’yeshlik tuwri’ mu’yeshli boladi’.

Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

368. 1) Katet gipotenuzadan kshi yekeni tuwri’ ma?
2) Pifagor teoremasi’na keri teoremani’ da’liyllen’.

369. 179-su’wretten bir jup ten’ tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshlikti ko’rsetin’.

370. Ten’ qaptalli’ trapeciyani’n: 1) ta’repleri qa’legen won’ sanlarg’a ko’beyttirilse; 2) ha’rbir ta’repine 1 sani’ qosi’lsa, payda bolg’an kesindiler tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshliktin’ ta’repleri bola ma?

371. Teni’ qaptalli’ trapeciyani’n’ ultanlari’ 8 sm ha’m 16 sm biyikligi 3 sm ge ten’. Usi’ trapeciyani’n’ perimetrin tabi’n’.

372. U’shmu’yeshliktin’ ta’repleri: 1) $a=11$, $b=7$, $c=72$; 2) $a=30$, $b=16$ $c=34$. Usi’ u’shmu’yeshlikler tuwri’ mu’yeshli bolama?

373. Kateti ha’m yekinshi katetke wo’tkerilgen medianasi’na qaray tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshliktin’ ten’ligin da’liyllen’.

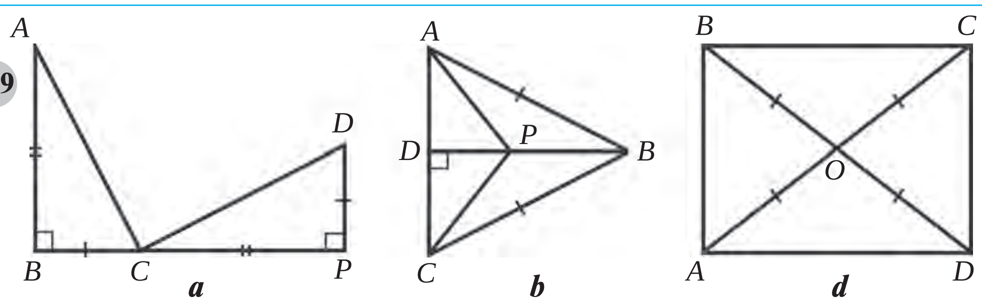
374. Kateti ha’m usi’ katetke wo’tkerilgen medianasi’na qaray tuwri’ mu’yeshli u’shmu’yeshliktin’ ten’ligin da’liyllen’.

375. U’shmu’yeshliktin’ ta’repleri: 1) $a=12$, $b=35$, $c=37$; 2) $a=11$, $b=20$, $c=25$. Usi’ u’shmu’yeshlikler tuwri’ mu’yeshlime?

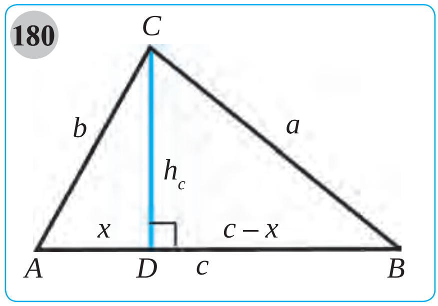
376. Tuwri’ mu’yeshli *ABCD* trapeciyani’n’ qaptal ta’repleri 10 sm ha.m 8 sm ge ten’. Woni’n’ u’lken ultani’ 18 sm. Trapeciyani’n’ maydani’n tabi’n’.

377. Ten’ qaptalli’ u’shmu’yeshliktin’ qaptal ta’repi 17 sm, ultani’ 16 sm ge ten’. Ultani’na tu’sirilgen biyiklikti tabi’n’.

179



30-tema. U'SHMU'YESHLIKTIN' BIYIKLIGIN TA'REPLERI ARQALI' TABI'W



Berilgen ABC u'shmu'yeshliktin' ta'repleri a, b ha'm c bolsi'n. Woni'n' C to'besinen AB ta'repine tu'sirilgen $CD=h_c$ biyiklikti tabami'z (180-su'wret).

Biyiklik ultani'n qarata D noqati'ni'n' AB kesindige qarata qalay jaylasqani'na qaray u'sh jag'dayda boladi'.

1-jag'day. D noqat AB kesindinin' ishki noqati' bolsi'n. Yeger $AD=x$ dep belgilep alsaq, bunday jag'dayda $DB=c-x$ boladi'. $\triangle ADC$ ha'm $\triangle BDC$ lar tuwri' mu'yeshli, Pifagor teoremasi'na baylani'sli':

$$h_c^2=b^2-x^2 \text{ (1) ha'm } h_c^2=a^2-(c-x)^2 \text{ (2).}$$

Bunnan to'mendegi ten'likti payda yetemiz:

$$b^2-x^2=a^2-(c-x)^2.$$

Bul ten'likten

$b^2-x^2=a^2-c^2+2cx-x^2$, yag'ni'y $b^2=a^2-c^2+2cx$.

Bunnan x ti tabami'z:

$$x=\frac{b^2+c^2-a^2}{2c} \quad \text{yamasa} \quad x^2=\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)^2}{4c^2}.$$

x^2 din' bul ma'nisin (1) ten'likke qoyi'p, to'mendegige iye bolami'z:

$$h_c^2=b^2-\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)^2}{4c^2}=\frac{4b^2c^2-\left(b^2+c^2-a^2\right)^2}{4c^2}.$$

Bul bo'lshektin' ali'mi'n ko'beytiwshilerge aji'rati'p, to'mendegilerdi payda yetemiz:

$$h_c^2=\frac{\left(2bc-\left(b^2+c^2-a^2\right)\right)\left(2bc+\left(b^2+c^2-a^2\right)\right)}{4c^2}=\frac{\left(2bc-b^2-c^2+a^2\right)\left(2bc+b^2+c^2-a^2\right)}{4c^2}.$$

Payda bolg'an an'latpani'n' ali'mi'ndag'i' yeki ko'beytiwshinin' ko'rinisin wo'zgertemiz:

$$2bc-b^2-c^2+a^2=a^2-(b-c)^2=(a-b+c)(a+b-c)$$

ha'm

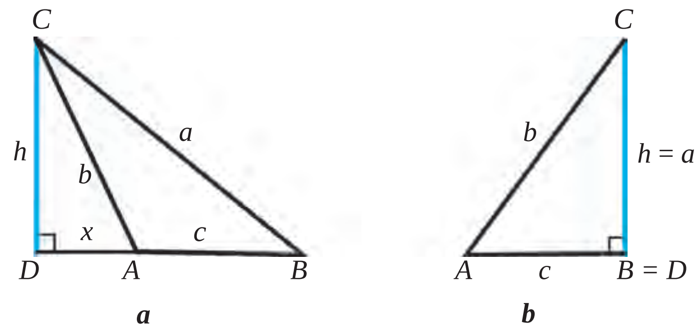
$$2bc+b^2+c^2-a^2=(b+c)^2-a^2=(b+c-a)(b+c+a).$$

Bul jag'dayda:

$$h_c^2=\frac{(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)(b+c+a)}{4c^2},$$

bunnan $h_c=\frac{1}{2c}\sqrt{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}.$

181



U'shmu'yeshliktin' yarim perimetrin p dep belgilesek,wol waqi'tta:

$a+b+c=2p$,
$a-b+c=a+b+c-2b=2p-2b=2(p-b)$,
$a+b-c=a+b+c-2c=2p-2c=2(p-c)$,
$b+c-a=a+b+c-2a=2p-2a=2(p-a)$.

Payda bolg'an an'latpani' koren asti'ndag'i' an'latpani'n' worni'na qoyi'p. iye bolami'z:

$$h_c=\frac{1}{2c}\sqrt{16p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{1}{2c}\cdot 4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=$$
$$=\frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Sonday-aq,

$h_a=\frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ha'm $h_b=\frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

2-jag'day. D nuqta AB ni'n' dawami'nda jatadi',yag'ni'y $DB=c+x$. Bunda da ko'rilgen natiyje payda boladi' (181-*a* su'wret).

3-jag'day. D noqat B noqat menen, yag'ni'y $h=a$ biyiklik katet penen betpe-bet tu'sedi. U'shmu'yeshlik tuwri' mu'yeshli boladi' (181-*b* su'wret).

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

378. Ta'repleri: 1) 10 sm, 10 sm, 12 sm; 2) 17 dm, 17 dm, 16 sm; 3) 4 dm, 13 dm, 15 sm bolg'an u'shmu'yeshliktin' biyikligin tabi'n'.

379. U'shmu'yeshliktin' ta'repleri: 1) $a=5$ sm, $b=7$ sm, $c=6$ sm; 2) $a=13$ dm, $b=14$ dm, $c=15$ dm; 3) $a=24$ sm, $b=25$ sm, $c=7$ sm ge ten'. U'lken ta'repke tusirilgen biyiklikti tabi'n'.

1. *Woqi'wshi'lar sorali'p ati'rg'an u'shmu'yeshliktin' biyikligin ta'repleri arqali tabi'w formulasi' boyi'nsha yesaplawda wori'nlawi' sha'rt. Fomulani' keltirip shi'g'ariw talantli' woqi'wshi'larg'a ju'klengen.*
2. *U'shmu'yeshliktin' u'lken ta'repine tu'sirilgen biyiklik u'lken boladi'. Yeger $a<b<c$ bolsa, $h_a>h_b>h_c$ yamasa yeger $a>b>c$ bolsa, $h_a<h_b<h_c$ boladi'.*

380. 1) Yeger ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' ta'repi 12 sm ge ten' bolsa, woni'n' biyikligi, 2) yeger ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' biyikligi 16 sm ge ten' bolsa, woni'n' ta'repin tabi'n'.

381. Biyikligi h g'a ten' bolg'an ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' ta'repin tabi'n'.

382. U'shmu'yeshliktin' ta'repleri 16 sm, 12 sm, 8 sm g'a ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' kishi biyikligin tabi'n'.

383. U'shmu'yeshliktin' ta'repleri 8 sm, 10 sm ha'm 12 sm g'a ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' yen' u'lken ha'm yen' kishi biyikligin tabi'n'.

384. Ta'repleri: 1) 17, 65, 80; 2) 8, 6, 4; 3) 24, 25, 7; 4) 30, 34, 16; 5) 15, 17, 8 ge ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' kishi biyikligin tabi'n'.

31-tema. U'SHMU'YESHIK MAYDANI' USHI'N GERON FORMULASI'

U'shmu'yeshliktin' maydani' woni'n' ultani' menen biyikliginin' ko'beymesinin' yari'mi'na ten':

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c.$$

Biyiklik worni'na woni'n' u'shmu'yeshlik ta'repleri arqali' an'latpasi'n qoyi'p ha'm a'piwayi'lasti'ri'p,usi' formulani' payda yetemiz:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Bul formula erami'zdi'n' I a'sirinde jasag'an grek ali'mi' iskandariyali'q **Geron** ta'repinen tabi'lg'an boli'p,wol *Geron formulasi'* dep ataladi'.

Geron formulasi' u'shmu'yeshliktin' u'sh ta'repi uzi'nli'g'i' belgili bolg'anda woni'n' maydani'n yesaplaw ushi'n paydalani'ladi'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

385. U'shmu'yeshliktin' maydani' ushi'n Geron formulasi'n keltirip shi'g'ari'n'. U'shmu'yeshliktin' maydani' ja'ne qanday formulalar ja'rdeminde yesaplaw mu'mkin. Wolardi'n' sheshimin keltirin'.

386. U'sh ta'repine boyin'sha u'shmu'yeshliktin' maydani'n ani'qlan':
1) 17, 65, 80; 2) 15, 15, 18; 3) 4, 13, 15; 4) 29, 25, 6.

387. Rombi'ni'n' ta'repi 26 sm qa ten', diagornallari'nan biri bolsa 48 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

388. Ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' maydani' $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ formula boyi'nsha yesaplanadi', bunda a — u'shmu'yeshliktin' ta'repi. Usi'ni' da'liyllen'.

389. Rombi'ni'n' diagonallari' 18 dm ha'm 24 dm. Usi' rombi'ni'n' perimetri ha'm parallel ta'repleri arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.

390. Ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin ta'repi: 1) 15 sm; 2) 3,2 dm; 3) 20 sm; 4) $4\sqrt{2}$ sm; 5) 6 sm. U'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

391. Ta'repleri: 1) 39, 42, 45; 2) 35, 29, 8; 3) 8, 10, 14; 4) 45, 39, 12 ge ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

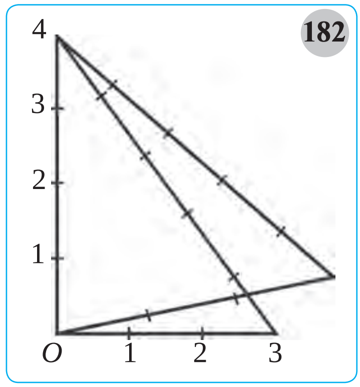
32-tema. MA'SELELER SHESHIW

Usi' temada Pifagor teoremasi'na tiyisli a'meliy ma'selelerdi ko'remiz.

1- m a'sele. Bag'anani' tik wornati'w.

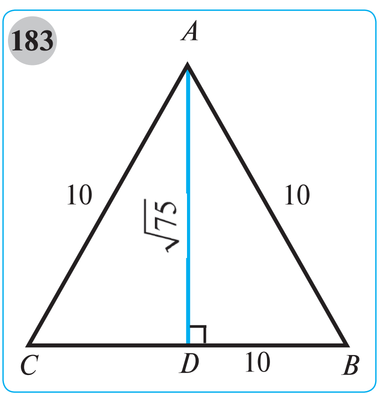
Sheshiw. Pifagor teoremasi' a'meliy ma'selelerdi sheshiwde ko'p qollani'ladi'. Bul ma'selede usi'lardi'n' qatari'na kiredi. Buni'n' ushi'n 3, 4 ha'm 5 sanlari'nan ibarat Pifogor u'shliginen paydalanami'z. Bul sanlar ushi'n $3^2+4^2=5^2$ ten'lik wori'nli'. Bunda katetleri 3 ha'm 4 uzi'nli'q birligine ten' bolg'an tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' 5 birlikke ten' boladi'.

Tik wornati'w ushi'n bag'ana uzi'nli'g'i'n jip penen wo'lsheymiz, son' bul jipti ten' yekige bo'lemiz. Bunda bag'anag'a qarata bir uzi'nli'q birligin payda yetemiz. Bag'ana bolsa to'rt birlikke ten'dey bo'linedi. Bag'ana ultani'nan baslap u'sh birlik wo'lsheymiz ha'm bir noqattan bag'ana ushi'na shekemgi arali'qti' wo'lsheymiz. Yeger bul arali'q bes birlikke ten' bolsa u'stin tegislikke qarag'anda tik turg'an boladi'.Tek bul jumi'sti' keminde yeki bag'darda wori'nlaw mu'mkin. (182-su'wret).



2-ma'sele. Ta'replerinin' ha'rbiri 10 birlikke ten' bolg'an ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' maydani' tabi'lsi'n (183-su'wret).

Sheshiliwi. Al-Xorazmiy u'shmu'yeshliktin' maydani' ultani' menen biyikliginin' ko'beymesinin' yari'mi'na ten' yekenin, tu'rli ta'repli u'shmu'yeshlikte qa'legen to'besinen tu'sirilgen biyiklik wo'zi tu'sken ta'repti ten' bo'leklerge bo'lmesligin, ten' qaptalli' ha'm ten' ta'repli u'shmu'yeshliklerde bolsa ultan ten' yekige bo'liniwin aytadi' son' ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' maydani' to'mendegi ta'rtipte yesaplawdi' usi'nadi', yag'ni'y ma'seleni to'mendegishe sheshedi:



u'shmu'yeshliktin' biyikligi:

$$h_x = \sqrt{100-25} = \sqrt{75}$$

u'shmu'yeshliktin' maydani':

$$S = \frac{10}{2} AD = 5 \cdot \sqrt{100-25} = 5 \cdot \sqrt{75} = 25\sqrt{3} \approx 43,3$$

Yamasa $S = \sqrt{25 \cdot 75} = \sqrt{1875} \approx 43,3$

Bulardi'n' ha'mmesi so'z benen tu'sindirilgen.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

392. 1) Bag'anani'n' tik yekenligi qalay tekseriledi?
2) Ta'repleri 5, 6 ha'm 9 birlikke ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

393. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonali' 25 sm ge, biyikligi bolsa 15 sm ge ten'. Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

394. $ABCD$ kvadrati'ni'n' ta'repi 12 sm ge ten'. Woni'n' AB ta'repinde P noqati'n, solay belgilen', bunday jag'dayda $PC=13$ sm. $APCD$ to'rtmu'yeshliginin' maydani'n tabi'n'.

395. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetri 62 sm, diagonallari'ni'n' kesilisiw noqatinan ta'replerinen birine shekemgi arali'q 12 sm ge ten'. Usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonali'n tabi'n'.

396. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliktin' BC ta'repinde P noqati' solay belgilengen, bul jag'dayda $AP=15$ sm, $BA=12$ sm, $PC=6$ sm $APCD$ to'rtmu'yeshliginin' maydani'n tabi'n'.

397. U'shmu'yeshliktin' biyikligi 36 sm, qaptal ta'repi 85 sm ha'm 60 sm. Usi' u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

398. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' ta'repleri 8 sm ha'm 15 sm. Woni'n' diagonali'n tabi'n'.

399. Rombi'ni'n' diagonallari' 14 sm ha'm 48 sm. Rombi'ni'n' perimetrin ha'm parallel ta'repler arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.

3-§ ke tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

400. ABC u'shmu'yeshliktin dog'al mu'yesh BP u'shmu'yeshliktin' biyikligi, $BC^2=AB^2+AC^2+2AP\cdot AC$ yekenligin da'liyllen'.

401. Ta'repleri: 1) $\frac{25}{6}$, $\frac{25}{6}$, 6; 2) 13, $37\frac{12}{13}$, $47\frac{1}{13}$ g'a ten' bolg'an u'shmu'yeshliktin' yen' u'lken biyikligin tabi'n'.

402. Rombi'ni'n' ta'repi 20 sm ge, diagonallari'nan biri bolsa 24 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' maydani'n tabi'n'.

403. Qa'legen trapeciyani'n' dog'al mu'yeshi to'besinen shi'qqan diagonali' ha'm qaptal ta'repi sa'ykes ta'rizde 26 sm ha'm $\sqrt{577}$ sm ge woni'n' biyikligi 24 sm, kishi ultani' bolsa 7 sm ge ten'. Trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

404. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' ultanlari' 7 sm ha'm 13 sm ge, dog'al mu'yeshi 135° qa ten'. Usi' trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

5-TEST

1. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik katetlerinen biri 12 sm, gipotenuza bolsa yekinshi katetten 6 sm uzi'n. Gipotenuzani'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.
A) 15; B) 25; C) 26; D) 18.

2. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' 25 sm katetlerinin' wo'z-ara qatnasli' 3:4. Usi' u'shmu'yeshliktin' kishi katetin tabi'n'.
A) 10 sm; B) 15 sm; C) 9 sm; D) 20 sm.

3. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik katetlerinen biri 12 sm, yekinshisi bolsa gipotenuzadan 8 sm qi'sqa. Usi' u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi'n tabi'n'.
A) 15 sm; B) 16 sm; C) 13 sm; D) 25 sm.

4. Ta'repleri 13, 14 ha'm 15 sm bolg'an u'shmu'yeshliktin' yen' kishi biyikligi neshe santimetr?
A) 11,5 sm; B) 11,1 sm; C) 11 sm; D) 11,2 sm.

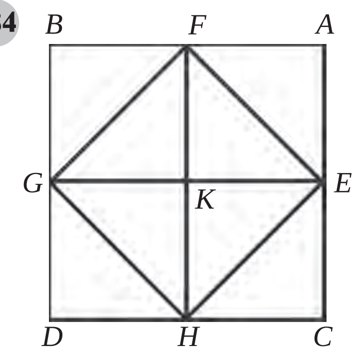
5. Rombi'ni'n' diagonallari' 14 sm ha'm 48 sm ge ten'. Usi' rombi'ni'n' perimetri tabi'n'.
A) 60 sm; B) 100 sm; C) 80 sm; D) 120 sm.

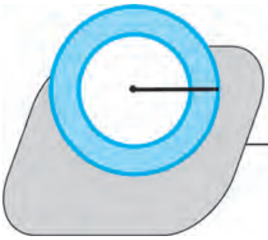
6. Tuwri' mu'yeshli $ABCD$ ($\angle D=90°$) trapeciyani'n' ultanlari' 17 sm ha'm 9 sm, kishi qaptal ta'repi 15 sm ge ten'.
A) 15 sm; B) 17 sm; C) 9 sm; D) 8 sm.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

«*Bilin'ler*, — dep jazadi' Xorazmiy, — ha'r bir tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlik sonday, yeger kishi ta'replerinin' ha'rbiri wo'z-wo'zine ko'beyttirilse ha'm bul ko'beymeler qosi'lsa, bul u'lken ta'reptin' wo'z-wo'zinin' ko'beymesine ten' boladi'». Buni' da'liyllew ushi'n Xorazmiy $ABCD$ kvadrat figura jasaydi' (129-su'wret). Woni'n' AC ta'repin E noqatta ten' yekige bo'lip, wog'an EG perpendikulyar wo'tkizedi. AB ni' F noqatta ten' yekige bo'lip, wog'an FH perpendikulyar wo'tkizedi. Bul jag'dayda $ABCD$ figura to'rt wo'z-ara ten' figuralardan ibarat boladi'. Son' EF, FG, GH, HE si'zi'qlari' wo'tkizilip, segiz wo'z-ara ten' u'shmu'yeshliklerdi payda yetedi. AF si'zi'qti'n' wo'z-wo'zine ko'beymesi menen AE si'zi'qti'n' wo'z-wo'zine birgeliktegi to'rt wo'z-ara ten' u'shmu'yeshlikler maydanlari'n payda yetedi. FE si'zi'qti'n' wo'z-wo'zine ko'beymesi de tap sonday wo'z-ara ten' u'shmu'yeshlikler maydanlari'n payda yetedi. Da'liyllew usi'dan ibarat.

184





4- §. SHEN’BER

33- tema. SHEN’BER. WORAYLI’Q MU’YESH

1. Shen’ber haqqi’nda baslang’i’sh mag’luwmatlar.

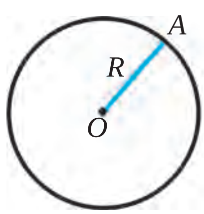
Ani’qlama. *Tegisliktin’ berilgen noqattan birdey arali’qta uzaqlasqan noqatlardan ibarat figura* ***shen’ber*** *dep ataladi’.*

Shen’ber tegislikte berilgen O noqati’nan birdey uzaqli’qta jaylasqan noqatlardan du’zilgen. Berilgen O noqat *shen’berdin’ worayi’* delinedi.

Shen’berdin’ qa’legen bir noqati’n woni’n’ worayi’ menen tutasti’ri’wshi’ si’zi’q shen’berdin’ ***radiusi’*** dep ataladi’. Shen’ber noqati’ woni’n’ worayi’ menen tutasti’ri’wshi’ ha’rqanday si’zi’q radius boladi’. A’dette, O worayli’ ha’m R radiusli’ shen’ber to’mendegishe belgilenedi (O, R) (185-*a* su’wret).

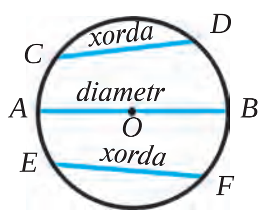
Shen’berdin’ qa’legen yeki noqati’n tutasti’ri’wshi’ si’zi’q *xorda* dep ataladi’. Shen’berdin’ worayi’nan wo’tiwshi xorda woni’n’ diametri delinedi (185-*b* su’wret).

185



O worayli’, R radiusli’ shen’ber yag’ni’y (O, R)

a

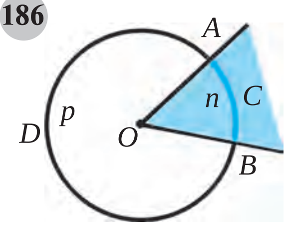


CD ha’m EF — xordalar, AB — diametr

b

2. Worayli’q mu’yesh.

186

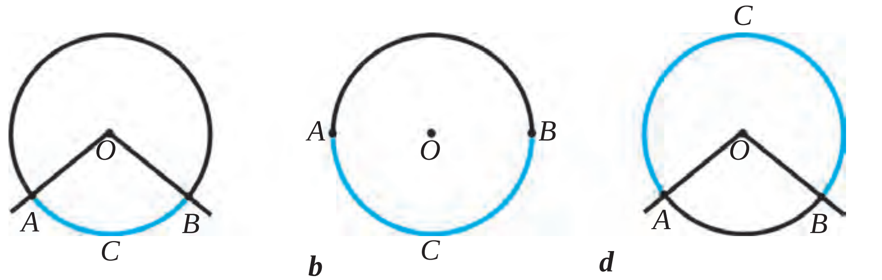


$\angle AOB$— worayli’q mu’yesh

Ani’qlama. *To’besi shen’berdin’ worayi’nan bolg’an mu’yesh* ***worayli’q mu’yesh*** *dep ataladi’.*

Uluwma usi’ shen’berdin’ O worayi’nda bolgan yeki nur OA ham OB yeki woray muyeshin belgileydi. Shen’berdin’ yeki noqati’ wonda yeki dog’ani’ belgileydi. Bul dog’alardi’ bir-birinen aji’rati’w ushi’n ha’rbirinde birewden worayli’q noqat (dog’ani’n’ to’besinen basqa) yamasa lati’nsha kishi ha’rip benen belgilenedi ha’m de ACB (yamasa AnB) ha’m ADB (yamasa ApB)

187



a $\cup ACB = \angle AOB$ ***b*** $\cup ACB = 180^\circ$ ***d*** $\cup ACB = 360^\circ - \angle AOB$

dog'alar haqqi'nda ayti'ladi' (186-su'wret). Bul dog'alardi' bunday belgilew qabi'l yetilgen: $\cup ACB$ (yamasa $\cup AnB$) ha'm $\cup ADB$ (yamasa $\cup ApB$). Ayi'ri'm hallarda dog'alardi': arali'q noqatsi'z belgilenedi $\cup AB$ (yeki dog'ani'n' qaysi' biri haqqi'nda so'z yetiletug'i'ni' tu'sinikli bolg'anda).

Yeger dog'alardi'n' to'belerin tutasti'ri'wshi' kesindi shen'ber diametri bolsa dog'a *yari'm shen'ber* delinedi. 187-*b* su'wrette yeki yari'm shen'ber su'wretlengen, wolardi'n' biri aji'rati'li'p ko'rsetilgen.

3. Shen'ber dog'asi'ni'n' mu'yesh u'lkenligi.

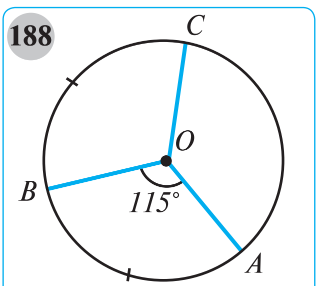
A n i' q l a m a. *Shen'ber dog'ani'n' mu'yesh u'lkenligi dep shen'berdin' usi' dog'ag'a sa'ykes worayli'q mu'yeshinin' u'lkenligine ayti'ladi'.*

Shen'ber dog'asi'n graduslarda wo'lshew mu'mkin. Yeger *O* woray *shen'berinin' ACB — yari'm shen'berden kishi yamasa yari'm shen'berge ten' bolsa, bunday jag'dayda gradus wo'lshemi AOB worayli'q mu'yesh gradus wo'lshemine ten' yesaplanadi'. (187-a su'wret). Yeger ACB — yari'm shen'berinen u'lken bolsa, wonda woni'n' gradus o'lshemi 360° — ∠AOB g'a ten' yesaplanadi'* (187-*b* su'wret).

Bunnan, aqi'rlari' uluwma bolg'an shen'ber yeki gradus wo'lshemleri qosi'ndi'si' 360° qa ten'ligi kelip shi'g'adi'. Bizge belgili, yeki mu'yesh u'lkenlikleri ten' bolg'anda ha'm tek sonda g'ana usi' mu'yeshler ten' boladi'.

Ma'sele. *O*— noqat — shen'ber worayi', $\angle AOB = 115^0$, $\cup BC = \cup AB$ (188-su'wret). *AOC* mu'yeshti tabi'n'.

188



Sheshiliwi. *AOB* mu'yesh shen'berdin' worayli'q mu'yesh, *AB* dog'a yari'm shen'berden kishi, soni'n' ushi'n $\cup AB = \angle AOB = 115^\circ$. Ma'sele sha'rti boyi'nsha $\cup BC = \cup AB$, demek, *BC* dog'a 115° qa ten'. $\cup ABC = \cup AB + \cup BC = 230^\circ > 180^\circ$ yag'ni'y *ABC* dog'a yari'm shen'berden u'lken, soni'n' ushi'n $AOC = 360^\circ - \cup ABC = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$. **Juwabi:** $\angle AOC = 130^\circ$

Shen'ber yeki dog'asi'ni'n' — mu'yeshleri (yag'niy wolarg'a sa'ykes worayli'q mu'yeshler). ten' bolg'anda ha'm sonda g'ana bul dog'a— ten' boladi'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

405 1) Shen'ber degenimiz ne? Woni'n' worayi', radiusi' degen ne?
2) Shen'berdin' xordasi' degen ne? Qanday xorda diametr delinedi?
3) Worayli'q mu'yesh degen ne?
4) Shen'ber dog'asi' — qanday belgilenedi? Shen'ber dog'asi'ni'n' — mu'yesh u'lkenligi ne?

406. 1) Berilgen shen'ber dog'asi'n ten' yekige qanday qi'li'p bo'liw kerek?
2) Shen'berdi ten'dey to'rt bo'lekke qalay bo'liw kerek?

407. Berilgen shen'berdin' worayi'nan wo'tiwshi yeki tuwri' si'zi'q bul shen'berde neshe dog'a ha'm neshe worayli'q mu'yeshleri bar?

408. Worayli'q mu'yeshke sa'ykes dog'a shen'berdin': 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{5}{9}$; 5) $\frac{13}{18}$; 6) $\frac{17}{20}$; 7) $\frac{23}{30}$ bo'lshegine ten'. Usi' worayli'q mu'yeshti tabi'n'.

409. Shen'ber yeki noqat penen yeki dog'ag'a bo'linedi. Yeger: 1) Wolardi'n' birewinin' mu'yesh u'lkenligi yekinshisinin' mu'yesh u'lkenliginen 40° arti'q bolsa ha'rbir mu'yeshtin' u'lkenligi qanday boladi'? Bul dog'alardi'n' muyesh u'lkenligi 2 ha'm 7 sanlari'na proporcional bolsa-ne?

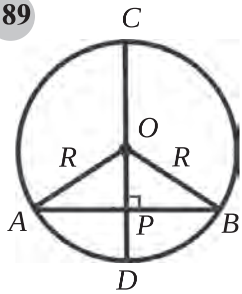
410. A, B, C noqatlar worayi' O noqatta bolg'an shen'ber berilgen. Yeger $\cup ABC = 70°$ bolsa, AOC mu'yeshin tabin'.

411. Shen'berdin': 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{12}$; 6) $\frac{1}{18}$; 7) $\frac{1}{45}$ bo'legin payda yetiwshi AB sa'ykes keliwshi worayli'q mu'yeshler neshe gradusli' boladi'. Bul jag'daylardi'n' ha'rbirinde AB dog'ani'n' mu'yesh u'lkenligin belgiler ja'rdeminde jazi'n'.

34-tema. SHEN'BER XORDASI' HA'M DIAMETRININ' QA'SIYETLERI

1-teorema.

Xordag'a perpendikulyar diametr usi' xordani' ha'm wog'an tirelgen dog'ani' ten' yekige bo'ledi.



Da'liyl. Worayi' O noqatta ha'm radiusi' R bolg'an shen'ber berilgen. AB – shen'ber xordasi' ha'm CD – xordag'a perpendikulyar diametr bolsi'n (189-su'wret). $AP = PB$ ha'm $\cup AD = \cup DB$ yekenligin da'liyllewimiz kerek. Buni'n' ushi'n OA ha'm OB radiuslardi' wo'tkizemiz. Payda bolg'an AOB– ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik, sebebi $OA = OB = R$.

Demek, OP – ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik to'besinen AB ultang'a tu'sirilgen biyiklik. Sonday-aq, wol u'shmu'yeshliktin' medianasi' ha'm bissektrisasi' boladi'. OP – mediana bolg'ani' ushi'n $AP = PB$. Woni'n' bissektrisa yekenliginen $\angle AOP=\angle BOP$ ni' payda yetemiz. Bul mu'yeshler tirelgen dog'alar bolg'ani' ushi'n $\cup AD=\cup DB$. Teorema da'liyllendi.

2-teorema.

Shen'ber xordasi' woni'n' diametrinen u'lken bolmaydi'

Da'iylleniwi. OPB u'shmu'yeshlik-tuwri' mu'yeshli (189-su'wret q.). Bul u'shmu'yeshlikte OB – gipotenuza, PB – katet. Bizge ma'lim, katet gipotenuzadan u'lken yemes, yag'ni'y $PB \leqslant OB$. Bunnan $2PB \leqslant 2\cdot OB$ ha'm de $2PB=AB$ ha'm $2OB=2R=d$ yekenliginen $AB \leqslant d$ kelip shi'g'adi'.

1-na'tiyje. *Xordani'n' wortasi'nan wo'tiwshi diametr sol xordag'a perpendikulyar.*

2-na'tiyje. *Xordani'n' worta perpendikulyarlari' shen'berdin' diametri boladi'.*

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

412. 1) Xordag'a perpendikulyar diametr qanday qa'siyetke iye?
2) Shen'ber xorda diametrden u'lken yemesligin daliyllen'.

413. (Awi'zeki'). Shen'ber si'zi'n' ha'm woni'n' bir-birine perpendikulyar yeki AB ha'm CD diametrlerin wo'tkizin'. A, B, C ha'm C noqatlar aji'ratqan shen'ber dog'alari'ni'n' gradus wo'lshemin tabi'n'.

414. 8 sm li xorda shen'berden 90° li dog'a aji'ratadi'. Shen'ber worayi'nan xordag'a shekemgi bolg'an arali'qti' tabi'n'.

415. 1) Shen'berdin' diametri radiusi'nan 65 mm u'lken. Usi' shen'berdin' diametrin tabi'n'. 2) (Awi'zeki'). Yeki noqat arqali' neshe shen'ber wo'tiwi mu'mkin?

416. Shen'ber ishinde berilgen noqattan usi' noqatta ten' yekige bo'linetug'i'n xorda wo'tkizin'.

417. Shen'berde wonnan 90° li' dog'a aji'rati'wshi' yeki parallel xorda wo'tkerilgen. Wolardan birinin' uzi'nli'g'i' 8 sm. Xordalar arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.

418. Shen'berdin' radiusi' 13 sm ge ten'. Usi' shen'berde 10 sm ge ten' xorda wo'tkizilgen shen'berdin' worayi'nan xordag'a shekemgi arali'qti' tabi'n'.

419. 1) Shen'berdi'n' worayi'nan basqa noqatta kesisiwshi yeki xorda kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linbeytug'i'ni'n daliyllen'. 2) Shen'berdi'n' AA_1 diametri BB_1 xordag'a perpendikulyar. AB ha'm AB_1 dog'alardin' gradus wo'lshemi yari'm shen'berden kishi ten' yekenligin daliyllen'.

420. Shen'berdegi' A noqattan shen'berdin' radiusi'na ten' yeki xorda AB ha'm AC wo'tkerilgen. B ha'm C noqatlar tuwri' si'zi'q penen tutasti'ri'lg'an. Shen'berdi'n' radiusi' 12 sm. Shen'berdi'n' worayi'nan BC xordag'a shekemgi arali'qti' tabi'n'.

421. Shen'berde wonnan 90° li' dog'a aji'rati'wshi' yeki parallel xorda wo'tkerilgen. Wolardan birinin' uzi'nli'g'i' 10 sm. Xordalar arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.

422. Shen'berde ten'dey u'sh xorda wo'tkizilgen. Woraydan xordalardan birine shekemgi arali'q 5 sm ge ten'. Worayda qolg'an yeki xordag'a shekemgi arali'qti' tabi'n'.

35- tema.

TUWRI’ SI’ZI’Q PENEN SHEN’BERDIN’ WO’Z-ARA JAYLASI’WI’. SHEN’BERGE URI’NBA

1. Tuwri’ si’zi’q penen shen’berdin’ wo’z-ara jaylasi’wi’. Bul bo’limde tegislikte tuwri’ si’zi’q penen shen’berdin’ wo’z-ara jaylasi’wi’n ko’rip shi’g’ami’z. Yeger tuwri’ si’zi’q shen’ber worayi’nan wo’tse bul jag’dayda wol shen’berdi yeki noqatta yag’ni’y bul tuwri’ si’zi’qta jati’wshi’ diametr kesiwi belgili.

Berilgen l tuwri’ si’zi’q penen $(O,\ R)$ shen’ber neshe uluwma noqatqa iye degen sorawg’a juwap beriw ushi’n shen’berdin’ wortasi’ O dan l tuwri’ si’zi’qqa deyin bolg’an d arali’q usi’ shen’berdin’ R radiusi menem sali’sti’ri’w kerek.

Shen’berdin’ worayi’nan tuwri’ si’zi’qqa tu’sirilgen perpendikulyar *shen’ber worayi’nan tuwri’ si’zi’qqa shekemgi arali’q* dep ataladi.

U’sh jag’day boli’wi’ mu’mkin: 1) $d>R$; 2) $d=R$; 3) $d<R$. Yendi bul jag’daydi’ ko‘rip shi’g’ami’z.

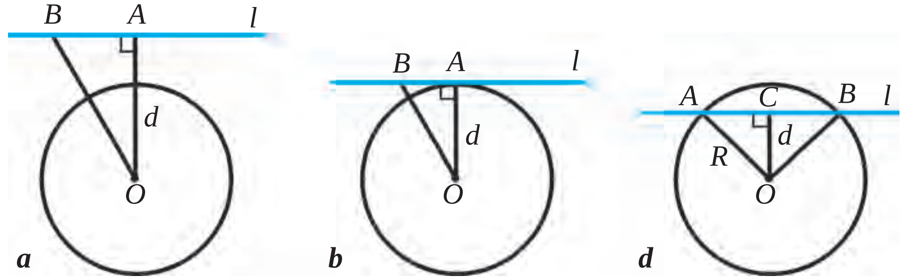
1- jag’day. *Yeger shen’berdin’ worayi’nan tuwri’ si’zi’qqa shekem bolg’an arali’qti’n’ radiusi’nan u’lken bolsa,tuwri’ si’zi’q penen shen’ber uluwma noqatqa iye bolmaydi’, yag’ni’y kesilispeydi.*

Haqi’yqati’nda da, yeger $d>R$ bolsa (190-*a* su’wret), l tuwri’ si’zi’qti’n’ O worayi’na yen’ jaqi’n noqati’ shen’berge tiyisli bolmaydi’, sebebi wol woraydan shen’ber radiusi’nan u’lken arali’qta boladi’. Demek, l tuwri’ si’zi’q ha’m shen’ber uluwma noqatqa iye yemes.

2- jag’day. *Yeger shen’berdin’ worayi’nan tuwr*i’ si’zi’qqa shekemgi arali’q shen’berdin’ radiusi’na ten’ bolsa, bunday jag’dayda tuwri’ si’zi’q penen shen’ber tek g’ana bir uluwma noqatqa iye boladi’.

Haqi’yqati’nda da, yeger $d=R$ bolsa (190- *b* su’wret), l tuwri’ si’zi’qti’n’ O worayi’na yen’ jaqi’n noqati’ shen’berdin’ worayi’na ten’ arali’qta boladi’, ha’m demek, wol noqat *(A)* shen’berge tiyisli boladi’. l tuwri’ si’zi’qti’n’ A dan parqi’ B noqati’ shen’berdin’ si’rti’nda jatadi’, sebebi OB arali’q OA radiusi’nan u’lken boladi’ ($OB>OA$). Demek, l tuwri’ si’zi’q ha’m shen’ber birdey uluwma A noqatqa iye.

190



$OA=d>R$ $OA=d=R$ $OC=d<R$

3- jag'day. *Shen'berdin' worayi'nan tuwri' si'zi'qqa shekemgi bolg'an arali'q shen'berdin' radiusi'nan kishi bolsa ($d<R$) wol jag'dayda tuwri' si'zi'q penen shen'ber yeki uluwma noqatqa iye boladi'.*

Tuwri' si'zi'qti'n' shen'ber ishindegi bo'limi xorda boladi' (190-*d* su'wret). Bul jag'dayda tuwri' si'zi'q shen'berge qatnasi' kesiwshi dep ataladi'.

Xorda uzi'nli'g'i' AB shen'berdin' radiusi' ha'm worayi'nan tuwri' si'zi'qqa shekemgi arali'q d arqali' an'lati'w mu'mkin:

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2}\ .$$

Usi' ten'likti daliyllen'.

Juwmaq. ***Tuwri' si'zi'q penen shen'ber uluwma noqatlarg'a iye bolmawi' bir yamasa yeki uluwma noqatqa iye boli'wi' mu'mkin.***

2. Shen'berge uri'nba.

Ani'qlama. *Shen'ber benen tek uluwma noqatqa iye bolg'an tuwri' si'zi'q usi' shen'berge* ***uri'nba*** *dep ataladi'. Wolardi'n' uluwma noqati' bolsa uri'nba noqati' dep ataladi'.*

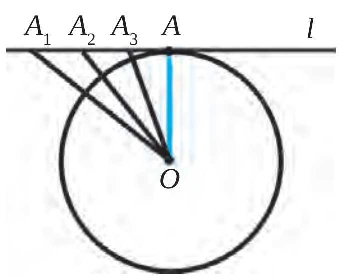
190-*b* su'wrette l tuwri' si'zi'q O worayli' shen'berge uri'nba, A — uri'ni'w noqati'. Shen'ber l tuwri' si'zi'qqa uri'nadi' dep ayti'w mu'mkin.

Uri'nbani'n' qa'siyetleri haqqi'ndag'i' teoremani' da'li'ylleymiz.

1-teorema.

Shen'berge uri'nba usi' shen'berdin' uri'ni'w noqati'na wo'tkerilgen radiusqa perpendikulyar.

191



Da'liyl. l tuwri' si'zi'q shen'berge A noqatta wo'tkizilgen uri'nba bolsi'n (191-su'wret). $R = OA$ ni'n' l ge perpendikulyar boli'wi'n da'liylleymiz. Sha'rt boyi'nsha l tuwri' si'zi'qti'n', A noqati'nan basqa, barli'q noqatlar shen'berden si'rtta jatadi'. Soni'n' ushi'n bul tuwri' si'zi'qti'n' A dan basqa ha'rqanday A_1 noqati' ushi'n $OA_1 > OA$. Demek, OA arali'q O noqattan l tuwri' si'zi'qti'n' noqatlari'na shekemgi bolg'an arali'qti'n' yen' qi'sqasi'. Noqattan tuwri' si'zi'qqa yen' qi'sqa arali'q bolsa usi' tuwri' si'zi'qqa tu'sirilgen perpendikulyar boladi'. Bunnan, $OA \perp l$ yekenligi kelip shi'g'adi'. Teorema da'liyllendi. Yendi uri'nbani'n' qa'siyetine keri teoremani' da'liylleymiz (uri'nbani'n' qa'siyeti).

2-teorema.

Radiusqa perpendiykulyar ha'm usi' shen'berde jatqan to'besinen wo'tiwshi tuwri' si'zi'q usi' shen'berge uri'nba.

Da'liyl. Yeger shen'ber worayi'nan tuwri' si'zi'qqa shekemgi bolg'an arali'q shen'ber radiusi'na ten' ($d = R$) bolsa (190-*b* su'wretke q.), wonda A noqat shen'berge tiyisli, wol tuwri' si'zi'q penen shen'berdi'n' uluwma noqati' boladi’. l tuwri’ si’zi’qti’n’ A noqattan parqi’ qa’legen B noqati’ shen’berdi’n’ si’rti’nda jatadi’, sebebi OB arali’q OA radiusi’nan u’lken boladi’: $OB > OA$. Sha’rt boyi’nsha, $OA \perp l$. Demek, A noqat l tuwri’ si’zi’q penen shen’berdi’n’ uluwma noqati’. Ta’ri’ypleniwge ko’re, l tuwri’ si’zi’q usi’ shen’berge uri’nba boladi’.

Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

423. 1) Qanday tuwri’ si’zi’q shen’berge uri’nba tuwri’ si’zi’q dep ataladi’?
2) Uri’nbani’n’ qanday qa’siyetin ha’m belgilerin bilesiz?

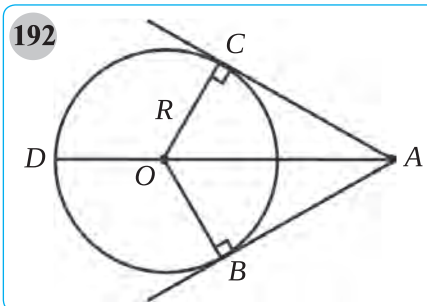
424. $d-$ R radiusli’ shen’berdin’ worayi’nan l tuwri’ si’zi’qqa shekemgi bolg’an arali’q. Yeger: 1) $R=8$ sm, $d=6$ sm; 2) $R=10$ sm, $d=8{,}4$ sm; 3) $R=14{,}4$ dm, $d=7{,}4$ dm; 4) $R=1{,}6$ dm, $d=24$ sm; 5) $R=4$ sm, $d=40$ mm; 6) $R=60$ sm, $d=7$ dm bolsa l tuwri’ si’zi’q penen shen’ber wo’z-ara qanday jaylasqan boladi’?

425. 1) Berilgen (O, R) shen’berge berilgen A noqattan wo’tiwshi neshe uri’nba wo’tkiziw mu’mkin?
2) Berilgen shen’berge berilgen noqattan wo’tiwshi uri’nba jasan’.

426. $ABCD$ kvadratti’n’ ta’repi 8 sm ge ha’m worayi’ A noqatta bolg’an shen’berdin’ radiusi’ 7 sm ge ten’. AB, BC, CD ha’m BD tuwri’ si’zi’qlardan qaysi’ biri usi’ shen’berge qarata kesiwshi boladi’?

427. Shen’ber si’rti’ndag’i’ bir noqattan wog’an yeki uri’nba wo’tkizilse, wolardi’n’ sol noqattan uri’ni’w noqatlari’na shekemgi kesindileri ten’ boladi’. Usi’ni’ daliyllen’.

192



Daliyl. A noqattan worayi’ O noqatta shen’berge B ha’m C noqatlarda uri’ni’wshi’ yeki uri’nbani’ ko’rip shi’g’ami’z (192-su’wret). AOB ha’m AOC u’shmu’yeshlikler – tuwri’ mu’yeshli ha’m wolar ten’ (kateti’ ha’m gipotenuzasi’ boyi’nsha), sebebi AO gipotenuza uluwma ha’m $OB=OC=R$. U’shmu’yeshliklerdin’ ten’liginen $AB=AC$ yekeni kelip shi’g’adi’.

428. Bir shen’berge wo’tkizilgen AB ha’m AC uri’nbalar arasi’ndag’i’ BAC mu’yesh 60°, BAC si’ni’q si’zi’qti’n’ uzi’nli’g’i’ 1 m. B ha’m C uri’nba noqatlari’ arasi’ndag’i’ arali’qti’ tabi’n’.

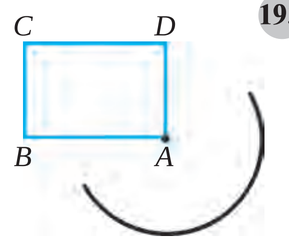
429. Radiusi R bolg’an shen’berdin’ si’rti’ndag’i’ noqattan usi’ shen‘berge wo’z-ara perpendikulyar yeki uri’nba wo’tkizilgen. Ha’rbir uri’nbani’n’ uzi’nli’g’i’n tabi’n’.

430. Tuwri’ mu’yeshli ACB ($\angle C=90°$) u’shmu’yeshlikte $AB=10$ sm, $\angle ABC=30°$. Worayi’ A noqatta bolg’an shen’ber wo’tkerilgen. Bul shen’berdin’ radiusi’ qanday bolg’anda: 1) Shen’ber BC tuwri’ si’zi’qqa uri’nadi’; 2) Woni’n’ menen uluwma noqatqa iye bolmaydi’; 3) Woni’n’ menen yeki uluwma noqatqa iye boladi’

431 A noqattan shen'ber worayi'na shekemgi bolg'an arali'q radiustan kishi A noqat arqali' wo'tiwshi yerkin tuwri' si'zi'q berilgen shen'berge qarata kesiwshi boli'wi'n da'liyllen'.

432. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshlik berilgen wonda $AB=16$ sm, $AD=12$ sm (193-su'wret). AC, BC, CD ha'm BD tuwri' si'zi'qlardan qaysi' birinin' radiusi' 12 sm li? A worayli' shen'berge uri'nba boladi'.

193



Sheshiw. Shen'ber menen tek ... noqatqa iye bolg'an ... usi' ... uri'nba dep ataladi'. Yeger ... woraydan tuwri' si'zi'qqa shekemgi bolg'an arali'q shen'ber ... ten' bolsa tuwri' si'zi'q ushi'n wori'nlanadi'. Demek tuwri' berilgen .... Uri'nba boladi'.

Juwap. ... tuwri' si'zi'q uri'nba boladi'.

433. Bir shen'berge wo'tkizilgen AB ha'm AC uri'nbalar arasi'ndag'i' BAC mu'yesh 60°, BAC si'ni'q si'zi'qti'n' uzi'nli'g'i' 22,5 dm. B ha'm C uri'nba noqatlari' arasi'ndag'i' arali'qti' tabi'n'.

434. Tuwri' mu'yeshli ACB ($\angle C=90°$) u'shmu'yeshlikti'n' katetleri $AC=3$ ha'm $BC=4$ sm. Worayi' C noqatda bolg'an radiusi' 2,4 sm ge ten' shen'ber wo'tkizilgen. Bul shen'ber menen AB tuwri' si'zi'q wo'z-ara qanday jag'dayda boladi'?

435. O worayi' ha'm radiusi' 8 sm bolg'an shen'berge A noqattan AB uri'nba ju'rgizilgen. A ha'm O noqatlar arasi'ndag'i' arali'q 16 sm ge ten'. AOB mu'yeshti tabi'n'.

36-tema. SHEN'BERGE ISHLEY SI'ZI'LG'AN MU'YESH

Ani'qlama. *To'besi shen'berde jati'wshi' ta'repleri sol shen'berdi kesip wo'ti'wshi mu'yesh* ***shen'berge ishley si'zi'lg'an mu'yesh*** *delinedi.*

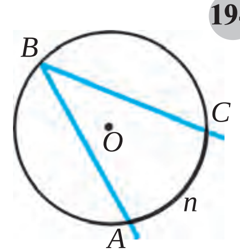
194-su'wrette ABC mu'yesh shen'berge ishley si'zi'lg'an AnC dog'a sol mu'yeshtin' ishine jaylasqan. Bunday jag'dayda *ishley si'zi'lg'an ABC mu'yesh AnC dog'ag'a tirelgen* dep te ayti'ladi'.

Teorema.

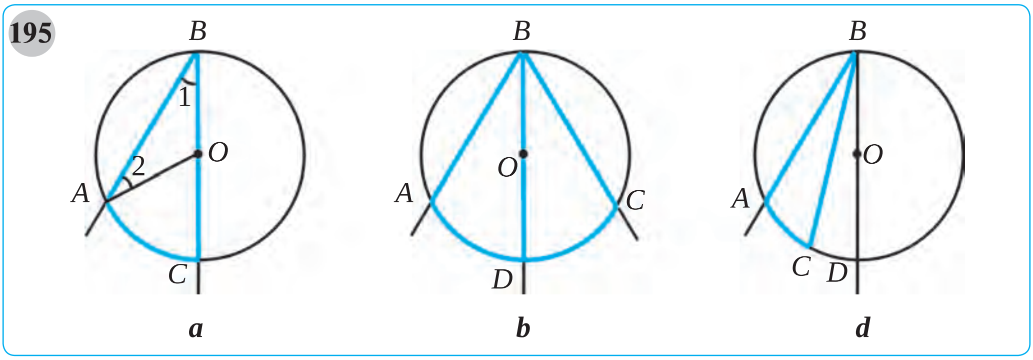
Shen'berge ishley si'zi'lg'an mu'yesh wo'zi tirelgen dog'ani'n' yari'mi' menen wo'lshenedi:

$$\angle ABC=\frac{1}{2}\cup AC.$$

194



Da'liyl. $\angle ABC$ — O worayli' shen'berdin' AC dog'ag'a tirelgen ishley si'zi'lg'an mu'yesh bolsi'n (195-su'wret). Shen'ber worayi'ni'n' sol ishley si'zi'lg'an mu'yeshke sali'sti'rg'anda jaylasi'wi'ni'n' u'sh jag'dayi'n ko'rip shi'g'ami'z.



1- jag'day. Shen'ber worayi' ishley si'zi'lg'an mu'yeshti'n' ta'replerinen biri mi'sali' BC ta'repte jatadi' (195-*a* su'wret). OA radiusti' wo'tkeremiz ha'm AOC woray mu'yeshti qaraymi'z. Wol ten' qaptalli', sebebi $OA=OB=R$. Demek, $\angle OBA=\angle OAB$ (ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' ultani'ndag'i' mu'yeshler bolg'ani' ushi'n). Biraq AOC mu'yesh BOA u'shmu'yeshliktin' si'rtqi' mu'yeshi. U'shmu'yeshliktin' si'rtqi' mu'yeshinin' qa'siyetine boyi'nsha: $\angle AOC=\angle OBA+\angle OAB$ yamasa $\angle AOC=2\angle ABC$ (1). Biraq AOC worayli'q mu'yesh u'lkenligi usi' mu'yeshke ten' AC dog'anin' mu'yesh u'lkenligine ten' boli'wi'n bilemiz (32-tema). Bul waqi'tta AC dog'a yari'm shen'berden kishi, soni'n' ushi'n worayli'q mu'yesh: $\angle AOC=\cup AC$ (2).

(1) ha'm (2) ten'liklerinen: $2\angle ABC=\cup AC$, yag'ni'y $\angle ABC=\frac{1}{2}\cup AC$.

Teorema 1- jag'day ushi'n da'liyllendi.

2- jag'day. *Shen'berdin' worayi' O ishley si'zi'lg'an mu'yesh ta'repleri arasi'nda jatadi'.* BO nurdi' wo'tkeremiz AC dog'ani' D noqatta kesedi (195-*b* su'wret). D noqtada AC dog'ani' $\cup AD$ ha'm $\cup DC$ dog'ag'a bo'ledi. Demek, da'liyllegende (1-jag'day): $\angle ABD=\frac{1}{2}\cup AD$ ha'm $\angle DBC=\frac{1}{2}\cup DC$. Bul ten'liklerdi izbe-iz qosi'p payda yetemiz:

$$\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=\frac{1}{2}\cup AD+\frac{1}{2}\cup DC=\frac{1}{2}(\cup AD+\cup DC)=\frac{1}{2}\cup AC.$$

3- jag'day. *Shen'berdin' worayi' O ishley si'zi'lg'an mu'yeshten si'rtta jatadi'. Bul jag'daydi'n' da'liylin 195-d su'wretten paydalani'p, wo'zin'iz yerkin wori'nlan'.*

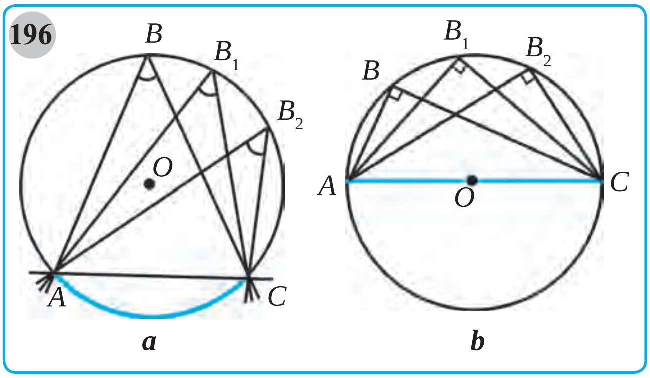
1- na'tiyje. *Bir dog'ag'a ti'relgen barli'q ishley si'zi'lg'an mu'yeshler wo'z-ara ten'* (196-*a* su'wret):

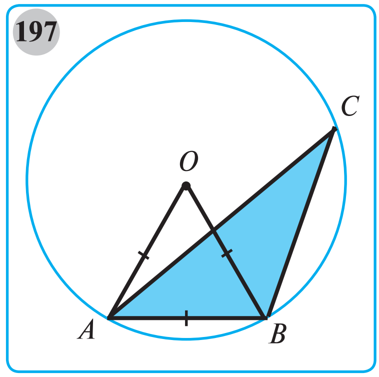
$$\angle B=\angle B_1=\angle B_2=\ldots=\frac{1}{2}\cup AC.$$

2- na'tiyje. *Diametrge (yari'm shen'berge) tirelgen ha'm de ishley si'zi'lg'an mu'yeshler tuwri' mu'yesh yesaplanadi'* (196-b su'wret):

$$\angle B=\angle B_1=\angle B_2=\ldots=90°.$$

Ma'sele. Shen'berdin' radiusi'na ten' xorda wo'kizilgen. Usi' xorda: 1) shen'ber worayi'nan; 2) berilgen xorda to'besinen shen'berdin' qa'legen noqati'nan qaysi mu'yesh ko'rinedi?





Sheshiliwi. $AB-O$ worayli’ shen’berdin’ radiusi’na ten’ xorda bolsi’n (197-su’wret). Bunda AOB u’shmu’yeshlik — ten’ ta’repli, demek, worayli’q mu’yesh (shen’ber worayi’nan AB xorda ko’rinetug’i’n mu’yesh) 60° qa ten’. A ha’m B noqatlardan basqa shen’berdin’ qa’legen C noqati’nan ishley si’zi’lg’an ACB mu’yesh (C noqattan AB xorda ko’rinetig’i’n mu’yesh) worayli’q mu’yeshtin’ yari’mi’na, yag’ni’y 30° qa ten’.

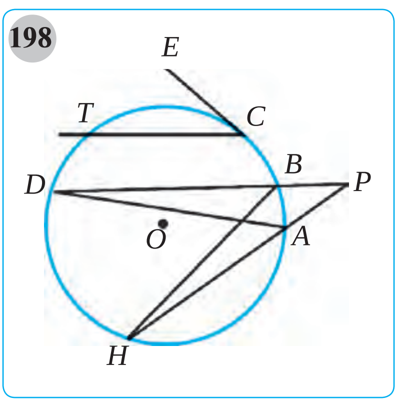
Juwabi’: 1) 60°; 2) 30°.

Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

436. 1) Qanday mu’yesh shen’berge ishley si’zi’lg’an mu’yesh delinedi?
2) Ishley si’zi’lg’an mu’yesh qanday wo’lshenedi?
3) Yari’m shen’berge tirkelgen ishley si’zi’lg’an mu’yesh nege ten’?

437. AB ha’m AC — shen’ber xordalari’, $\angle BAC=70°$, $\cup AB=120°$. AC dog’ani’n’ gradus mug’dari’n tabi’n’.

438. HAD, HBD, TCE ha’m HPD mu’yeshlerinen qaysi’ biri ishley si’zi’l-g’an mu’yesh boladi’ (198- su’wret). Bos wori’nlarg‘a sa’ykes juwap-lardi’ jazi’n’.



Sheshimi. I’shley si’zi’lg’an mu’yesh dep, to’besi ...jatatug’i’n, ta’repleri shen’berdi ...mu’yeshke ayti’ladi’.

A noqat shen’berde jatadi’, HAD mu’yeshinin’ ta’repleri shen’berdi ... Demek, ...mu’yesh ishley ...

B noqat ... jatadi’, HDB mu’yeshti’n’ ta’repleri’ shen’berdi’ ... Demek, ...mu’yesh ...

C noqat ..., TCE mu’yeshti’n’ CE ta’repleri’ shen’berdi’ ... Demek, TCE ishley ...mu’yesh yemes.

P noqat ..., demek, HPD mu’yeshti’n’ ishley ...yemes.

Juwap. ...ha’m ...si’zi’lg’an mu’yesh yesaplanadi’.

439. Shen'berde AB diametr ha'm AC xorda wo'tki'zi'lgen. Yeger AC ha'm CB gradus wo'lshemi' $7:2$ qatnasta bolsa, BAC mu'yeshti' tabi'n'.

440. 199-su'wret O noqat — shen'ber worayi', $\angle AOB=88°$. $\angle ACB$ni' tabi'n'

Sheshimi. AOB mu'yesh beri'lgen shen'berdi'n' ... mu'yeshi' boladi' ha'm ...° ge ten'. Demek, $\cup ADB=...°$. ACB mu'yesh ... si'zi'lg'an mu'yesh boladi' ha'm ... tirkeledi', soni'n' ushi'n $\angle ACB=\frac{1}{2}\cup ...=...°$.
Juwabi'. $\angle ACB=...°$.

441. AB ha'm BC — worayi' O noqatta bolg'an shen'berdi'n' xordasi' $\angle ABC=30°$. Yeger shen'ber radiusi' 10 sm ge ten' bolsa, AC xordani'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

442. 200-su'wrette $\smile CAB=130°$. $\angle CAB$ni' tabi'n'. Bos wori'nlardi' tolti'ri'n'.

Sheshimi. CAB mu'yesh shen'berge **ishki** si'zi'lg'an mu'yesh boladi' ha'm $\smile$**CDB** xordag'a tirelgen. $\cup CDB=360° - \cup$**CAB** $=360° -$ **130**°$=$ $=$ **230**°, $\angle CAB=\frac{1}{2}\smile$**$CDB$**$=\frac{1}{2}\cdot$ **230**° $=$ **115**°. *Juwabi'.* $\angle CAB=115°$.

443. A, B ha'm C noqatlar worayi' O noqatta bolg'an bi'r shen'berde jatadi'. Yeger: 1) $\angle ABC=70°$; 2) $\angle ABC=180°$; 1) $\angle ABC=210°$ bolsa, shen'berdi'n' worayi' AC kesi'ndi'de jatadi'ma?

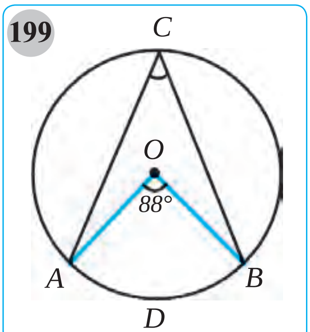
444. Xorda shen'berdi' yeki' dog'ag'a bo'ledi. Yeger bul dog'a mu'yesh u'lkenli'kleri'ni'n' qatnasi': 1) $5:4$; 2) $7:3$ bolsa, xorda shen'ber noqati'dan qanday mu'yeshte ko'ri'nedi'?

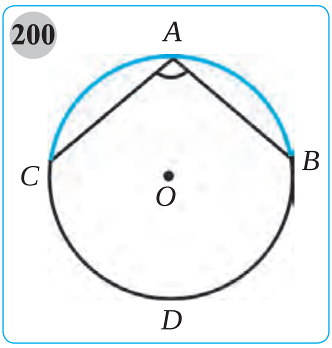
445. 201-su'wrette $\angle APE=46°$, $\angle BCE=34°$. $\angle AEP$ ni' tabi'n'.

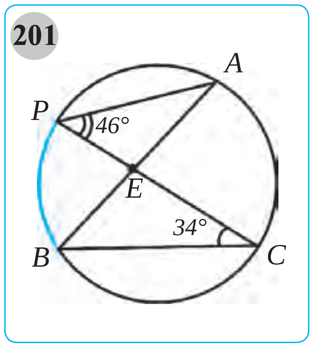
Sheshimi. PAB ha'm BCP ishley si'zi'lg'an mu'yeshler bir BP ..., demek, $\angle PAB=\angle ...=...$. AEP u'shmu'yeshlikten iye bolami'z:
$\angle AEP=180° - (\angle ... + \angle ...)=180° - (... + ...)=...$.
Juwabi'. $\angle AEP=...$.

446. Shen'ber bes dog'ag' bo'lingen: $\cup AB=\cup BC=\cup CD=\cup DE=\cup EA$. Sol shen'berge ishley si'zi'lg'an BAC, BAD, BAE, CAE ha'm DAE mu'yeshlerinin' u'lkenliklerin tabi'n'.

447. Shen'berdi $3:5$ qatnasta boliwshi' xordani'n' qa'legen to'besinen wo'tkizilgen diametr menen payda bolg'an mu'yeshti tabi'n'.

199


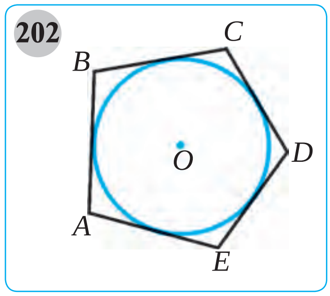
200


201


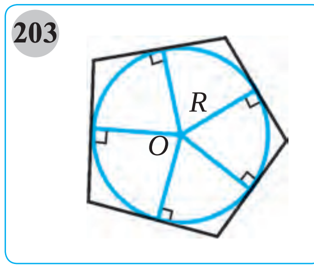
37-tema. ISHLEY SI'ZI'LG'AN SHEN'BER

1. Shen'berge si'rtlay si'zi'lg'an ko'pmu'yeshlikler.

Ani'qlama. *Yeger ko'pmu'yeshliktin' ha'mme ta'repleri shen'berge uri'nsa, ko'pmu'yeshlik* ***shen'berge si'rtlay si'zi'lg'an*** *delinedi, shen'ber bolsa sol ko'pmu'yeshlikke* ***ishley si'zi'lg'an shen'ber*** *delinedi* (202-su'wret).



Ko'pmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber worayi'nan woni'n' ta'replerine shekemgi arali'q shen'ber radiusi'na ten'. Demek, woni'n' worayi' ko'pmu'yeshliktin' barli'q ta'replerinen ten' arali'qta jaylasqan, soni'n' ushi'n wol ko'pmu'yeshliktin' barli'q mu'yeshlerinin' bissektrisalari' kesilisiw noqati'nda boladi' (203-su'wret).

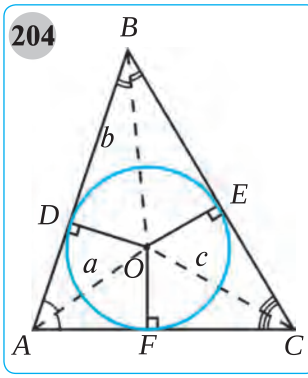


2. U'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber.

Teorema.

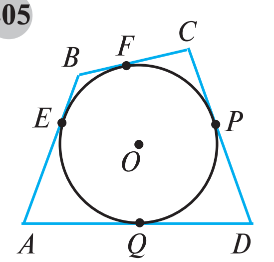
Harqanday u'shmu'yeshlikke ishley shen'ber si'zi'w mu'mkin.

Da'liyl. ABC u'shmu'yeshlikti ko'ri'p shi'g'ami'z. Woni'n' A ha'm B to'belerinen sa'ykes halda a ha'm b bissektrisalari'n wo'tkizemi'z (204-su'wret). Wolar qa'legen O noqatta kesilisedi. O noqat – ishley si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' yekenin da'liylleymiz. Buni'n' ushi'n ABC u'shmu'yeshliktin' ta'replerine tu'sirilgen OD, OF ha'm OE perpendikulyardi'n ten'ligin yamasa O noqat u'shmu'yeshliktin' ta'replerinen ten' uzaqli'qta jatqani'n ko'rsetiw jeterli. Haqi'yqati'nda da, $O \in a$ bolg'ani' ushi'n, $OD=OF$ boladi', sonday-aq, $O \in b$ bolg'ani' ushi'n $OD=OE$ boladi'. Demek, O noqat ABC u'shmu'yeshliktin' barli'q ta'replerinen ten' uzaqli'qta jatadi'. Soni'n' ushi'n, $OF=OE$ boladi', bunnan O noqat – C mu'yeshtin' bissektrisasi c da jati'wi' da kelip shi'g'adi'. Solay yetip u'sh bissektrisa bir O noqatta kesilisedi yeken. Worayi' O noqatta ha'm $R=OD=OF=OE$ radiusli' shen'ber izlengen ishley si'zi'lg'an jeke shen'ber boladi'. Bissektrisalar jalg'i'z bir noqatta kesiliskeni ushi'n bunnan basqa ishley si'zi'lg'an shen'ber boli'wi' mu'ki'n yemes.

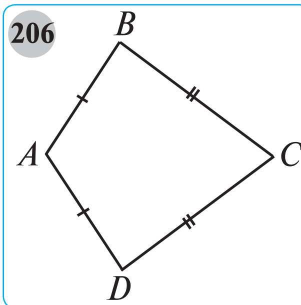


Ha'rqanday u'shmu'yeshlikke tek bir ishley shen'ber si'zi'w mu'mkin. Bul shen'berdin' worayi' u'shmu'yeshlik bissektrisalari' kesilisken noqat yesaplanadi'.

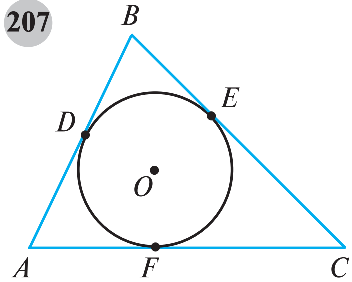
205



206



207



3. Shen'berge si'rtlay si'zi'lg'an to'rtmu'yeshlik

Teorema.

Si'rtlay si'zi'lg'an to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' ta'replerinin' qosi'ndi'lari' wo'z-ara ten'.

Da'liyl. $ABCD$ to'rtmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber woni'n' ta'replerine sa'ykes halda E, F, P ha'm Q noqatlarda uri'nadi', desek (205-su'wret). $AB+CD=AD+BC$ yekenin da'liylleymiz. Bunda bir noqattan shen'berge wo'tkizilgen uzi'nba kesindilerdin' qa'siyeti boyi'nsha to'mendegilerge iye bolami'z: $AE=AQ$, $BE=BF$, $CP=CF$, $DP=DQ$.

Bul ten'liklerdi qosi'p, usi' ten'likti payda yetemiz:

$AB+CD=AD+BC$. Usi'ni' da'liylley kerek yedi.

Yeger do'n'es to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' ta'replerinin' qosi'ndi'lari' ten' bolsa, wonda to'rtmu'yeshlikke ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'n (206-su'wret).

Ma'sele. ABC u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber AC ta'repti uzi'ni'w noqati'nda AF=5 sm ha'm FC=6 sm li yeki kesindige bo'ledi. BC=10 sm yekeni ma'lim. ABC u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

Sheshiliwi. D, E, ha'm F − ABC u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'berdin' uri'ni'w noqatlari' bolsi'n (207-su'wret). Bunda $FC=EC=$ 6 sm demek, $BE=BC-EC=$ 10−6=4 (sm). $BD=BE=$ 4 sm, $AD=AF$=5 sm. Bulardan $AB=AD+BD=$ 5+4= 9 (sm) ha'm $AC=AF+FC=$ 5+6= 11 (sm) kelip shi'g'adi'. Solay yetip, berilgen u'shmu'yeshliktin' perimetri:

$P_{ABC}=AB+BC+AC=$ 9+10+11=30 (sm). **Juwabi':** $P_{ABC}=30$ *sm.*

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

448. 1) Qanday shen'berdi ko'pmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an delinedi.?
2) Ha'rqanday u'shmu'yeshlikke ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'nbe?
3) Ishley si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' qay jerde boladi'?
4) Ha'rqanday do'n'es to'rtmu'yeshlikke ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'nbe?

449. (Awi'zeki). U'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' u'shmu'yeshliktin' si'rtta boli'wi' mu'mkinbe?

450. Qa'legen u'shmu'yeshlik si'zi'n ha'm wog'an ishley shen'ber si'zi'n'.

451. Ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' biyikligi h g'a ten'. Wog'an ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radi'usi' $r=\frac{h}{3}$ ge ten' yekenligin da'liyllen'.

452. Yeger ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin': a) biyikligi: 1) 30 sm; 2) 4,2 m; 3) 5 sm; 4) 3,6 sm; 5) 11,1 sm; b) medianasi': 1) 21 sm; 2) 0,9 m; 3) 7 dm; 4) 5,4 sm; 5) 37,2 sm; d) bissektrisasi': 1) 54 mm; 2) 8 m; 3) 72 sm; 4) 9,6 sm bolsa, wog'an ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.

453. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber ta'replerinen birin uri'ni'w noqati'na n ushi'nan baslap yesaplag'anda: 1) 8 sm ha'm 5 sm li'; 2) 14 sm ha'm 11 sm li' kesindilerge bo'ledi. U'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

454. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' ultani' 10 sm ge ten'. Wog'an ishley si'zi'lg'an shen'ber qaptal ta'replerinen birin uri'ni'w noqati'nda ultani'na qarama-qarsi' to'besinen baslap yesaplag'anda qatnasi' 7:5 boladi'. Usi' u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

455. 1) Tuwri' to'rtmu'yeshlik; 2) parallelogramm; 3) romb; 4) kvadrat; 5) deltoidqa (207-su'wret) ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'be? Juwabi'n'i'zdi' da'liyllen'.

456. Uluwma ultanli' yeki ten' qaptalli' u'shmu'yeshlik ultang'a qarag'anda tu'rli ta'repte jaylasqan. Wolardan payda bolg'an do'n'es to'rtmu'yeshlikke ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'nbe? Juwabi'n'i'zdi' da'liyllen'.

457. Shen'berge trapeciya si'rtlay si'zi'lg'an boli'p, woni'n' perimetri 8 sm ge ten'. Usi' trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.

458. Ishley shen'ber si'zi'w mu'mki'n to'rtmu'yeshliktin' izbe-iz u'sh ta'repi 6 sm, 8 sm ha'm 9 sm ge ten'. Usi' to'rtmu'yeshliktin' to'rtinshi ta'repi ha'm perimetrin tabi'n'.

459. Perimetri 56 sm ge ten' bolg'an trapeciyag'a shen'ber ishley si'zi'lg'an. Trapeciyani'n' izbe-iz u'sh ta'repinin' qatnasi' 2:7:12. Usi' trapeciyani'n' ta'replerin tabi'n'.

460. Katetleri a ha'm b, gipotenuzasi' c g'a ten' bolg'an tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi':
1) $r=\frac{a+b-c}{2}$; 2) perimetri bolsa $P = 2(c+r)$ formula menen yesaplanadi'. Soni' ani'qlan'.

461. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' katetleri: 1) 40 sm ha'm 30 sm; 2) 9 dm ha'm 40 dm; 3) 0,5 m ha'm 1,2 m; 4) 0,7 dm ha'm 24 sm; 5) 0,9 sm ha'm 1,2 sm; 6) 12 sm ha'm 16 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' perimetrin ha'm wog'an ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.

462. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'ber qaptal ta'replerinen birin uri'ni'w noqati'nan baslap yesaplag'anda: 1) 10 sm ha'm 7 sm li; 2) 9 sm ha'm 8 sm li kesindilerge aji'ratadi'. Usi' u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

463. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' katetleri: 1) 5 sm ha'm 12 sm; 2) 1,5 dm ha'm 20 sm; 3) 14 sm ha'm 48 sm ge ten'. Sol u'shmu'yeshliktin' perimetrin ha'm ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.

464. Shen'berge trapeciya si'rtlay si'zi'lg'an boli'p, woni'n' perimetri 24 sm ge ten'. Usi' trapeciyani'n' worta si'zi'g'i'n tabi'n'.

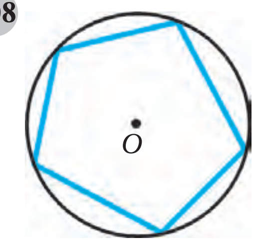
465. Shen'berge si'rtlay si'zi'w mu'mki'n bolg'an to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' ta'repleri 7 sm ha'm 10 sm ge ten'. Usi' mag'luwmatlar boyi'nsha to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tab'w mu'mki'nbe?

38-tema. SI'RTLAY SI'ZI'LG'AN SHEN'BER

1. Shen'berge si'rtlay si'zi'lg'an ko'pmu'yeshlikler.

Ani'qlama. *Yeger ko'pmu'yeshliktin' ha'mme to'besi shen'berde jatsa, bunday ko'pmu'yeshlik* ***shen'berge ishley si'zi'lg'an*** *delinedi, shen'ber bolsa sol ko'pmu'yeshlikke* ***si'rtlay si'zi'lg'an shen'ber*** *delinedi.* (208-su'wret).

208



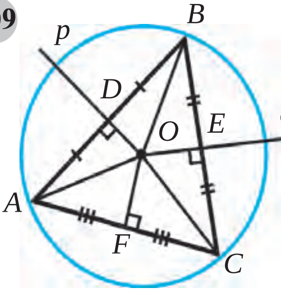
2. U'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shenber.

Teorema.

Harqanday u'shmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkin.

Da'liyl. $\triangle ABC$ berilgen bolsi'n (209-su'wret). Woni'n' AB ha'm BC ta'replerine p ha'm q worta perpendikulyar wo'tkeremiz. Wolar bir O noqatda kesilisedi (kesisiwshi tuwri' si'zi'qlarg'a perpendikulyar tuwri' si'zi'qlar kesisedi). $O \in p$ bolg'ani' ushi'n, $OA = OB$ boladi', sonday — aq $O \in q$ bolg'ani' ushi'n, $OB = OC$ boladi'. Soni'n' ushi'n $OA = OC$, yamasa AC ta'repinin' worta perpendikulyar ha'm O noqati'nan wo'tedi. Solay yetip, O noqat ABC u'shmu'yeshliginin' ush to'besinen ten' uzaqlasqan boladi': $OA = OB = OC$. Demek, ABC u'shmu'yeshlikke worayi' O noqatta ha'm $R = OA$ bolg'an si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkin. Worta perpendikulyar radiusi' bir noqatta kesiliskeni ushi'n, bunnan basqa si'rtlay si'zi'lg'an shen'ber boli'wi' mu'mkin yemes.

209



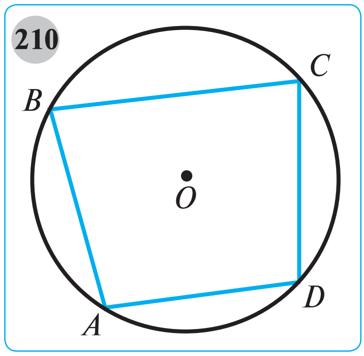
Ha'rqanday u'shmu'yeshlikke tek bir si'rtqi' shen'ber si'zi'w mu'mkin. Bul shen'berdin' worayi' u'shmu'yeshlik ta'replerinin' worta perpendikulyarlardi'n' kesilisken noqati' yesaplanadi'.

3. To'rtmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shen'ber.

Teorema.

Ishley si'zi'lg'an to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 180° qa ten'.

Da'liyl. Woylap ko'reyik. $ABCD$ to'rtmu'yeshlik shen'berge ishley si'zi'lg'an bolsi'n (210-su'wret). $\angle A + \angle C = 180^o$ yekenin da'liylleymiz. Haqi'yqati'nda da, bul mu'yeshler (A ha'm C) ishley si'zi'g'an ha'm wolarg'a tirelgen (BCD ha'm BAD) dog'ani'n' yari'mi' menen wo'lshenedi, yag'ni'y:



$\angle A = \frac{1}{2} \cup BCD$ ha'm $\angle C = \frac{1}{2} \cup BAD.$

Demek, $\angle A + \angle C = \frac{1}{2} \cup BCD +$

$+ \frac{1}{2} \cup DAB = \frac{1}{2}(\cup BCD + \cup DAB).$

Biraq BCD ha'm DAB dog'alardi'n' qosi'ndi'si' shen'ber. Demek, A ha'm C mu'yeshler u'lkenliklerinin' qosi'ndi'si' yari'm shen'berdin' mu'yesh u'lkenligine ten', yag'ni'y: $\angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\cup BCD + \cup DAB) = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°$, yamasa $\angle A + \angle C = 180°$. Tap usi'g'an uqsas, $\angle B + \angle D = 180^o$ yekeniligi da'liyllenedi.

Yeger to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'lari' 180° qa ten' bolsa, wonda bul to'rtmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkin.

1-ma'sele. U'shmu'yeshliktin' yeki mu'yeshi 70° ha'm 60° qa ten'. Woni'n' ta'repleri si'rtlay si'zi'lg'an shen'ber worayi'nan qanday mu'yeshte ko'rinedi?

Sheshiliwi. U'shmu'yeshliktin' u'shinshi mu'yeshi $180° - (70° + 60°) = 50°$. U'shmu'yeshliktin' mu'yeshleri ishley si'zi'lg'an mu'yeshler, izlenip ati'rg'an mu'yeshler bolsa worayli'q mu'yesh boladi'. Soni'n' ushi'n wolar, sa'ykes halda, 140°, 120° ha'm 100° qa ten' boladi'. **Juwabi':** 140°, 120°, 100°.

2-ma'sele. Izbe-iz ali'ng'an mu'yeshlerdin' qatnasi': 1) 3, 3, 4, 4; 2) 2, 5, 3, 4 sanlardi'n' qatnasi' si'yaqli' bolg'an to'rtmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkinbe?

Sheshiliwi. Mu'yeshler ushi'n uluwma wo'lshem x bolsi'n. 1) $3x + 4x = 3x + 4x$, yag'ni'y $7x = 7x$ — wori'nli'. Soni'n' ushi'n usi' sha'rtte to'rtmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkin.

2) $2x + 3x = 5x + 4x$ yag'ni'y $5x \neq 9x$. Soni'n' ushi'n usi' sha'rtte to'rtmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkin yemes.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

466. 1) Qanday ko'pmu'yeshlikti shen'berge ishley si'zi'lg'an delinedi?
2) U'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' qay jerde boladi'?
3) Ha'rqanday u'shmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkinbe?
4) Ha'rqanday do'n'es to'rtmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkinbe?

467. Berilgen u'shmu'yeshlikke si'rtlay shen'ber si'zi'n'.

468. (Awi'zeki). U'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' worayi': 1) u'shmu'yeshliktin' ishinde; 2) u'shmu'yeshliktin' ta'repinde; 3) u'shmu'yeshliktin' si'rti'nda boli'wi' mu'mkinbe? Mi'sallar keltirin'.

469. a) O worayi' shen'ber - tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an. O noqatda gipotenuzani'n' wortasi' yekenin ani'qlan'.

b) Gipotenuzasi': 1) 25 sm; 2) 41 dm; 3) 130 mm; 4) 61 sm ge ten' bolg'an u'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.

470. Qaptal ta'repi 50° li dog'ada turg'an shen'ber ishley si'zi'lg'an ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' mu'yeshlerin tabi'n'.

471. U'shmu'yeshliktin' mu'yeshleri 40°, 55° ha'm 85° qa ten'. U'shmu'yeshliktin' qaysi' ta'repi si'rtlay si'zi'lg'an shen'ber worayi'nan uzaqta jaylasqan?

472. Yeger ten' qaptalli' tuwri' u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi'na wo'tkerilgen biyiklik : 1)12 sm, 2) 1,5 dm; 3) 52 mm ge ten' bolsa, usi' u'shmu'yeshlikke si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.

473. 1) Tuwri' to'rtmu'yeshlik; 2) parallelogramm; 3) pomb; 4) kvadrat; 5) ten' qaptalli' trapeciyag'a si'rtlay shen'ber si'zi'w mu'mkinbe? Juwabi'ni'zdi' da'liyllen'.

474. Ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' qaptal ta'repi 2 sm, ishindegi mu'yeshi bolsa 120° qa ten'. Si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' diametrin tabi'n'.

475. Shen'berge ishley si'zi'lg'an to'rtmu'yeshliktin' yeki mu'yeshi 65° ha'm 80° qa ten'. To'rtmu'yeshliktin' qalg'an yeki mu'yeshin tabi'n.

476. Ten' ta'repli u'shmu'yeshlikke si'rtlay ha'm ishley si'zi'lg'an shen'berlerdin' woraylari' u'sti-u'stine tu'sedi. Bunda si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi' ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'nan yeki yese u'lkenligin da'liyllen'.

477. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' qaptal ta'repi kishi ultang'a ten', ultani'ndag'i mu'yesh 60° qa ten'. Usi' trapeciyag'a si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' qay jerde jaylasqan?

478. Shen'berdin' radiusi R ge ten'. Usi' shen'berge ishley si'zi'lg'an ten' ta'repli u'shmu'yeshlik medianasi'ni'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

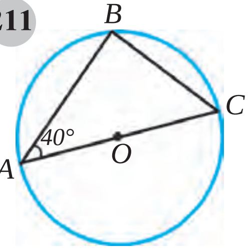
479. Si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' u'shmu'yeshliktin' ta'repinde jatsa, wol qanday u'shmu'yeshlik boladi'?

480. ABC u'shmu'yeshlikte $\angle A=40°$. Yeger wog'an si'rtlay si'zi'lg'an shen'berdin' worayi' AC ta'repinde jatsa, u'shmu'yeshliktin' qalg'an mu'yeshlerini tabi'n' (211-su'wret). Bos wori'nlarg'a sa'ykes juwaplardi' jazi'n'.

Sheshimi. A, B ha'm ... noqatlar berilgen ... jatadi', woni'n' worayi' bolsa O noqat ... kesindide jatadi', wol halda AC — berilgen shen'berdin' ..., B bolsa bul shen'berge ... ha'm wa ... tirelgen. Soni'n' ushi'n $\angle B=...$, $\angle C=180° - (40° + ...)=... - ... = ...$.

Juwabi': $\angle B=...$, $\angle C=...$.

211



481. Shen’berdin’ radiusi’: 1) 10 sm; 2) 2,4 sm. Usi’ shen’berge ishley si’zi’lg’an ten’ ta’repli u’shmu’yeshlik medianasi’ni’n’ uzi’nli’g’i’n tabi’n’.

482. Tuwri’ mu’yeshli ABC ($\angle B=90^\circ$) u’shmu’yeshlikke si’rtlay shen’ber si’zi’lg’an. Yeger: 1) $AB=12$ sm, $BC=16$ sm; 2) $AB=20$ sm, $\angle C=30^\circ$; 3) $BC=8$ sm, $\angle C=60^\circ$ bolsa, usi’ shen’berdin’ radiusi’n tabi’n’.

483. Izbe-iz ali’ng’an mu’yeshlerdin’ qatnasi’: 1) 3, 5, 3, 1; 2) 4, 7, 6, 1 sanlari’ni’n’ qatnasi’ si’yaqli’ bolg’an to’rtmu’yeshlikke si’rtlay shen’ber si’zi’w mu’mkinbe?

484. Tuwri’ to’rtmu’yeshliktin’ kishi ta’repi 6 sm, diagonallari’ arasi’ndag’i’ mu’yesh 60°. Si’rtlay si’zi’lg’an shen’berdin’ radiusi’n tabi’n’.

485. Shen’berge ishley si’zi’lg’an to’rtmu’yeshliktin’ yeki mu’yeshi 70° ha’m 95° qa ten’. To’rtmu’yeshliktin’ qalg’an yeki mu’yeshin tabi’n’.

39-tema. SHEN’BERDI KESIWSHI TUWRI’ SI’ZI’QLARDAN PAYDA BOLG’AN MU’YESHLERDI WO’LSHEW

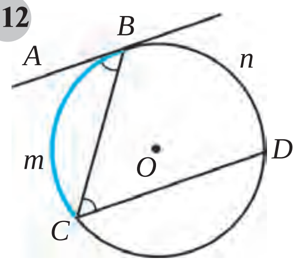
1. Uri’nba menen xordadan du’zilgen mu’yesh.

1-teorema.

Uri’nba menen xordadan du’zilgen mu’yesh wo’z ishine alg’an dog’ani’n’ yari’mi’ menen wo’lshenedi.

Da’liyl. AB uri’nba ha’m BC xordasi’ bolsi’n. $\angle ABC=0,5\cup BmC$ yekenligin da’liylleymiz (212-su’wret). Buni’n’ ushi’n C to’besinen $CD \parallel AB$ ni’ wo‘tkizsek, $\angle ABC=\angle BCD$, sebebi wolar ishley mu’yeshler. Biraq $\angle C=0,5\cup BnD$ ha’m $CD\parallel AB$ bolg’ani’ ushi’n $\cup BnD=\cup BmC$ ha’m $\angle B=\angle C= =0,5\angle BnD= 0,5\cup BmC$.

212



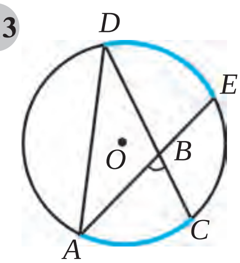
2. Yeki xordani’n’ kesilisiwinen payda bolg’an mu’yeshler.

2-teorema.

Yeki xordani’n’ kesilisiwinen payda bolg’an ha’rqaysi’ vertikal mu’yesh, wolardi’n’ ta’repleri tirelgen xordalar qosi’ndi’si’ni’n’ yari’mi’na ten’.

Da’liyl. $\angle ABC-$ CD va AE xordalari’ni’n’ kesilisiwinen payda bolg’an mu’yeshlerden birewi bolsi’n (213-su’wret). $\angle ABC=0,5(\cup AC+\cup DE)$ yekenin da’liylleymiz. Buni’n’ ushi’n A ha’m D noqatlari’n birlestiremiz. Bul halda $\angle ABC-\triangle ABD$ g’a qarata si’rtqi’ mu’yesh boladi’. Demek, $\angle ABC=\angle ADC+\angle DAE$. Lekin $\angle ADC=0,5\cup AC$ va $\angle DAE=0,5\cup DE$. Soni’n’ ushi’n $\angle ABC=0,5\cup AC+0,5\cup DE=0,5(\cup AC+\cup DE)$.

213

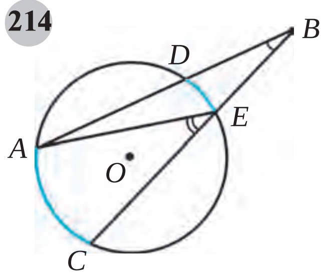


$\angle ABD=\angle CBE=0,5(\cup AD+\cup CE)$ yekenligi joqari’dag’i’day da’liyllenedi. Bul wo’zin’izge baylani’sli’.

3. Shen'berdin' si'rti'ndag'i' bir noqattan wog'an wo'tkizilgen yeki kesiliwshi arasi'ndag'i' mu'yesh.

3-t e o r e m a .

Shen'berdin' si'rti'ndag'i' bir noqattan wog'an wo'tkizilgen yeki kesiliwshi arasi'ndag'i' mu'yesh (*ABC*) kesiwshiler arasi'ndag'i' dog'alar (*AC* ha'm *DE*) ayi'rmasi'ni'n' yari'mi'na ten'.



214

Da'liyl. B — shen'ber si'rti'ndag'i' noqat, BA ha'm BC kesiwshiler bolsi'n $\angle B=0{,}5(\smile AC-\smile DE)$ bolg'ani'n da'liylleymiz. Buni'n' ushi'n A ha'm E noqatlari'n birlestiremiz (214-su'wret). $\angle AEC-\triangle AEB$ g'a si'rtqi' mu'yesh boladi'. Demek, $\angle AEC=$ $=\angle B+\angle DAE$, bunnan $\angle B=\angle AEC-\angle DAE$. Biraq bul ten'liktin' won' ta'repindegi mu'yeshler wolarg'a sa'ykes AC ha'm DE dog'alardi'n' yari'mi' menen wo'lshenedi, yag'ni'y $\angle AEC==0{,}5\smile AC$ ha'm $\angle DAE=0{,}5\smile DE$. Demek, ABC mu'yeshte dog'alardi'n' yari'mi' menen wo'lshenedi:

$$\angle B=0{,}5\smile AC-\smile DE=0{,}5(\smile AC-\smile DE).$$

Demek, $\angle B=0{,}5(\smile AC-\smile DE)$. Usi'ni' da'liyllew kerek yedi.

4. Shen'berdin' si'rti'ndag'i' bir noqattan wog'an wo'tkizilgen yeki uri'nbani'n' arasi'ndag'i' mu'yesh.

4-t e o r e m a .

Shen'berdin' si'rti'ndag'i' bir noqattan wog'an wo'tkizilgen yeki uri'nba arasi'ndag'i' mu'yesh 180° penen uri'nba noqatlari'n wo'z ishine alg'an dog'alardi'n' ayi'rmasi'na ten'.

Da'liyl. Shen'ber si'rti'ndag'i' bir noqattan wo'tkizilgen yeki kesiliwshi arasi'ndag'i' mu'yeshti wo'lshew haqqi'ndag'i' 8-teoremag'a tiykarlani'p (192-su'wretke q.):

$\angle A=0{,}5(\smile BDC-\smile BC)=0{,}5(360°-\smile BC-\smile BC)=180°-\smile BC$,

Demek, $\angle A=180°-\smile BC$ boladi'. Teorema da'liyllendi.

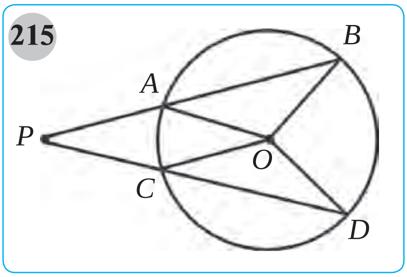
Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

486. 1) Uri'nba menen xordadan du'zilgen mu'yesh qalay wo'lshenedi? Yeki xordani'n' kesilisiwinen payda bolg'an mu'yeshler ne?
2) Yeki kesilisiwshi arasi'ndag'i' mu'yesh nege ten'?
3) Bir noqattan wo'tkerilgen yeki uri'nba arasi'ndag'i' mu'yesh nege ten'?

487. Shen'berdin' radiusi'na ten' AB xorda A noqatta wo'tkizilgen uri'nba menen qanday mu'yeshler payda yetedi?

488. AB xorda 56° li' dog'ani' tarti'p turadi'. Sol xordani'n' to'besinen shen'berge wo'tkizilgen uri'nbalar menen xordadan payda bolg'an mu'yeshlerdi tabi'n'.

489. AB kesindi shen'berdin' diametri, BC ha'm AD xordalar bolsa



parallel. *CD* xorda diametr boli'wi'n da'liyllen'.

490. Shen'berdin' si'rti'ndag'i' noqattan wo'tkizilgen yeki uri'nbani'n' uri'ni'w noqatlari' shen'berdi: 1) 1:9; 2) 4:15; 3) 7:11; 4) 3: 7 qatnastag'i' yeki dog'ag'a aji'ratadi'. Uri'nbalar arasi'ndag'i' mu'yeshti tabi'n'.

491. Shen'berdi kesiwshi yeki xorda arasi'ndag'i' mu'yeshlerden biri 70° qa ten'. Usi' mu'yeshke qon'si'las bolg'an mu'yeshlerdin' qosi'ndi'si'n tabi'n'.

492. *O* worayli' shen'berdin' *AB* ha'm *CD* xordalari'ni'n' dawami' *P* noqatta kesilisedi (215-su'wret). $\angle P=\frac{1}{2}(\angle BOD-\angle AOC)$ yekenligin da'liyllen'.

493. 216-su'wrette ko'rsetilgen *x* belgisiz mu'yeshti tabi'n'.

494. *AB* ha'm *CD* — bir shen'berdin' xordalari', *P*-wolardi'n' kesilisiw noqati'. Yeger *BPD* mu'yesh *BPC* mu'yeshten ***r*** yese u'lken, *CDA* mu'yesh bolsa *BPC* dan 26° qa u'lken bolsa, *CBP* mu'yeshti tabi'n'.

495. Shen'berdin' *A*, *B* ha'm *C* noqatlari' woni' 1) 11 : 3 : 4; 2) 14 : 6 : 4; 3) 13 : 12 : 5; 4) 17 : 10 : 9 qatnasta dog'alarg'a bo'ledi. *A, B* ha'm *C* noqatlardan uri'nbalar wo'tkizilip, bir-biri menen kesiliskenshe dawam yettirilgen. Payda bolg'an u'shmu'yeshliktin' mu'yeshlerin tabi'n'.

496. 1) 52°; 2) 74°% 3) 104° li' worayli'q mu'yesh payda yetken yeki radiusti'n' to'besine wo'tkizilgen uri'nbalar arasi'ndag'i' mu'yeshti tabi'n'.

497. Shen'berdi 1) 2 : 7; 2) 4 : 5 qatnasta bo'liwshi xordani'n' ushlari'nan yeki uri'nba wo'tkizilgen. Payda bolg'an u'shmu'yeshliktin' mu'yeshlerin tabi'n'.

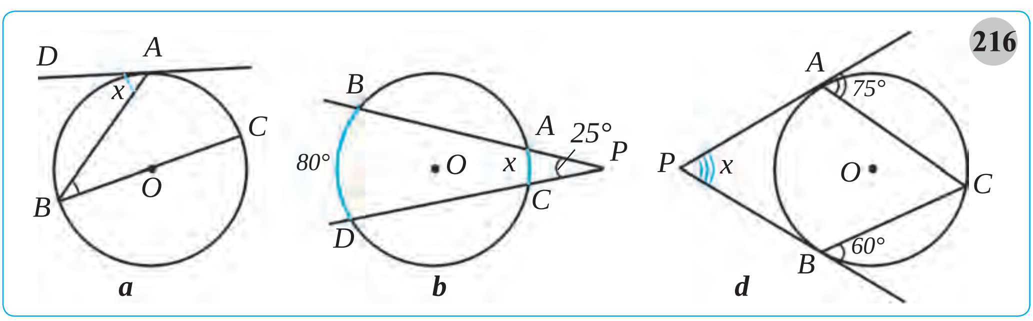
498. *B* noqattan shen'berge wo'tkizilgen *BA* ha'm *BC* uri'nbalar shen'berdi uri'ni'w noqatlari'nda: 1) 5:4; 2) 12:6; 3) 9:6; 4) 13:7; 5) 2:3 qatnasta yeki dog'ag'a bo'ledi. *ABC* mu'yeshinin' wo'lshemin tabi'n'.

4-§ ke tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

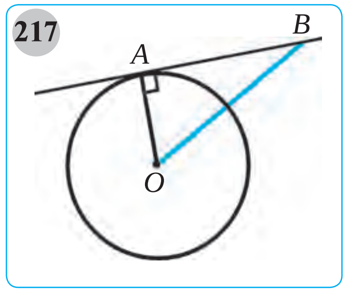
499. *M*, *N*, *P* noqatlar worayi' O noqatta bolg'an shen'berde jatadi'. Yeger $\cup MNP=95°$ bolsa, *MNP* mu'yeshin' tabi'n'.

500. Worayi' *O* bolg'an shen'berdin' radiusi' 20 g'a ten'. Yeger: 1) $\angle AOB=60°$; 2) $\angle AOB=90°$; 3) $\angle AOB=180°$ bolsa, *AB* xordani' tabi'n'.

501. Worayi' *O* bolg'an shen'berdin' *AB* ha'm *CD* xordalari' ten'. 1) Aqi'rlari' *A*



ha'm B da bolg'an yeki dog'a sa'ykes tu'rde aqi'rlari' C ha'm D bolg'an yeki dog'ag'a ten' yekenligin da'liyillen'. 2) Yeger $\angle AOB=130°$ bolsa, aqi'rlari' C ha'm D da bolg'an dog'ani' tabi'n'.



502. 1) AB yari'm shen'berde C ha'm D noqatlardi' sonday yetip ali'ng'an, wonda $\smile AC=35°$, $\smile BD=25°$. Yeger shen'ber radiusi' 12 sm ge ten' bolsa, CD xordani' tabi'n'. 2) Shen'berdin' AB ha'm CD xordalari' P noqatta kesilisedi. Yeger $\smile AD=56°$ ha'm $\smile BC=70°$ bolsa, BPC mu'yeshin tabi'n'.

503. AB tuwri' si'zi'q O worayli' shen'berdi'n' A noqati'na wo'tkizilgen uri'nba yeger AB = 24 sm, shen'berdin' radiusi' 7 sm ge ten' bolsa, OB kesindini'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n' (217-su'wret).

Sheshiliwi. Ma'sele sha'rti boyi'nsha AB tuwri' si'zi'q berilgen shen'berge ... ha'm demek, wol uri'ni'w ... wo'tkizilgen OA radiusqa .... . Soni'n' ushi'n AOB u'smu'yeshlik – ... . Pifagor teoremasi' boyi'nsha: OB^2 = $=OA^2+$ ... ^{2} = ...^{2} + 24^2 =..., bunnan: OB = ... см. **Juwabi':** OB = ...см.

504. AB – O worayli' shen'berdin' xordasi', BC– wog'an uri'nba. $\angle ABC=$ = $\frac{1}{2}\angle AOB$ yamasa $\angle ABC=180°-\frac{1}{2}\angle AOB$ yekenligin da'liyllen'.

6-TEST

1. Ten' ta'repli u'shmu'yeshliktin' biyikligi 9 sm. Usi' u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.
   A) 3 sm; B) 4,5 sm; C) 6 sm; D) 2,5 sm.
2. U'shmu'yeshlik to'besinen wog'an ishley si'zi'lg'an shen'berdin' uri'ni'w noqatlari'na shekemgi arali'qlar sa'ykes tu'rde 2; 3 ha'm 5 ke ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.
   A) 19; B) 18; C) 24; D) 20.
3. Katetleri 40 ha'm 30 g'a ten' bolg'an tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikke ishley si'zi'lg'an shen'berdin' radiusi'n tabi'n'.
   A) 10; B) 7; C) 6,5; D) 8.
4. Radiusi' R ge ten' bolg'an shen'berdegi noqattan uzi'nli'qlari' R ge ten' bolg'an yeki xorda wo'tkizildi. Xordalar arasi'ndag'i' mu'yeshti tabi'n'.
   A) 120°; B) 110°; C) 135°; D) 40°.
5. Shen'berdin' si'rti'nda jatqan noqattan shen'berge yeki uri'nba wo'tkizilgen. Yeger uri'nbalar arasi'ndag'i' mu'yesh 72° bolsa, shen'berdin' uri'ni'w noqatlari' arasi'ndag'i' u'lken dog'ani' tabi'n'.
   A) 248°; B) 240°; C) 252°; D) 236°.
6. Shen'berdi kesiwshi yeki xorda arasi'ndag'i' mu'yeshlerden biri 80° qa ten'. Usi' mu'yeshke qon'si' bolg'an mu'yeshlerdin' qosi'ndi'si'n tabi'n'.
   A) 200°; B) 90°; C) 100°; D) 160°.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

Abul Vafo Buzjoniy 940-ji'li' Xorasan walayati'ni'n' Hirat ha'm Nishapur qalalari' arasi'ndag'i' Buzjon qalasi'nda (ha'zirgi Tu'rkmenstanni'n' Kushka qalasi' a'tirapi'nda) tuwi'lg'an. Wol Bag'dadta woqi'g'an ha'm do'retiwshilik penen shug'i'llang'an.

Abul Vafo Buzjoniydin' «Wo'nermentshiler geometriyali'q usi'llardan nelerdi biliwleri kerek» degen kitabi'ni'n' birinshi ha'm yekinshi baplari' si'zg'i'sh ha'm cirkul ja'rdeminde jasawlarg'a bag'i'shlang'an. Biz sizge Abul Vafoni'n' shen'berdin' worayi'n tabi'w ma'selesin keltiremiz.

«Yeger «Shen'berdin' worayi' qalay tabi'ladi'?» dep soralsa, woni'n' shen'berinde A ha'm B noqatlardi' belgilep ha'm AB arali'q penen A ha'm B noqatlardi' woray qi'li'p yeki ten'dey shen'ber jasaymi'z, wolar C ha'm D noqatlarda kesilisedi (218-su'wret). CD si'zi'g'i'n wo'tkizemiz ha'm wol shen'ber menen E ha'm F noqatlarda kesiliskenshe dawam yettiremiz, keyin EF si'zi'qti' O noqatta ten' yekige bo'lemiz. Wol jag'dayda O noqat shen'berdin' worayi' boladi'».

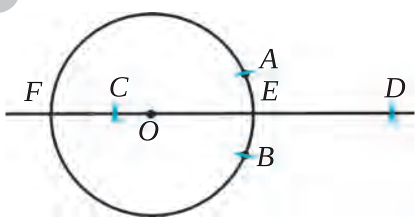
Abul Vafoni'n' bul usi'li' A ha'm B noqatlardi' woray yetip dog'a si'zi'lg'anda wolardi'n' kesilisken noqatlari'n tutasti'ri'wshi' CD tuwri' si'zi'q berilgen shen'berdin' worayi'nan wo'tip, woni'n' AB xordasi'na perpendikulyar boli'wi'na tiykarlang'an.

Ha'zir bul ma'sele to'mendegishe sheshiledi: ko'z aldi'mi'zg'a keltireyik, bizge worayi' belgilenbegen shen'ber berilgen ha'm woni'n' worayi'n ani'qlaw talap yetilgen (219-su'wret).

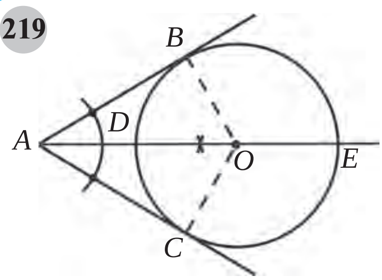
A noqattan bul shen'berge AB ha'm AC uri'nbalardi' wo'tkizemiz ha'm de BAC mu'yeshtin' bissektrisasi'n jasaymi'z. Bissektrisa shen'berdi D ha'm E noqatlarda kesedi. DE ni ten' ekige bo'lsek, bo'liniw noqati' O shen'berdin' worayi' boladi'. Nege? Yamasa B noqatta AB uri'nbag'a perpendikulyar wo'tkizse, wol bissektrisani' O noqatta kesedi. O noqat shen'ber worayi' boladi'.

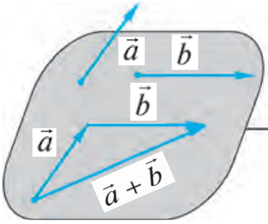
Soni'n' menen bir qatarda Abul Vafo usi' shi'g'armasi'nda ja'ne jayi'q dog'ani' toli'q shen'berge tolti'ri'w, shen'berge woni'n' si'rti'ndag'i' noqattan uri'nba wo'tkiziw, shen'berge woni'n' shen'berinde jatqan noqattan uri'nba wo'tkiziw tu'rindegi jasaw usi'llari'n bergen.

218



219





5-§. VEKTORLAR

40-tema. VEKTOR TU'SINIGI

1. Vektorli'q shamalar. Vektor.

Sizge ma'li'qlim bolg'an shamalar yeki ko'riniste boli'wi' mu'mkin. Sonday shamalar bar, wolar wo'zlerinin' san ma'nisleri menen (berilgen wo'lshem birliginde) toli'q an'lati'ladi'. Mi'sali', uzi'nli'q, maydan, awi'rli'q usi'lar qatari'nan.

1-a n i' q l a m a. *Tek san ma'nisi menen ani'qlanatug'i'n shamalar* ***skalyar shamalar*** *delinedi.*

Ja'ne sonday shamalar bar, wolardi' toli'q biliw ushi'n bul shamalardi' an'lati'wshi' san ma'nislerinen ti'sqari' wolardi'n' bag'i'tlari'n da biliw za'ru'r boladi'. Mi'sali', tezlik, ku'sh ha'm basi'm usi'lar qatari'nan.

Vektor — geometriyani'n' tiykarg'i' tu'siniklerinen biri boli'p, wol san (uzi'nli'q) ha'm bag'i'ti' menen toli'q ani'qlanadi'. Ko'rgizbeli boli'wi' ushi'n woni' bag'i'tlang'an kesindi ko'rinisinde ko'z aldi'mi'zg'a keltiriwmiz mu'mkin. Negizinde vektorlar haqqi'nda ayti'lg'anda, ha'mmesi wo'z-ara parallel bir tu'rdegi uzi'nli'q ha'm bir tu'rdegi bag'i'tqa iye bolg'an bag'i'tlang'an kesindilerdin' pu'tin bir klasi'n na'zerde tuti'w duri's boladi'.

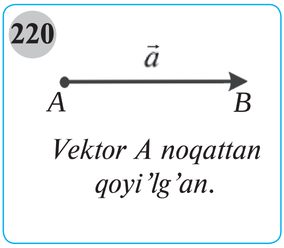
2-a n i' q l a m a. *San ma'nisi ha'm bag'i'ti' menen ani'qlanatug'i'n (sa'wlelenetug'i'n) shamalar* ***vektor shamalar*** *yamasa* ***vektorlar*** *dep ataladi'.*

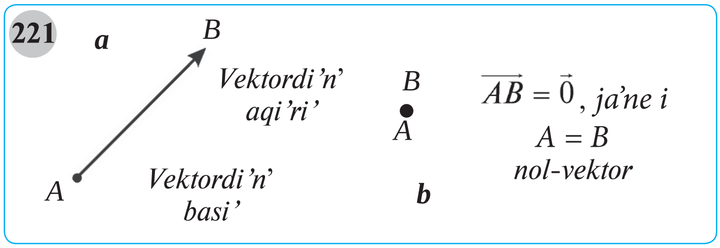
Fizika, mexanika ha'm matematikani'n' tek san menen yemes, ba'lki bag'i'ti' menen xarakterlenetug'i'n shamalardi' tekseriwshi tu'rli ma'seleri vektor tu'sinigine ali'p keledi. Ma'selen, ku'sh, tezlik – bular vektorlar.

Vektorli'q shamalardi biz ju'da' ko'p jag'daylarda ushi'ratami'z. Mi'sali': transportta ketip barati'rg'ani'mi'zda ha'reket tezligi, buri'li'w yamasa toqtawi' menen baylani'sli' vektorli'q shamalardi ko'riwim'iz mu'mkin. Ta'biyatti' u'yreniwshi pa'nlerde bul — tezleniw, inerciya ku'shi, woraydan qospa ku'sh ha'm sog'an uqsas atamalar menen ataladi'.

Biz vektorli'q shamalardi' ta'biyiy ma'nisin yesapqa almag'an halda woni'n' matematik ta'biyati'n u'yrenemiz. A'lbette, vektorli'q shamalardi'n' matematik qa'siyetleri wo'zinin' ta'biyiy ma'nisine iye boladi'.

Vektorli'q shamalardi'n' san ko'lemin kesindi arqali' an'latami'z. Bizge ma'lim, ha'rqanday kesindinin' yeki to'besi bar. Wolardan birewin vektor *basi'*





dep, yekinshi ushi'n vektorli'q shama bag'i'ti'na sa'ykes bag'i'tlaymi'z ha'm strelka menen belgileymiz. Buni' vektordi'n' *to'besi* deymiz.

3-ani'qlama. ***Vektor*** *(vektorli'q shamalar) dep bag'i'tqa iye bolg'an kesindige ayti'ladi'.*

Vektorli'q shamani'n' bag'i'ti' ko'rsetilgen kesindi si'pati'nda sa'wlelenedi. Vektordi' an'lati'wshi' kesindi to'besi A ha'm B noqatta bolsa, A noqattan B noqatqa bag'i'tlang'an vektor $\overrightarrow{AB}$ tu'rinde belgilenedi. Soni'n'day, vektorlar $\vec{a}$, $\vec{b}$ (lati'n a'lipbesinin' kishi ha'ripleri) tu'rinde de belgileniwi mu'mkin (220-su'wret).

Woqi'li'wi': $\overrightarrow{AB}$ vektor yamasa $\vec{a}$ vektor. Vektordi'n' bag'i'ti' woni'n' basi' ha'm aqi'ri'n ko'rsetiw menen ani'qlanadi'. Bunda vektor basi' birinshi ori'ng'a qoyi'ladi' (221-*a* su'wret).

1) AB nuri'ni'n' ani'qlap bergen bag'i'ti'n $\overrightarrow{AB}$ *vektordi'n' bag'i'ti'* deyiledi. Basi' ha'm aqi'ri' betpe-bet tu'sken vektor *nol vektor* dep ataladi'. $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ ten'lik A ha'm B noqatlardi'n' betpe-bet tu'skenin bildiredi (221-*b* su'wret).

2) Vektordi' an'lati'wshi' kesindinin' uzi'nli'g'i' vektordi'n' *moduli* yamasa *absalyut* ma'nisi dep ataldi'.

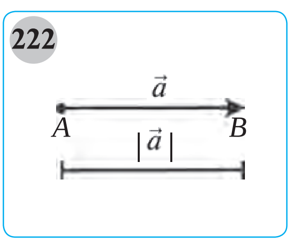
Vektordi'n' moduli $|\overrightarrow{AB}|$ yamasa $|\vec{a}|$ tu'rinde belgilenedi (222-su'wret).

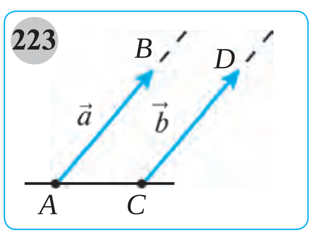
$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ vektori'ni'n' moduli AB kesindinin' uzi'nli'g'i' yesaplanadi': $|\vec{a}|=|\overrightarrow{AB}|$. Soni'n' ushi'n geometriyada vektordi'n' moduli yamasa absalyut ma'nisi woni'n' uzi'nli'g'i' dep ataladi'.

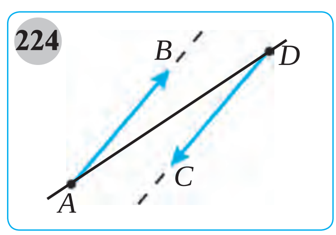
Nol vektordi'n' uzi'nli'g'i (moduli) nolge ten': $|\vec{0}|=0$.

2. Vektorlardi'n' ten'ligi.

4-ani'qlama. *Bir tuwri' si'zi'qta yamasa parallel tuwri' si'zi'larda jati'wshi vektorlar* ***kollinear vektorlar*** *dep ataladi'.*







$\vec{a}$ ha’m $\vec{b}$ vektorlardi’n’ kollineari’ $\vec{a}=\vec{b}$ tu’rinde jazi’ladi’.

Yeger yeki vektordi’n’ basi’ arqali’ wo’tken: 1) tuwri’ si’zi’qtan bir ta’repte jatsa, wolar *bag’i’tlas vektorlar* delinedi (223-su’wret); 2) tuwri’ si’zi’qqa qarata ha’r ta’repte jatsa, wolar *qarama-qarsi’ bag’i’tlang’an vektorlar* delinedi (224-su’wret).

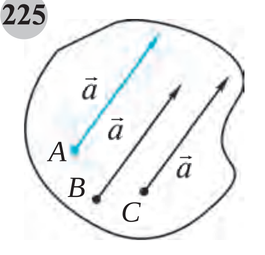
$\overrightarrow{AB}$ ha’m $\overrightarrow{CD}$ vektorlar: 1) *bag’i’tlas* bolsa, wolar $\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{CD}$ tu’rinde; 2) *qarama-qarsi’ bag’i’tlang’an* bolsa, $\overrightarrow{AB}\uparrow\downarrow\overrightarrow{CD}$ g’a usas tu’rinde belgilenedi.

Nol vektor qa’legen vektorg’a kollinear dep yesaplanadi’.

5-ani’qlama. *Yeger $\vec{a}$ ha’m $\vec{b}$ vektorlardi’n’ uzi’nli’qlari’ ten’ ha’m bag’i’tlari’ birdey bolsa bul vektorlar ten’ vektorlar dep ataladi’.*

Solay yetip, yeger $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ha’m $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$ bolsa $\vec{a}$ ha’m $\vec{b}$ vektorlar ten’ boladi’. Vekttorlardi’n’ ten’ligi $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ko’riniste jazi’ladi’. Vekttorlardi’n’ ten’ligi woni’n’ basi’ tegisliktin’ qa’legen noqati’nda boli’wi’n ko’rsetedi (225-su’wret), yag’ni’y vektordi’n’ modulin wo’zgertpey, bag’i’ti’n saqlag’an halda woni’n’ basi’n tegisliktin’ qa’legen noqati’na ko’shiriw mu’mkin yeken. Buni’ *vektordi’ parallel ko’shiriw qa’siyeti* dep ataymi’z.

225

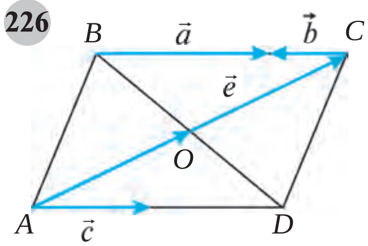


Ma’sele. *ABCD* parallelogramm to’besinin’ juplari’nda neshe tu’rli vektor boladi’ (226-su’wret)?

Juwabi’: segiz tu’rli vektor boladi’:

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$.

226



Soraw, ma’sele ha’m tapsi’rmalar

505. 1) Vektor ne? Vektorlar qalay belgilenedi?

2) Qanday vektorlar birdey (qarama-qarsi’) bag’i’tlang’an vektorlar delinedi? Vektordi’n’ moduli ne?

3) Qanday yeki vektor ten’ delinedi?

506. *ABCD* tuwri’ to’rtmu’yeshlik berilgen. Woni’n’ to’beleri menen berilgen barli’q vektorlardi’ jazi’n’. Wolardi’n’ ishinen qaysi’lari’: 1) *AC* tuwri’ si’zi’qta jatadi’? 2) *CD* tuwri’ si’zi’qqa parallel.

507. *ABCD* parallelogrammni’n’ diagonallari’ *O* noqatta kesilisedi. Woni’n’ to’beleri ha’m diagonallari’ni’n’ kesilisiiw noqati’ menen belgilengen vektorlardi’ jazi’n’. Wolardi’n’ ishinen qaysi’lari’: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ ha’m $\overrightarrow{BO}$ vektorlarg’a kollinear?

508. *ABCD* parallelogrammda $\overrightarrow{AD}$ ha'm $\overrightarrow{BC}$ vektorlardi'n' ten'ligin da'liyl-len'.

509. *ABCD* – parallelogramm. 226- su'wrette berilgen: vektorlar ishinen: 1) kollinear; 2) bag'i'tlas; 3) qarama-qarsi' bag'i'tlan'ng'an; 4) ten' uzi'nli'qlarg'a iye bolg'an vektorlar jupli'g'i'n ko'rsetin'.

510. *ABCD* – tuwri' to'rtmu'yeshlik. To'mendegi jazi'wlardan qaysi' biri ma'niske iye:

1) $\overrightarrow{AD} < \overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$; 5) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;

2) $|\overrightarrow{AD}| < |\overrightarrow{AC}|$; 4) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$; 6) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$?

511. Yeger: 1) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ha'm $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DC}|$; 2) $\overrightarrow{AD} \uparrow\uparrow \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$ ha'm $\overrightarrow{DC}$ vektorlar kolleniar yemes bolsa, *ABCD* to'rtmu'yeshliktin' tu'rin ani'qlan'.

512. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ yekenligi ma'lim. Usi' tasti'yi'qlawlar duri's pa:
1) $AB \| CD$; 2) $|AB| = |CD|$?

513. *ABCD* parallelogrammni'n' diagonallari' *O* noqatta kesilisedi.

1) $\overrightarrow{AB}$ vektor menen bag'i'tlas; 2) $\overrightarrow{AC}$ vektorg'a bag'i'tlas; 3) $\overrightarrow{DO}$ vektor menen qarama-qarsi' bag'i'tlang'an vektorlardi' jazi'n'.

514. *ABCD* tuwri' to'rmu'yeshlikte $AB = 3$ sm, $BC = 4$ sm, $E - AB$ ta'repinin' wortasi'. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC}$ vektorlardi'n' uzi'nli'qlari'n tabi'n'.

515. $\overrightarrow{AB}$ ha'm $\overrightarrow{BA}$ vektorlardi'n' bag'i'ti' haqqi'nda ne dew mu'mkin?

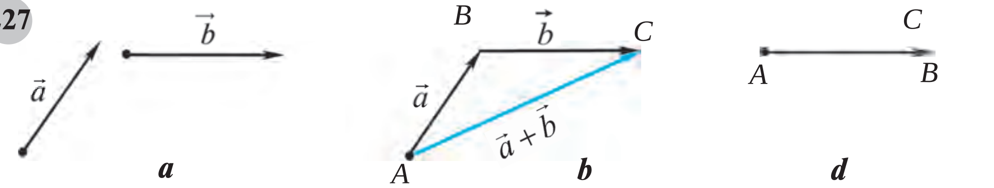
41-tema. VEKTORLARDI' QOSI'W HA'M AYI'RI'W

1. Vektorlardi' qosi'w. Bizge $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar berilgen bolsi'n (227-*a* su'wret). Qa'legen A noqatti' belgileymiz ha'm bul noqatdan $\vec{a}$ vektorg'a ten' $\overrightarrow{AB}$ vektordi' qoyami'z. Bunnan son' *B* noqatdan $\vec{b}$ vektorg'a ten' $\overrightarrow{BC}$ vektori'n qoyami'z. Yendi $\vec{a}$ vektordi'n' basi' *A* noqattan $\vec{b}$ vektor to'besi *C* g'a vektor wo'tkizemiz (227-*b* suwret). $\overrightarrow{AC}$ vektor $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ *vektorlardi'n' qosi'ndi'si'* delinedi. Vektorlardi' qosi'wdi'n' bul qag'i'ydasi'n «*u'shmu'yesh* (*u'sh noqat*) *qag'i'ydasi'*» delinedi. $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlari'ni'n' qosi'ndi'si' $\vec{a} + \vec{b}$ tu'rinde belgilenedi. Ushmu'yeshlik qag'i'ydasi'n to'mendegishe da'liyllesekte boladi':

yeger A, B ha'm C — qa'legen noqatlar bolsa, wonda to'mendegi ten'lik wori'nli':

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

227



Ushmu'yeshlik qag'i'ydasi' qa'legen A, B ha'm C noqatlar ushi'n, soni'n' menen bir qatarda wolardan yekewi yamasa u'shewi u'stpe-u'st tusse de wori'nli' boladi (227-*d* suwret).

2. Vektorlardi' qosi'w ni'zamlari'. Bizge ma'lim, parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repleri wo'z-aro ten' ha'm parallel. Yeger bag'i'tlari' birdey bolsa, parallelogrammni'n' qarama-qarsi' ta'repleri ten' vektorlardi' an'latadi'.

$\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ – kollinear yemes vektorlar bolsi'n. Qa'legen A noqattan $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ha'm $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ vektorlardi qoyami'z ha'm ta'repleri usi' vektordan du'zilgen $ABCD$ parallelogramm si'zami'z (228- rasm). U'shmu'yeshlik qag'i'ydasi boyi'nsha:

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\vec{b} \text{ ha'm } \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\vec{b}+\vec{a}.$$

Bunnan $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ kelip shig'adi'.

Demek, vektorlar qosi'ndi'si' wolardi'n' qanday ta'rtipte izbe-iz jaylasi'wi'na baylani'sli' yemes, yag'ni'y *qa'legen* $\vec{a}$ *ha'm* $\vec{b}$ *vektorlar ushi'n to'mendegi ten'lik wori'nli':*

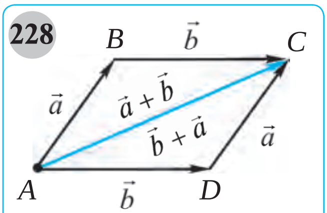
$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}.$$

Bug'an vektorlardi' qosi'wdi'n' *wori'n almasti'ri'w ni'zami'* dep ataladi'.

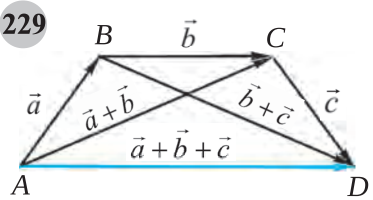
$\vec{a}$ ha 'm $\vec{b}$ vektorlardan du'zilgen $ABCD$ parallelogrammda qosi'ndi' $\overrightarrow{AC}$ vektor qo'shili'wshi' vektorlardi'n' uluwma basi'nan shi'g'i'wshi' diagonaldan ibarat. A'dette vektorlardi' bunday qosi'w, vektorlardi' qosi'wdi'n' «*paralelogramm qag'i'ydasi' (usi'li')*» dep ataladi'. (228- rasm).

Yendi u'sh $\vec{a}$, $\vec{b}$ ha'm $\vec{c}$ vektor qosi'ndi'si'n ko'reyik (229-su'wret). Qa'legen A noqattan $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ vektordi, B noqattan $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ vektordi, C noqattan bolsa $\overrightarrow{CD}=\vec{c}$ vektordi qoyami'z. U'shmu'yeshlik qag'i'ydasi'n qollap iye bolami'z.

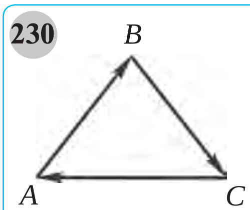
228



229



230



$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD};$$

$$\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\overrightarrow{AB}+\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}.$$

Bunda, *qa'legen* $\vec{a}$, $\vec{b}$ ha'm $\vec{c}$ vektorlar ushi'n

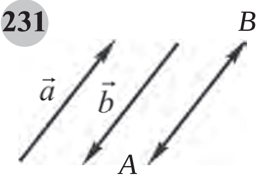
$$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$$

ten'lik wori'nli' yekenligi kelip shi'g'adi'. Bul vektorlardi' qosi'wdi'n' *gruppali'w ni'zami' (qa'siyeti).*

Vektorlardi'n' ha'rbiri nolden parqli' bolg'anda wolardi'n' qosi'ndi'si' nol vektor boli'wi' mu'mkin. Mi'sali', *ABC* u'shmu'yeshlikti ali'p qarayi'q (230-su'wret). Bunda $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ ha'm $\overrightarrow{CA}$ vektorlar qosi'ndi'si' nol vektor boladi', yag'ni'y: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$, sebebi birinshi vektordi'n' basi' menen u'shinshi vektordi'n' ushi' u'stpe-u'st tu'sedi. Demek, qosi'ndi' vektor nol vektor — noqat boladi'.

1-ani'qlama. *Yeki vektordi'n' qosi'ndi'si' nol vektor bolsa, wolar* ***qarama-qarsi' vektorlar*** *dep ataladi'.*

231



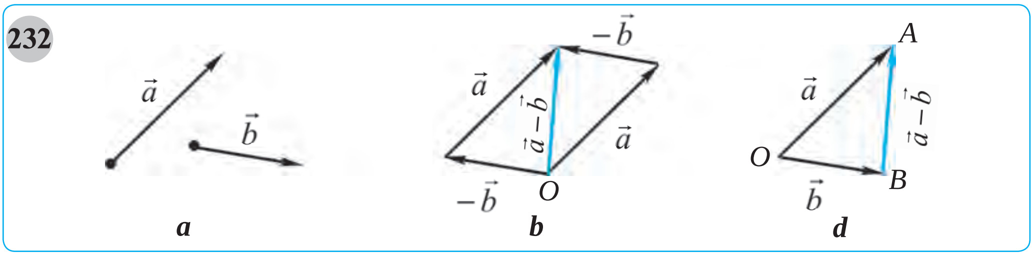
Demek, yeger $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ bolsa, wonda $\vec{b}=\overrightarrow{BA}$ vektor $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ vektorg'a (keri) *qarama-qarsi' vektor* dep ataladi' ha'm $\vec{b}=-\vec{a}$, $\vec{a}=-\vec{b}$ yetip jazi'ladi' (231-su'wret). Yeger qarama-qarsi' vektorlardi' (u'shmu'yeshlik qaq'iydasi' boyi'nsha) qossaq, wonda nol vektor kelip shi'g'adi'. Bunda $|\vec{a}|=|\vec{b}|$, $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar parallel boli'p, tu'rli ta'repke bag'i'tlang'an boladi'. Demek, ha'r bir $\vec{a}$ vektor ushi'n wog'an qarama-qarsi' $-\vec{a}$ vektor bar (yag'ni'y $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$) boladi'. Joqari'dagi' pikirlerden to'mendegi juwmaqqa kelemiz: yeger nol bolmagan yeki vektordi'n' uzi'nli'qlari' ten' ha'm wolar qarama-qarsi' ba'g'i'tlang'an bolsa, wolar *qarama-qarsi' vektorlar* dep ataladi'.

Nol vektor wo'z-wo'zine qarama-qarsi' vektor yesaplanadi'.

3. Vektorlardi' ayi'ri'w. Vektorlardi' ayi'ri'w sanlardi' ayi'ri'w si'yaqli' qosi'wg'a keri a'mel.

2-ani'qlama. $\vec{a}$ *ha'm* $\vec{b}$ ***vektorlardi'n' ayi'rmasi'*** *dep, sonday* $\vec{n}$ *vektorg'a ayti'ladi', woni'n'* $\vec{b}$ *vektor menen qosi'ndi'si'* $\vec{a}$ *vektordi' beredi:* $\vec{c}+\vec{b}=\vec{a}$.

$\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlardi'n' ayi'rmasi' (si'yaqli' $\vec{a}-\vec{b}$ tu'rinde belgilenedi) yeki vektordi'n' ayi'rmasi' birinshi vektorg'a yekinshi vektorg'a qarama-qarsi'



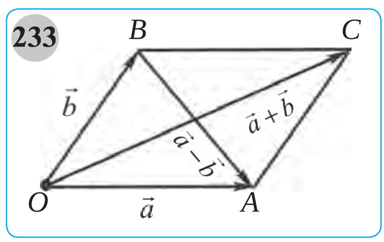
vektrodi' qosi'w sipati'nda ani'qlanadi' ha'm wol $\vec{a}+(-\vec{b})$ vektorg'a ten' (232-*b* su'wret). Bizge $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ berilgen bolsi'n (232-*a* su'wret). $\vec{a}$ vektor menen $\vec{b}$ vektorg'a qarama-qarsi' bolg'an $(-\vec{b})$ vektordi'n' qosi'ndi'si'n ko'reyik. *Qa'legen $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar ushi'n $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$ ten'lik wori'nli'.* Haqi'yqattanda, $(\vec{a}+(-\vec{b}))+\vec{b}=\vec{a}+((-\vec{b})+\vec{b})=\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$.

Yeger $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar bir *O* noqattan qoyi'lg'an bolsa, wol jag'dayda $\vec{a}-\vec{b}$ ayi'rmani' tabi'w ushi'n to'mendegi qag'i'ydadan paydalani'w qolayli' (232-*d* su'wret).

$$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$$

Joqari'da ko'rsetilgenindey, *ayi'ri'li'wshi'* vektordi'n' *aqi'ri' ayi'rma* vektordi'n' *basi'*, *kemeyiwshi* vektordi'n' *aqi'ri'* bolsa *ayi'rma* vektordi'n' *aqi'ri'* wazi'ypasi'n atqaradi' yeken. Qag'i'ydani' yeste saqlap qali'w qolay boli'wi'n ta'miynlew maqsetinde, wol sxemali'q ta'rizde ko'rsetildi.

Vektordi' qosi'wda parallelogramm usi'li'nan paydalansaq (233-su'wret), ayi'rma vektor parallelogrammni'n' yekinshi diagonali'nan ibarat boladi'.

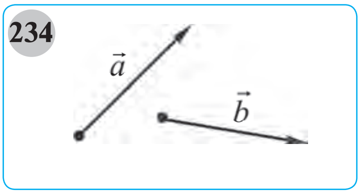


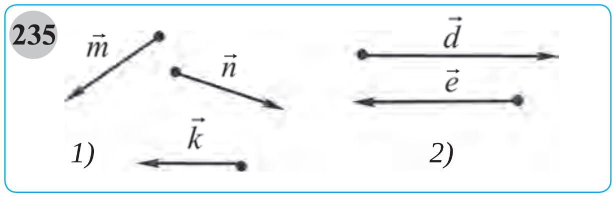
Ma'sele. *ABC* u'shmu'yeshlik berilgen. To'mendegi: 1) $\overrightarrow{BA}$; 2) $\overrightarrow{CB}$; 3) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$ vektorlardi' $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ ha'm $\vec{b}=\overrightarrow{AC}$ vektorlari' arqali' ko'rsetin'.

Sheshimi. 1) $\overrightarrow{BA}$ ha'm $\overrightarrow{AB}$ – qarama-qarsi' vektorlar, soni'n' ushi'n $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$ yamasa $\overrightarrow{BA}=-\vec{a}$. 2) U'shmu'yeshlik qag'iydasi'na boyi'nsha: $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$. Biraq $\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AC}$, soni'n' u'shi'n $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\left(-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\vec{a}-\vec{b}$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

516. 1) Ushmu'yeshlik ha'm parallelogramm qag'i'ydasi' boyi'nsha vektorlar qosi'ndi'si' qalay tabi'ladi'? 2) Berilgen vektorg'a qarama-qarsi' vektor dep nege ayti'ladi'? 3) Yeki vektor ayi'rmasi' dep nege ayti'ladi'?

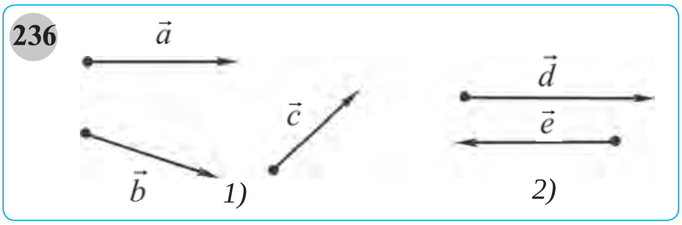


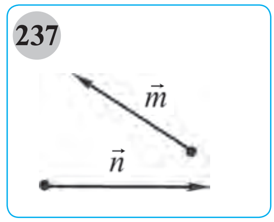


517. 234-su'wrette $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar berilgen. $\vec{a}+\vec{b}$ vektordi' yeki usi'l menen si'zi'n'.

518. 235-su'wrette $\vec{m}$, $\vec{n}$ ha'm $\vec{k}$ ha'm $\vec{d}$ ha'm $\vec{e}$ vektorlar su'wretlengen. Vektorlardi' si'zi'n': 1) $\vec{m}+\vec{n}+\vec{k}$; 2) $\vec{d}+\vec{e}$.

519. 236-su'wrette $\vec{a}$, $\vec{b}$ ha'm $\vec{c}$ ja'ne $\vec{d}$ ha'm $\vec{e}$ vektorlar su'wretlengen. Vektorlardi' si'zi'n': 1) $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$; 2) $\vec{e}-\vec{d}$.





520. *ABCD* parallelogramm berilgan. $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}$ ten'lik wori'nlanadi' ma? Tekserip ko'rin'.

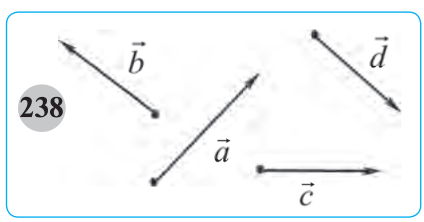
521. *ABCD* rombi'da: $AD = 20$ sm, $BD = 24$ sm, O — diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'. $|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OB}|$ ni' tabi'n'.

522. *ABCD* parallelogrammda: $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DA}$ vektorlardi' $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar arqali' an'lati'n'.

523. *E* ha'*m* *F* —*ABC* u'shmu'yeshliktin' *AB* ha'*m* *AC* ta'replerinin' wortalari'. $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{EF}$ ha'm $\overrightarrow{BC}$ vektorlardi' $\vec{a}=\overrightarrow{AE}$ ha'm $\vec{b}=\overrightarrow{AF}$ vektorlar arqali' an'lati'n'

524. *ABCD* — qa'legen to'rtmu'yeshlik. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$ yekenligin da'liyllen'.

525. 1) 237-su'wrette $\vec{m}$ ha'm $\vec{n}$ vektorlar su'wretlengen. $\vec{m}+\vec{n}$ vektordi' yeki usi'l menen jasan'.
2) 238-su'wrette $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ ja'ne $\vec{c}$ ha'm $\vec{d}$ vektorlar su'wretlengen. $\vec{b}-\vec{a}$ ha'm $\vec{c}+\vec{d}$ vektorlardi' jasan'.



526. *ABCD* rombi'da: $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$. $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DC}$ vektorlardi' $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar arqali' an'lati'n'.

42-tema. VEKTORLARDI' SANG'A KO'BEYTIW

Qa'legen $\vec{a}$ vektordi' alami'z ha'm $\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}$ qosi'ndi'si'n tabami'z (239-su'wret). Bunday qosi'ndi'ni' $3\vec{a}$ dep belgileymiz ha'm bul an'latpani' $\vec{a}$ vektordi'n' 3 sani'na ko'beymesi dep atawi'mi'z ta'biyiy.

Ani'qlama. *Nol bolmag'an $\vec{a}$ vektordi'n' k sang'a ko'beymesi dep sonday $\vec{b}=k\cdot\vec{a}$ vektorg'a ayti'ladi', bunda woni'n uzi'nli'g'i' $|k|\cdot|\vec{a}|$ sang'a ten' boli'p, bag'i'ti' $k \geq 0$ bolg'anda $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektor bag'i'ti' menen birdey, $k<0$ bolg'anda bolsa bag'i'tlari' qarama-qarsi' boladi'. Nol vektordi'n' qa'legen sang'a ko'beymesi nol vektor dep yesaplanadi'.*

$\vec{a}$ vektordi'n' k sang'a ko'beymesi $k\vec{a}$ tu'rinde belgilenedi (san ko'beytiwshi shep ta'repke jazi'ladi'). Ani'qlama boyi'nsha: $|k\vec{a}| = |k||\vec{a}|$.

Vektordi'n' sang'a ko'beymesi ani'qlamadan ani'q to'mendegiler kelip shi'g'adi':

1) qa'legen vektordi'n' nolge ko'beymesi nol vektor boladi';

2) qa'legen san ha'm qa'legen $\vec{a}$ vektor ushi'n $\vec{a}$ ha'*m* $k\vec{a}$ vektorlar kollinear.

Yendi vektordi' sang'a ko'beytiwdin' tiykarg'i' qa'siyetlerin sanap wo'temiz.

Qalegen $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar ha'm qa'legen k, l sanlar ushi'n ten'likler wo'ri'nli':

1°. $(k\cdot l)\vec{a} = k\cdot(l_2\vec{a})$ – *gruppalaw ni'zami';*

2°. $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ – *birinshi bo'listiriw ni'zami';*

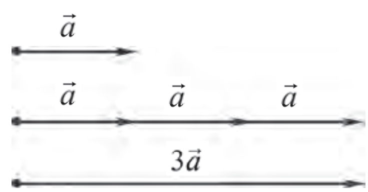
3°. $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ – *yekinshi bo'listiriw ni'zami';*

4°. $k\vec{0} = 0\cdot\vec{a} = \vec{0}$.

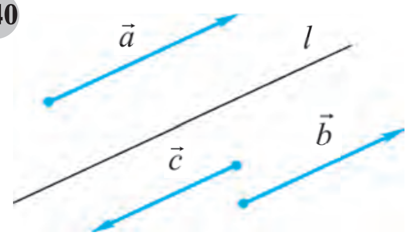
Parallel tuwri' si'zi'qlarg'a yamasa bir tuwri' si'zi'qta jati'wshi' yeki vektordi' ***kollinear vektorlar*** *dep atali'wi'n ja'ne ja'ne bir yesletip wo'temiz.*

l tuwri' si'zi'q ha'm wog'an parallel bolg'an $\vec{a}$, $\vec{b}$ ha'm $\vec{c}$ vektorlar berilgen bolsi'n (240-su'wret). Ani'qlama boyi'nsha $\vec{a}$, $\vec{b}$ ha'm $\vec{c}$ vektorlardi'n' kollinear vektorlar boladi'.

239



240



Bul jerde $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar birdey bag'i'tlang'an, $\vec{c}$ vektor bolsa $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlarg'a qarata qarama-qarsi' bag'i'tlang'an.

Bizge ma'lim, vektordi' sang'a ko'beytkende ko'beyme vektordi'n' bag'i'ti' berilgen vektorg'a parallel boladi'. Bunnan to'mendegi na'tiyjeni payda yetemiz:

vektordi'n' sang'a ko'beymesi sol vektorg'a kollinear vektor boladi'.

Teorema

Vektor wo'zinin' moduline ten' sang'a bo'linse, sol vektorg'a kollinear birlik vektor payda boladi'.

D a ' l i y l. $\vec{a}$ vektordi'n' moduli $|\vec{a}|$ bolsi'n. $k=\frac{1}{|\vec{a}|}$ sang'a $\vec{a}$ vektordi'n' ko'beymesin qarayi'q:

$$|k\vec{a}|=|k|\cdot|\vec{a}|=\frac{1}{|\vec{a}|}\cdot|\vec{a}|=1.$$

Demek, ko'beyme vektor moduli bir birlikke ten'.

Moduli birge ten' vektordi' *birlik vektor* dep ataymi'z. Yeger $\vec{a}$ vektor boyi'nsha bag'i'tlang'an birlik vektordi' $\vec{e}$ dep beligilesek, teorema boyi'nsha: $\vec{e}=\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ yamasa bul ten'likti $|\vec{a}|$ sang'a ko'beyttirsek: $\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\vec{e}$.

Na'tiyjede biz vektorlardi' u'yreniwde u'lken a'hmiyetke iye bolg'an ten'likti payda yettik, *ha'rqanday vektor-sol vektor moduli menen wo'zine kollinear birlik vektordi'n' ko'beymesine ten' yeken.*

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

527. 1) Berilgen vektordi'n' sang'a ko'beymesi dep nege ayti'ladi'?
2) Vektordi' sang'a ko'beyttiriwdin' qa'siyetlerin ayti'n'.
3) Birlik vektor degende neni tu'sinesiz?

528. Uzi'nli'g'i' 2 sm ge ten' bolg'an a vektordi' si'zi'n'. $4\vec{a}$, $-2\vec{a}$, $3\vec{a}$, $-1{,}5\vec{a}$, $1{,}5\vec{a}$ vektorlardi' tabi'n'.

529. k ni'n' qanday ma'nisinde $\vec{a}$ vektor ha'm $k\vec{a}$ vektorlar:
1) bag'i'tlas; 2) qarama-qarsi' bag'i'tlang'an; 3) ten' boladi'?

530. A'piwayi'lasti'ri'n': 1) $-0{,}5\cdot(12\vec{a})$, 2) $3(\vec{a}+\vec{b})$; 3) $3\vec{b}-\vec{b}$.

531. *ABCD* parallelogramda *O* — diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati', *K* — *CD* ta'repinin' wortasi'. $\overrightarrow{OA}$ ha'm $\overrightarrow{AK}$ vektorlardi' $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ha'm $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ vektorlar arqali' an'lati'n'.

532. 1) $1\vec{a}=\vec{a}$; 2) $(-1)\vec{a}=-\vec{a}$ ten'likler qa'legen $\vec{a}$ vektor ushi'n tuwri'. Usi'ni' da'liyllen'.

Da'liyl.1-jag'day. Yeger $\vec{a}=\vec{0}$ bolsa, bul jag'dayda ha'r bir ten'liktin' yeki bo'limi – nol vektorlar boladi'. Soni'n' ushi'n ten'likler wori'nli'.

2-jag'day. $\vec{a}\neq\vec{0}$ bolsi'n.

1) Vektordi' sang'a ko'beytiw ani'qlamasi' boyi'nsha: $|1 \cdot \vec{a}| = |1| \cdot |\vec{a}| = \ = 1 \cdot |\vec{a}| = |\vec{a}|$. 1 sani' bolsa won', soni'n' ushi'n $1 \cdot \vec{a}$ ha'm $\vec{a}$ vektorlarlari'ni'n' bag'i'tlari' birdey. Vektorlardi'n' ten'ligi haqqi'ndag'i' ani'qlama boyi'nsha, $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ yekenligi kelip shig'adi'.

2) Vektordi' ... ko'beytiw ani'qlamasi' boyi'nsha: $|(-1) \cdot \vec{a}| = |\ldots| \cdot |\ldots| = \ = \ldots \cdot |\vec{a}| = |\vec{a}|$. $-1 < 0$ bolg'anli'g'i' ushi'n $(-1) \cdot \vec{a}$ ha'm $\vec{a}$ vektorlar – qarama-qarsi' ... boladi'. Qarama-qarsi' vektorlardin' ani'qlamasi' boyi'nsha: $|-\vec{a}| = |\vec{a}|$ va $-\vec{a} \uparrow\downarrow \ldots$. Demek, $|(-1) \cdot \vec{a}|$ ... $|-\vec{a}|$ ha'm $(-1)\vec{a} \uparrow\uparrow$ ... , yag'ni'y $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ yeken.

533. k ni'n' qanday ma'nisinde to'mendegi an'latpalar wori'nli' boladi':

1) $|k\vec{a}| < |\vec{a}|$; 2) $|k\vec{a}| > |\vec{a}|$; 3) $|k\vec{a}| = |\vec{a}|$, bul jerde $\vec{a}$ – nol bolmag'an vektor.

534. $ABCD$ – parallelogramm, P — diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati', N—BC ta'repinin' wortasi'. $\overrightarrow{DP}$ ha 'm $\overrightarrow{DN}$ vektorlardi' $\overrightarrow{DA} = \vec{p}$ ha'm $\overrightarrow{DC} = \vec{m}$ vektorlar arqali' an'lati'n'.

535. 1) Uzi'nli'g'i' 3 sm ge ten' bolg'an $\vec{a}$ vektordi' si'zi'n'. $2{,}5\vec{a}$, $-4\vec{a}$, $-0{,}5\vec{a}$ vektorlari'n tabi'n'.

2) $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{n} = 2\vec{a}$. $2\vec{m} + 3\vec{n}$ vektordi' $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar arqali' an'lati'n'.

536. Yeger: 1) $\vec{a} = \vec{0}$; 2) $k = 0$ bolsa, $k\vec{a}$ ko'beyme nege ten'?

43-tema. VEKTORLARDI'N' MA'SELELER SHESHIWDE JA'RDEMI

Geometriyali'q ma'selelerdi sheshiwde ha'm teoremalardi' da'liyllewde vektorlardan ken' paydalani'ladi'.

1. Ma'sele. C noqat — AB kesindisinin' wortasi', O noqat — tegisliktin' qa'legen noqati'. $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ yekenligin da'liyllen' (241-su'wret).

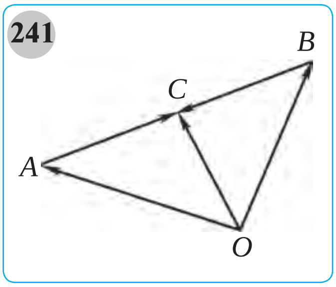
Sheshimi. 1-usi'l. U'shmu'yeshlik qag'i'ydasi' boyi'nsha:

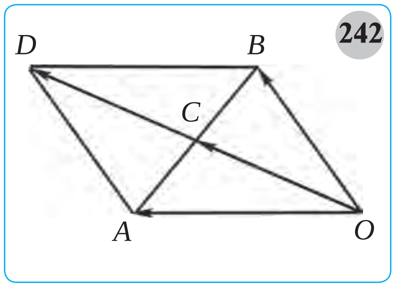
$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} \quad \text{ha'm} \quad \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}.$$

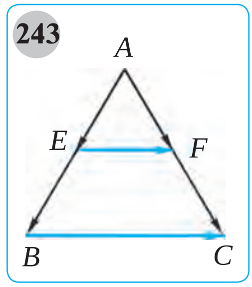
Bul yeki ten'likti qosi'p, iye bolami'z:

$$2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}).$$

C noqat AB kesindinin' wortasi' bolg'anli'qtan, bunday jag'dayda $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$, sebebi qarama-qarsi' vektorlardi'n' qosi'ndi'si' nolge ten'.







Sonday yetip, tomendegige iye bolami'z:

$$2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}, \quad \text{yoki} \quad \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

2-u s i'l. OAB u'shmu'yeshlikti parallelogrammg'atolti'rami'z (242-su'wret). $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$ (parallelogramm qag'i'ydasi' boyi'nsha). Parallelogrammni'n' diagonallari' kesilisiw noqati'nda ten' yekige bo'linedi, soni'n' ushi'n $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CD}$ ha'm $\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OC}$.

Demek, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OC}$. Bunnan: $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

2. U'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' haqqi'nda teorema.

Teorema

Ushmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' woni'n' u'shinshi ta'repine parallel, woni'n' uzi'nli'g'i' bolsa bul ta'rep uzi'nli'g'i'ni'n' yari'mi'na ten'.

Da'liyllew. EF — ABC u'shmu'yeshliktin' worta si'zi'g'i' (243-su'wret). $EF \parallel AC$ ha'm $EF = \frac{1}{2}BC$ yekenligin da'liylleymiz.

Da'slep teoremani' vektor ko'rinisinde jazami'z. E noqat — ABC u'shmu'yeshlik AB ta'repinin' wortasi', F bolsa AC ta'repinin' wortasi' bolsi'n (243-su'wret). Wonda $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ha'm $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Bular teorema sha'rtinin' vektor ko'rinisinde jazi'li'wi'.
Yendi buni' da'liyllewge wo'temiz:

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Solay yetip, $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ vektor ten'lidin payda yettik. Yendi woni' geometriyali'q tali'qlaw qaldi', bolg'ani'.

Birinshiden, bul ten'likten $\overrightarrow{EF}$ ha'm $\overrightarrow{BC}$ vektorlar bag'i'tlas, yekeni kelip shi'g'adi' ha'm demek, $EF \parallel AC$.

Yekinshiden, bul ten'likten $|\overrightarrow{EF}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$ kelip shi'g'adi'. Bunnan bolsa EF — worta si'zi'q BC ta'repinin' yari'mi'na ten'ligi ani'q.

Keltirilgen da'liyllewden ko'rinip turi'pti', ma'seleler ha'm teoremalardi' vektor usi'li' menen sheshiw ma'selelerdi algebrali'q sheshiwge uqsaydi'. Bul ma'seleni sheshiwdin' bir ta'repi ha'm wol u'sh basqi'shtan ibarat.

Birinshi basqi'sh. Ma'sele (teorema) sha'rtin vektor ko'rinisinde jazi'w ha'm qolayli' vektorlardi' kiritiw (uqsasli'q — belgisizlerdi kiritiw ha'm algebrali'q ten'leme du'ziw).

Yekinshi basqi'sh. Vektor algebrasi'ni'n' quri'lmalari' arqali' ma'sele sha'rtin sonday yetip almasti'ri'ladi', ma'seleni vektor ko'rinisinde sheshiw imkaniyati' bolsi'n (uqsasli'q-algebrali'q ten'lemeni sheshiw).

U'shinshi basqi'sh. Ali'ng'an vektor qatnasi'q da'slepki atamalarg'atali'q-law qi'li'nadi' (uqsasli'q — ten'lemeni algebrali'q sheshiwden soni', juwabi'n jazi'w).

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

537. *C* noqat — *AB* ta'reptin' wortasi'. An'lati'n':
1) $\overrightarrow{AC}$ vektordi' $\overrightarrow{CB}$ vektor arqali'; 2) $\overrightarrow{AB}$ vektordi' $\overrightarrow{CB}$ vektor arqali'; 3) $\overrightarrow{AC}$ vektordi' $\overrightarrow{BA}$ vektor arqali'.

538. *C* noqat *AB* kesindini A to'besinen baslap yesaplag'anda qatnasi' 1 : 3 bo'ledi. An'lati'n': 1) $\overrightarrow{AC}$ vektordi' $\overrightarrow{CB}$ vektor arqali'; 2) $\overrightarrow{AB}$ vektordi' $\overrightarrow{CA}$ vektor arqali'; 3) $\overrightarrow{CB}$ vektordi' $\overrightarrow{BA}$ vektor arqali';

539. *AB* ha'm *CD* kesindiler: 1) $AB = CD$; 2) $AB = 2CD$ yekenligi vektor tilinde qalay jazi'ladi'.

540. AA_1, BB_1 ha'm AA_1 kesindiler $-ABC$ u'shmu'yeshliktin' medianalari'. $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$ vektorlari' $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ ha'm $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ vektorlari' arqali' an'lati'n'.

541. An'latpani' a'piwayi'lasti'ri'n':
1). $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}\right)$; 2). $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DA}$

542. *AB* ha'm *CD* kesindiler *O* noqatta kesilisedi. $AO = 2OB$ ha'm $OD = 2OC$. Vektorlardan paydalani'p, $BC \parallel AD$ ha'm $BC = \frac{1}{2}AD$ yekenligin da'liyllen'.

543. *ABCD* – parallelogramm ha'm usi' diagonallari kesisgen *O* noqat berilgen. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$ yekeninin' da'liyllen'.

544. *ABCD* – parallelogramm ha'm usi' parallelogrammni'n' si'rti'nda jati'wshi' qa'legen *O* noqat berilgen.
1) $\overrightarrow{OD}$ vektordi' $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ha'm $\overrightarrow{OC}$ vektorlari' arqali' an'lati'n'.
2) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$ yekenligin da'liyllen'.

545. *E* ha'm *F* noqatlar *ABCD* to'rtmu'yeshliktin' *AC* ha'm *BD* diagonallari'ni'n' wortasi'. $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB})$ yekenligin da'liyllen'.

546. *ABCD* parallelogramm diagonallari’ *O* noqatta kesilisedi, *P* — *OB* ni’n’ wortasi’. $\overrightarrow{AP}$ vektordi’ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ha’m $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ vektorlar arqali’ an’lati’n’.

547. *ABCD* rombi’da *N* noqat *CD* ta’repinin’ wortasi’. $\overrightarrow{AN}$ vektordi’ $\overrightarrow{AB}$ ha’m $\overrightarrow{AD}$ vektorlari’ arqali’ an’lati’n’.

548. *ABC* u’shmu’yeshlikte AA_1 — mediana, O — AA_1 di’n’ wortasi’. $\overrightarrow{BO}$ vektordi’ $\vec{a}=\overrightarrow{BA}$ ha’m $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$ vektorlar arqali’ an’lati’n’.

44-tema. VEKTORLARDI’N’ KOORDINATALARI’

Tegislikte xOy Dekart koordinatalar sistemasi’ berilgen, yag’ni’y koordinatalar basi’ *O* noqat, koordinata aqi’rlari’ni’n’ bag’i’ti’ ha’m masshtab birligi — birlik kesindi berilgen bolsi’n. Bunda tegisliktegi qa’legen *A* noqat wo’zinin’ abcissasi’ x ha’m ordinatasi’ *y* ge iye boladi’: $A(x;\ y)$. Moduli bir birlikke iye bolg’an ha’m de bag’i’ti’ *Ox* ko’sheri boyi’nsha bag’i’tlang’an vektordi’ $\vec{i}$ menen, tap sonday, *Oy* ko’sheri boyi’nsha bag’i’tlang’an vektordi’ $\vec{j}$ menen belgileymiz (244-su’wret).

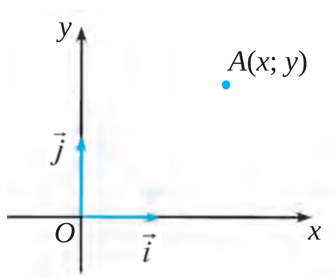
Tegislikte koordinatalari’ $(x;\ y)$ bolg’an *A* noqati’ berilgen bolsi’n. OA_xA u’shmu’yeshligin qarayi’q. Bul u’shmu’yeshlikte $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA_x}+\overrightarrow{A_xA}$. Biraq $OA_x = x,\ OA_y = y$ bolg’ani’ ushi’n $\overrightarrow{OA_x}=x\cdot\vec{i}$, $\overrightarrow{A_xA}=y\cdot\vec{j}$ boladi’. Bunnan

$$\vec{a}=\overrightarrow{OA}=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j} \tag{1}$$

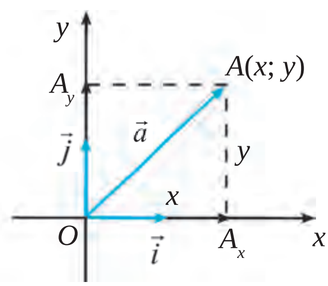
ten’likti shi’g’arami’z. Bul (1) ten’lik vektordi’n’ *koordinata an’latpasi’* dep ataladi’.

Demek basi’ koordinatalar basi’nda to’besi *A(x; y)* noqati’nda bolg’an vektordi’ koordinata ko’sherleri boyi’nsha berilgen $\vec{i}$ ha’m $\vec{j}$ vektorlar arqali’ ko’riniste jazi’w mu’mkin. Bunda $(\vec{i};\ \vec{j})$ vektorlar jupli’g’i’ *bazis vektorlar*, *x* ha’m *y* sanlar bolsa $\vec{a}$ vektordi’n’ *koordinatalari’* dep ataladi’.

244



a



b

Yeger vektordi'n' (1) koordinata da'liyli belgili bolsa vektor koordinatalari' menenen berilgen delinedi ha'm qi'sqasha $\vec{a}\,(x;\ y)$ ko'rinisinde jazi'ladi'.

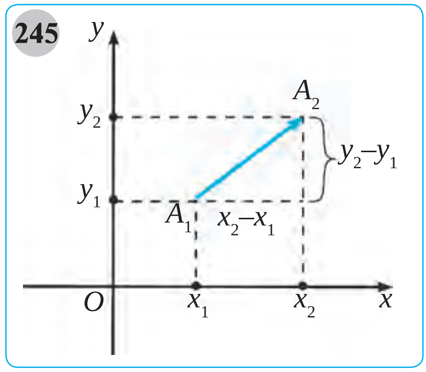
$$\vec{a}\,(x;\ y) = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}\,. \qquad (2)$$

Ani'qlama. *Yeger $A_1(x_1;\ y_1)$ ha'm $A_2(x_2;\ y_2)$ bolsa $x_2 - x_1$ ha'm $y_2 - y_1$ sanlar $\overrightarrow{A_1A_2}$ vektordi'n' koordinatalari' boladi'* (245-su'wret).

Belgileniwi: $\overrightarrow{A_1A_2}(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$.

Qag'i'yda. *Vektordi'n' koordinatalari'n tabi'w ushi'n woni'n' aqi'ri'ni'n' koordinatalari'nan basi'ni'n' sa'ykes koordinatalari'n ayi'ri'w kerek.*

Mi'sali', $\overrightarrow{OA}$ vektordi'n' koordinatalari' vektor aqi'ri' A ni'n' koordinatalari' menen toli'q ani'qlanadi', yag'ni'y vektor aqi'ri'ni'n' koordinatalari'na ten' boladi'.



Yeger $A(x;\ y)$ bolsa $\overrightarrow{OA} = (x;\ y)$ boladi'.

1-natiyje. Yeger vektor aqi'ri'ni'n' koordinatalari' vektordi'n' koordinatalari' menen ten' bolsa, bul jag'dayda berilgen vektordi'n' basi' koordinatalar basi'nda boladi' (244-b su'wret).

2-natiyje. Yeger $\vec{a}\,(a_1;\ a_2)$ vektor menen woni'n' aqi'ri' bolg'an $B(x_2;\ y_2)$ noqati' koordinatalari' berilgen bolsa bul jag'dayda vektor basi' $A(x_1;\ y_1)$ noqati'ni'n' koordinatalari' tabi'w ushi'n B noqati'ni'n' koordinatalari'nan $\vec{a}\,(a_1;\ a_2)$ vektordi'n' koordinatalari'n ayi'ri'w jeterli:

$x_1 = x_2 - a_1$; $y_1 = y_2 - a_2$

3-natiyje. Yeger $\vec{a}\,(a_1;\ a_2)$ vektor menen woni'n' basi' bolg'an $A(x_1;\ y_1)$ noqati' koordinatalari' berilgen bolsa bul jag'dayda vektor basi' $B(x_2;\ y_2)$ noqati'ni'n' koordinatalari'n tabi'w ushi'n A noqati'ni'n' koordinatalari'na $\vec{a}$ $(a_1;\ a_2)$ vektordi'n' tuwri' koordinatalari'n qosi'w jeterli:

$x_2 = x_1 + a_1$; $y_2 = y_1 + a_2$.

Ma'sele. $A(-1;\ 5)$ noqati' $\vec{a}\,(2;\ -3)$ vektordi'n' basi' bolsa, bul vektor aqi'ri' B ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

Sheshiw. Berilgen mag'luwmatlardi' son'g'i' qatnaslarg'a qoyi'p, izlenip ati'rg'an koordinatlardi' tabami'z. $x_2 = -1 + 2 = 1$, $y_2 = 5 + (-3) = 2$.

Juwabi': $B(1;\ 2)$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

549. 1) Koordinatalar arasi'ndag'i' birlik vektorlar qanday belgilenedi?

2) Basi' koordinatalar basi'nda bolg'an vektordi'n' koordinatalari' nege ten'?

550. Vektorlardi'n' koordinatalari'n jazi'n':

1) $\vec{a} = 4\vec{i} - 5\vec{j}$; 2) $\vec{a} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$; 3) $\vec{b} = -7\vec{j}$; 4) $\vec{c} = -3\vec{i}$.

551. $A(2;\ -5)$ ha'm $B(4;\ -2)$ 2) $A\ (3;\ -4)$ ha'm $B\ (1;\ -6)$; 3) $A\ (-5;\ -3)$ ha'm $B\ (-1;\ 3)$ noqatlari' beri'lgen. $\overrightarrow{AB}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

552. 1) $A(-3;\ 0)$ ha'm $B(5;\ -4)$; 2) $A(0;\ -4)$ va $B(7;\ -2)$ noqatlar berilgen. $\overrightarrow{BA}$ ha'm $\overrightarrow{AB}$ vektorlari'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

553. Berilgen: $A(1;\ -1)$, $B(2;\ 0)$, $C(-1;\ 3)$. Yeger: 1) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$; 2) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ bolsa, D noqati'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

554. $B\ (5;\ -3)$ noqat $\vec{a}(-7;\ -8)$ vektori'ni'n' basi' bolsa, bul vektor aqi'ri' (B) ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

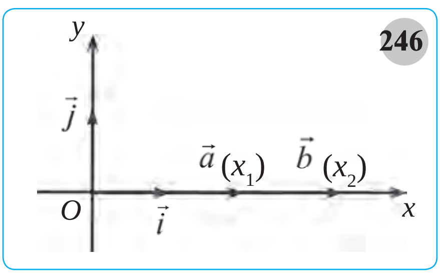
555. $A(-1;\ -3)$, $B(2;\ -4)$, $C(-3;\ -1)$ ha'm $D(5;\ 2)$ noqatlar bekilgen. $\overrightarrow{AC}$ ha'm $\overrightarrow{DB}$ vektorlar ten' be?

556. Yeger: 1) $A(-2;\ -3)$, $B(-3;\ -1)$; 2) $A(m;\ n)$, $B(-m;\ -n)$ bolsa, $\overrightarrow{BA}$ vektor koordinatalari' nege ten' boladi'?

45-tema. KOORDINATALARI' BERILGEN VEKTORLAR U'STINDE A'MELLER

Bizge $\vec{a}(x_1,\ y_1)$ ha'm $\vec{b}(x_2,\ y_2)$ berilgen bolsi'n, yag'ni'y vektorlar koordinatalari' menen berilgen. Koordinatalari' menen berilgen vektorlardi' qosi'w, ali'w ha'm sang'a ko'beytiw usi'llari' menen tani'sami'z.

1. Koordinatalari' menen berilgen vektorlardi' qosi'w.



246

Da'slep a'piwayi' jag'daydi' qarayi'q . $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlar Ox ko'sherine kollinear bolsi'n. Bunda $y_1 = y_2 = 0$, $\vec{a}(x_1) = x_1\vec{i}$ ha'm $\vec{b}(x_2) = x_2\vec{i}$ (246-suwret).

Bul jerde $\vec{a} + \vec{b}$ vektordi'n' moduli' $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlardi'n' modullari' qosi'ndi'si'na ten' boladi'. ha'm $\vec{a} + \vec{b}$ vektor ha'm Ox ko'sherine kollinear. Soni'n' ushi'n $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i}$.

Qosi'ndi' vektor $\vec{a} + \vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatasi' qosi'li'wshi' $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlari'ni'n' sa'ykes koordinatalari' qosi'ndi'si'na ten'. Kollinear vektorlari'n qosi'w ushi'n wolardi'n' sa'ykes koordinatalari'n qosi'w jeterli.

Yendi qa'legen $\vec{a}(x_1,\ y_1)$ ha'm $\vec{b}(x_2,\ y_2)$ vektorlar qosi'ndi'si'n ko'reyik:

$$\vec{a}+\vec{b}=(x_1\cdot\vec{i}+y_1\cdot\vec{j})+(x_2\cdot\vec{i}+y_2\cdot\vec{j})=x_1\cdot\vec{i}+y_1\cdot\vec{j}+x_2\cdot\vec{i}+y_2\cdot\vec{j}=$$

$$=(x_1+x_2)\vec{i}+(y_1+y_2)\vec{j}.$$

Demek, vektorlar koordinatalari' $\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2;\ y_1+y_2)$ ten'.

Solay yetip, *vektorlardi' qosi'w ushi'n wolardi'n' sa'ykes koordinatalari'n qosi'w jeterli.*

1-masele. $\vec{a}(3;\ 5)$ ha'm $\vec{b}(2,\ 7)$ vektorlar qosi'ndi'si'n tabi'n'.

Sheshiliwi. $\vec{a}(3;5)=3\vec{i}+5\vec{j}$; $\vec{b}(2;7)=2\vec{i}+7\vec{j}$;

$$\vec{a}+\vec{b}=(3+2)\vec{i}+(5+7)\vec{j}=5\vec{i}+12\vec{j}.$$

Demek, $\vec{a}+\vec{b}$ vektordi'n' koordinalari' (5; 12) ge ten'.

Bul ma'selenin' sheshimin koordinatalar tegisliginde tekserip ko'rin'.

2. Koordinatalari' menen berilgen vektorlardi' ayi'ri'w.

Koordinatalari' menen berilgen vektorlardi' ayi'ri'w ushi'n wolardi'n' sa'ykes koordinatalari'n ayi'ri'w kerek,yag'ni'y:

$$\vec{a}(x_1;y_1)-\vec{b}(x_2;y_2)=\vec{c}(x_1-x_2;\ y_1-y_2).$$

2-ma'sele. $\vec{a}(-3;\ 5)$ ha'm $\vec{b}(3;\ -3)$ vektorlar ayi'rmasi'n tabi'n'.

Sheshiliwi. $\vec{a}(-3;5)-\vec{b}(3;-3)=\vec{c}(-3-3;\ 5-(-3))=\vec{c}(-6;\ 8)$.

3. Koordinatalari' menen berilgen vektordi' sang'a ko'beytiw.

Koordinatalari' menen berilgen vektordi' sang'a ko'beytiw a'meli menen tani'sami'z.

$\vec{a}(x_1,\ y_1)$ vektordi'n' k sang'a ko'beymesin $\vec{b}=k\vec{a}$ tabami'z:

$$\vec{b}=k\cdot\vec{a}=k\cdot(x_1\vec{i}+y_1\vec{j})=kx_1\vec{i}+ky_1\vec{j}=\vec{b}(kx_1;\ \ ky_1).$$

Demek, *vektordi' sang'a ko'beytiw ushi'n woni'n' koordinatalari'n usi' sang'a ko'beytiw kerek.*

3-ma'sele. $\vec{a}(3;\ 5)$ vektori'na qarama-qarsi' vektordi' tabi'n'.

Sheshiliwi. $\vec{a}$ vektorg'a qarama-qarsi' vektor $\vec{b}$ vektor to'mendegige ten': $\vec{b}=-\vec{a}=(-1)\,\vec{a}=-1\cdot\vec{a}(3;\ 5)==\vec{b}(-1\cdot3;\ -1\cdot5)=\vec{b}\ (-3;\ -5)$

Demek, $\vec{a}(3;\ 5)$ ha'm $\vec{b}(-3;\ -5)$ vektorlari' qarama-qarsi' vektorlar boladi'.

Uluwma: $\vec{b}=-\vec{a}=-(x_1\cdot\vec{i}+y_1\cdot\vec{j})=-x_1\cdot\vec{i}-y_1\cdot\vec{j}=\vec{b}(-x_1;\ -y_1)$.

4-ma'sele. Yeger $\vec{a}(-3;\ 4)$ bolsa, $4\vec{a}$ vektordi'n' koordinatalari'n tabi'n'.

Sheshiliwi. $\vec{b}=4\vec{a}=4\cdot\vec{a}(-3;\ 4)=\vec{b}\ (4\cdot(-3);\ 4\cdot4)=\vec{b}\ (-12;\ 16)$.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

557. 1) Vektorlardi'n' koordinatasi' degen neni' tu'sinesiz?
2) Koordinatalari' menen berilgen vektorlar u'stinde si'zi'qli' a'meller qalay wori'nlanadi'?

558. Yeger $\vec{a}(-4;\ 8)$ ha'm $\vec{b}(1;\ -4)$ bolsa, vektorlar: 1) qosi'ndi'si'n, 2) ayi'rmasi'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

559. $\vec{a}(-2;\ 6)$ ha'm $\vec{b}(-2;\ 4)$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{a}+\vec{b}$; 2) $\vec{a}-\vec{b}$; 3) $\vec{b}-\vec{a}$; 4) $-\vec{a}-\vec{b}$ vektorlari'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

560. $\vec{a}(2;\ 3)$ ha'm $\vec{b}(-1;\ 0)$ vektorlar berilgen. 1) $2\vec{a}+\vec{b}$; 2) $\vec{a}-3\vec{b}$; 3) $2\vec{b}-4\vec{a}$ vektorlardi'n' koordinatalari'n tabi'n'.

561. $\vec{a}(2;\ -3)$ ha'm $\vec{b}(-2;\ -3)$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$; 2) $\vec{c}=-2\vec{a}+\vec{b}$; 3) $\vec{c}=-3\vec{a}-2\vec{b}$ vektorlari'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

562. $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ ha'm $\vec{b}=2\vec{j}$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$; 2) $\vec{c}=-4\vec{a}+3\vec{b}$ vektorlari'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

563. $\vec{a}=-2\vec{i}+2\vec{j}$ ha'm $\vec{b}=-3\vec{i}$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$; 2) $\vec{c}=4\vec{a}-\vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

564. $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ ha'm $\vec{b}=2\vec{j}$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{c}=-\vec{a}-2\vec{b}$; 2) $\vec{c}=\vec{a}-5\vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

46-tema. VEKTORDI'N' SKALYAR KO'BEYMESI

1. Yeki vektor skalyar ko'beymesinin' ani'qlamasi'. Vektordi'n' moduli ha'm bag'dari' menen toli'q ani'qlanatug'i'nli'g'i'n bilemiz. Vektorlardi'n' ko'beymesi tu'sinigi ko'beytiw na'tiyjesinde payda bolatug'i'nli'g'i' na'tiyjege baylani'sli'. Ko'beytiw na'tiyjesi vektor yamasa san boli'wi' mu'mkin. Na'tiyje skalyar (san) bolg'ani' ushi'n bul ko'beyme vektordi'n' *skalyar ko'beymesi* dep atalg'an.

Ani'qlama. *$\vec{a}(x_1,\ y_1)$ ha'm $\vec{b}(x_2,\ y_2)$ vektorlardi'n' skalyar ko'beymesi dep, $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ sang'a ayti'ladi'.*

Solay yetip, to'mendegi ten'likke iye bolami'z:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 .$$

Bul koordinatalar menen berilgen *yeki vektordi'n' skalyar ko'beymesin' yesaplaw* formulasi'.

2. Vektor uzunli'g'i'n tabi'w. Koordinatalari' menen vektorlardi'n' skalyar ko'beymesin yesaplaw formulasi' ja'rdeminde vektorlarg'a tiyisli tu'rli shamalardi ani'qlaw mumkin. Bizge $\vec{a}(x_1, y_1)$ vektori' berilgen. Vektorlar skalyar ko'beymesi ha'm sanlari'ni'n' ko'beymesi si'yaqli' jazi'wdan paydalanami'z. $\vec{a}\cdot\vec{a}$ skalyar ko'beyme $\vec{a}^2$ si'yaqli' belgilenedi ha'm *skalyar kvadrat* dep ataladi'. $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$. Bunnan

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2} \qquad (1),$$

yag'ni'y vektordi'n' moduli wo'z-wo'zinen skalyar ko'beymesinen ali'ng'an arifmetikali'q kvadrat korenge ten' yekenligi kelip shi'g'adi'.

Vektor koordinatalari' menen berilgeni ushi'n:

$$\vec{a}^2 = x_1^2 + y_1^2 . \qquad (2)$$

(1) ha'm (2) ten'liklerine iye bolami'z:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} . \qquad (3)$$

Bul vektordi'n' uzi'nli'g'i'n yesaplaw formulasi'.

Ma'sele. $\vec{a}(-12; 5)$ vektordi'n' modulin tabi'n'.

Sheshiliwi. $|\vec{a}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$.

> *Vektorlar koordinatalari' menen berilgende wolardi'n' skalyar ko'beymesi ha'm modulin yesaplaw mu'mkin.*

Vektorlardi'n' skalyar ani'qlamasi'nan $\vec{a}\{x_1; y_1\}$, $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ ha'm $\vec{c}\{x_3; y_3\}$ vektorlar ushi'n

$$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c}$$

ten'ligi duri's yekenligi kelip shi'g'adi'. Buni' wo'zin'iz da'liyllen'.

Soraw, ma'sele ha'm tapsi'rmalar

565. 1) Vektorlardi'n' skalyar ko'beymesi dep nege ayti'ladi'?
2) Vektordi'n' uzi'nli'g'i' qalay tabi'ladi'?

566. Vektordi'n' skalyar ko'beymesin tabi'n':

1) $\vec{a}(2; -3)$ ha'm $\vec{b}(-2; 3)$; 3) $\vec{m}(-1; 5)$ ha'm $\vec{n}(-2; 4)$;
2) $\vec{a}(-3; -4)$ ha'm $\vec{b}(5; -6)$; 4) $\vec{m}(7; 2)$ ha'm $\vec{n}(-4; -3)$.

567. 1) $A(2; 4)$, $B(3; 6)$ ha'm $C(6; 14)$ noqatlari' berilgen. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|$ ni' tabi'n'.
2) $B(1; 2)$ ha'm $C(-2; 6)$ noqatlari' arasi'ndag'i' arali'qti'n' yari'mi'n tabi'n'.

568. 1) $\vec{a}(7; 2)$, $\vec{b}(0; -1)$; 2) $\vec{a}(-4; -6)$, $\vec{b}(2; -1)$; 3) $\vec{a}(5; -8)$, $\vec{b}(-4; 2)$ vektorlari' berilgen. $2\vec{a}+4\vec{b}$ vektori'ni'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

569. Yeger: 1) $\vec{a}(-4; x)$ vektori'ni'n' moduli 5 ke; 2) $\vec{a}(12; -x)$ vektori'ni'n' moduli 13 ke ten' bolsa, x ti'n' ma'nisin tabi'n'.

570. Vektorlardi'n' skalyar ko'beymesin tabi'n':

1) $\vec{a}(4;\ 5)$ ha'm $\vec{b}(3;\ 7)$;
3) $\vec{m}(-2;\ 0)$ ha'm $\vec{n}(8;\ -9)$;
2) $\vec{a}(-3;\ -5)$ ha'm $\vec{b}(7;\ -4)$;
4) $\vec{m}(6;\ 2)$ ha'm $\vec{n}(-3;\ 9)$.

571. $\vec{a}(-1;\ -4)$ ha'm $\vec{b}(-2;\ 3)$ vektorlari' berilgen. $-2\vec{a}+\vec{b}$ vektori'ni'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

572. $\vec{a}(5;\ 1)$ ha'm $\vec{b}(-2;\ 3)$ vektorlari' berilgen. $|\vec{a}+\vec{b}|$ni' yesaplan'.

47-tema. VEKTORLARDI'N' FIZIKALI'Q HA'M GEOMETRIYALI'Q QA'SIYETLERI

1. Denege ta'sir yetiwshi ku'sh bag'dari' ta'sir yetiwi bag'dari' menen birdey, absalyut ma'nisi ku'sh mug'dari'na proporcional vektor menen tu'sindiriw qolayli'. Ku'shlerdi bunday tu'sindiriw usi'li' denege bir noqattan ta'sir yetiwshi yeki yamasa bir neshe ku'shtin' ten' ta'sir yetiwshi usi' ku'shlerge sa'ykes vektorlardi'n' qosi'ndi'si' menen su'wretlenedi. 247-su'wrette denege A noqati'nda $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektorlari' menen su'wretlengen yeki ku'sh ta'sir yetedi. Bul ku'shlerdin' ten' ta'sir yetiwshisi:

$$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$$

vektori' menen belgilenedi.

Ku'shti berilgen yeki bag'darda ta'sir yetiwshi ku'shlerdin' qosi'ndi'si' formasi'nda belgilew *ku'shti bag'dar boyi'nsha aji'rati'w* delinedi.

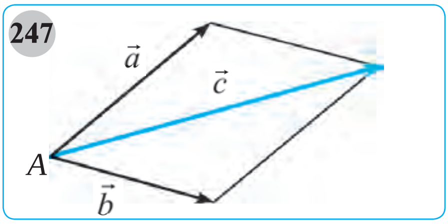
2. Fizikada denenin' *ilgerileme ha'reketi* dep denenin' barli'q noqatlari' birdey waqi't arali'g'i'nda bir qi'yli' bag'darda bir arali'qta ji'lji'ydi. Solay yetip, fizikadag'i' *ji'lji'w vektori'* sabaqli'g'i'mi'zda qabi'l yetilgen ma'nistegi vektor yeken. Arasi'ndag'i' parqi', geometriya sabaqli'g'i'nda tek g'ana tekisliktegi vektorlar haqqi'nda ga'p ju'ritiledi, fizikler bolsa basi'nan baslap ken'isliktegi vektorlar (kollej ha'm akademiyali'q liceylerde tani'sasi'z) haqqi'nda da pikir ju'ritedi.

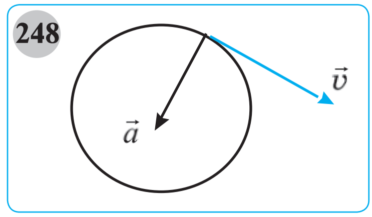
3. Fizikada «vektor» so'zi ken' ma'nide qollani'ladi'. Mi'sali', tezlik vektor dep ayti'ladi'. Biraq, geomertiyali'q vektordi'n' uzi'nli'g'i' metrlerde, tezliktin' absolyut ma'nisi bolsa sekundi'na metrlerde (m/s) wo'lsheniwinin' wo'zinde-aq tezliktin' geometriyada qabi'l yetilgen ma'nidegi vektor yemesligi ko'rinip turi'pti'. Biz geometriyada tezlikti vektor yemes, ba'lkim *vektorli'q shamalar* deymiz.

Uluwma vektorli'q shamalar, wo'zlerinin' modulinen ti'sqari', bag'dari' menen ani'qlanadi'. Ma'lim masshtab tan'lap ali'ng'anda vektor shamalari' geometriyali'q vektorlar menen su'wretlenedi.

Bunda vektorli'q shamalardi' qosi'wg'a wolardi' su'wretlewshi geometriyali'q vektorlardi' qosi'w, vektor shamalari'n' sanlarg'a ko'beytiwde bolsa wolardi' su'wretlewshi geometriyali'q vektorlardi' sol sanlarg'a ko'beytiw sa'ykes keledi.

Bir mi'sal ko'reyik. 248-su'wrette $\vec{v}$ vektor aylanba ha'reketinin' tezligin,





$\vec{a}$ vektor bolsa tezleniwdi an'lati'w mu'mkin. Biraq, bul vektorlardi' fizikali'q ko'z-qarastan qosi'w ma'niske iye yemes.

Sonday bolsa da, fizikada tezlik yamasa tezleniwler vektorlar dep ayti'ladi. Ga'p ne tuwrali' yekenligi ani'q bolsa, bunda so'z yerkinligi uluwma hesh zi'yan keltirmeydi. Biz wo'z waqti'nda usi'g'an uqsas u'shmu'yeshlik ta'repinin' uzi'nli'g'i'n qi'sqarti'w ushi'n, a'piwayi'lasti'ri'p woni'n' ta'repi dep ayti'wg'a kelisip alg'an yedik h. t. b.

5-§ ke tiyisli qosi'msha shi'ni'g'i'wlar

573. To'mendegi tuwri'ma? Qa'legen yeki $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektori' $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$ ten'likti qanaatlandi'ratug'i'n k san bar bolsa wol kollinear bola ma?

574. Trapeciyani'n' worta si'zi'g'i' ultani'na parallel ha'm woni'n' uzi'nli'g'i'ni'n' yari'mi'na ten' yekenligin da'liyllen'.

575. ABC u'shmu'yeshlik berilgen. A_1, B_1, C_1 – u'shmu'yeshlik BC, AC ha'm AB ta'replerinin' wortalari', O – tegisliktin' noqati'. Da'liyllen': $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1}$.

576. D ha'm E noqatlar ABC u'smu'yeshliktin' AB ha'm BC ta'replerinin' wortalari'. $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}\right)$ yekenligin da'liyllen'.

577. K noqat $ABCD$ parallelogramm AD ta'repinin' wortasi'. $\overrightarrow{KC}$ vektordi' $\overrightarrow{AB}$ ha'm $\overrightarrow{AD}$ vektorlari' arqali' an'lati'n'.

578. B (4; 2) noqati' $\vec{a}\,(-2;\ 3)$ vektori'ni'n' aqi'ri' bolsa, bul vektor basi' (A)ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

579. A (–2; 3) noqati' $\vec{a}\,(-3;\ 8)$ vektori'ni'n' basi' bolsa, bul vektor aqi'ri' (B) ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

580. Yeger: 1) $A(0;\ 1)$, $B(1;\ 0)$; 2) $A(-2;\ 1)$, $B(-4;\ 3)$ bolsa, $\overrightarrow{AB}$ vektor koordinatalari' nege ten'?

581. $\vec{a}\,(-4;\ 4)$ ha'm $\vec{b}\,(-4;\ 5)$ vektorlari' berilgen. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

582. $A(2;\ 4)$, $B(3;\ 6)$ ha'm $C(6;\ 14)$ noqatlari' berilgen. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

583. $\vec{a} = -5\vec{i} - \vec{j}$ ha'm $\vec{b} = -1{,}5\vec{j}$ vektorlari' berilgen. 1) $\vec{c} = \vec{a} + 4\vec{b}$; 2) $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.

584. Yeger:1) $\vec{a}(2;\ 1)$ ha'm $\vec{b}(-3;\ 4)$; 2) $\vec{a}(2;\ -0{,}5)$ ha'm $\vec{b}(3;\ 2)$ bolsa, $\vec{a}$ ha'm $\vec{b}$ vektori'ni'n' skalyar ko'beymesin tabi'n'.

585. Tegislikte to'rt A, B, C ha'm D noqatlari'n belgilen'. Da'liyllen': $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$. Usi'g'an uqsas ten'lik du'zin'.

586. Yeger: 1) $A(0;1)$ ha'm $B(1;0)$; 2) $A(-2;1)$ ha'm $B(-4;\ 2)$; 3) $A(-3;-1)$ ha'm $B(-3;-12)$; 4) $A(p;\ q)$ ha'm $B(-p;\ -q)$ bolsa, $\overrightarrow{AB}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n ha'm uzi'nli'g'i'n tabi'n'.

587. $\vec{a}(1;\ 3)$, $\vec{b}(-2;4)$, $\vec{c}(-1;\ -3)$, $\vec{d}(-4;\ 4)$, $\vec{p}(3;\ 9)$, $\vec{q}(-1;\ 2)$ vektorlari' berilgen usi'lardi'n' ishinen: 1) bag'i'tlas vektorlardi' 2) bir jup qarama-qarsi' bag'i'tlang'an vektorlardi' tabi'n'.

7-TEST

1. $ABCD$ – parallelogramm. O – AC ha'm BD diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati' $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OA}$ di' tabi'n'.
   A) $\overrightarrow{OC}$; B) $\overrightarrow{BO}$; C) $\overrightarrow{OB}$; D) $\overrightarrow{CO}$.
2. $MKPC$ – parallelogramm. E – MP ha'm KC diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'. $\overrightarrow{MK}-\overrightarrow{EP}$ ni' tabi'n'.
   A) $\overrightarrow{MK}$; B) $\overrightarrow{KC}$; C) $\overrightarrow{CE}$; D) $\overrightarrow{EK}$.
3. PE kesindi – MPK u'shmu'yeshliktin' medianasi'. $\overrightarrow{EK}-\overrightarrow{MP}$ ni' tabi'n'.
   A) $\overrightarrow{PK}$; B) $\overrightarrow{PE}$; C) $\overrightarrow{EP}$; D) $\overrightarrow{KP}$.
4. AD – ABC u'shmu'yeshliktin' medianasi'. $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{DB}$ ni' tabi'n'.
   A) $\overrightarrow{BA}$; B) $\overrightarrow{AB}$; C) $\overrightarrow{DA}$; D $\overrightarrow{AD}$.
5. $\vec{a}(7;\ 3)$ ha'm $\vec{b}(5;\ 2)$ vektorlari' berilgen. $\vec{a}+\vec{b}|$ni' yesaplan'.
   A) 9; B) 5; C) 8; D) 13.
6. $A(2;\ 4)$, $B(3;\ 6)$ ha'm $C\ (6;\ 14)$ noqatlari' berilgen. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|$ ni' yesaplan'.
   A) 14; B) 12; C) 10; D) 13.
7. $\vec{a}(-3;\ 1)$ ha'm $\vec{b}(5;\ -6)$ vektorlari' berilgen. $\vec{c}=\vec{b}-3\vec{a}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.
   A) $(14;\ -9)$; B) $(4;\ -3)$; C) $(14;\ -3)$; D) $(9;\ 3)$.
8. $A(-3;\ 0)$ ha'm $B\ (-5;\ 4)$ noqatlari' berilgen. $\overrightarrow{BA}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n tabi'n'.
   A) $(-8;\ -4)$; B) $(-8;\ 4)$; C) $(2;\ -4)$; D) $(8;\ -4)$.
9. $\vec{a}(2;-3)$ ha'm $\vec{b}(-2;-3)$ vektorlari' berilgen. $\vec{m}=\vec{a}-2\vec{b}$ vektori'ni'n' koordinatalari'n' tabi'n'.

A) (−3; 6); B) (6; 3); C) (2; −3); D) (−2; −9).

10. $\vec{a}(3;2)$ ha'm $\vec{b}(0;-1)$ vektorlari' berilgen. $-2\vec{a}+4\vec{b}$ vektori'ni'n' modulin tabi'n'.

A) 10; B) 6; C) 8; D) 3.

11. An'latpani' a'piwayi'lasti'ri'n': $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}$

A) $\vec{O}$; B) $\overrightarrow{DA}$; C) $2\overrightarrow{AC}$; E) $\overrightarrow{CA}$.

12. An'latpani' a'piwayi'lasti'ri'n': $\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{KC}$

A) $\vec{O}$; B) $\overrightarrow{AB}$; C) $2\overrightarrow{KC}$; E) $\overrightarrow{AC}$.

13. An'latpani' a'piwayi'lasti'ri'n': $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}$

A) $\vec{O}$; B) $\overrightarrow{BC}$; C) $2\overrightarrow{CB}$; E) $\overrightarrow{CA}$.

14. An'latpani' a'piwayi'lasti'ri'n': $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$.

A) $\vec{O}$; B) $\overrightarrow{CA}$; C) $\overrightarrow{AC}$; E) $\overrightarrow{CA}$.

Tariyxi'y mag'luwmatlar

Vektor tu'sinigi XIX a'sirdin' wortalari'nda bir waqi'tta birneshe matematiktin' islerinde ushi'raydi. Tegislikte vektorlar menen jumi's wori'nlawdi' birinshi ma'rte italiyali' ali'm **Bellivitis** (1935) baslap bergen. Bunnan ti'sqari **K. Gauss** (1777—1855) 1831-ji'li' «Bikvadratik sali'sti'rmali' teoriyasi'» degen shi'g'armasi'nda **Y. Argan** (1768—1822) ha'm **K. Vessel** (1745—1818) kompleks sanlardi' geometriyali'q tu'sinik penen vektorg'a ani'qlama bergen. Keyin ala **V. Gamilton** (1805—1865) ha'm **R. Grassman** (1854—1901) lar vektor u'stinde a'meller wori'nlawg'a baylani'sli' ju'zege keldi. Birinshi boli'p Gamilton vektor ha'm skalyar shamalardin' parqi'n tu'sindirdi. Gamiltonni'n' sol isinde «skalyar», «vektor» atamalari' payda boldi'. Vektor terminin Gamilton lati'nsha *vehere* — tasi'w, su'yrew degen ma'nilerdi bildiredi degen (1845).

1806-ji'li' Argan ju'rgizilgen kesindilerdi ha'rip u'stine si'zi'q qoyi'w menen belgilegen. Vektorlardi'n' basi' ha'm aqi'ri'n ko'rsetiw ushi'n **A. Myobius** (1790—1868) AB ko'rinisinde belgilegen. Grassman vektorlardi' «kesimler»dep atag'an, wol koordinata ko'sheri boyi'nsha bag'darlang'an e_1, e_2 birlik vektorlardi' ha'm vektorlardi' $x_1e_1+x_2e_2$ ko'rinisinde belg'i'lewde usi'ng'an. Gamilton ha'm **Gibss** (1839—1903) vektorlardi' grekshe ha'ripler menen belgilegen. Vektorlardi' qara ha'ripler menen belgilewdi 1891-ji'li' **A. Xevisayd** (1850—1925) usi'ni's yetken.

Vektordi'n' uzi'nli'g'i'n $|AB|$ ko'rinisinde belgilewdi 1905-ji'li' **R. Gais** (1880) kirgizgen. «Modul» so'zi 1814-ji'li' lati'nsha *modulus* — «wo'lshew» so'zinen Argan woylap tapqan. Keyin ala woni' **A. Koshi** (1789—1857) qollang'an. Bul termin XX a'sirde ken' qollani'la baslag'an.

8-KLASSTA WO'TILGENLERDI TA'KIRARLAW USHI'N SHI'NI'G'I'WLAR

588. *ABCD* parallelogrammda: 1) yeger *BC* ta'rep *AB* dan 8 sm ulken, perimetri bolsa 64 sm ge ten', ta'repleri: 2) yeger $\angle A=55°$ bolsa, mu'yeshlerdi tabi'n'.

589. Yeger parallelogrammni'n' perimetri 2 m ge ten' ha'm: 1) qon'si'las ta'replerini'n' ayi'rmasi' 1 sm ge ten', 2) qon'si'las ta'replerinin' qatnasi' 2 ge ten', 3) yeki ten' qaptalli' u'shmu'yeshliklerden payda bolg'an bolsa, parallelogramm ta'repleri nege ten'.

590. *ABCD* parallelogrammni'n' *A* mu'yeshinin' bissektrisasi' *BC* ta'repi *P* noqati'nda kesilisedi ha'm usi'ni'n' menen birge $BP=PC$. Yeger parallelogrammni'n' perimetri 42 sm ge ten' bolsa, woni'n' ta'replerin tabi'n'.

591. Yeki *ABCD* ha'm *ANCP* parallelogrammdi' si'zi'n'.
1) *AC, BD* ha'm *NP* kesindilerinin' bir noqatta kesilisiwin da'liyllen'.
2) BNDP to'rtmu'yeshlik parallelogramm yekenligin da'liyllen'.

592. Yeger to'rtmu'yeshliktin' yeki jup ta'repleri bolsa, bul to'rtmu'yeshlik barqulla da parallelogramm bola alama?

593. Parallelogramm mu'yeshlerinen birinin' bissektrisasi' wo'zi kesip wo'tetug'i'n ta'repti 7 sm ha'm 9 sm li kesindilerge bo'ledi. Usi' parallelogrammni'n' perimetrin tabi'n'.

594. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'nan woni'n' ta'replerine wo'tkizilgen perpendikulyarlar ten'dey 5 sm ha'm 7 sm ge ten'. Bul tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

595. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'nan woni'n' ta'replerine wo'tkizilgen perpendikulyarlar birdey 4 sm ha'm 6 sm ge ten'. Bul tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin ha'm maydani'n tabi'n'.

596. 1) *ABCD* parellelogrammda $\angle A=75°$. Parallelogrammni'n' qalg'an mu'yeshleri nege ten'? 2) Parallelogrammni'n' yeki qarama-qarsi' mu'yeshlerinin' qosi'ndi'si' 220° qa ten'. Bul parallelogrammni'n' mu'yeshleri nege ten'?

597. Yeger *ABCD* rombda $\angle B=100°$, $AB=15$ sm bolsa, woni'n' perimetrin tabi'n'.

598. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari'ni'n' kesilisiw noqati'nan woni'n' ta'replerine wo'tkizilgen perpendikulyarlar sa'yke halda 4 sm ha'm 11 sm ge ten'. Bul to'rtmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

599. *ABCD* romb berilgen. *AC* ha'm *BD* diagonallari' birdey 30 sm ha'm 12 sm ge ten'. Rombni'n' maydani'n tabi'n'.

600. 1) *ABCD* ten' qaptalli' trapeciyada $BC=20$ sm, $AB=24$ sm ha'm $\angle D=$ $=60°$ bolsa, woni'n' *AD* ultani'n tabi'n'.
2) Ten' qaptalli' trapeciyani'n' mu'yeshlerinen biri 105° qa ten'. Trapeciyani'n' qalg'an mu'yeshlerin tabi'n'.

601. Trapeciyani'n' izbe iz ali'ng'an mu'yeshlerinin' qatnasi' to'mendegishe boli'wi' mu'mkin be: 1) $7:4:3:5$; 2) $8:7:13:14$?

602. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' ultanlari' a ha'm b g'a mu'yeshlerinen biri bolsa. α g'a ten'. Yeger: 1) $a=7$ sm, $b=$ 4 sm, $a=$ 60° bolsa, u'lken qaptal ta'repin tabi'n', 2) $a=15$ sm, $b=$ 10 sm, α = 45° bolsa, kishi qaptal ta'repin tabi'n'.

603. Parallelogrammni'n' maydani' 40 sm^2 qa, ta'repleri 10 sm ha'm 8 sm ge ten'. Usi' parallelogrammni'n' yeki biyikligin tabi'n'.

604. $ABCD$ romb diagonallari' 15 smge ha'm 36 sm ge ten'. AC diagonali'nda P noqati' ali'ng'an, wonda $AP:PC=4:1$ boladi'. APD u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

605. Ten' qaptalli' tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' gipotenuzasi' 20 sm ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

606. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' perimetri 32 sm ge, u'lken qaptal ta'repi 5 sm ge, maydani' 44 sm^2 ge ten'. Trapeciyani'n' biyikligin tabi'n'.

607. Tuwri' mu'yeshli trapeciyani'n' maydani' 120 sm^2 qa, perimetrii 56 sm ge, kishi qaptal ta'repi 6 sm ge ten'. U'lken qaptal ta'repin tabi'n'.

608. $ABCD$ tuwri' to'rtmu'yeshliktin' C to'besinen bissektrisasi' AD ta'repin P noqatta kesip wo'tedi. Yeger $AP=10$ sm, $PD=14$ sm ge ten' bolsa, usi' tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

609. Tuwri' to'rtmu'yeshlik penen parellelogramm bir ultang'a ha'm birdey perimetrge iye. Usi' parallelogramm menen tuwri' to'rtmu'yeshliktin' maydani'n sali'sti'ri'n'.

610. U'shmu'yeshliklerdin' ta'repleri 21, 72 ha'm 75 ge ten'. Usi' u'shmu'yeshliktin' maydani'n tabi'n'.

611. $\triangle ABC$ da AE ha'm BD − biyiklikleri. $AC=20$ sm, $BD=16$ sm ha'm $BC=32$ sm ge ten'. AE ni tabi'n'.

612. Ten' qaptalli' trapeciyani'n' diagonali' 50 sm ge, biyikligi 30 sm ge ten'. Usi' trapeciyani'n' maydani'n tabi'n'.

613. Shen'berge ishley si'zi'lg'an BAC mu'yeshi 45° qa ten', wol BC dog'ag'a tireledi. BOC mu'yeshin' tabi'n', bunda O— shen'ber worayi'.

614. Tuwri' mu'yeshli ABC u'shmu'yeshlikte ($\angle C$=90) $\angle A=30°$, $AC=2\sqrt{3}$. Worayi' A noqati'nda radiusi' 2,2 ge ten' bolg'an shen'-ber wo'tkizilgen. Usi' shen'ber BC ta'repi menen neshe uluwma noqatqa iye?

615. Si'rtlay si'zi'lg'an to'rtmu'yeshliktin'yeki qarama-qarsi' ta'replerinin' qosi'ndi'si' 35 sm ge ten'. Usi' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

616. $ABCD$ parallelogrammdi' si'zi'n'. Vektorlari'n tabi'n':

1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$; .

3) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DA}$.

617. To'mendegi vektorlar kollinear bolama? 1) $\vec{a}(-2;\ 1)$ ha'm $\vec{b}$ (4; -2); 2) $\vec{a}(1;\ -3)$ ha'm $\vec{b}$ (1; 3); 3) $\vec{a}(3;\ -2)$ ha'm $\vec{b}$ (−3; 2); 4) $\vec{a}$(0; −1) ha'm $\vec{b}$ (1; 0)?

618. Vektorlar qosi'ndi'si'n an'lati'n': $\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{TP}+\overrightarrow{MT}+\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{PQ}$.

619. $\overrightarrow{FK}$ vektori'n $\overrightarrow{EF}$ ha'm $\overrightarrow{EK}$ vektorlari' arqali' belgilen'.

620. $A(-1,\ 2)$, $B(-4,\ -2)$, $C(-1,\ 3)$, $D(-4,\ -2)$ bolsi'n. Yesaplan':

1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$; 2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$; 3) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{DB}$.

8-TEST

1. Tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshliktin' katetleri 6 ha'm 8 ge ten'. Woni'n' gipotenuzasi'na tu'sirilgen biyiklikti tabi'n'.

A) 4,8; B) 5; C) 4,5; D) 4,7.

2. To'rtmu'yeshliktin' mu'yeshleri wo'z-ara 3:5:4:6 qatnasta. To'rtmu'yeshliktin' kishi mu'yeshin tabi'n'.

A) 80°; B) 30°; C) 60°; D) 40°.

3. Do'n'es to'rtmu'yeshliktin' diagonali' woni' neshe u'shmu'yeshlikke aji'ratadi'?

A) 4; B) 5; C) 6; D) 8.

4. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeni 5 ke ten', boyi' wonnan 7 ge arti'q. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' perimetrin tabi'n'.

A) 32; B) 34; C) 24; D) 26.

5. Ha'rbir ishki mu'yeshi 156° bolg'an do'n'es ko'pmu'yeshliktin' neshe ta'repi bar?

A) 10; B) 15; C) 6; D) 12.

6. Tuwri' to'rtmu'yeshliktin' yeni 20% ha'm yeni 10% ge artti'ri'lsa, woni'n' maydani' neshe procent artadi'?

A) 20%; B) 35%; C) 27%; D) 32%.

7. Rombi'ni'n' maydani' 24 ke, diagonallari'nan biri 6 g'a ten'. Woni'n' ta'repin tabi'n'.

A) 10; B) 5; C) 8; D) 4,8.

8. Rombi'ni'n' biyikligi 5 ke, diagonallari'ni'n' ko'beymesi 80 ge ten'. Woni'n' perimetrin tabi'n'.

A) 32; B) 16; C) 24; D) 28.

9. $\vec{a}(2;\ -3)$ ha'm $\vec{b}(-2;\ -3)$ vektor berilgen. $\vec{m}=-\vec{a}+2\vec{b}$ vektordi'n' koordinatalari'n tabi'n'.

A) (-6; -3); B) (−3; 6); C) (−2; −9); D) (2; −3).

10. $\vec{a}(3;\ 2)$ ha'm $\vec{b}(0;\ -1)$ vektor berilgen. $2\vec{a}-4\vec{b}$ vektordi'n' modulin tabi'n'.

A) 10; B) 6; C) 8; D) 3.

JUWAPLAR

7- klasta wo'tilgenlerni ta'kirarlaw. 2. 85° dan.**3.** $\angle AOC = 110°$**. 5.** 1) 80°; 2) 38°; 3) 2°.**6.** 1) 72° ha'm 108°; 3) 36° ha'm 144°; 4) 90° ha'm 90°.**7.** 1) 70°, 110°, 70°, 110°.**8.** 104°.**9.** Yaq. **11.** $\angle AOC = 120°$**,** $\angle BOD = 130°$**,** $\angle COD = 60°$**,** $\angle COE = 110°$. **12.** Awa, ten'.**18.** 3.**19.** 9.**20.** 8 sm, 8 sm, 12 sm.**21.** $BC = 12$ sm.**22.** 16 sm, 24 sm, 32 sm.**24.** 9.**25.** $P = (3x - 3)$ sm.**30.** Awa, ten'.**31.** 52°, 65°. **42.**1) 115°. **43.** 58°.

1- §. 3. 1) 3 ; 2) 4 . **4.** $(n - 2)$**. 6.** 1) 8, 44 ; 2) 27, 405 . **7.** 8. **9.** 12 sm, 36 sm.**12.** 3 sm. **13.** 21 ta'rep ha'm 189 tadiagonal.**14.** 1) 3 ta; 2) 9 ta.**15.** 18 sm.**20.** 36°, 72°, 108°, 144°.**22.** 1) $n = 8$; 3) $n = 24$.**23.** a) 1) $n = 10$ ta; 3) $n = 36$ ta; b) 2) $n = 15$ ta; 3) $n= 6$ ta. Ko'rsetpe. Ichki mu'yeshleri ten' bolg'an n mu'yeshtin' ha'rbir mu'yeshi $180°(n - 2)$: n ge ten'.**24.** $n = 14$. **25.** 1) $n \geq 5$ dog'al mu'yesh; 2) $n = 4$ tuwri' mu'yesh (tuwri' to'rtmu'yeshlik, kvadrat); 3) $n = 3$ su'yir mu'yesh (u'shmu'yesh) boli'wi' mu'mkin.**26.** 180°.**27.** $n = 5$.**29.** 1) $n = 36$; 2) $n = 30$. **32.** 2) 60 sm. **34.** 1) 35°, 145°, 35°, 145°.**35.** 70°, 110°, 70°, 110°.**36.** 12 sm, 15 sm, 12 sm. **37.** $\angle C = 30°$, $\angle D = 150°$.**38.** 16 sm, 4 sm.**41.** 10 sm, 15 sm, 10 sm, 15 sm.**42.** $P_{ABO} = 20$ sm, $P_{BOC} = 24$ sm.**51.** $ABCD$ to'rtmu'yesh — parallelogramm bo'ladi.**53.** 12 sm, 15 sm.**54.** 72 sm. **57.** 12 sm.**61.** $AB = DC = 4$ sm, $BC = AD = 8$ sm. **64.** 1Yeki ten': ten' ta'repli u'shmu'yeshlikten yamasaten' qaptalli' u'shmu'yeshlikten; 2) to'rt ten' tuwri' mu'yeshli u'shmu'yeshlikten romb jasaw mu'mkin.**73.** $\angle A = \angle C = 40°$, $\angle B = \angle D = 140°$.**74.** 64 sm.**77.** 1) 10 sm.**81.** 57 sm.**83.** 18 dm 4 sm.**88.** 1) 8 sm; 2) 12,3 sm.**89.** $P_{DEF} = 60$ sm, $DE = 25$ sm, $EF = 15$ sm, $DF = 20$ sm.**90.** $m + n$; 16 dm.**92.** 2) $A_1B_1 = 60$ sm, $B_1C_1 = 24$ sm, $A_1C_1 = 48$ sm. **93.** 1) 6 sm.**95.** 7,3 sm.**96.** 28 sm.**100.** Mu'mkin. **101.** 150°.**103.** 70°, 81°.**104.** 1) 20 sm; 2) 50°.**105.** 23 sm.**108.** 108°; 94°. **109.** 48 sm.**110.** 90°, 90°, 130°, 50°.**113.** 132 sm.**114.** 33,5 sm, 9,5 sm.**119.** 60°, 120°, 120°, 60°. **120.** 55°, 125°, 125°, 55°.**122.** 3,4 dm.**124.** 1) 14 sm.**125.** 20 sm.**126.** 12 sm.**127.** 40 sm.**131.** 24 sm, 12 sm.**133.** $AE = 2$ sm, $EF = 8$ sm, $FD = 2{,}5$ sm, $AD = 10$ sm.**134.** 30 sm, 10 sm.**135.** 4 sm, 10 sm.**136.** 22 sm, 10 sm. **138.** 4 sm, 2 sm.**140.** $\angle C = 45°$, $\angle D = 135°$. **144.** 44 sm. **145.** 55°, 125°, 55°.**148.** 25 sm, 15 sm. **151.** $AC = 5$ sm.**152.** $OB_1 = 3{,}2$ sm, $OB_2 = 4{,}8$ sm, $OB_3 = 6{,}4$ sm. **154.** 4,5 sm, 9 sm, 13,5 sm.**155.** 18 sm, 21 sm. **157.** p.**159.** Awa, parallel boladi'.**161.** 18 sm.**163.** 1) $AC : BD = 0{,}5$; $BD : AC = 2$; 2) wo'zgermeydi.**165.** 2) 6,25 sm.**166.** 1) Awa, sebebi $1{,}6 \cdot 1{,}8 = 0{,}6 \cdot 4{,}8$; 2) yaq, sebebi $\frac{5}{6} \neq \frac{10}{9{,}5}$.**170.** $AB = CA \cdot EF : CF.AB = 600$ m.**172.** 1) 20 sm, 15 sm.**180.** 42 sm, 38 sm, 34 sm.**181.** 5 dm.**182.** 1) 16 sm.**189.** $A_1(a; -b)$ ha'm $A_2(-a; b)$.**196.** $ABCD$ kvadrat AC ko'sherge qaratasimmetriyadawo'z-wo'zine kesilisedi.**197.** $A_1(-4; -4)$ va$A_2(4; 4)$. **198.** $C(0; -2)$. **200.** 1) 2 rombi'ni'n' diagonallari'; 2) 4 worta perpendikular ha'm kvadrat diagonallari' jatqan tuwri' si'zi'qlar; 4) 1 ultang'awo'tkezilgan medianasi' jatqan tuwri' si'zi'q, ten' qaptalli' u'shmu'yeshliktin' simmetriya ko'sheri boladi'.**201.** 1) 12 sm.**206.** 1) 6 sm, 14 sm, 14 sm; 2) 5 sm, 10 sm, 10 sm; 3) 24 sm, 21 sm, 21 sm yamasa21 sm, 24 sm, 24 sm. **207.** 1) A, B, C, D, E, M, T, U, V, W, Y; 2) H, I, O, X.**209.** $P_{EBCF} = 55$ sm, $P_{ABCD} = 70$ sm. **210.** $AB = BC = 16{,}5$ sm; $AC = 13$ sm.**211.** Yeger wol ko'sher simmetriyasi'naparallel bolsa.**216.** 2) $A_1(2; -2)$, $B_1(-2; 1)$.**219.** 3) Ko'rsetpe. Koordinatalar bosi'naqaratasimmetriyadanoqatti'n' koordinatalari'n'n' belgisi qarama-qarsi' wo'zgeredi. 4) Ko'rsetpe. Koordinatalar mu'yeshleri bissektrisasi'na qarata simmetriyada noqat koordinatalari' wo'z wori'nlari'n almasti'radi'.**222.** 6 sani' 9 sani'nawo'tedi. **223.** H, I, N, O, S, X, Z. **225.** 1) $A_1(1; -1)$**,** $B_1(-2; 0)$**,** $C_1(2; -3)$, $D_1(0; -1)$, $E_1(-3; -4)$, $F_1(-2; 2)$.**226.** 1) A ha'm C; 2) A ha'm E; 3) B ha'm D. **234.** 1) Ox ko'sherine simmetriya: $A\,(2; -2)$, $B\,(-2; 0)$, $C\,(3; -4)$, $D\,(0; -2)$, $E\,(-2; 2)$, $F\,(-4; -2)$, $K\,(3; 2)$, $L\,(-3; 3)$; Oy ko'sherine simmetriya: $A\,(-2; 2)$, $B\,(2; 0)$, $C\,(-3; 4)$, $D\,(0; 2)$, $E\,(2; -2)$, $F\,(4; 2)$, $K\,(-3; -2)$, $L\,(3; -3)$; 2) $O(0; 0)$ qaratasimmetriyada: $A\,(-2; -2)$, $B\,(2; 0)$, $C\,(-3; -4)$, $D\,(0; -2)$, $E\,(2; 2)$, $F\,(4; -2)$, $K\,(-3; 2)$, $L\,(3; 3)$. **246.** 1) A ha'm D.

2-§. 254. 2 wolardan ten' qaptalli u'shmu'yeshlik ha'm parallelogramm jasaw mu'mkin.**257.** 1) Yaq; 2) Awa.**266.** 1) 4 yese artadi'.**267.** 1) n^2 yese artadi'. **270.** Ta'repi $a_1 = 2a$ bolg'an kvadrat.**271.** 1) 6 sm; 2) 3,6 dm; 4) 9,6 m.**275.** 6 sm.**278.** 60 sm².**280.** 24 dm.**286.** 104 sm². **287.** 81,92 sm². **289.** $0{,}5ab$.**291.** 280 sm². **292.** 43,2 sm.**295.** $h = 4$ sm.**297.** 1 : 4 si.'yaqli' **298.**

$S = 4S_1$. **299.** 16 sm, 12 sm. **300.** 2) $S_{APB} = 50$ sm²; $S_{PCDA} = 200$ sm². **301.** 1) 108 sm²; 2) 3,15 dm². **302.** Awa, boli'wi' mu'mkin, yag'ni'y $a_1 = 6$ sm, $h_1 = 5$ sm yamasa $a_1 = 5$ sm, $h_1 = 6$ sm. Bunda u'shmu'yeshliktin' su'yir mu'yeshi 30° qaten' boli'wi' kerek. **304.** *a*) $S_{ABC} = 4{,}5$ kv.birlik; *b*) $S_{ABC} = 3$ kv.birlik. **306.** 32 sm. **307.** 512 sm². **308.** 1,62 dm². **309.** 4) 8 sm². **310.** 150°. **311.** $0{,}5a^2$. **315.** 5 sm. **318.** 54 sm². **319.** 5 sm. **320.** 24 sm². **322.** 84 sm². **324.** $S_1 + S_2$. **326.** 4 sm. **327.** 1) 400 kv.birlik; 2) 96 kv.birlik. **329.** $S_{ABCDE} = 0{,}5(AE + PD)AP = (a + b)c$. **330.** 2) 21 sm². **332.** $S_{EFCPQA} =$ 144 sm². **333.** a) $(1 - 0{,}5x)$ kv.birlik; b) 0,5 kv.birlik. **334.** a) $(5a^2)$: 9. **335.** 200 sm² yamasa 262,5 sm². **337.** 1) 20,4 km. **343.** 8 dm². **345.** $S_{COD} = 16$. **351.** 1400 sm².

3-§. 354. b) 2) 16 dm; 3) 1,7 m. **356.** a) $x = 2$; $x = \sqrt{2}$; d) $x = \sqrt{3}$. **357.** 50 sm². **359.** Awa, mu'mkin: $7^2 + 24^2 = 25^2$. **361.** 1) 12 sm², 4,8 sm; 2) 192 sm², 19,2 sm; 3) 768 sm², 38,4 sm; 4) 672 sm², 26,88 sm; 5) 168 sm², 13,44 sm. **362.** 1) 48 sm², 10 sm; 2) 168 sm², 25 sm. **363.** 126 sm². **366.** 162 sm². **367.** 1) $AD = 36$; 2) $BC = 6$. **371.** 34 sm. **376.** 120 sm². **377.** 15 sm. **379.** $\frac{12}{7}\sqrt{6}$ см. **381.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}h$. **382.** $1{,}5\sqrt{15}$ см. **386.** 4) 60. **387.** 480 sm². **389.** 60 dm, 14,4 dm. **394.** 114 sm². **397.** 1530 sm² yoki 1080 sm². **398.** 17 sm. **399.** 100 sm, 13,44 sm. **402.** 384 sm².

4-§. Shen'ber. 406. 2) Shen'berdin' perpendikular diametrlerin wo'tkiziw jeterli. **409.** 1) 200°; 160°; 2) 80°; 280°. **410.** $\angle AOC = 70°$. **418.** 12 sm. **420.** 6 sm. **421.** 10 sm. **426.** *AB* ha'm *BD* kesiliwshi. **430.** 1) $R = AC = 5$ sm, demek, *AC* – uri'nba; 2) $R < 5$ sm da; 3) $R > 5$ da. **434.** *AB* urin'ba. **435.** 60°. **437.** 100°. **439.** 20°. **441.** $AC = 10$ sm. **444.** 1) 100°, 80°. **446.** 36°, 72°, 108°, 72°, 36°. **452.** Ko'rsetpe. 451- ma'sele na'tiyjesinen paydalani'n'. **453.** 1) 36 sm. **461.** Ko'rsetpe. Da'slep gipotenuzani'n' uzi'nli'g'i'n tabi'n', son' 460- ma'seledegi formuladan paydalani'n'. **471.** 40° li mu'yesh qarama-qarsi'si'ndag'i' ta'repte jaylasqan. **472.** 1) 12 sm; 3) 32 mm. **484.** 6 sm. **487.** 30° yamasa 150°. **490.** 1) 18°. **494.** 62°. **495.** 1) 80°, 60°, 40°. **497.** 1) 40°, 40°, 100°. **499.** 132°.

5-§. Vektorlar. 506. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$. 1) *AC* tuwri' si'zi'qta tek $\overrightarrow{AC}$ ha'm $\overrightarrow{CA}$ vektorlar jatadi'; 2) *CD* tuwri' si'zi'qqa, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$ ha'm $\overrightarrow{DC}$ vektorlar parallel. **507.** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{DO}$. 1) $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$ ha'm $\overrightarrow{DC}$ vektorlar menen kollinear; 2) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}$ ha'm $\overrightarrow{DA}$ vektorlar $\overrightarrow{BC}$ vektor menen kollinear; 3) $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OD}$ ha'm $\overrightarrow{DO}$ vektorlar $\overrightarrow{BO}$ vektor menen kollinear. **510.** 1) Ma'niske iye yemes, sebebi vektorlar tek modulleri boyi'nsha sali'sti'ri'ladi'; 2) ten'sizlik tuwri'; 3) $\overrightarrow{AC}$ ha'm $\overrightarrow{BD}$ vektorlar kollinear yemes, soni'n' uchi'n ten'lik ma'niske iye yemes; 4) ten'lik wori'nli', sebebi tuwri' to'rtmu'yeshliktin' diagonallari' wo'z-ara ten'; 5) ten'lik tuwri', sebebi $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DC}$ ha'm $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$; 6) ten'lik tuwri', sebebi tuwri' to'rtmu'yeshliktin' qarama-qarsi' ta'repleri wo'z-ara ten'. **511.** 1) Romb; 2) trapeciya. **529.** 1) $k > 0$ дә $\vec{a} \uparrow\uparrow k\vec{a}$; 2) $k < 0$ дә $\vec{a} \uparrow\downarrow k\vec{a}$; 3) $k = 1$ де $\vec{a} = k\vec{a}$. **531.** $\overrightarrow{OA} = -0{,}5\vec{a} - 0{,}5\vec{b}$; $\overrightarrow{AK} = \vec{b} + 0{,}5\vec{a}$. **536.** 1) $\vec{0}$; 2) $\vec{0}$. **538.** 1) $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$; 2) $\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{CA}$; 3) $\overrightarrow{CB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **546.** $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$. **548.** $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$. **550.** 1) (4; −5); 3) (0; −7); 4) (−3; 0). **551.** 1) (2; −3). **552.** 1) $\overrightarrow{AB}(8; -4)$, $\overrightarrow{BA}(-8; 4)$. **553.** 1) $D(0; 4)$; 2) $D(-2; 2)$. **554.** $B(-2; -11)$. **555.** $\overrightarrow{AC}(-2; 2)$, $\overrightarrow{DB}(-3; -6)$, $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{DB}$. **556.** 1) (1; −2); 2) $(2m; 2n)$. **561.** 1) (6; 3); 2) (−6; 3). **566.** 1) −13; 4) −34. **567.** 1) 13. **568.** 1) 14. **569.** 1) $x = \pm 3$. **570.** 2) −1; 4) 0. **571.** 11. **572.** 5. **578.** $A(6; -1)$. **579.** $B(-5; 11)$. **580.** 2) (−2; 2). **581.** (0; −1). **582.** (5; 12). **583.** 1) (−5; −7). **584.** 1) (−2; 2) 5. **586.** 1) (1; −1), $\sqrt{2}$. **589.** 3) 0,5 m den. **593.** 46 sm. **595.** 40 sm; 96 sm². **597.** 60 sm; $\angle A = \angle C = 80°$, $\angle B = \angle C = 100°$. **598.** 176 sm². **599.** 180 sm². **600.** 1) 44 sm; 2) 105°, 75°, 75°. **601.** 1) Yo'q; 2) ha. **602.** 1) 6 sm; 2) 5 sm. **603.** 4 sm, 5 sm. **604.** 108 sm². **605.** 100 sm². **607.** 10 sm. **608.** 336 sm². **610.** 756 kv.birlik. **611.** 10 sm. **612.** 1200 sm². **615.** 70 sm.

MAZMUNI'

ABDUBAHOB ABDURAHMONOVICH RAHIMQORIYEV,
MUYASSAR ABDURAHMONOVNA ТЎХТАХЎЖАЕВА

GEOMETRIYA

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik

(qoraqalpoq tilida)

Awdarg’an *S. To’remuratova*
Redaktor *Q. Bekturdi’ev*
I’limiy redaktor *K. Tursunmetov*
Su’wretler redaktori’ *D. Rustamova*
Texnikali’q redaktor U.*Kim*
Kompyuterde tayarlawshi’ *X.Xodjayva*

Basi’wg’aruxsat yetildi 10.08.2014. Format $70\times100^1/_{16}$.Tayms garniturasi’.
Ofset baspausi’ldabasi’ldi’.Sha’rtli b.t.11,7.Baspatabaq 10,0
Tiraji’ 10 075. Buyi’rtpa№ ...

Sabaqli’qti’n original-maketi «Mitti Yulduz» JShJda tayarlandi’.
Nawayi’ ko’shesi’ 30 u’y.

«Yangiyo‘l Poligraf servis» MCHJ baspaxanasi’ndabasi’ldi’.
Yangiyo‘l qalasi’, Samarqand ko’shesi’, 44.

Ijarag’a berilgen sabaqli’qti’n’ jag’dayi’n ko’rsetiwshi keste

№	Woqi’wshi’ni’n’ ati’,familiyasi’	Woqi’w ji’li’	Sabaqli’qti’n’ ali’ng’andag’i’ jag’dayi’	Klass basshi’si’ni’n’ qol tan’basi’	Sabaqli’qti’n’ qay-ti’p tapsi’ri’lg‘an-dag’i’ jag’dayi’	Klass basshi’si’ni’n’ qol tan’basi’
1.						
2.						
3.						
4.						

Sabaqli’q ijarag’a berilgende ha’m woqi’w ji’li’ni’n’ juwmag’i’nda qaytari’p ali’ng’anda joqari’dag’i’ keste klass basshi’si’ ta’repinen to’mendegishe bahalawg’a muwapi’q tolti’ri’ladi’.

Taza	Sabaqli’qti’n’ paydalani’wg’a birinshi berilgendegi jag’dayv
Jaqsi’	Muqabasi’ pu’tin, sabaqli’qti’n’ tiykarg’i’ bo’liminen aji’ralmag’an. Barli’q betleri bar, ji’rti’lmag’an, ko’shpegen, betlerinde jazi’w ha’m si’zi’wlar joq.
Qanaatlanarli’q	Muqaba jazi’lg’an, birqansha si’zi’li’p, shetleri jelingen, sabaqli’qti’n’ tiykarg’i’ bo’liminen aji’rali’w jag’dayi’ bar, paydalani’wshi’ta’repinen qanaatlanarli’q won’lang’an. Ko’shken betleri qayta won’lang‘an, ayi’ri’m betleri si’zi’lg’an.
Qanaatlandi’r-maydi’	Muqaba si’zi’lg’an, ji’rti’lg‘an, tiykarg’i’ bo’limnen aji’ralg’an yamasa pu’tkilley joq, qanaatlandi’rarsi’zli’q won’lang’an. Betleri ji’rti’lg’an, betleri jetispeydi, si’zi’p, boyap taslang‘an, sabaqli’qti’ tiklewge bolmaydi’.