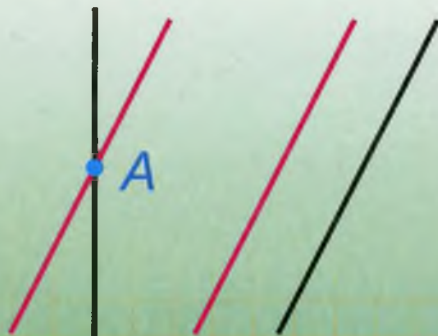
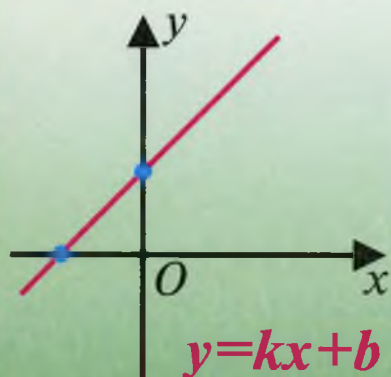


ALGEBRA

8



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

ALGEBRA

*Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan
davlat umumta'lim maktablarining
8-sinfi uchun darslik*

*O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi
vazirligi tomonidan tasdiqlangan*

«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi»
Davlat ilmiy nashriyoti
Toshkent — 2014

UO'K:372.851(075)
KBK 22.14ya721
M54

**M. A. Mirzaahmedov, G'. Nasritdinov,
F. R. Usmonov, F. S. Rahimova, Sh. R. Aripova**





Taqrizchilar:

- E.P. Normatov** – O'zMU "Algebra va funksional analiz" kafedrasida dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi;
- J.Yu. Saparboyev** – Nizomiy nomidagi TDPU matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasining katta o'qituvchisi;
- M.Sh. Sanayeva** – Toshkent sh., Sirg'ali tumanidagi ixtisoslashtirilgan 6-maktabning matematika fani o'qituvchisi.

Mazkur darslik matematikadan uzviylashtirilgan va optimallashtirilgan dastur hamda Davlat ta'lim standartlari asosida yozilgan bo'lib, aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan davlat umumta'lim maktablarining 8-sinfi uchun mo'ljallangan. Unda rivojlantiruvchi mashqlar (qiziqarli masalalar, mantiqiy masalalar, olimpiada masalalari, matematik boshqotirmalar, murakkabroq va tarixiy masalalar)ga ham yetarlicha o'rin berilgan.

**UO'K: 372.851(075)
KBK 22.14ya721**

Darslikdagi shartli belgilar

- masalani yechish boshlandi
- masalani yechish tugadi
- matematik tasdiqni asoslash yoki formulani keltirib chiqarish boshlandi
- asoslash yoki formulani keltirib chiqarish tugadi
- * – rivojlantiruvchi (mantiqiy, qiziqarli, noan'anaviy, murakkabroq, tarixiy masalalar, olimpiada masalalari, boshqotirmalar) mashqlar
- | – bilish muhim va eslab qolish foydali matn
-  – faollashtiruvchi savol va topshiriqlar
-  – sinov (test) mashqlari
-  – tarixiy masalalar
-  – tarixiy ma'lumotlar

O'zbekiston Respublikasi Moliya vazirligi huzuridagi Respublika maqsadli kitob jamg'armasi hisobidan ijara uchun chop etildi.

ISBN 978-9943-07-335-7

© M. A. Mirzaahmedov va boshq., 2014.
© «O'zbekiston milliy ensiklopediyasi»
Davlat ilmiy nashriyoti, 2014.

7-SINF “ALGEBRA” KURSIDA O‘TILGAN MAVZULARNI TAKRORLASH

Aziz o‘quvchi! Siz 7-sinf “Algebra”sini o‘rganib, undagi algebraik ifodalar, bir noma’lumli birinchi darajali tenglamalar, birhadlar va ko‘phadlar, ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish usullari, algebraik kasrlar bilan tanishgansiz hamda shu mavzularga doir misol va masalalarni yechgansiz. 7-sinfda “Algebra”dan olgan bilimlaringizni yodga solish maqsadida Sizga bir necha mashqlar taklif etamiz.

1. Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $S = 2\pi Rh$, bunda $R = 8$, $h = 15$ ($\pi = 3,14$ deb oling);

2) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$, bunda $R = 9$, $h = 10$;

3) $V = \frac{1}{3}(a^2 + ab + b^2) \cdot H$, bunda $a = 12$, $b = 6$, $H = 10$;

4) $V = \frac{1}{3}\pi(R^2 + Rr + r^2) \cdot H$, bunda $R = 15$, $r = 9$, $H = 20$.

2. Qavslarni oching va soddalashtiring:

1) $2\frac{5}{7}a - \left(1\frac{1}{7}a + 3b\right)$;

3) $20,8x - \left(5y + 2\frac{5}{8}x\right)$;

2) $-(8,5a - 2,6b) - (-1,5a + 3,6b)$;

4) $7x - (5y + 7,3x) - (-4y - 1,3x)$.

3. Ifoda qanday geometrik ma’noga ega:

1) $a \cdot b$ – bunda a va b to‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari uzunliklari;

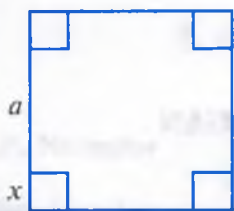
2) $2(a + b)$ – bunda a va b to‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari uzunliklari;

3) x^2 – bunda x kvadratning tomoni uzunligi;

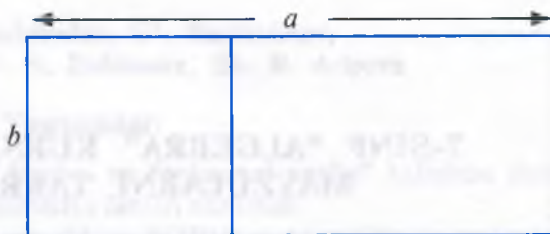
4) $4x$ – bunda x kvadratning tomoni uzunligi;

5) $a^2 - 4x^2$, a – katta kvadratning, x – har bir kichik kvadratning tomoni uzunligi (rasm, a);

6) $ab - b^2$ – bunda a va b to‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari (rasm, b);



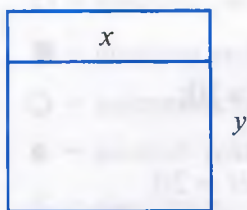
Rasm, a



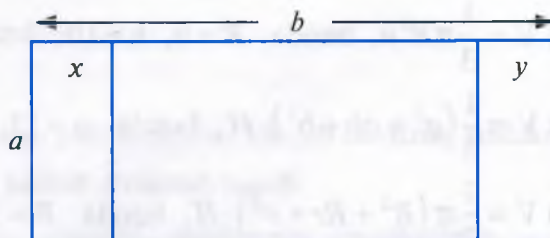
Rasm, b

7) $\frac{x^2}{xy}$ – bunda x – kvadratning, y – to‘g‘ri to‘rtburchakning tomoni uzunligi (rasm, d);

8) $\frac{ab}{ax - ay}$ – bunda a va b katta to‘g‘ri to‘rtburchakning, x va y kichik to‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari uzunliklari (rasm, e).



Rasm, d



Rasm, e

4. Har bir to‘g‘ri javob uchun ona tili va adabiyotdan k ball, matematikadan m ball, ingliz tilidan n ball qo‘yiladi. Feruza ona tili va adabiyotdan a ta, matematikadan b ta, ingliz tilidan c ta savolga to‘g‘ri javob berdi.

a) Feruza to‘plagan jami ballni hisoblash uchun ifoda tuzing.

b) Agar $a=36$, $b=35$, $c=33$; $k=3,1$; $m=2,1$; $n=1,1$ bo‘lsa, u jami qancha ball to‘plagan?

Tenglamani yeching (5–7):

5. 1) $(18 - 3x) - (4 + 2x) + 6 = 0$;

2) $x + (x + 1) + (x + 2) = 9$;

3) $21 + (20 - 4x) - (11 - 2x) = 0$;

4) $(x - 2) + (x - 1) + x + 3 = 0$.

$$6. \begin{array}{l} 1) \frac{x}{5} - \frac{x}{2} + \frac{x}{20} = 1; \\ 4) \frac{x}{8} - \frac{x}{4} + \frac{x}{2} - x = 1; \end{array} \left| \begin{array}{l} 2) \frac{x}{2} - \frac{x}{12} = 3 - \frac{x}{3}; \\ 5) \frac{2x}{3} + \frac{x}{6} = 11 - x; \end{array} \right. \begin{array}{l} 3) \frac{x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{x}{3} - 4; \\ 6) 0,8x + 2,4x - 1,2x = 4,8. \end{array}$$

$$7. \begin{array}{l} 1) 1,6x + 0,9x = 3x - 7,3; \\ 3) 1,2 \cdot (3,5x - 6) = -0,4 \cdot (5 - 2,5x); \end{array} \left| \begin{array}{l} 2) 0,2 \cdot (2,5x - 15) = 10 \cdot (0,1x - 0,5); \\ 4) 0,75x - 0,25x = 0,8x + 0,45. \end{array} \right.$$

8. Sayyoh 4 km va qolgan yo'lining $\frac{1}{4}$ qismini o'tgach hisoblab ko'rsa, jami yo'lining yarmiga yetishi uchun qolgan yo'lining 25 % ini yurishi kerak ekan. Jami yo'l necha kilometr?

9. Dilafruz kitobning 144 betini o'qib bo'ldi. Bu esa kitob jami sahifalarining 36 % ini tashkil qiladi. Kitob necha betli?

10. Yangi uzilgan olmadan 16 % olma qoqi olinadi. 8 kg olma qoqi olish uchun necha kilogramm yangi uzilgan olma sotib olish kerak?

11. 1. Bir son ikkinchi sonning p % ini tashkil qiladi. Sonlardan biri ikkinchisidan a ga ko'p bo'lsa, shu sonlarni toping.
2. Bir son ikkinchi sonning q % ini tashkil qiladi. Sonlardan biri ikkinchisidan b ga kam bo'lsa, shu sonlarni toping.

12. Yangiobod qishlog'idan Gulobod qishlog'iga qarab piyoda v_1 km/soat tezlik bilan yo'lga chiqdi. Oradan t soat o'tgach, shu yo'nalishda v_2 km/soat tezlik bilan velosipedchi yo'lga chiqdi. U Gulobodga piyodadan t_2 soat avval yetib keldi. Qishloqlar orasidagi masofani toping.

13. Hisoblang:

$$1) \frac{27^3 \cdot 25^5}{15^8}; \quad 2) \frac{(3^3)^2 \cdot 27}{81^2}; \quad 3) \left(\frac{3}{4}\right)^{50} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{49};$$

$$4) (0,25)^{40} \cdot 4^{42}; \quad 5) \frac{5^{12} \cdot (5^4)^2}{(5^5)^4}; \quad 6) \frac{2^6 \cdot (2^3)^5}{64^4}.$$

14. Birhadni standart shaklda yozing va son qiymatini hisoblang:

1) $b^3 a^2 \cdot 16 \cdot abc$, bunda $a = -1$, $b = -2$, $c = \frac{1}{4}$;

2) $0,8x^2 \cdot 7y^3 \cdot \frac{9}{28}x^2y$, bunda $x = 2$, $y = -\frac{1}{3}$.

15. Ko'phadni standart shaklda yozing:

1) $2a^3 \cdot (-2)a + 4b^2 \cdot 3a - 2a^2 \cdot 7b^2 - 2a \cdot 3 \cdot b^2 + a^3 \cdot 5 \cdot a$;

2) $3a \cdot 2b^2c - 4 \cdot c^3b a^4 \cdot 2 + 1,5 \cdot a^2 c^2 b^3 \cdot 2 + 4abc$.

16. Ko'phadni ko'paytma ko'rinishida tasvirlang:

1) $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$; 2) $\frac{1}{6}n + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n^3$; 3) $\frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^4$.

17. Amallarni bajaring (17–19):

1) $(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$; 2) $(a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$;

3) $(x^2 + xy + 3y^3) + (2x^2 - xy - 3y^2)$; 4) $(x^3 - y^3) - (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^2)$.

18. 1) $6ab \cdot \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}b^2\right)$; 2) $10ab(0,1a^2 - 0,2ab + b)$;

3) $\frac{1}{3}xy(1,2x^2 - 1,5y)$; 4) $\left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot (-4x^3 - 3x^2 + 6x)$.

19. 1) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$;

2) $(a^3 - b^3)(a - b)$;

3) $(a^2 - ab + b^2)(a + b)$;

4) $(a - 4)(a - 1) - (a + 1)(a + 4)$.

20. Ko'phadni birhadga bo'ling:

1) $(49x^3y^2 - 35x^2y) : 7xy$;

2) $(2x^3y^5 + 8x^4y^4) : 4x^3y^2$;

3) $(32a^7b^7 - 52a^5b^5 + 64a^3b^7) : \frac{4}{5}a^3b^3$;

4) $(15a^5b^4 + 27a^4b^5 - 18a^3b^6) : \frac{3}{4}a^3b^4$.

21. Ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $6x^2 - 36x + 54$;

5) $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12$;

2) $3x^3 - 15x^2 + 18x$;

6) $x^4 + 2x^2 - 35$;

3) $ac + bc + ad + bd$;

7) $(3x^2 - 4)^2 - 8(3x^2 - 4) - 9$;

4) $ax - bx - ay + by$;

8) $a^2 - 2a^2b^2 - a^4 - b^4$.

22. Hisoblang:

1) $38^2 + 76 \cdot 62 + 62^2$;

2) $79^2 - 58 \cdot 79 + 29^2$;

3) $\frac{28^2 + 12 \cdot 56 + 12^2}{28^2 - 12^2}$;

4) $\frac{31,73^2 - 31,73 \cdot 68,27 + 68,27^2}{31,73^3 + 68,27^3}$.

Amallarni bajaring (23–24):

23. 1) $\frac{5x-7}{x^2-4} - \frac{3x-2}{2-x}$;

2) $\frac{a+1}{25-a^2} - \frac{4}{a+5} + 2$;

3) $\frac{2}{(2-a)^2} - \frac{3}{a^2-4a+4} + \frac{7}{a^2-4}$;

4) $\frac{4-a}{25-10a+a^2} - \frac{3}{25+10a+a^2} - \frac{a+4}{25-a^2}$.

24. 1) $\frac{54x^4y^7}{77a^5} \cdot \frac{22a^5x^5}{81y^6}$;

2) $\frac{10a^2b^3}{21c^7} \cdot \frac{22a^4b}{39c^3}$;

3) $\frac{36x^4z^3}{40y^5} \cdot \frac{(-16)y^2z^4}{27x^7} \cdot \frac{117x^3y^3}{(-65)z^7}$;

4) $\frac{51a^6x^9}{56y^{11}} \cdot \frac{40xy^8}{9a^5} \cdot \frac{85ax^{10}}{21y^3}$.

25. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{12a^8b^6 + 60a^6b^6}{4a^6b^5}$;

5) $\frac{x^{30} - x^{23} + x^{16}}{x^{30} + x^9}$;

2) $\frac{15a^7x^9 - 45a^9x^7}{5a^7x^7}$;

6) $\frac{a^{36} - a^3}{a^{26} + a^{15} + a^4}$;

3) $\frac{12a^2b - 18ab^2 + 30abc}{75bc^2 - 45b^2c + 30abc}$;

7) $\frac{9x^2 + 90xy + 225y^2}{225y^2 - 9x^2}$;

4) $\frac{66xy + 77y^2}{36x^2 + 84xy + 49y^2}$;

8) $\frac{3a^2 - 2bc - ac + 6ab}{9a^3 - 2bc^2 - ac^2 + 18a^2b}$.

**1-§. TEKISLIKDA TO'G'RI BURCHAKLI
KOORDINATALAR SISTEMASI**

Koordinata tekisligi, tekislikdagi nuqtaning koordinatalarini topish va har bir (x, y) sonlar juftiga koordinata tekisligining koordinatalari (x, y) bo'lgan nuqtasini yasashga oid bilim, ko'nikmalarni Siz, aziz o'quvchilar, 6-sinfda matematika darslarida egallagansiz. Bu yerda koordinata tekisligiga doir ma'lumotlarni qisqacha bayon etamiz.

Tekislikda biri gorizontol, ikkinchisi vertikal bo'lgan o'zaro perpendikulyar ikkita to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Ularning kesishish nuqtasi O harfi bilan belgilanadi. Gorizontol to'g'ri chiziqda yo'nalishni chapdan o'ngga, vertikal to'g'ri chiziqda esa pastdan yuqoriga tanlaymiz. Har bir to'g'ri chiziqda bir xil uzunlik birligini olamiz.

Gorizontol to'g'ri chiziq Ox bilan belgilanadi va *absissalar o'qi* deyiladi; vertikal to'g'ri chiziq Oy bilan belgilanadi va *ordinatalar o'qi* deyiladi. Absissalar o'qini va ordinatalar o'qini koordinata o'qlari, ularning kesishish nuqtasini *koordinatalar boshi* deyiladi. Koordinatalar boshi har bir o'qdagi nol sonini tasvirlaydi.

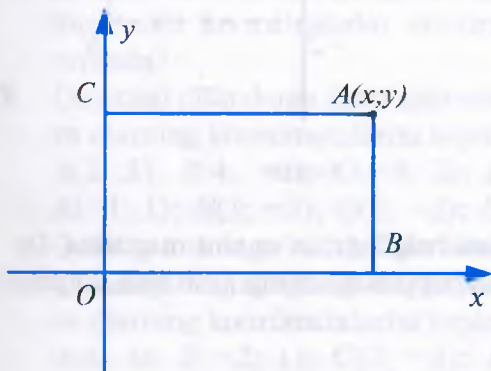
Yo'nalishlar va uzunlik birligi tanlangan ikkita o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziq tekislikda *to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini* hosil qiladi. Koordinatalar sistemasi tanlangan tekislik *koordinata tekisligi* deyiladi. Koordinata o'qlari tashkil qilgan to'g'ri burchaklar *koordinata burchaklari (kvadrantlar)* deyiladi.

Ox o'qda musbat sonlar O nuqtadan o'ngda joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa O nuqtadan chapda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi. Oy oqida musbat sonlar O nuqtadan yuqorida joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa O nuqtadan pastda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi.

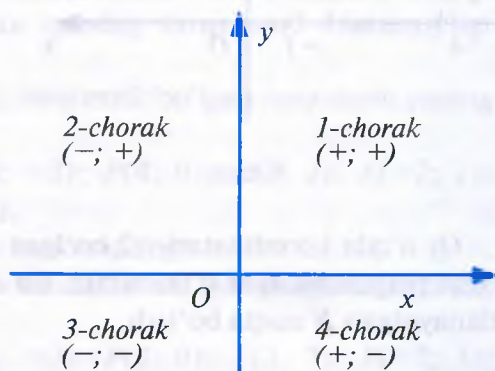
A – koordinata tekisligida olingan ixtiyoriy nuqta bo'lsin. A nuqtadan Ox va Oy o'qlariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Ular Ox va Oy o'qlari bilan, mos ravishda, B va C nuqtalarda kesishadi deylik. (B nuqta AB perpendikulyarning, C nuqta esa AC perpendikulyarning asosi) (1-rasm).

OB kesma uzunligi x , OC kesma uzunligi y bo'lsin. x son A nuqtaning *absissasi*, y son esa A nuqtaning *ordinatasi* deyiladi.

x va y sonlar jufti A nuqtaning *koordinatalari* deyiladi va $A(x, y)$ kabi belgilanadi. Bunda doimo birinchi o'rinda absissa, ikkinchi o'rinda esa ordinata yoziladi. Koordinata choraklarining raqamlanishi 2-rasmda ko'rsatilgan.



1-rasm



2-rasm

Shunday qilib: 1) koordinata tekisligida har bir A nuqtaga sonlar jufti (x, y) mos keladi; 2) ixtiyoriy sonlar jufti (x, y) ni koordinata tekisligidagi biror A nuqtaning koordinatalari deyish mumkin; 3) agar $x \neq y$ bo'lsa, u holda (x, y) va (y, x) juftliklar koordinata tekisligida turli nuqtalarni ifodalaydi.

Koordinata boshi — O nuqtaning koordinatalari $O(0; 0)$ dan iborat. Ox o'qidagi ixtiyoriy B nuqtaning koordinatasi $B(x; 0)$; Oy o'qidagi ixtiyoriy C nuqtaning koordinatasi $C(0; y)$ ko'rinishida bo'ladi.

Nuqta koordinatalarining choraklardagi ishoralari ramziy ravishda 2-rasmda ko'rsatilgan.

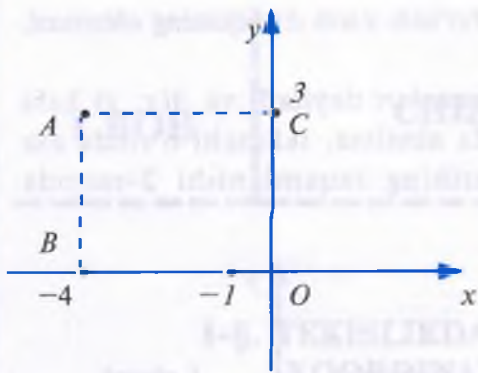
1-masala. A — koordinata tekisligining ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. A nuqtaning koordinatalarini toping.

□ A nuqtadan absissalar o'qiga perpendikulyar tushiramiz. Uning asosi B nuqtaning koordinatasi $B(-4; 0)$ ekanini topamiz (3-rasm).

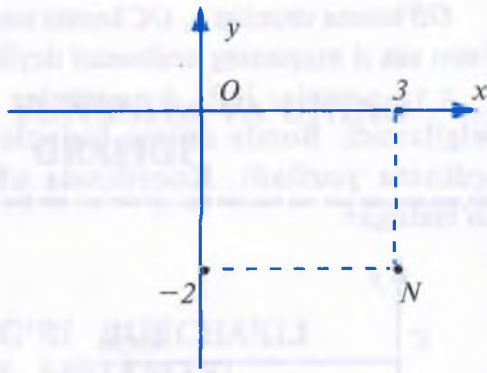
Endi A nuqtadan ordinatalar o'qiga perpendikulyar tushuramiz. Uning asosi C nuqtaning koordinatalari $(0; 3)$ ekanini topamiz. Shunday qilib, A nuqtaning absissasi -4 ga, ordinatasi esa 3 ga teng bo'ladi. Demak, A nuqtaning koordinatalari $(-4; 3)$ ekan. ■

2-masala. $N(3; -2)$ nuqtani yasang.

□ Ox o'qda koordinatasi 3 bo'lgan nuqtani belgilaymiz va shu nuqtadan Ox o'qqa perpendikulyar o'tkazamiz (4-rasm).



3-rasm

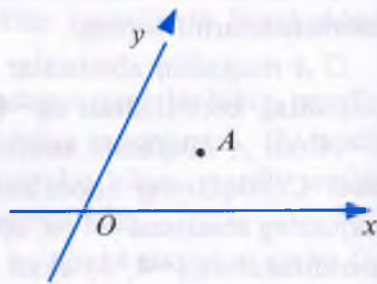


4-rasm

Oy o'qda koordinatasi -2 bo'lgan nuqtani belgilaymiz va shu nuqtadan Oy o'qqa perpendikulyar o'tkazamiz. Bu ikki perpendikulyarning kesishish nuqtasi izlanayotgan N nuqta bo'ladi.



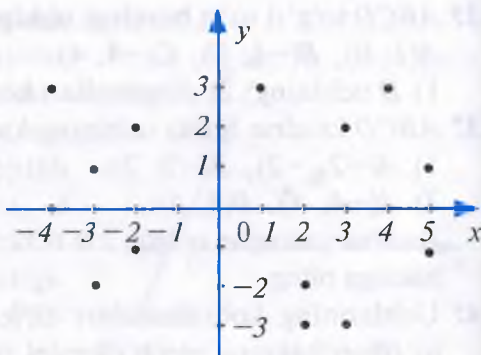
1. 1) Tekislikda to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi qanday kiritiladi? Mos rasm chizing.
2) Nuqtaning absissasi nima? Ordinatasi nima? Tekislikda nuqtaning koordinatalari deganda nimani tushunasiz?
3) Koordinata burchaklari (choraklari) nima? Nuqta koordinatalarining choraklardagi ishoralarini bilasizmi?
2. 1) Absissalari nol bo'lgan nuqtalar qayerda joylashgan?
2) Ordinatalari nol bo'lgan nuqtalar qayerda joylashgan? Misollar keltiring.
3. Absissasi manfiy bo'lgan nuqtalar qaysi choraklarda joylashgan? Ordinatasi musbat bo'lgan nuqtalar-chi?
- 4* Tekislikda nuqtaning koordinatasini aniqlash uchun to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi kiritilishi shartmi? Koordinatalar sistemasi rasmda ko'rsatilgandek bo'lsa: 1) A nuqtaning koordinatalarini qanday topish mumkin? 2) $(x; y)$ sonlar jufti berilsa, A nuqta qanday topiladi? (5-rasm).
5. Teatrqa, kinoga kirish uchun olingan chiptada qator, joy raqamlari ko'rsatiladi. Joyingizni qanday topasiz? Qator raqami, joy raqami o'rindiqning koordinatalari bo'ladi?



5-rasm

- 6* Yana qanday koordinatalar sistemasini bilasiz? Shaxmat o'yinida donalarning yurishlari qanday yozib boriladi? O'yin boshlanishidan avval har bir dona qanday koordinatalarga ega bo'ladi? Shaxmat koordinatalar sistemasi bilan to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining qanday umumiyliqi, farqi bor?
7. O'zbekiston xaritasidan Toshkent shahri, viloyat markazlarining geografik koordinatalarini aniqlang. Geografik koordinatalar sistemasining to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasidan qanday farqi bor? Umumiyliqi nimada?
8. Quyidagi nuqtalarga Ox o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping:
 $A(2; 3); B(4; -2); C(-5; 2); D(-4; -3); P(4; 0); E(2; 2); F(-2; 2); K(-1; 1); N(1; -3); Q(0; -2); L(x; y)$.
 Qanday xulosaga kelish mumkin? Uni bayon qiling.
9. Quyidagi nuqtalarga Oy o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping:
 $A(4; 3); B(-2; 1); C(3; -5); D(-4; -2); P(2; 0); E(3; 3); F(-3; 3); K(-1; -4); N(2; -3); Q(0; -3); L(x; y)$.
 Qanday xulosaga keldingiz? Uni ayting va yozing.
10. Quyidagi nuqtalarga koordinata boshi $O(0; 0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping:
 $A(2; 2); B(-1; 3); C(2; -3); D(-2; -4); E(-1; -1); F(-3; -1); K(0; 3); N(-2; 0); L(x; y)$.
 Xulosa chiqara olasizmi? Uni ayting va daftaringizga yozib qo'ying.
- 11* 1) $A(x; y)$ nuqtaga Oy (Ox) o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan B nuqtani yasang, so'ngra B nuqtaga Ox (Oy) nisbatan simmetrik bo'lgan C nuqtani yasang; 2) $A(x; y)$ nuqtaga $O(0; 0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan D nuqtani yasang; 3) B, C, D nuqtalarning koordinatalarini toping. C va D nuqtalar ustma-ust tushadimi? Xulosa chiqaring va uni daftaringizga yozib qo'ying.
- 12* $ABCD$ to'g'ri to'rt burchak uchta uchining koordinatalari berilgan:
 $A(2; 0), B(-4; 0), C(-4; 4)$.
 1) D uchining; 2) diagonallari kesishgan nuqtaning koordinatalarini toping.
- 13* $ABCD$ kvadrat ikkita uchining koordinatalari berilgan:
 1) $A(-2; -2), B(-2; 2);$ 2) $A(-1; -1), B(1; -1);$
 3) $A(-4; 4), B(4; 4);$ 4) $A(3; 3), B(3; -3)$.
 Kvadrat yasang va qolgan 2 ta uchining koordinatalarini toping. Hamma hollarni hisobga oling.
- 14* Uchlarining koordinatalari $O(0; 0), A(4; 3), B(8; 0), C(4; -3)$ bo'lgan to'rtburchakning romb ekanini isbotlang. Uning: a) diagonallari kesishgan nuqtasi koordinatalarini; b) yuzini toping.

15. Romb uchta uchining koordinatalari berilgan: $A(1; 1)$, $B(5; 4)$, $C(9; 1)$. Uning: 1) to'rtinchi uchining koordinatalarini toping; 2) diagonallari kesishgan nuqtasi koordinatalarini toping; 3) yuzini hisoblang.
- 16* Markazi koordinata boshida bo'lib, radiusi 1 ga teng bo'lgan aylanaga kvadrat ichki chizilgan. Uning bir uchi koordinatalari $(1; 0)$.
1) Qolgan uchlari koordinatalarini toping; 2) Qarama-qarshi tomonlari o'rtalarini birlashtiruvchi kesma uchlarining koordinatalarini toping.
17. 1) Uchlarining koordinatalari $A(1; 2)$, $B(4; 2)$, $C(1; 6)$ bo'lgan uchburchak yasang. Bu qanday uchburchak? Uning yuzini toping.
2) Uchlarining koordinatalari $A(1; 1)$, $B(2; 1)$, $C(5; 4)$ bo'lgan uchburchak yasang. Bu qanday uchburchak? Uning yuzini toping.
18. 1) $A(1; 3)$ va $B(4; 3)$; 2) $C(-3; 2)$ va $D(-3; -1)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni yasang. AB (CD) to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalarning absissalari, ordinatalari nimaga teng? Bu to'g'ri chiziqlar qaysi choraklardan o'tadi?
19. 1) Ox o'qda; 2) Oy o'qda 4 tadan nuqta yasang. Bu nuqtalarning koordinatalari qanday umumiylikka ega?
20. $A(0; 2)$, $B(-1; 2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni yasang. AB to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalarning absissalari, ordinatalari nimaga teng? $C(30; 2)$, $D(1000; 2)$ nuqtalar AB ga tegishlimi?
21. $A(2; -1)$ va $B(2; 3)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni yasang. AB to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalarning ordinatalari, absissalari nimaga teng? $C(2; -1000)$, $D(2; 2014)$ nuqtalar AB ga tegishlimi?
22. Uchlarining koordinatalari 1) $A(1; 2)$, $B(4; 5)$; 2) $C(0; -4)$, $D(3; 0)$; 3) $M(-1; -2)$, $N(-4; -5)$; 4) $E(-1; 1)$, $F(2; -2)$; 5) $K(0; 4)$, $L(4; 0)$ bo'lgan kesmani yasang.
- 23* 22-masalada yasalgan kesmalarga: 1) Ox o'qqa; 2) Oy o'qqa; 3) koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan kesmalarni yasang.
24. Agar: 1) $A(-3; 4)$, $B(2; -1)$, $C(-2; -0)$, $D(4; 3)$; 2) $A(-1; 1)$, $B(1; 2)$, $C(-3; 0)$, $D(2; 1)$ bo'lsa, AB va CD kesmalar kesishish nuqtasining koordinatalarini toping.
25. 6-rasmda tasvirlangan nuqtalarning koordinatalarini yozing. Ularning absissalari va ordinatalarini ayting.
26. Uchlari 1) $(2; 2)$, $(-2; 2)$, $(-2; -2)$, $(2; -2)$; 2) $(2; 0)$, $(0; 2)$,



6-rasm

$(-2; 0)$, $(0; -2)$ nuqtalarda bo'lgan to'rtburchak yasang. Bu qanday to'rtburchak bo'ladi?

27. 1) Markazi koordinata boshida va radiusi 3 sm bo'lgan aylana chizing. Aylananing Ox , Oy o'qlari bilan kesishish nuqtalari koordinatalarini yozing.
2) $A(2; 2)$, $B(-1; 1)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq yasang Uning ixtiyoriy nuqtasidan koordinata o'qlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng. Nega?

2-§. FUNKSIYA TUSHUNCHASI

Tabiatda, texnikada, iqtisodiyotda, umuman, hayotimizda uchraydigan miqdorlar orasida ma'lum munosabat, bog'lanishlar bor. Miqdorlar orasidagi bog'lanishning sodda misollari – to'g'ri proporsional bog'lanish, teskari proporsional bog'lanish bilan siz, aziz o'quvchilar, 6-sinf "Matematika" sida tanishgansiz, ularga oid mashqlar bajargansiz.

1-masala. Yuk poyezdi Buxorodan Toshkentga 50 km/soat tezlik bilan yo'lga chiqdi. U jo'nagandan t soat o'tgach, Buxorodan qancha masofada bo'ladi?

□ Izlanayotgan masofani s (km) harfi bilan belgilaylik. U holda javobni $s = 50t$ (1) formula yordamida berish mumkin.

Javob: $s = 50t$. ■

Poyezdning harakati davomida t vaqt va unga bog'liq ravishda s yo'l o'zgarib boradi. Shuning uchun ularni *o'zgaruvchi kattalik (miqdor)lar* yoki *o'zgaruvchilar* deymiz. s va t ning o'zgarishi tekis harakat qonuni $s = vt$ (bizning masalada $s = 50t$) formulaga mos holda bo'ladi; s va t kattalikda o'z holicha, ixtiyoriy ravishda o'zgarib olmaydi. s va t miqdorlar *o'zaro bog'langan*, ular orasidagi bog'lanish $s = vt$ formula bilan ifodalanadi.

(1) formulaning muhim jihati shundan iboratki, unga muvofiq t vaqtning har bir qiymatiga s yo'lning aniq bir qiymati mos keladi.

Masalan, $t = 3$ bo'lganda, (1) formulaga ko'ra, $s = 50 \cdot 3 = 150$ (km) bo'ladi. (1) formulada, ma'nosiga ko'ra, t – musbat son. Yuk poyezdining Buxorodan Toshkentgacha harakat vaqti T soat bo'lsa, tabiiyki, $t \leq T$.

2-masala. Radiusining uzunligi x bo'lgan doiraning yuzini toping.

□ Doira yuzini y harfi bilan belgilaylik. U holda 6-sinf "Matematika" sidan ma'lumki, shu doira yuzi $y = \pi x^2$ (2) formula orqali hisoblanadi. ■

(2) formula doira yuzini radiusning oldindan berilgan qiymati bo'yicha hisoblash qoidasini beradi. Masalan, $x = 3$ bo'lsa, $y = 9\pi$; $x = 2$ bo'lsa, $y = 4\pi$. x – ixtiyoriy musbat son. Bu masalada ham x ning o'zgarishi bilan y ham o'zgaradi: x va y o'zgaruvchi miqdorlardir, ammo ularning o'zgarishi ixtiyoriy emas, bu o'zgarish (2) formula (qoida, qonun)ga bo'ysungan holda bo'ladi. O'zgaruvchi x ixtiyoriy musbat sonlarni qabul qilishi mumkin. (1) va

(2) formulalar bir o'zgaruvchi miqdorning oldindan berilgan bitta qiymati bo'yicha ikkinchisining tayin bir qiymatini topishga imkon beruvchi qoidalardir.

Agar biror sonlar to'plamidan olingan x ning har bir qiymatiga biror qonun yoki qoida bo'yicha tayin bir y son mos qo'yilgan bo'lsa, shu to'plamda **funksiya aniqlangan** deyiladi.

y miqdorning x miqdorga bog'liqligi $y(x)$ (yoki $f(x)$) deb yoziladi va igrek ikstdan ("ef ikstdan") deb o'qiladi. x — *erkli o'zgaruvchi (argument)*, $y(x)$ — *erksiz o'zgaruvchi yoki funksiya* deyiladi.

Masalan: doiraning yuzi uning radiusi uzunligining funksiyasidir, ya'ni $y(x) = \pi x^2$. Bu yozuvda $y(4)$ radiusi 4 ga teng doiraning yuzini bildiradi: $y(4) = 16\pi$. $y(4)$ son $y = \pi x^2$ funksiyaning $x = 4$ bo'lgandagi qiymati deyiladi.

Erkli o'zgaruvchini x bilan, erksiz o'zgaruvchini y bilan belgilash shart emas. 1-masalada bosib o'tilgan s yo'l vaqt t ning funksiyasi edi va biz uni $s(t) = 50t$ deb yozamiz. Bu yozuvda $s(4)$ ifoda poyezdning 4 soatda necha kilometr yo'l bosganini bildiradi. $s(4) = 50 \cdot 4 = 200$ (km).

Funksiyaning berilish usullari bilan tanishaylik.

1. Funksiyaning formula bilan berilishi

Masalan: 1) $y = kx$ (k — o'zgaruvchisiz son); 2) $y = 2(a + x)$; 3) $y = kx + b$ (k, b — o'zgaruvchisiz sonlar) formulalar x ning berilgan qiymati bo'yicha y ning qiymatini qanday hisoblash qoidasini ko'rsatadi. Funksiyaning bunday usulda berilishi **analitik usul** deyiladi.

3-masala. Funksiya $y = x^2 + 5x + 6$ formula bilan berilgan. $y(0)$, $y(-1)$, $y(2)$, $y(-3)$ ni toping.

□ Berilgan formulaga $x = 0$ ni qo'yib, hisoblaymiz:

1) $y(0) = 0^2 + 5 \cdot 0 + 6 = 6$. Shuningdek:

2) $y(-1) = (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + 6 = 1 - 5 + 6 = 2$;

3) $y(2) = 2^2 + 5 \cdot 2 + 6 = 20$;

4) $y(-3) = (-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$. ■

4-masala. Funksiya $y = 2x - 3$ formula bilan berilgan. x ning shunday qiymatini topingki, unda $y = 0$; $y = -1$; $y = 5$ bo'lsin.

□ Berilgan formuladagi y o'rniga avval 0 ni, keyin -1 , so'ngra 5 ni qo'yib, hosil bo'lgan chiziqli tenglamadan x ni topamiz:

1) $0 = 2x - 3$, bundan $2x = 3$, $x = \frac{3}{2}$;

2) $-1 = 2x - 3$, $2x = 3 - 1$, $2x = 2$, $x = 1$;

3) $5 = 2x - 3$, $2x = 5 + 3$, $2x = 8$, $x = 4$. ■

2. Funksiyaning jadval bilan berilishi

Natural sonlar kvadratlari jadvali, natural sonlar kublari jadvali, bankdagi jamg'armaning ko'payib borish jadvali funksiyaning jadval usulida berilishiga misollardir. Ushbu jadvalni qaraylik:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	-5	-2	1	4	7	10	13	16	19

Bu jadvalga ko'ra x ning $x=0$ qiymatiga y ning $y=-5$ qiymati mos keladi; x ning $x=7$ qiymatiga y ning $y=16$ qiymati mos keladi. Bunday usul funksiya berilishining **jadval usuli** deyiladi.

3. Funksiyani grafik yordamida berish usuli

Grafik tushunchasi bilan 6-sinf "Matematika" sda, geografiya darslarida ("Shamol guli" grafigi) tanishgansiz.

Funksiyaning grafigi koordinata tekisligining absissalari erkli o'zgaruvchining qiymatlariga, ordinatalari esa funksiyaning unga mos qiymatlariga teng bo'lgan barcha nuqtalari to'plamidir.

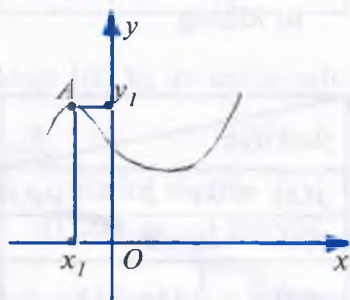
5-masala. $y = x^3 - 1$ funksiya berilgan. Shu funksiya grafigiga koordinatalari:

1) $(2; 7)$, $(1; -1)$ bo'lgan nuqtalar tegishlimi yoki yo'qmi? Shuni aniqlang.

□ 1) $x = 2$ bo'lganda y ning qiymatini berilgan formulaga muvofiq topamiz. $y(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$, ya'ni $y(2) = 7$. Demak, $(2; 7)$ nuqta $y = x^3 - 1$ funksiya grafigiga tegishli.

2) $x = 1$ bo'lganda y ning qiymatini hisoblaymiz: $y(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$, ya'ni $y(1) = 0$. Demak, $(1; -1)$ nuqta funksiya grafigiga tegishli emas. ■

Funksiyaning grafigi bo'yicha, x ning biror x_1 qiymatiga y funksiyaning unga mos y_1 qiymatini topish uchun Ox o'qning x_1 koordinatali nuqtasidan Ox ga perpendikulyar o'tkazamiz va uning grafik bilan kesishgan nuqtasi A ni topamiz. Shu A nuqtaning ordinatasi funksiyaning x ga mos qiymati bo'ladi (7-rasm).



7-rasm

Funksiyaning grafik yordamida berilish usuli **grafik usul** deyiladi.



28. 1) O'zgaruvchi miqdor deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

2) Erkli o'zgaruvchi (argument), erksiz o'zgaruvchi (funksiya) deganda nimani tushunasiz? Javobingizni misollar orqali izohlang.

29. 1) Funksiyaning berilish usullarini ayting. Har bir usulga (analitik usul, jadval usuli, grafik usul) 3 tadan misol keltiring.

2) Funksiyaning grafigi nima? Misollarda tushuntiring.

30. Berilgan $(x_0; y_0)$ nuqta $y = f(x)$ funksiya grafigiga tegishli (tegishli emas)ligi qanday tekshiriladi? Misollarda tushuntiring.

31. Koordinatalari: 1) $(0; 4)$; 2) $(3; 0)$; 3) $(4; 4)$; 4) $(5; 9)$; 5) $(3; 1)$; 6) $(-1; 9)$; 7) $(4; 10)$ bo'lgan nuqtalarning qaysilari $y = x^2 - x + 4$ funksiya grafigiga tegishli, qaysilari tegishli emas?

32. $y = 6x^2 - 5x + 1$ funksiya berilgan. Shu funksiya grafigiga koordinatalari:

1) $(0; 1)$; 2) $(1; 2)$; 3) $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$; 4) $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$; 5) $(-1; 10)$; 6) $(-2; 30)$;

7) $(-1; 12)$ bo'lgan nuqta tegishli bo'lishi yoki bo'lmasligini aniqlang.

33. Funksiya $f(x) = \frac{2}{3} \cdot (4x - 1)$ formula bilan berilgan. Hisoblang:

1) $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(-1)$; $f\left(-\frac{1}{4}\right)$; $f(1)$; $f(3)$; $f(7)$.

2) x ning qanday qiymatida:

$f(x) = 0$; $f(x) = -1$; $f(x) = \frac{2}{3}$; $f(x) = 1,6$; $f(x) = -2$ bo'ladi?

34. x ning berilgan qiymatida funksiyaning unga mos qiymatini toping va jadvalni to'ldiring:

funksiya \ x	-2	-1	0	1	2	3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$y(x) = 3x - 2$								
$f(x) = -2x + 5$								
$y(x) = -\frac{1}{3}(5x + 1)$								
$y(x) = \frac{1}{7}(2x + 3)$								
$y(x) = x^2 + 3x - 2$								
$y(x) = 2x^2 - 3x + 1$								
$y(x) = x^3 - 4x$								

35. x ning qanday qiymatida funksiya berilgan songa teng bo'ladi? (Berilgan qiymatni qabul qiladi?) Jadvalni to'ldiring:

$y(x) = 4x - 5$	-3	-2	-1	0	1	2	3	0,6	-3,4
x									
$y(x) = -3x + 7$	-8	-14	-2	0	1	2	0,2	-2,6	-3,5
x									

36. Qavariq ko'pburchakning diagonallari soni d uning tomonlari soni n ning funksiyasidir. Shu funksiyani formula yordamida bering. (8-sinf "Geometriya" darsligiga qarashingiz mumkin). Jadvalni to'ldiring:

n	4	5	6		10			16
d	2			14		54	65	

37. Maktabning 8-sinf o'quvchilari orasida shaxmat musobaqasi o'tkazildi. Bunda har bir qatnashchi boshqa har bir qatnashchi bilan bir partiyadan shaxmat o'ynadi. O'ynalgan partiyalar soni p qatnashchilar soni n ning funksiyasidir. Shu funksiyani formula yordamida bering. Jadvalni to'ldiring:

n	5	6		9	10		12	15
d	10		56			55		

38. Novvoyda 2500 kg un bor edi. Har kuni non yopishga 100 kg un sarflanadi. x kundan so'ng y kg un qoldi.

- 1) y ning x ga bog'liqligini formula yordamida bering.
 - 2) Bu funksiyaning $x = 5; 10; 13; 20$ bo'lgandagi qiymatini toping.
 - 3) Necha kundan so'ng: a) 700 kg; b) 1000 kg; d) 200 kg un qoladi?
 - 4) Novvoydagi un necha kunga yetadi?
 - 5) Jadvalni to'ldiring va uning kunlar bo'yicha sarflanishi grafigini chizing (1 kunlik sarf — 100 kg).
- Ox o'qiga kunlarni, Oy o'qiga kilogramm (kg)larni qo'ying.

x (kun)	0	1	2			24	25
$y=2500-100x$	2500	2400	2300	2000	200		0

39. $f(x) = \frac{x-5}{x+4}$ va $g(x) = 8 + \frac{1}{x}$ funksiyalar berilgan.

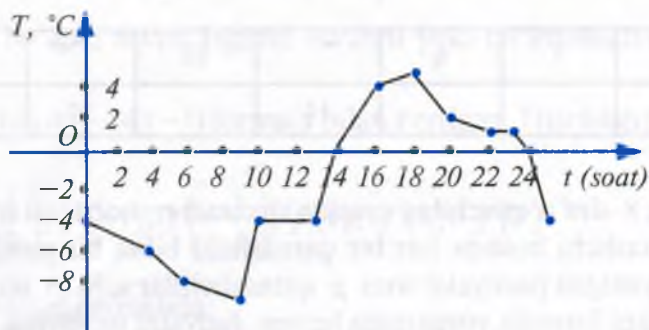
1) $f(-5) = g\left(\frac{1}{2}\right)$; 2) $f(-2) < g(-0,1)$; 3) $f(-10) < g(-10)$

ekanini ko'rsating.

40. 8-rasmdagi grafikda bir sutka davomida fevral oyining bir kunidagi havo temperaturasining o'zgarishi tasvirlangan.

Grafik bo'yicha (grafikni "o'qib") quyidagi savollarga javob bering:

- 1) Soat 6; 11 va 18 da temperatura necha gradus edi?
- 2) Kunning qaysi vaqtida temperatura -3°C ; 2°C ; 4°C edi?
- 3) Sutkaning qaysi vaqtida temperatura 0°C dan yuqori; 0°C dan past edi?



8-rasm

- 4) Sutkaning qaysi vaqtida temperatura: ko'tarilgan; pasaygan; o'zgarmay turgan?
- 5) Sutkaning qaysi vaqtida temperatura eng yuqori va qaysi vaqtda eng past bo'lgan?
- 6) Nima uchun bu bog'lanishni funksiya deb atash mumkin?

41. 1 kg olma 750 so'm turadi. Bozordan sotib olingan olma massasi bilan to'langan pul miqdori orasidagi bog'lanish grafigini chizing.

Olma x (kg)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pul y (so'm)	0	750									

Ko'rsatma: Ox o'qiga sotib olingan olma massasini, Oy o'qiga unga mos ravishda to'langan pul miqdorini qo'ying. $(x; y)$ nuqtalarni belgilang va ularni ketma-ket to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtiring.

42. Sirojiddinning yoshi bilan bo'yining uzunligi orasidagi bog'lanish jadvalda berilgan:

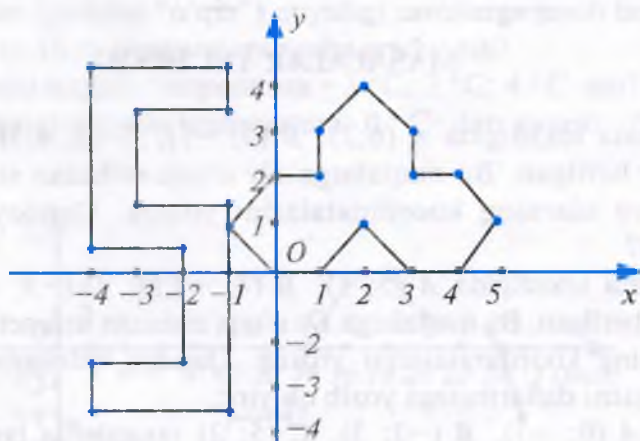
Yoshi (yil)	10	11	12	13	14	15
Bo'yi (sm)	150	155	160	163	166	170

Shu ma'lumotlarni grafikda aks ettiring.

MASALALAR YECHISH

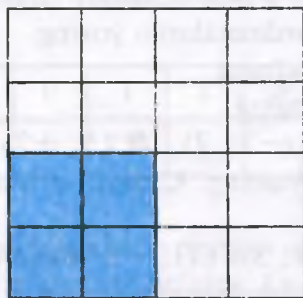
43. Koordinata tekisligida $A(6; 2)$, $B(3; -1)$, $C(2; 4,5)$, $D(-3,5; -3,5)$ nuqtalar berilgan. Bu nuqtalarga Ox o'qqa nisbatan simmetrik nuqtalar yasang va ularning koordinatalarini yozing. Qanday xulosaga kelish mumkin?
44. Koordinata tekisligida $A(5; 1)$, $B(4; -1,5)$, $C(-3; 4)$, $D(-2,5; -4)$ nuqtalar berilgan. Bu nuqtalarga Oy o'qqa nisbatan simmetrik nuqtalar yasang va ularning koordinatalarini yozing. Qanday xulosaga kelish mumkin? Xulosangizni daftaringizga yozib qo'ying.
45. Uchlari $A(0; -3)$, $B(-2; 3)$, $C(5; 2)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak yasang. Uchburchak tomonlarining Ox , Oy o'qlar bilan kesishish nuqtalari koordinatalarini toping.
46. Uchlari $A(-3; -4)$, $B(-3; 4)$, $C(3; 2)$, $D(3; -2)$ nuqtalarda bo'lgan to'rtburchak yasang. To'rtburchak tomonlarining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping.
- 47.* Uchlari $A(-6; 2)$, $B(-2; 2)$ va $C(-2; 4)$, nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchak yasang.
- 1) Bu qanday uchburchak? Uning perimetri va yuzini toping.
 - 2) Uchlari $\triangle ABC$ ning uchlariga Ox o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan uchburchak yasang. Uning uchlari koordinatalarini yozing.
 - 3) Uchlari $\triangle ABC$ ning uchlariga Oy o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan uchburchak yasang. Uning uchlari koordinatalarini yozing.
 - 4) Uchala uchburchak tomonlarini o'lchang. Xulosa chiqaring va uni daftaringizga yozing.
48. Uchlari $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(-2; 2)$, $D(5; -2)$ nuqtalarda bo'lgan $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak yasang. Uning perimetri va yuzini hisoblang.
- 49.* Koordinata tekisligida $A(-8; 3)$, $B(1; 3)$, $C(1; -2)$ nuqtalarni belgilang. To'rtinchi nuqtani — D nuqtani shunday yasangki, natijada $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak hosil bo'lsin. Uning perimetri va yuzini hisoblang.

50. Barcha nuqtalarning absissalari: 1) 4 ga; 2) -5 ga; 3) nolga teng bo'lgan to'g'ri chiziq yasang. Qanday xulosaga keldingiz? Uni daftaringizga yozib qo'ying.
51. Barcha nuqtalarning ordinatalari: 1) 2 ga; 2) -3 ga; 3) nolga teng bo'lgan to'g'ri chiziq yasang. Xulosa chiqaring va uni daftaringizga yozib qo'ying.
- 52* 9-rasmdagi ko'pburchak uchlarining koordinatalarini yozing. Qaysi shaklning yuzi katta? O'zingiz ham shunga o'xshash masala tuzing.

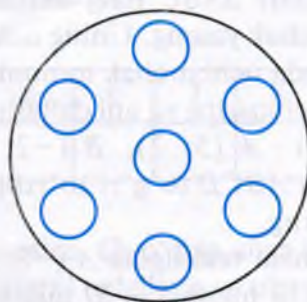


9-rasm

- 53* Otaning kvadrat shaklidagi kattagina bog'i bor. Ota bog'ning choragini o'ziga qoldirdi. Qolganini 4 o'g'liga bo'lib bermoqchi. U o'g'illariga: "Bolalarim, bog'ning mana bu qismi sizlarniki. Uni bir xil shakldagi va teng yuzga ega bo'lgan 4 ta qismga ajratasizlar", - dedi. O'g'illar bunday bo'lishni uddalay olishdi. Qanday qilib? (10-rasm).
- 54* Uchta chiziqni shunday o'tkazingki, natijada doira 7 ta bo'lakka bo'linsin va har bir bo'lakda bittadan doiracha bo'lsin (11-rasm).



10-rasm



11-rasm

- 55* Gugurtning 24 ta cho'pidan: 1) 1 ta; 2) 2 ta; 3) 3 ta; 4) 6 ta; 5) 7 ta; 6) 8 ta; 7) 9 ta bir xil kvadrat yasay olasizmi? Amalda ko'rsating.
- 56* Har bir qatorda tenglikning chap qismida 2 raqami 5 martadan yozilgan. Ular orasiga arifmetik amallar (qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish)ni shunday qo'yingki, natijada tenglik to'g'ri bo'lsin:

$$\begin{array}{ll} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 1; & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 6; \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 2; & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 7; \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 3; & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 8; \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 4; & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 9; \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 5; & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 = 10; \end{array}$$

N a m u n a: $2 + 2 + 2 + 2 : 2 = 7; 22 : 2 - 2 \cdot 2 = 7.$

- 57* 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 raqamlarini 4 ta 4 va arifmetik amallar yordamida tasvirlang.
- 58* Kompyuter xotirasidagi 336 betli kitobning 12 betini printer 1 minutda bosib chiqara oladi. Printer t minut ishladi.
- 1) Kitobning qancha beti bosilmay qoldi? Mos $y(t)$ ifoda tuzing.
 - 2) Bu ifoda funksiya bo'ladimi? Sababini tushuntiring.
 - 3) Argument t ning $t = 4; t = 9; t = 15$ qiymatlariga funksiyaning qanday qiymati mos keladi?
- 59* To'g'ri to'rtburchakning eni 12 sm, bo'yi undan x sm uzun.
- 1) To'g'ri to'rtburchakning yuzi S ni hisoblash uchun ifoda tuzing. Bu funksiya bo'ladimi?
 - 2) Argument x ning $x = 3; x = 5; x = 10$ qiymatlariga funksiyaning qanday qiymatlari mos keladi?
- 60* Kater (motorli qayiq) A bekatdan oqimga qarshi harakatlandi. Uning tezligi 10 km/soat. Daryo oqimining tezligi 2 km/soat. Kater t soatda A bekatdan necha kilometr s masofaga uzoqlashadi?
- 1) s va t orasidagi bog'lanishni toping va jadvalni to'ldiring:

t (soat)	0	1	2	3	4	5
s (km)						

- 2) Kater 2; 3; 5 soatda bekatdan necha kilometr masofada bo'ladi?
 - 3) Necha soatdan so'ng kater A bekatdan 16 km; 24 km masofada bo'ladi?
61. Botir 600 metr masofaga 8 m/sekund tezlik bilan yugurdi. U t sekunddan keyin marra (finish) chizig'idan necha metr masofada bo'ladi?
- 1) Savolga mos ifoda tuzing. Bu ifoda funksiya bo'ladimi?

2) Jadvalni to'ldiring, bunda y Botirning marra chizig'idan qancha uzoqligini bildiradi.

t (sekund)	0	10	15	20	25	30	50	75
y (metr)	0							

3) Botir yugurish boshlanganidan 25 sekunddan keyin marra chizig'idan qancha uzoqlikda bo'lgan?

4) U necha sekunddan keyin marra chizig'idan 240 metr uzoqlikda bo'lgan?

5) Botir marra chizig'iga necha sekundda yetib kelgan?

62* Sig'imi 5 m^3 bo'lgan sisternada 2 m^3 suv bor. Sisternani suv bilan to'ldirish uchun unga minutiga $0,2 \text{ m}^3$ suv quyiladi.

1) t minutdan so'ng sisternaning necha kub metri ($v \text{ m}^3$) bo'sh bo'ladi? t va v orasidagi bog'lanishni toping.

2) Jadvalni to'ldiring:

t (minut)	0	2	4	5	8	10	15
v (m^3)							

1) Necha minutdan so'ng sisterna to'ladi?

2) Necha minutdan so'ng sisternaning 2 m^3 hajmi bo'sh bo'ladi?

3) 10 sekunddan so'ng sisternada qancha suv bo'ladi?

3-§. $y = kx$ FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

Asosi k ga, balandligi x ga teng to'g'ri to'rtburchakning yuzini hisoblaylik. Izlanayotgan yuzni y harfi bilan belgilaymiz. U holda, ravshanki, bu to'g'ri to'rtburchakning yuzi

$$y = kx \quad (1)$$

bo'ladi.

(1) formulada $k > 0$. (1) formulaga ko'ra x ning har bir qiymatiga y ning tayin bir qiymati mos keladi, ya'ni (1) formula funksiyani aniqlaydi. Umuman, k parametr turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Masalan:

$k : -1; 1; -\frac{1}{2}; \frac{4}{5}; 2; 3$ bo'la oladi. k ning har bir qiymati biror funksiyani aniqlaydi.

Xususan, $k = 3$ bo'lsa, u holda (1) funksiya

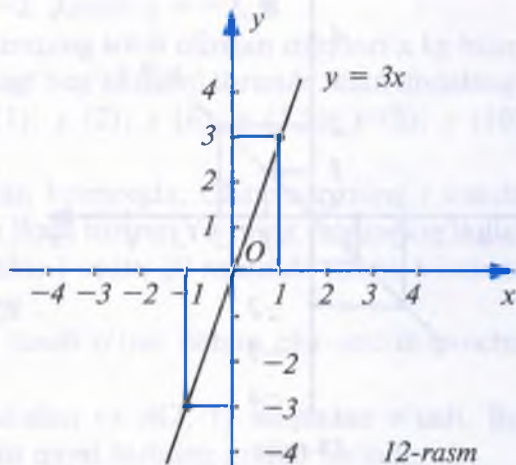
$$y = 3x \quad (2)$$

ko'rinishni oladi.

x	0	-1	1	0,5	2
$y = 3x$	0	-3	3	1,5	6

$y = 3x$ funksiyaning grafigini chizish uchun x ga turli qiymatlar berib, (2) formulaga muvofiq y ning mos qiymatlarini hisoblaymiz. Natijalarni jadval ko'rinishida ifodalaylik:

Topilgan $O(0; 0)$, $(-1; -3)$, $(1; 3)$, $(0,5; 1,5)$, $(2; 6)$ nuqtalarni xOy koordinatalar tekisligida yasaymiz. Topilgan nuqtalarni chizg'ich yordamida tutashtirib, koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqni hosil qilamiz. Bu to'g'ri chiziq $y = 3x$ funksiyaning grafigi bo'ladi (12-rasm).



$A(x; y)$ nuqtaning koordinatalari

$y = 3x$ tenglikni to'g'ri tenglikka aylantirsagina, $A(x, y)$ nuqta $y = 3x$ to'g'ri chiziqqa tegishli bo'ladi.

Masalan, $(-2; -6)$ nuqta $y = 3x$ to'g'ri chiziqda yotadi, chunki $-6 = 3 \cdot (-2)$ to'g'ri tenglik. $(-2; 4)$ nuqta esa $y = 3x$ to'g'ri chiziqqa tegishli emas, unda yotmaydi, chunki $4 = 3 \cdot (-2)$ "tenglik" noto'g'ri tenglikdir: $4 \neq 3 \cdot (-2)$.

$y = kx$ funksiyaning grafigi k ning istalgan qiymatida koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqdir. Ma'lumki, ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi, demak, $y = kx$ funksiyaning grafigini yasash uchun grafikning ikkita nuqtasini yasash yetarli. Keyin esa yasalgan nuqtalar orqali chizg'ich yordamida to'g'ri chiziq o'tkaziladi.

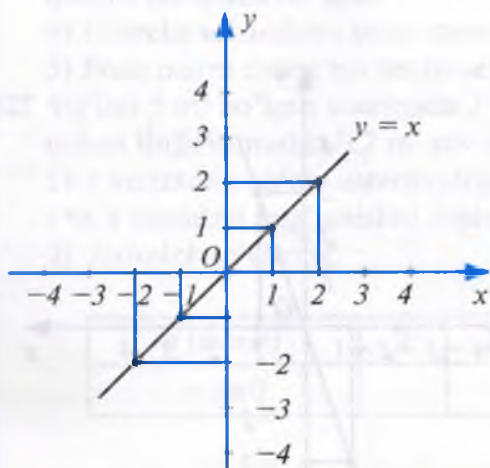
Koordinatalar boshi $y = kx$ funksiya grafigiga tegishli bo'lgani uchun bu grafikni yasash uchun uning yana bitta nuqtasini topish kifoya.

Masala. $y = kx$ funksiyaning: 1) $k = 1$; 2) $k = -2$; 3) $k = 0$ bo'lgandagi grafigini yasang.

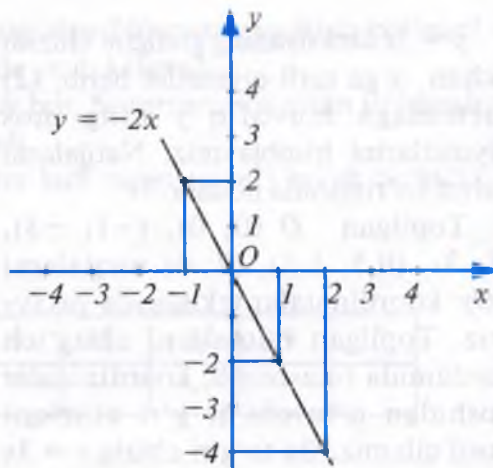
□ 1) $k = 1$ bo'lsa, $y = kx = 1 \cdot x = x$, ya'ni funksiya $y = x$ ko'rinishida bo'ladi.

Masalan, $(2; 2)$ nuqta $y = x$ funksiya grafigiga tegishli. Koordinata boshi $(0; 0)$ va $(2; 2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizamiz. Bu to'g'ri chiziq $y = x$ funksiyaning grafigidir. U I va III koordinata burchaklarini teng ikkiga bo'ladi (13-rasm).

2) $k = -2$ bo'lsa, $y = kx = (-2) \cdot x = -2x$, ya'ni funksiya $y = -2x$ ko'rinishida bo'ladi. Masalan, $(1; -2)$ nuqta $y = -2x$ funksiya grafigiga tegishli. Koordinata boshi $(0; 0)$ va $(1; -2)$ nuqtalardan to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq $y = -2x$ funksiyaning grafigidir (14-rasm).



13-rasm



14-rasm

Agar $k = -1$ bo'lsa, u holda $y = -x$ funksiya grafigi II va IV koordinata burchaklarining bissektrisasi bo'lar edi.

3) $k = 0$ bo'lganda $y = kx = 0 \cdot x = 0$ va funksiya $y = 0$ ko'rinishini olardi, ya'ni bu holda grafik barcha nuqtalarining ordinalari nolga teng bo'ladi. Demak, $y = 0$ funksiyaning grafigi absissalar o'qi Ox bilan ustma-ust tushadigan to'g'ri chiziqdir. ■

x va y orasidagi $y = kx$ (bunda $k > 0$) formula yordamida ifodalanuvchi bog'lanish, odatda *to'g'ri proporsional bog'lanish*, k esa *proporsionallik koeffitsiyenti* deyiladi.

Masalan, $s = vt$ (v — o'zgarmas tezlik) — “yo'l formulasi” bosib o'tilgan yo'l harakat vaqtiga to'g'ri proporsional ekanini bildiradi.

Shuningdek, kvadratning tomoni uzunligi x bilan uning perimetri orasidagi $p = 4x$ bo'g'lanish ham to'g'ri proporsional bog'lanishdir.



64. 1) $y = kx$ funksiya grafigi qanday yasaladi? Shu funksiya grafigini yasash uchun nechta nuqtaning koordinatalarini bilish kifoya?

2) $y = kx$ formula $k > 0$ bo'lganda qanday bog'lanishni ifodalaydi? Bu holda k soni nima deb ataladi?

65. 1) $y = kx$ formulada $k = 0$ bo'lsa, bu funksiya grafigi qaysi o'q bilan ustma-ust tushadi? Nima uchun?

2) $x = 0$; 3) $y = 0$ tenglamalar qanday to'g'ri chiziqni ifodalaydi?

66. x va y o'zgaruvchi miqdorlarning shunday misollarini topingki, ular orasidagi bog'lanish $y = kx$ formula bilan: 1) ifodalansin; 2) ifodalanmasin.

67. $y = kx$ funksiya grafigi: 1) (2; 5); 2) (3; -4); 3) (-1; -1); 4) (-4; 5) nuqtadan o'tsa, k ni toping.

N a m u n a: $y = kx$ funksiya grafigi (-2; 4) nuqtadan o'tsa, k ni toping.

□ $4 = k \cdot (-2)$; $k = 4 : (-2)$, $k = -2$. *Javob:* $k = -2$. ■

68. 1 kg uzum k so'm turadi, deylik. Uzumning sotib olingan miqdori x kg bilan unga to'lanadigan pul (y so'm) orasidagi bog'lanishni formula bilan ifodalang. $k = 350$; 400 bo'lganida, y (0); y (1); y (2); y (6); y (5,5); y (8); y (10) nimaga teng? Mos jadvallar tuzing.

69. 1) Chavandoz 14 km/soat tezlik bilan ketmoqda. Chavandozning t soatda bosib o'tgan s yo'lini hisoblash uchun ifoda tuzing. Yo'lning vaqtga bog'liqligi grafigini yasang. Chavandoz 0,5 soatda; 1 soatu 30 minutda necha kilometr yo'l bosganini grafik bo'yicha aniqlang

2) 10,5 km; 17,5 km; 28 km yo'lni bosib o'tish uchun chavandoz qancha vaqt sarflaydi?

70. OA to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan va $A(2; 1)$ nuqtadan o'tadi. Bu to'g'ri chiziq quyidagi funksiyalardan qaysi birining grafigi bo'ladi:

$$y = 5x; y = -2x; y = \frac{1}{2}x; y = -\frac{1}{2}x?$$

71. A nuqta $y = kx$ funksiya grafigiga tegishli ekani ma'lum bo'lsa, shu funksiyaning grafigini yasang: 1) $A(2; 4)$; 2) $A(-3; 1)$; 3) $A(-4; -5)$; 4) $A(1; -2)$. Shu funksiyalardan qaysinisining grafigi: a) $B(1; 2)$; b) $C(-6; 2)$ nuqtadan o'tadi?

72. Funksiyaning grafigini yasang:

$$1) y = \frac{1}{2}x; 2) y = -2x; 3) y = 2x; 4) y = -\frac{1}{2}x.$$

Grafik qaysi choraklarda joylashgan (yotadi)?

73. $y = 3,5x$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang.

1) x ning -2; -1; 0; 2; 3 ga teng qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini;

2) y ning -7; -3,5; 0; 3,5; -7; 14; 21; -17,5 ga teng qiymatiga mos keluvchi x ning qiymatini toping.

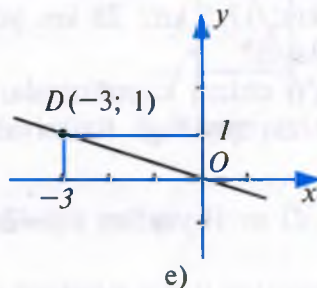
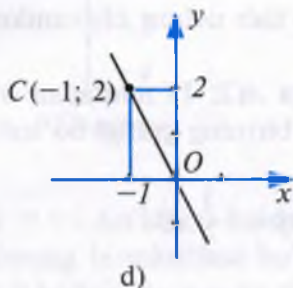
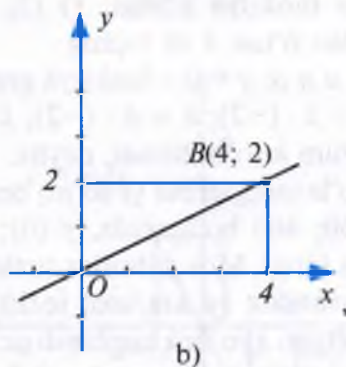
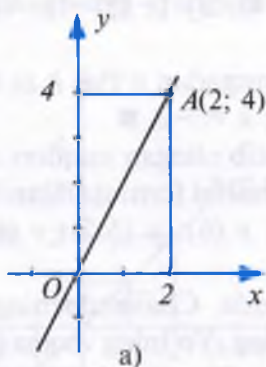
Grafik bo'yicha:

3) x ning y musbat bo'ladigan 5 ta qiymatini;

4) x ning y manfiy bo'ladigan 4 ta qiymatini toping.

Har bir hol uchun mos jadval tuzing.

74. Grafigi 15-rasmda berilgan funksiya qanday formula bilan ifodalanadi?



15-rasm

75. $y = -2,5x$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang.

1) x ning $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 4$ ga teng qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini;

2) y ning $-5; -7; -2,5; 0; 2,5; 1,25; -10; 10$ ga teng qiymatiga mos keluvchi x ning qiymatini toping.

Grafik bo'yicha:

3) x ning y musbat bo'ladigan 5 ta qiymatini toping.

4) x ning y manfiy bo'ladigan 4 ta qiymatini toping.

Har bir hol uchun mos jadval tuzing.

76*. $y = \frac{1}{4}x$; $y = \frac{1}{2}x$; $y = x$; $y = 4x$ funksiya grafigini bitta koordinatalar sistemasida chizing.

1) Grafiklar $y = x$ tog'ri chiziqqa (I va III choraklar bissektisasiga) nisbatan qanday joylashgan?

2) $0 < k < 1$ (bu misolda $k = \frac{1}{4}; \frac{1}{2}$) va $k > 1$ (bu misolda $k = 2; 4$) bo'lganda

grafikning o'zgarishi ("ko'tarilishi")ga e'tibor bering.

3) O'zingiz ham k ning $0 < k < 1$ va $k > 1$ bo'lgan bir nechta qiymatlarida $y = kx$ funksiya grafigini chizing va uni $y = x$ funksiya grafigi bilan taqqoslang. Qanday xulosaga kelish mumkin? Uni bayon qiling va daftaringizga yozib qo'ying.

77. 1 kg uzum 500 so'm turadi deylik. Uzumning sotib olingan miqdori n kg bilan unga to'lanadigan pul (y so'm) orasidagi $y(n)$ bo'glanishni formula bilan ifodalang.

1) $y(2); y(5); y(0); y(7)$ nimani bildiradi? Nimaga teng?

2) $y(n) = 1000; y(n) = 6000; y(n) = 1250$ bo'lsa, n ni toping.

78. Velosipedchi 15 km/soat tezlik bilan ketmoqda. Uning t soatda bosib o'tgan s yo'lini hisoblash formulasini toping va uning grafigini chizing. Grafik bo'yicha velosipedchining 20 minutda; 1 soatda; 1 soat-u 40 minutda bosib o'tgan yo'lini toping. Velosipedchi 20 km; 25 km; 30 km masofani qancha vaqtda bosib o'tishini grafikdan aniqlang.

4-§. CHIZIQLI FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

Chizikli funksiya tushunchasiga olib keluvchi masalalar ko'raylik.

1-masala: Taksiga o'tirishga 500 so'm to'lanadi. Har bir kilometr o'tilgan yo'l uchun taksi hisoblagichi 700 so'm yozadi. Taksi xizmati uchun to'lanadigan pul (y) bilan o'tilgan masofa (s) orasidagi bog'lanish $y = 700 \cdot s + 500$ formula bilan ifodalanadi.

2-masala. Jismning boshlang'ich tezligi 2 m/sek, u 0,1 m/sek² o'zgarmas tezlanish bilan harakat qilyapti. Shu jismning harakat tezligi v m/sek bilan harakat vaqti t sekund orasidagi bog'lanish $v = 2 + 0,1 \cdot t$ formula bilan ifodalanadi.

3-masala: Yengil avtomobil bakida 36 litr benzin bor edi. U har bir kilometr yo'lga o'rtacha 0,1 litr benzin sarfladi. s km yo'l o'tilgach, bakda qolgan benzin miqdori r (litrlarda) ushbu formula bilan hisoblanishi mumkin: $r = 36 - 0,1 \cdot s$.

4-masala: Qavariq n - burchakning burchaklari yig'indisi $S_n = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$ formula bilan ifodalanadi.

Keltirilgan bu misollardagi formulalar bir-biridan faqat harflari va son koeffitsiyentlari bilan farq qiladi. Tabiatan har xil bo'lgan bu masalalar aslida, ayni bir $y = kx + b$ bog'lanish bilan ifodalanadi.

Chiziqli funksiya deb, $y = kx + b$ ko'rinishdagi funksiyaga aytiladi, bunda k va b — berilgan sonlar. $b = 0$ bo'lganda chiziqli funksiya $y = kx$ ko'rinishga ega bo'ladi va uning grafigi koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ladi. Bu dalilga asoslanib, $y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi ham to'g'ri chiziq bo'lishini ko'rsatish mumkin. Ikki nuqta orqali birgina to'g'ri chiziq o'tganligi sababli $y = kx + b$ funksiyaning grafigini yasash uchun shu grafikka tegishli ikkita nuqtani yasash yetarli bo'ladi.

Bu ikki nuqta sifatida grafikning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarini olish qulay.

5-masala: $y = -3x + 6$ funksiya grafigining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarini toping.

□ Grafikning Ox o'qi bilan kesishish nuqtasining ordinatasi nolga teng. Demak, $-3x + 6 = 0$, bundan $x = 2$, ya'ni grafik Ox o'qni $A(2; 0)$ nuqtada kesib o'tadi. Grafikning Oy o'qi bilan kesishish nuqtasining absissasi nolga teng. Demak, $y = -3 \cdot 0 + 6 = 6$, ya'ni grafik Oy o'qni $B(0; 6)$ nuqtada kesib o'tadi. ■

Topilgan $A(2; 0)$ va $B(0; 6)$ nuqtalarni koordinatalar tekisligida yasab, ularni chizg'ich bilan birlashtirib, $y = -3x + 6$ funksiya grafigini yasay olamiz (16-rasm).

6-masala. $y = 2x - 3$ funksiya grafigini yasang.

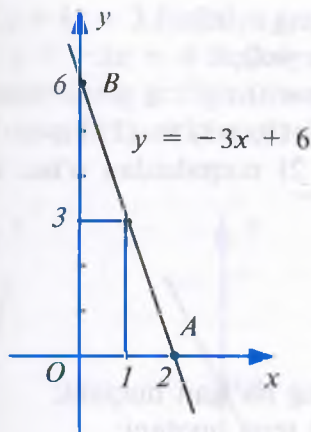
□ 1) Grafikka tegishli ikki nuqta koordinatalarini topamiz. x va y sonlarini hisoblashga qulay qilib tanlash tavsiya etiladi. Masalan, $x = 2$, $x = 1$ bo'lsin. Natijada $A(2; 1)$, $B(1; -1)$ nuqtalarni hosil qilamiz:

2) Bu nuqtalarni koordinata tekisligida yasaymiz;

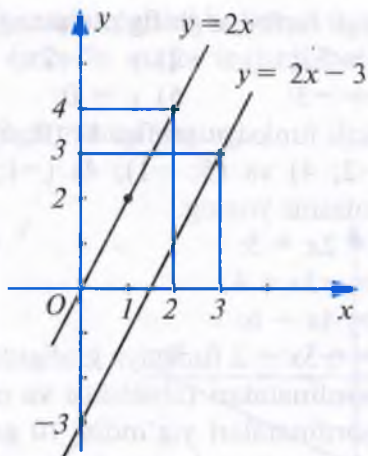
3) A va B nuqtalar orqali to'g'ri chiziq o'tkazib, $y = 2x - 3$ funksiya grafigini hosil qilamiz (17-rasm). ■

Shu 17-rasmda $y = 2x$ funksiya grafigini ham yasaylik. Bu grafik $(0; 0)$ va $(1; 2)$ nuqtalardan o'tadi. Rasmdan ko'rinadiki, $y = 2x - 3$ funksiya grafigi har bir nuqtasining ordinatasi $y = 2x$ funksiya grafigi o'sha absissali nuqtasining ordinatasidan 3 birlik pastda bo'ladi. Bu esa $y = 2x - 3$ funksiya grafigining har bir nuqtasi $y = 2x$ funksiya grafigining mos nuqtasini ordinata o'qi bo'ylab pastga 3 birlik siljitish yo'li bilan hosil qilinishini bildiradi.

Umuman, $y = kx + b$ funksiyaning grafigi $y = kx$ funksiya grafigini koordinatalar o'qi bo'ylab b birlikka siljitish yo'li bilan hosil qilinadi. $y = kx$ va $y = kx + b$ funksiyalarning grafiglari parallel to'g'ri chiziqlar bo'ladi.



16-rasm



17-rasm

k parametr grafikning Ox o'qiga nisbatan qanchalik og'ishini, Ox o'qi bilan grafik to'g'ri chiziq orasidagi burchakni xarakterlaydi. b parametr esa $y = kx + b$ funksiya grafigi koordinata boshidan hisoblaganda Oy o'qidagi uzunligi $|b|$ ga teng kesma ajratishini bildiradi.

k son $y = kx + b$ to'g'ri chiziqning *burchak koeffitsiyenti* deyiladi.



78. To'g'ri chiziq tenglamasini yozing. Tenglamadagi k va b parametrlarning ma'nosini ayting.

Quyidagi hollar uchun $y = kx + b$ funksiya grafigini sxematik tarzda chizing:

79. 1) $k > 0, b > 0$; 2) $k > 0, b < 0$; 3) $k < 0, b > 0$; 4) $k < 0, b < 0$.

80. 1) $k > 0, b = 0$; 2) $k < 0, b = 0$; 3) $k = 0, b > 0$; 4) $k = 0, b < 0$;
5) $k = 0, b = 0$.

81. $y = x$ va $y = 1000000x$ ($k = 1$ va $k = 1000000$ bo'lgan hol) funksiyalar grafiklarining farqi nimada?

82.* $y = kx + b$ funksiya grafigining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari koordinatalarini toping.

83.* $k > 0$ bo'lsa, $(0; b)$ nuqtadan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? Ular bir-biridan nimasi bilan farqlanadi? $k < 0$ bo'lsa-chi? $k = 0$ bo'lsa-chi?

84. Chizikli funksiya grafigini yasang:

1) $y = 2x + 3$;

2) $y = 1,5x - 4$;

3) $y = -2x + 1$;

4) $y = -2,5x - 3$.

85. Chiziqli funksiya grafigini yasang:

- 1) $y = 3x$; 2) $y = -2x$; 3) $y = 2$;
4) $y = -3$; 5) $y = 0$; 6) $x = 0$.

86. Chiziqli funksiya grafigi 1) (0; 6) va (2; 3); 2) (0; -3) va (2; 1);

3) (-2; 4) va (5; -1); 4) (-1; -1) va (2; 2) nuqtalardan o'tsa, uning formulasini yozing.

87. 1) $y = 2x + 5$;

2) $y = -3x + 4$;

3) $y = 4x - 6$;

4) $y = -5x - 2$ funksiya grafigida:

a) koordinatalari (absissasi va ordinatasi) teng bo'lgan nuqtani;

b) koordinatalari yig'indisi 10 ga (18; -7 ga) teng nuqtani;

d) ordinatasi va absissasi ayirmasi 15 ga (20; -8 ga) teng nuqtani;

e) absissasi va ordinatasi ayirmasi 11 ga (30; -25 ga) teng nuqtani toping.

88. Quyidagi funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtalari koordinatalarini toping:

1) $y = 3x + 5$ va $y = -2x + 1$; 2) $y = -4x + 7$ va $y = -x + 3$;

3) $y = 4x + 3$ va $y = x + 6$; 4) $y = -4x - 5$ va $y = -2x - 7$;

5) $y = 2x - 3$ va $y = x - 1$; 6) $y = 2x + 5$ va $y = -2x - 3$.

89. $y = kx + b$ funksiya grafigi koordinatalar sistemasining qaysi choraklarida joylashishi mumkin?

($k > 0$; $k < 0$; $b > 0$; $b < 0$; $k = 0$; $b = 0$ bo'lgan hollarni ko'ring).

90. $y = kx + b$ funksiya grafigi: 1) (0; -5) va (2; 1); 2) (0; 3) va (3; 0);

3) $\left(0; 1\frac{1}{4}\right)$ va $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{4}\right)$; 4) (0; 7) va $\left(\frac{7}{4}; 0\right)$; 5) $\left(-1\frac{1}{2}; -1\frac{1}{2}\right)$ va $\left(2\frac{1}{2}; 3\right)$

nuqtalardan o'tsa, k va b ning qiymatlarini toping.

91* 1) a ning qanday qiymatida $y = 4 + a - (2a + 5)x$ va $y = 7 - 2a - (4a + 1)x$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi Oy o'qida yotadi?

2) a ning qanday qiymatida $y = 2 + a - (a - 1)x$ va $y = a - 5 - (a + 1)x$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi Ox o'qida yotadi?

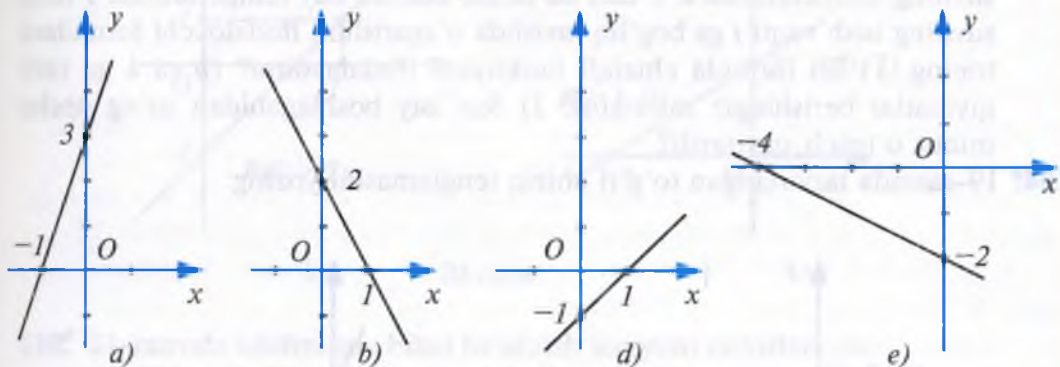
92* a ning qanday qiymatida $y = (2a + 3)x + 3a - 9$ va $y = -(a + 2)x + 7 - 5a$ to'g'ri chiziqlar: 1) (1; -1); 2) (2; 0) nuqtada kesishadi?

93* a ning qanday qiymatlarida $y = 3x + 4$ va $y = -2ax + 1$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining absissasi: 1) -3; 2) 1,5; 3) 1 bo'ladi?

94* To'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlari kesishish nuqtalarining koordinatalarini aniqlang va shu to'g'ri chiziq hamda koordinata o'qlari bilan chegaralangan uchburchakning yuzini toping:

- 1) $y = \frac{3}{4}x + 3$; 2) $y = -\frac{3}{2}x + 5$; 3) $y = 2x - 3$; 4) $y = -5x - 4$.

95. 1) $y = kx + 3$ funksiya grafigiga $A(1; 6)$ nuqta tegishli bo'lsa;
 2) $y = -3x + b$ funksiya grafigiga $B(-2; 7)$ nuqta tegishli bo'lsa, shu funksiyaning grafigini yasang.
96. 18-rasmda tasvirlangan to'g'ri chiziq tenglamasini yozing:



18-rasm

97. $y = kx$ funksiya grafigidan:
 1) $y = kx + b$;
 2) $y = kx - b$;
 3) $y = -kx$ funksiyalarning grafiglarini qanday hosil qilish mumkin?
98. 1) $y = 3x + 7$; 2) $y = -2x + 5$ funksiya grafigiga

$$A(0; -7), B(0; 5), C\left(\frac{7}{3}; 0\right), D\left(\frac{5}{2}; 0\right), E(1; 0), F(0; 1),$$

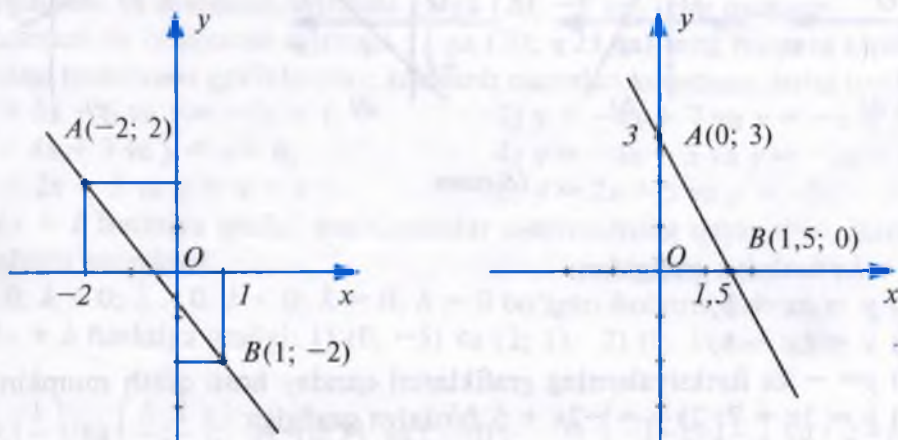
$K(1; -4), L(1; 3)$ nuqtalar tegishlimi? Buni qanday aniqlaysiz?

99. 1) $y = 4x - 5$; 2) $y = -2x + 3$ funksiya grafigini yasang. Grafik bo'yicha x ning funksiya musbat (manfiy) qiymatlarni qabul qiladigan bir necha qiymatini ko'rsating.
100. 1) $A(-2; 3)$ va $B(1; -5)$; 2) $C(3; -2)$ va $D(-4; 1)$; 3) $E(3; 1)$ va $F(-2; -3)$; 4) $K(1; 4)$ va $L(-3; 2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni yasang. Bu to'g'ri chiziq qaysi choraklardan o'tadi?

MASALALAR YECHISH

101. Omborda a tonna g'alla bor edi. Har kuni omborga b tonna g'alla keltiriladi. G'alla miqdori (p)ning vaqt (t)ga bog'liqligini formula bilan ifodalang.

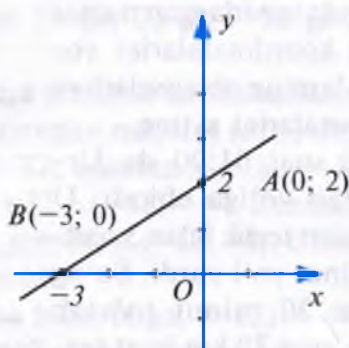
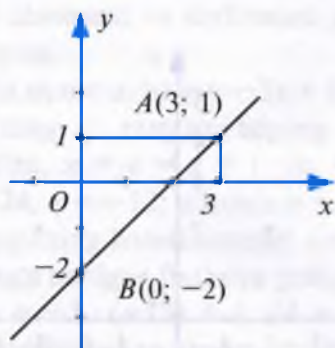
- 102.** Sayyoh shahardan chiqib, avtobusda a km yo'l bosdi, so'ngra esa shu yo'nalishda v km/soat tezlik bilan piyoda yura boshladi. Sayyoh x soat piyoda yurganidan keyin shahardan qancha (y) masofada bo'lgan? Mos formula tuzing.
- 103*.** Idishga qaynatgich solingan paytda suv $b^\circ\text{C}$ temperaturada edi. Har minutda suvning temperaturasi $k^\circ\text{C}$ dan ko'tarilib boradi. Suv temperaturasi T ning suvning isish vaqti t ga bog'liq ravishda o'zgarishini ifodalovchi formulani toping. 1) Bu formula chiziqli funksiyani ifodalaydimi? (b va k ga turli qiymatlar berishingiz mumkin). 2) Suv isiy boshlaganidan so'ng necha minut o'tgach qaynaydi?
- 104*.** 19-rasmda tasvirlangan to'g'ri chiziq tenglamasini yozing:



19-rasm

- 105.** 1) $y = kx - 9$ funksiya grafigi $(2; 1)$ nuqtadan o'tadi. k ni toping.
2) $y = -7x + b$ funksiya grafigi $(2; -1)$ nuqtadan o'tadi. b ni toping.
- 106.** 1) $y = kx + b$ funksiya grafigi $A(2; -1)$ va $B(1; 0)$ nuqtalardan o'tadi. k va b ni aniqlang.
2) $y = kx + b$ funksiya grafigi $C(0; 3)$ va $D(2; 4)$ nuqtalardan o'tadi. k va b ni toping.
- 107.** Tomonining uzunligi 20 ga teng kvadratning markazi (diagonallari kesishgan nuqta) koordinatalar boshida joylashgan, tomonlari esa koordinatalar o'qiga parallel. Shu kvadrat uchlarining koordinatalarini toping.
- 108.** Tomonining uzunligi 4 ga teng kvadratning markazining koordinatalari $(5; 4)$ nuqtada joylashgan. Tomonlari esa koordinatalar o'qiga parallel. Shu kvadrat uchlarining koordinatalarini toping.

109. 20-rasmda tasvirlangan to'g'ri chiziq tenglamasini yozing:



20-rasm

110*. 21-rasmda idishni suv bilan to'ldirish jarayoni tasvirlangan.

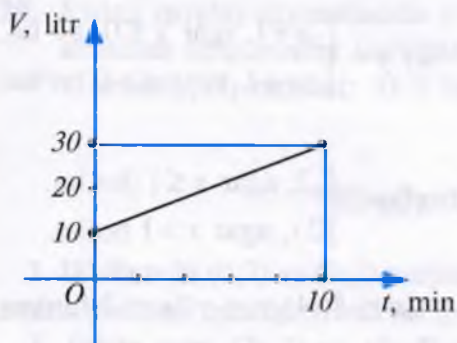
Grafikka qarab savollarga javob bering:

- 1) Idishda dastlab necha litr suv bor edi?
- 2) 1 min; 3 min; 5 minutdan so'ng idishda qancha litr suv bo'lgan?
- 3) Qancha vaqtdan so'ng idishda 20 litr; 30 litr suv bo'ladi?
- 4) 1 minut davomida idishdagi suv necha litrga ortadi?
- 5) Rasmda ko'rsatilgan grafik tenglamasini tuzing, bunda $0 \leq t \leq 10$.

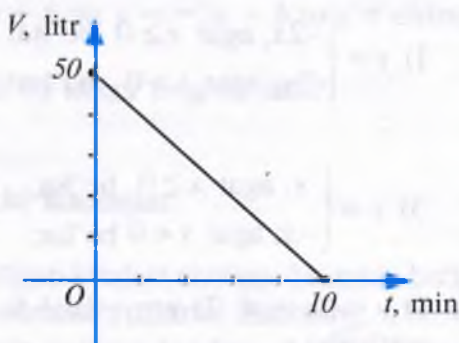
111*. 22-rasmda idishdagi suvni to'kish jarayoni tasvirlangan.

Grafikka qarab savollarga javob bering:

- 1) Idishda dastlab necha litr suv bor edi?
- 2) 2 min; 4 min; 6 minutdan so'ng idishda qancha litr suv qoladi?
- 3) Necha minutdan so'ng idishda 40; 30; 15 litr suv qoladi?
- 4) 1 minut davomida idishdagi suv necha litrga kamayadi?
- 5) Rasmda ko'rsatilgan grafik tenglamasini tuzing, bunda $0 \leq t \leq 10$.



21-rasm

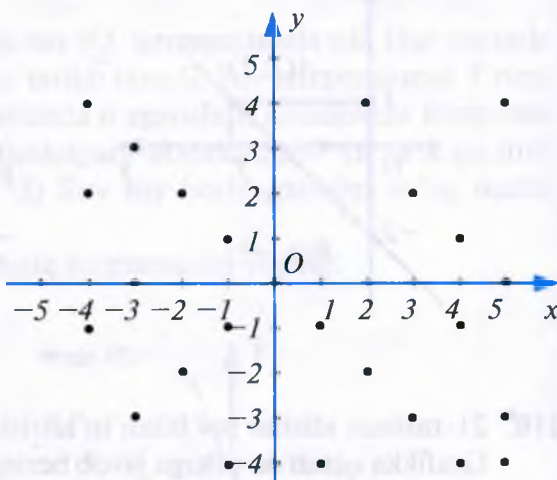


22-rasm

6) Qaysi jarayon tezroq kechmoqda: idishni suvga to'ldirishmi yoki idishdagi suvni to'kishmi?

112. 23-rasmda tasvirlangan nuqtalarning koordinatalarini yozing. Ularning absissalari va koordinatalarini ayting.

113. Poyezd soat 01:00 da Urganchdan yo'lga chiqdi. U 60 km/soat tezlik bilan 3 soat-u 20 minut yo'l yurdi. So'ng bekatda 30 minut to'xtab turdi. Keyin 70 km/soat tezlik bilan 4 soat-u 30 minut yo'l yurdi va manzilga yetib keldi. Poyezd bosgan masofa bilan vaqt orasidagi bog'lanish grafigini chizing.



23-rasm

114. Uchlari $A(-2; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(4; 3)$, $D(4; -1)$ nuqtalarda bo'lgan to'rtburchak chizing.

- 1) Bu qanday to'rtburchak?
- 2) Uning tomonlari o'rtalarining koordinatalarini;
- 3) Tomonlarining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtasining koordinatalarini;
- 4) Perimetrini;
- 5) Yuzini toping.

115. Funksiya grafigini chizing:

- 1) $y = 3x - 2$, bunda $-4 \leq x \leq 4$;
- 2) $y = -2x + 5$, bunda $x \geq 2$;
- 3) $y = 0,5x + 4$, bunda $-8 \leq x \leq 2$;
- 4) $y = -2x - 4$, bunda $x \leq 0$.

116. Funksiya grafigini chizing:

- 1) $y = \begin{cases} -2x, & \text{agar } x \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ 2x, & \text{agar } x < 0 \text{ bo'lsa;} \end{cases}$
- 2) $y = \begin{cases} x+1, & \text{agar } x \leq 0 \text{ bo'lsa,} \\ -x+1, & \text{agar } x > 0 \text{ bo'lsa;} \end{cases}$
- 3) $y = \begin{cases} x, & \text{agar } x \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ -x, & \text{agar } x < 0 \text{ bo'lsa;} \end{cases}$
- 4) $y = \begin{cases} 2, & \text{agar } x \leq 1 \text{ bo'lsa,} \\ 2x, & \text{agar } x > 1 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$

117. 1) $y = 3x + 4$; 2) $y = -2x + 6$; 3) $y = 4x - 5$; 4) $y = -7x - 2$ funksiya grafigida:

- a) koordinatalari (absissa va ordinatasi) o'zaro teng bo'lgan nuqtani;

- b) koordinatalar yig'indisi 20 ga; 15 ga; -8 ga teng nuqtani;
 d) ordinatasi va absissasi ayirmasi 14 ga; -31 ga; 28 ga teng nuqtani;
 e) absissasi va ordinatasi ayirmasi 18 ga; 21 ga; -12 ga teng nuqtani toping.

N a m u n a: b) $y = -3x + 8$ funksiya grafidida koordinatalari yig'indisi 32 ga teng nuqtani toping. Izlanayotgan nuqta $A(x; y)$ deylik. Shartga ko'ra, $x + y = x + (-3x + 8) = 32$, bundan $x - 3x + 8 = 32$, $-2x = 24$, $x = -12$; u holda $y = 32 - x = 32 - (-12) = 44$. Demak, izlanayotgan nuqtaning koordinatalari $x = -12$, $y = 44$; $A(-12; 44)$. Chindan ham, bu nuqta berilgan funksiya grafigiga tegishli:

$$44 = -3 \cdot (-12) + 8, 44 = 44. \text{ Shu bilan birga, } (-12) + 44 = 32.$$

d) ordinatasi va absissasi ayirmasi -40 ga teng nuqtani toping. Izlanayotgan nuqtani $B(x; y)$ deylik. Shartga ko'ra, $y - x = (-3x + 8) - x = -40$; bundan $-4x = -48$, $x = 12$. U holda $y = -3 \cdot 12 + 8 = -28$. Demak, izlanayotgan nuqtaning koordinatalari $x = 12$, $y = -28$, $B(12; -28)$. Chindan ham, bu nuqta berilgan funksiya grafigiga tegishli: $-28 = -3 \cdot 12 + 8$; $-28 = -28$. Shu bilan birga, $-28 - 12 = -40$.

- 118.** To'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlari kesishish nuqtalarining koordinatalarini aniqlang. Shu to'g'ri chiziq va koordinata o'qlari bilan chegaralangan uchburchakning yuzini toping:

1) $y = -x + 2$;	3) $y = -\frac{1}{3}x + 2$;	5) $y = -\frac{1}{8}x - 1$;
2) $y = 3x + 3$;	4) $y = \frac{4}{7}x + 4$;	6) $y = \frac{2}{3}x - 4$.

Mos rasm chizing.

- 119.** b ning qanday qiymatlarida $y = 2x + 3$ va $y = -2x + b$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining absissasi:
 1) manfiy; 2) musbat; 3) 1 bo'ladi; 4) nolga teng bo'ladi?
120. b ning qanday qiymatlarida $y = 2x + 6$ va $y = -3x - b$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining ordinatasi:
 1) manfiy; 2) musbat; 3) 5 bo'ladi; 4) nolga teng bo'ladi?

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. Ikkita uchi $(0; 2)$ va $(2; 2)$ nuqtada bo'lgan kvadrat chizing. Mumkin bo'lgan hamma hollarni qarang. Hosil bo'lgan kvadratlar yuzlarini hisoblang.

2. Ikkita uchi $(2; 2)$ va $(4; 4)$ nuqtada bo'lgan kvadrat chizing. Mumkin bo'lgan hamma hollarni qarang. Hosil bo'lgan kvadratlar yuzlarini hisoblang.

3. 1) $y = kx + b$ ($k > 0$, $b > 0$) to'g'ri chiziq grafigi eskizini chizing. Koordinata o'qlari va grafik bilan chegaralangan uchburchak yuzini hisoblang.

2) Shu masalani $k > 0$, $b < 0$; $k < 0$, $b < 0$; $k < 0$, $b > 0$ hollar uchun ham hal qiling. Javoblarni tahlil qiling. Qanday xulosaga kelish mumkin? (k va b parametrlarga tayin son qiymatlar berishingiz mumkin).

4. $y = kx + b$ funksiya grafigida koordinatalari yig'indisi d ga teng nuqtani toping.

□ Izlanayotgan nuqta $A(x; y)$ deylik. Shartga ko'ra $x + y = d$, ya'ni $x + kx + b = d$.

Bu tenglamadan x ni topamiz: $(k + 1)x = d - b$, $(k + 1)x = d - b$, $x = \frac{d - b}{k + 1}$. Endi y ni

topamiz: $y = d - x = d - \frac{d - b}{k + 1} = \frac{kd + b}{k + 1}$.

Demak, A nuqtaning koordinatalari: $x = \frac{d - b}{k + 1}$, $y = \frac{kd + b}{k + 1}$.

Chindan ham, bu nuqta $y = kx + b$ to'g'ri chiziqqa tegishli:

$$y = kx + b = k \cdot \frac{d - b}{k + 1} + b = \frac{kd - kb + kb + b}{k + 1} = \frac{kd + b}{k + 1}. \quad \blacksquare$$

5. 4-masalani $x - y = d_1$, $y - x = d_2$ bo'lgan hol uchun ham hal qiling. k , b , d , d_1 , d_2 parametrlarga turli son qiymatlar berishingiz mumkin.

6. Uchlari $(a; 0)$, $(0; a)$, $(-a; 0)$, $(0; -a)$ nuqtalarda bo'lgan kvadrat yasang. Uning diagonallari kesishgan nuqta qayerda joylashgan? Shu kvadratning yuzini toping.

7. To'g'ri to'rtburchakning ikkita uchining koordinatalari berilgan: $A(7; 3)$, $B(7; 6)$. Uning bo'yi 5 sm. Shu to'g'ri to'rtburchakning qolgan uchlari koordinatalarini toping. Mumkin bo'lgan hamma hollarni qarang.

8. Ikkita uchi $A(2; 1)$, $B(2; 6)$ nuqtada bo'lgan nechta: 1) to'g'ri to'rtburchak; 2) kvadrat; 3) uchburchak mavjud?

9. $y = kx + b$ to'g'ri chiziq grafigi $A(0; a)$, $B(c; d)$ nuqtalardan o'tadi. k va b ni toping ($c \neq 0$). a , c , d harflari o'rniga turli son qiymatlarni qo'yishingiz mumkin.

10. Velosipedchining A qishloqdan B qishloqqa va piyodaning B dan A ga harakat grafiklari 24-rasmda tasvirlangan. Savollarga grafikdan foydalanib javob toping:

1) A va B qishloqlar orasidagi masofa necha kilometr?

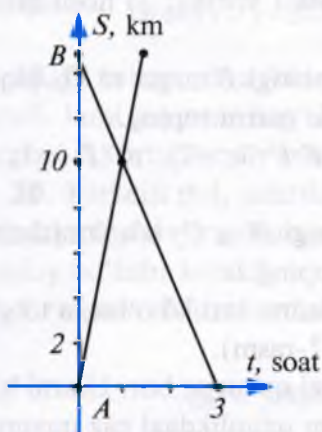
2) Harakat boshlanganidan qancha vaqt o'tgach velosipedchi va piyoda uchrashishgan?

3) Uchrashish vaqtigacha ular necha kilometr yo'l yurib qo'ygan edi?

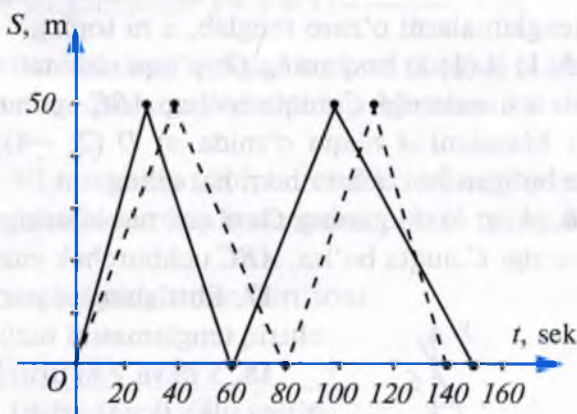
4) Manzilga kim avval yetib keldi?

5) Velosipedchining tezligi piyodaning tezligidan necha marta katta?

11. Olim va Nodir o'rtasida uzunligi 50 m bo'lgan basseynnda 200 metr masofaga suzish bo'yicha musobaqa bo'ldi. Ular suzish jarayonining grafigi 25-rasmda tasvirlangan. Ox (gorizontal) o'qda vaqt t (sekundlarda), Oy (vertikal) o'qda suzuvchining musobaqa boshlanganidan keyingi o'tgan yo'li s (metrlarda) ko'rsatilgan.



24-rasm



25-rasm

Grafikdan foydalanib savollarga javob bering:

1) Birinchi 50 metrga har bir suzuvchi qancha vaqt sarfladi? Jami 200 m masofaga-chi?

2) Musobaqada kim g'olib chiqdi? U raqibidan necha sekund avval marraga yetib keldi?

3) Mag'lub bo'lgan suzuvchi sherigi marraga yetib kelganida undan necha metr orqada qolgan edi?

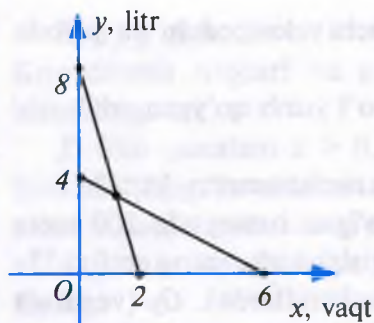
4) Grafikni "o'qib" yana qanday ma'lumotlarni aytishingiz mumkin?

12. 1) $A(2a; -b)$ nuqta $y = 2x + b$ to'g'ri chiziqda yotsa, b nimaga teng bo'ladi?

2) $B(a; -2b)$ nuqta $y = 2x + b$ to'g'ri chiziqda yotsa, b nimaga teng bo'ladi?

13. 1) $A(a; b)$ nuqtaga $B(c; d)$ nuqtaga nisbatan simmetrik nuqta $D(x; y)$ bo'lsa, x va y ni toping.

2) $A(1; 4)$ nuqtaga $B(-3; 1)$ nuqtaga nisbatan simmetrik nuqtaning koordinatlarini toping.



26-rasm

14. Harakat qilayotgan ikki mashina baklaridagi yoqilg'i kamayishining vaqt o'tishi bilan o'zgarishi grafigi 26-rasmda tasvirlangan. Agar x vaqtni va y yoqilg'i miqdorini ko'rsatsa, mashinalar bir vaqtda harakat boshlaganidan necha soat keyin yoqilg'i miqdorlari teng bo'ladi?

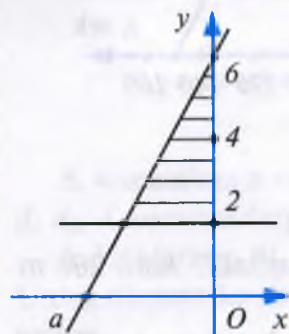
Ko'rsatma: 1) $A(0; 8)$ va $B(2; 0)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing; 2) $C(0; 4)$ va $D(6; 0)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing; 3) hosil qilingan tenglamalarni o'zaro tenglab, x ni toping.

15. 1) $A(1; 5)$ nuqtaning Ox o'qqa nisbatan simmetrigi B nuqta va Oy o'qqa nisbatan simmetrigi C nuqta bo'lsa, ABC uchburchak yuzini toping.

2) Masalani A nuqta o'rnida a) $D(2; -4)$; b) $E(-3; -7)$; d) $F(-1; 3)$ nuqta bo'lgan hol uchun ham hal qiling.

16. $A(a; b)$ nuqtaning Ox o'qqa nisbatan simmetrigi B va Oy o'qqa nisbatan simmetrigi C nuqta bo'lsa, ABC uchburchak yuzini toping.

17. Shtrixlangan yuz 4 kvadrat birlik bo'lsa, a to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing (27-rasm).



27-rasm

18. 5 m va 7 m uzunlikdagi quvurlar bor. Ularni bir-biriga ulab (kavsharlab) 167 m uzunlikdagi gaz quvurini hosil qilish kerak. Quvurlarni kesish mumkin emas. Ul-anishlar soni eng kam bo'lishi uchun har turdagi quvurdan qanchadan olish kerak?

□ *I usul.* x deb 7 metrli quvurlar soni, y deb 5 metrli quvurlar sonini belgilaymiz. U holda 7 metrli quvurlarning uzunligi $7 \cdot x$; 5 metrli quvurlarning uzunligi esa $5 \cdot y$ bo'ladi. Masalaga mos tenglama $7x + 5y = 167$ kabi yoziladi. y ni x orqali ifodalab olamiz:

$$y = 32 - 1,4(x - 1). \blacksquare$$

Bu to'g'ri chiziqda shunday nuqtalarni topish kerakki, ularning ikkala koordinatalari ham natural son bo'lsin. y butun son bo'lishi uchun $(x - 1)$ son 5 ga bo'linishi kerak. Demak, $x - 1: 0, 5, 10, 15, 20$ qiymatlarni qabul qilishi mumkin. $x - 1 = 25$ bo'lsa, y manfiy son bo'ladi. $x: 1, 6, 11, 16, 21$ qiymatlarni qabul qiladi. y ning bunga mos qiymatlari $y: 32, 25, 18, 11, 4$ dan iborat. Shunday qilib, $7x + 5y = 167$, ya'ni $y = -1,4x + 33,4$ to'g'ri chiziqning ikkala koordinatalari natural son bo'lgan va masala shartini qanoatlantiradigan nuqtalari quyidagilardir:

(1; 32), (6; 25), (11; 18), (16; 11), (21; 4).

Ulanishlar soni $x = 21$, $y = 4$ bo'lganda eng kam $- 24$ ta quvur olish kerak. ■

□ *II usul.* Masalani quyidagicha bayon qilish mumkin. $7x + 5y = 167$ to'g'ri chiziqda natural koordinatalari yig'indisi eng kichik bo'lgan nuqtani toping.

$$y = \frac{167 - 7x}{5} = 33 - x - \frac{2x - 2}{5} = 33 - x - \frac{2 \cdot (x - 1)}{5}.$$

$x + y$ yig'indi eng kichik qiymatga ega bo'lishi uchun $(x - 1)$ ifoda eng katta qiymatga ega bo'lishi kerak. $(x - 1)$ ning eng katta qiymati 20 edi. U holda

$$y = 33 - x - \frac{2(x - 1)}{5} \text{ tenglamadan } x + y = 33 - \frac{2(x - 1)}{5} = 25.$$

19. 78 ta buyum va ikki xil qutilar bor. 1-xil qutiga 3 ta, 2-xil qutiga 5 ta buyum sig'adi. Jami buyumni eng kam sondagi qutilarga joylashtiring. Masalani ikki usulda yeching (18-mashqqa o'xshash).

20. Parketli pol, odatda, bir xil muntazam ko'pburchaklar bilan qoplanadi. Polni qoplashda eng kam sondagi koshinlardan foydalanish uchun uning shakli qanday bo'lishi kerak?

Ko'rsatma: Muntazam ko'pburchakning tomonlari soni

$$y(n) = 360^\circ : \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n} = \frac{2n}{n - 2} = 2 + \frac{4}{n - 2}$$

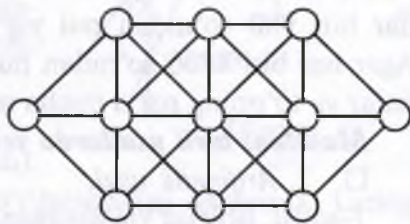
funksiya ko'rinishida ifodalanishi mumkin.

21. Avtomobilga yangi shinalar qo'yishdi. Orqa g'ildirak shinasi 16 000 km ga, oldi g'ildirak shinalari esa 24 000 km masofaga yaraydi. Oldi va orqa g'ildiraklarini almashtirish mumkin. Bu shinalarda qanday eng katta masofaga borish mumkin?

22. 1, 2, 3, ..., 10, 11 sonlarini doirachalarga shunday joylashtiringki, har bir kvadrat uchidagi doirachalardagi sonlar yig'indisi o'zaro teng bo'lsin (28-rasm).

23. Ixtiyoriy natural son k ning oxiriga biror x raqam yozib qo'yildi. Shunda hosil bo'lgan son k bilan o'sha raqam yig'indisiga k ning x ga ko'paytmasining qo'shilganiga teng bo'ldi. x ni toping.

24. Soatda 2 ta $-$ soat va minut millari bor. Soatsoz uchta milli shunday soat yasadiki, undagi uchinchi mil tekis harakat qilib, hamma vaqt soat va minut millari orasidagi burchakni teng ikkiga bo'ladi. Bu mil bir sutkada necha marta soat siferblatini aylanib chiqadi?



28-rasm



29-rasm

25. 29-rasmdagi kvadrat kataklariga shunday natural sonlar yozingki, ularning ustunlar bo'yicha ham, qatorlar bo'yicha ham, diagonallar bo'yicha ham yig'indisi ayni bir son 2 025 ga teng bo'lsin.

26. Akasi ukasidan 7 yosh katta. 1987-yilda akasining yoshi ukasi tug'ilgan yil raqamlarining yig'indisiga teng bo'lgan, ukasining yoshi esa akasi tug'ilgan yil raqamlarining yig'indisiga teng bo'lgan. Aka va uka necha yoshda?

27. Agar avtobus yo'l chiptasining birinchi uchta raqami yig'indisi keyingi uchta raqami yig'indisiga teng bo'lsa, bunday chiptani yo'lovchilar "baxtli chipta" deyishadi. Bir avtobusdagi chiptalar 537 000 dan 537 999 gacha, ikkinchi avtobusdagi chiptalar esa 462 000 dan 462 999 gacha raqamlangan edi. Qaysi avtobusdagi chiptalarda baxtli chiptalar ko'p?

28. Tenglamani yeching: $AA^L = ALLA$, bunda A – biror raqam, L – undan farqli boshqa raqam.

29. Stolda 6 ta bo'sh piyola turibdi. Bir galda ulardan ixtiyoriy 5 tasini to'ntarishingiz mumkin. Ikkinchi galda yana ixtiyoriy 5 ta piyolani to'ntarish mumkin. Bu ishni bir necha marta takrorlab, hamma piyolaning to'ntarilishiga erishish mumkinmi? Piyolalar soni 8 ta, 10 ta, umuman, $2n$ ta bo'lgan holda ham masalani yechishga urinib ko'ring.



30-rasm

30. Bo'yi 7 sm, eni 2 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak 14 ta kvadratchalarga bo'lingan. Bu kvadratlarning jami uchlari 24 ta (30-rasm). Uchlarning ba'zilarini oq, ba'zilarini qora rangga bo'yashmoqchi. Barcha uchlari bir xil rangli hech bir 4 ta uch to'g'ri to'rtburchak hosil qilmaydigan qilib bo'yash mumkinmi?

31. Bir necha nafar bolalar birgalikda to'p sotib olishmoqchi. Agar ularning har biri 900 so'mdan pul yig'ishsa, to'pni olish uchun 500 so'm yetmaydi. Agar har biri 1300 so'mdan pul to'lasa, 1500 so'm ortib qoladi. Bolalar necha nafar va to'pning narxi necha so'm?

Masalani turli usullarda yechish mumkin.

□ 1. Arifmetik usul.

1-savol. Bolalar yig'ayotgan pullar orasidagi farq necha so'mni tashkil etadi? $1300 - 900 = 400$ (so'm).

2-savol. Ortib qolgan va yetmagan pullar orasidagi farq necha so'm? $1500 + 500 = 2000$ (so'm).

3-savol. Bolalar necha nafar? $2000 : 400 = 5$ (nafar).

4-savol. To'p necha so'm turadi? $5 \cdot 900 + 500 = 5000$ (so'm) yoki $5 \cdot 1300 - 1500 = 6500 - 1500 = 5000$ (so'm).

Javob: 5 nafar; 5000 so‘m. ■

□ 2. *Algebraik usul.*

Bolalar x nafar, to‘p narxi y so‘m deylik. Har bir boladan 900 so‘mdan olinsa, yig‘iladigan pul $900 \cdot x$ so‘m bo‘ladi. To‘p olish uchun bu miqdor pulga yana 500 so‘m qo‘shish kerak. Demak, bu holda to‘p narxi $y = 900 \cdot x + 500$ so‘m. Har bir boladan 1 300 so‘mdan yig‘ilsa, hosil bo‘ladigan pul $1\,300 \cdot x$ so‘m. Masala shartiga ko‘ra, bu pul to‘p narxidan 1 500 so‘m ko‘p. Demak, yig‘ilgan puldan 1 500 so‘mni ayirib tashlash kerak, ya‘ni ushbu $y = 1\,300 \cdot x - 1\,500$ tenglamaga ega bo‘lamiz. Shunday qilib, to‘p narxi uchun ikkita ifoda hosil qildik:

$$y = 900 \cdot x + 500, \quad (1)$$

$$y = 1\,300x - 1\,500. \quad (2)$$

Bundan quyidagi tenglama hosil bo‘ladi: $1\,300x - 1\,500 = 900x + 500$. Shu tenglama masala mazmuniga mos, uni o‘zida aks ettiruvchi tenglamadir. Uni yechib, bolalar necha nafar ekanini aniqlaymiz. $1\,300x - 900x = 1\,500 + 500$, $400x = 2\,000$, $x = 2\,000 : 400$, $x = 5$. Bolalar 5 nafar ekan, x ning bu qiymatini (1) va (2) ifodalarning ixtiyoriy biriga qo‘yib $y = 5\,000$ ekanini topamiz.

Javob: 5 nafar, 5 000 so‘m. ■

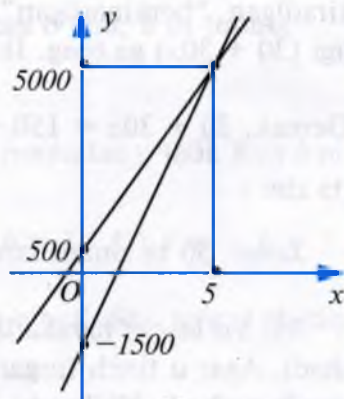
□ 3. *Geometrik usul* (to‘g‘ri chiziqlarning kesishishi).

(1) va (2) tenglamalar – to‘g‘ri chiziq tenglamasidir. Ular bolalar soni bilan to‘p narxi orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Ox o‘qiga bolalar soni x ni, Oy o‘qiga to‘p narxi y ni qo‘yib, bu to‘g‘ri chiziqlarni bitta koordinatalar sistemasida chizamiz (31-rasm). Ularning kesishish nuqtasi koordinatalari masala javobini beradi. To‘g‘ri chiziqlar koordinatalari (5; 5 000) bo‘lgan nuqtada kesishadi. ■

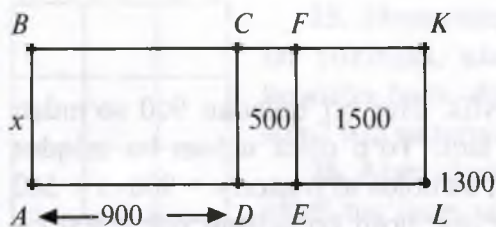
Javob: 5 nafar, 5 000 so‘m.

□ 4. *Geometrik usul* (yuzlardan foydalanish).

Asosi 900, balandligi x bo‘lgan $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakni qaraymiz. Uning yuzi $900 \cdot x - x$ nafar bolalardan yig‘ilgan pulni ifodalaydi deylik (32-rasm). $CDEF$ to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi $DE \cdot x = 500$ to‘p olish uchun yetmayotgan 500 so‘mni bildiradi. U holda to‘p narxi $900x + 500 = S_{ABFE}$; $1\,300 \cdot x$ ifoda – $ABKL$ to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi. $1\,300x - 1 - 500 = S_{ABKL} - S_{EFKL}$. Shu bilan birga $AL = AD + DL = 900 + 400 = 1\,300$, $S_{CDLK} = 400x = 500 + 1\,500$, demak, $x = 5$. U holda $DE = 500 : 5$, $DE = 100$. $AE = 900 + 100 = 1\,000$. To‘p narxi esa $S_{ABFE} = 1\,000 \cdot 5 = 5\,000$.



31-rasm



32-rasm

Javob: 5 nafar; 5 000 so'm. ■

32. Birinchi basseynda 720 m³, ikkinchisida esa 840 m³ suv bor. Ertalab soat 6 da 1-basseyndan 1-nasos suvni chiqara boshladi. U bir soatda 48 m³ suvni chiqaradi. 2-nasos 1 soatda 72 m³ suvni tortadi. Bu nasos ertalab soat 8 dan ish boshladi. Soat necha bo'lganida ikkala basseynda bir xil hajmdagi suv qoladi? (Masalani tenglama tuzib (algebraik usul) va chizmadan foydalanib hal qiling).

33. 1-quvur bo'sh hovuzni 4 soatda, 2-si esa 6 soatda to'ldiradi. 1-quvur 2 soat ochib qo'yilgach, 2-quvur ham ochildi. Endi hovuz qancha vaqtda to'ladi? (Masalani turli usulda chizmadan foydalanib, arifmetik usulda hal qiling).

34. A'zamxon harakatlanayotgan eskalatoridan tez yurib pastga tushdi va bunda 30 ta zinani sanadi. Keyin u harakatlanayotgan o'sha eskalatorida (eskalatorga nisbatan) avvalgi tezligi bilan yuqoriga yurib chiqdi va 150 ta zinani sanadi. Agar u tinch turgan eskalatoridan pastga tushsa, nechta zinani sanagan bo'lardi?

□ A'zamxon bitta zinani o'tgan vaqtida eskalator zinasining ichkariga kiradigan, "berkinadigan" qismi x ga teng deydik. U holda eskalatorning uzunligi $(30 + 30x)$ ga teng. Ikkinchi tomondan, bu uzunlik $(150 - 150x)$ ga teng.

Demak, $30 + 30x = 150 - 150x$, bundan $x = \frac{2}{3}$. U holda $30 + 30 \cdot \frac{2}{3} = 50$ (ta zina).

Javob: 50 ta zinani sanagan bo'lar edi. ■

35. Yo'lovchi harakatlanayotgan eskalatoridan yurib 24 sekundda pastga tushadi. Agar u tinch turgan eskalatoridan o'sha tezlik bilan yursa, 42 sekundda pastga tushadi. Yo'lovchi harakatlanayotgan eskalatorida tinch tursa, u qancha vaqtda pastga tushadi?

I bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak uchta uchining koordinatalari berilgan: $A(-2; 2)$, $B(3; 2)$, $C(3; -3)$. D uchining koordinatasini toping.

A) $(-2; -3)$; B) $(2; 3)$; C) $(-2; 3)$; D) $(3; -2)$.

2. $ABCD$ kvadrat uchlarining koordinatalari berilgan: $A(0; 0)$, $B(0; 2)$, $C(2; 2)$, $D(2; 0)$. Shu kvadrat diagonallari kesishish nuqtasining koordinatalarini aniqlang.

- A) $(-1; 1)$; B) $(1; 1)$; C) $(1; -1)$; D) $(1; 2)$.

3. Nuqtalardan qaysi biri $y = -2x + 5$ funksiya grafigiga tegishli?

- 1) $(0; 4)$; 2) $(0; 5)$; 3) $(2,5; 0)$ 4) $(2; 3)$; 5) $(4; 3)$.
A) 1, 4; B) 4, 5; C) 2, 3; D) 3, 4.

4. Nuqtalardan qaysilari $y = 5x - 6$ funksiya grafigiga tegishli emas?

- 1) $(0; -6)$; 2) $(2; 4)$; 3) $(0; 6)$; 4) $(1; 1)$; 5) $(3; 9)$.
A) 1, 3; B) 2, 4; C) 1, 5; D) 3, 4.

5. $y = -4x + 5$ funksiya grafigi qaysi choraklarda yotadi?

- A) II, I, IV; B) I, II, III; C) II, III, IV; D) I, IV, III.

6. $y = kx + 7$ funksiya grafigi $A(-1; -2)$ nuqtadan o'tadi, k ni toping.

- A) 8; B) 9; C) 7; D) 10.

7. $y = 4x + b$ funksiya grafigi $B(-3; -2)$ nuqtadan o'tadi, b ni toping.

- A) -2 ; B) -3 ; C) 10; D) 5.

8. $y = kx + b$ funksiya grafigi $A(-1; 1)$ va $B(0; 2)$ nuqtadan o'tadi. k va b ni toping.

- A) $k = 3$, $b = 2$; B) $k = -2$, $b = 1$; C) $k = 2$, $b = 1$; D) $k = 1$, $b = 2$.

9. To'g'ri chiziq $A(0; -1)$, $B(-1; 4)$ nuqtalardan o'tadi. Shu to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

- A) $y = -5x - 1$; B) $y = 5x + 1$; C) $y = x - 1$; D) $y = 2x + 6$.

10. $3x + 4y - 3 = 0$ to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari koordinatalarini toping.

- A) $(1; 0)$, $(0; \frac{3}{4})$; B) $(-1; 0)$, $(0; \frac{1}{2})$; C) $(-2; 0)$; D) $(-\frac{1}{2}; 0)$.

11. Koordinata o'qlari va $5y - 2x - 10 = 0$ to'g'ri chiziq bilan chegaralangan uchburchak yuzini hisoblang.

- A) 3; B) 7; C) 5; D) 6.

12. $y = 3x + 7$ funksiya grafigida koordinatalari yig'indisi 27 ga teng nuqtani toping.
A) (3; 24); B) (2; 25); C) (0; 27); D) (5; 22).
13. $y = -5x + 4$ funksiya grafigida koordinatalari o'zaro teng nuqtasini toping.
A) $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$; B) $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$; C) (1; 41); D) (0; 0).
14. x ning qanday qiymatida $y = \frac{3}{7}x - 2$ funksiyaning qiymati 4 ga teng bo'ladi?
A) 18; B) 14; C) 13; D) 21.
15. A (0; 2) va B (3; 0) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.
A) $y = -\frac{2}{3}x + 2$; B) $y = -\frac{1}{3}x + 2$;
C) $y = -2$; D) $y = -\frac{2}{3}x + 1$.
16. Funktsiyalardan qaysinisining grafigi A (2; -3) va nuqtalardan o'tadi?
1) $y = x - 5$; 2) $y = x - 3$; 3) $y = 3x - 9$; 4) $y = 2x + 1$.
A) 1; 3; B) 3; 4; C) 2; D) 1.
17. k va b ning qanday qiymatlarida $y = kx + b$ funksiya grafigi A (0; 1) va B (1; 6) nuqtalardan o'tadi?
A) $k = -7, b = 1$; B) $k = -7, b = 6$; C) $k = 6, b = 1$; D) $k = 5, b = 2$.
18. $y = 9x + 7$ funksiya grafigida koordinatalari $x - y = 1$ tenglikni qanoatlantiruvchi nuqtani toping.
A) (2; 1); B) (-1; 2); C) (3; 2); D) (4; 5).
19. Koordinata o'qlari va $5x + 4y + 20 = 0$ to'g'ri chiziq bilan chegaralangan uchburchak yuzini toping
A) 12; B) 8; C) 10; D) 9.
20. $3x - 4y - 12 = 0$ to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping.
A) (0; 4), (-3; 0); B) (-3; 4), (0; -3); C) (1; 1), (4; 0); D) (4; 0), (0; -3).
21. To'g'ri chiziq koordinatalari boshi va A (1; -3) nuqtadan o'tadi. Bu to'g'ri chiziq funksiylardan qaysi birining grafigi bo'ladi?
A) 1; B) 2; C) 3; 4; D) 4; 5.

Tarixiy masalalar

1. Temir sterjen (tayoqcha)ning 0°C temperaturadagi uzunligi 1 m ga teng. Qizdirishning har bir gradusida tayoqchanning uzunligi 0°C dagi uzunlikning

0,000012 qismiga uzayadi. Agar temir tayoqcha t °C gacha qizdirilgan bo'lsa, uning uzunligini toping.

2. Tayin bir joyda Selsiy termometri x gradusni, ayni shu joyda Farengeyt termometri y gradusni ko'rsatayotgan bo'lsin. x va y orasidagi bog'lanish

$y = \frac{9}{5}x + 32$ formula yordamida berilishi mumkin. Ox va Oy o'qlarida qulay mas-

shtab tanlab olib, shu funksiya grafigini chizing.

Tarixiy ma'lumot

“Funksiya” so'zi lotincha “functio” so'zidan olingan bo'lib, u “amalgashirish”, “bajarish” degan ma'noni bildiradi. Funksiyaning dastlabki ta'riflari G. Leybnis (1646–1716), I. Bernulli (1667–1748), N.I. Lobachevskiy (1792–1856) asarlarida berilgan. P.L. Dirixle (1805–1859) kiritgan ta'rif maktab darsliklarida keltirilgan ta'rifga yaqin.

Qadimgi olimlar miqdorlar orasida funksional bog'lanish bo'lishi lozimligini tushunishgan. To'rt ming yildan avvalroq Babil olimlari radiusi r bo'lgan doira yuzi uchun, taqriban bo'lsa-da, $S = 3r^2$ formulani chiqarishgan.

Natural sonlarning kvadratlari, kublari jadvallari, kvadrat ildizlar jadvallari miqdorlar orasidagi bog'lanishning – funksiyaning jadval usulida berilishi, xolos.

Buyuk olim Abu Rayhon Beruniy (973–1048) ham o'z asarlarida funksiya tushunchasidan, uning xossalaridan foydalangan. Yurtboshimiz Islom Karimov “Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch” asarida Beruniy haqida shunday yozadi: “Milliy tariximizning yana bir yulduzi Abu Rayhon Beruniy faoliyatiga haqqoniy baho berar ekan, amerikalik fan tarixchisi Sarton XI asrni “Beruniy asri” deb ta'riflaydi. Bunday yuksak va haqqoniy baho avvalo, qomusiy tafakkur sohibi bo'lmish buyuk vatandoshimizning ilm-fan taraqqiyotiga qo'shgan beqiyos hissasi bilan izohlanadi”.*



Abu Rayhon Beruniy mashhur “Qonuni Ma'sudiy” asarining 6-maqolasida argument (erkli o'zgaruvchi) va funksiya (erksiz o'zgaruvchi)ning o'zgarish oraliqlari, funksiyaning ishoralari, eng katta va eng kichik qiymatlarini ta'riflaydi.

*I. Karimov. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. T., “Ma'naviyat”. 2008, 42-bet.

1-§. CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI

Ushbu masalani qaraylik.

Masala. Rahim otaning qo'y va sigirlari soni birgalikda 25 ta. Qo'ylari soni sigirlari sonidan 5 ta ortiq. Rahim otaning nechta qo'yi va nechta sigiri bor?

□ Qo'ylar sonini x bilan, sigirlar sonini y bilan belgilaylik. Masala shartiga ko'ra $x + y = 25$, $x - y = 5$ tenglamalarni hosil qilamiz. Ikkala tenglamadagi x va y noma'lum sonlar bir xil bo'lgani uchun tenglamalar birgalikda qaraladi:

$$\begin{cases} x + y = 25, \\ x - y = 5. \end{cases} \quad (1)$$

Chap tomonda turgan katta qavs har bir tenglamani to'g'ri sonli tenglikka aylantiruvchi ($x; y$) sonlar juftligini topish kerakligini bildiradi.

$x + y = 25$ va $x - y = 5$ tenglamalar ikkita tenglama sistemasini tashkil qiladi deyimiz.

(1) tenglamalar sistemasi birinchi darajali ikki noma'lumli ikkita tenglama sistemasiga misol bo'ladi. $x = 15$, $y = 10$ sonlari (1) sistemadagi har bir tenglamani to'g'ri sonli tenglikka aylantiradi. Buni tekshirib ko'rish oson:

$$\begin{cases} 15 + 10 = 25, \\ 15 - 10 = 5. \end{cases}$$

15 va 10 sonlar jufti (1) sistemaning yechimi deyiladi. Sistemaning boshqa yechimi yo'qligi ravshan.

Javob: qo'ylar soni 15 ta, sigirlar soni esa 10 ta. ■

Javobni $x = 15$, $y = 10$ yoki (15; 10) ko'rinishida ham yozish mumkin.

Ko'rilgan masalaga o'xshash bir nechta masalalar keltiraylik.

1-masala. To'g'ri to'rtburchakning qo'shni tomonlari yig'indisi 25 sm. Bo'yi enidan 5 sm uzun. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

2-masala. Ikki sonning yig'indisi 50 ga, ayirmasi esa 10 ga teng. Shu sonlarni toping.

3-masala. Ustaning 3 kunda tayyorlagan mahsulotlari soni shogirdining 4 kunda tayyorlagan mahsulotlari sonidan 2 ta ortiq. Usta va shogird bir kunda birgalikda 17 ta mahsulot tayyorlay oladi. Usta bir kunda nechta mahsulot tayyorlaydi?

4-masala. 3 ta qalam va 2 ta daftar 270 so'm, 4 ta qalam va 5 ta daftar 500 so'm turadi. Bitta qalam necha so'm va bitta ruchka necha so'm turadi?

Shu kabi masalalarni o'zingiz ham tuzishingiz mumkin, aziz o'quvchi.

Bunday masalalarni yechish ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasini yechishga keltiriladi.

Birinchi darajali ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasini umumiy holda quyidagicha yoziladi:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases} \quad (2)$$

bunda $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ — berilgan sonlar, x, y — noma'lum sonlar.

(2) tenglamalar sistemasining yechimi deb shunday x va y sonlar juftiga aytiladiki, ularni shu sistemaga qo'yganda uning har bir tenglamasi to'g'ri sonli tenglikka aylanadi.

Tenglamalar sistemasini yechish — uning hamma yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini isbotlash demakdir.



1. 1) Ikkita chiziqli tenglama qachon tenglamalar sistemasini tashkil etadi? Misollarda tushuntiring.

2) Tenglamalar sistemasining yechimi deb nimaga aytiladi? Misollarda tushuntiring.

3) Tenglamalar sistemasini yechish nima degani?

4) Tenglamalar sistemasini yozuvida chap tomonda turgan katta qavs nimani bildiradi?

5) Nima uchun (2) sistema chiziqli (yoki birinchi darajali) tenglamalar sistemasini deyiladi?

2. (Og'zaki). $x = 70$ va $y = 30$ sonlari:

$$1) \begin{cases} x + y = 100, \\ x - y = 40; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = 50, \\ x + 3y = 160; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5y - 2x = 10, \\ 2x + 3y = 230. \end{cases}$$

sistemaning yechimi ekanini tekshiring.

3. $x = -2$ va $y = 5$ sonlari:

$$1) \begin{cases} x+2y=8, \\ y-x=7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=3, \\ x-y=-7; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -4x+3y=23, \\ 3x-y=-11 \end{cases}$$

sistemaning yechimi ekanini tekshiring.

4. Sonlar juftliklaridan qaysilari ushbu

$$\begin{cases} 7x+5y=2, \\ 3x-2y=5 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi:

$$1) x=0, y=\frac{2}{5}; \quad 2) x=\frac{5}{3}, y=0; \quad 3) x=0, y=-2,5; \quad 4) x=1, y=-1?$$

5. Sonlar juftliklaridan qaysilari ushbu

$$\begin{cases} \frac{2}{9}x+0,8y=-2, \\ \frac{4}{3}x-\frac{8}{15}y=14\frac{2}{3} \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi:

$$\begin{array}{ll} 1) x=0, y=-2,5; & 4) x=9, y=-5; \\ 2) x=0, y=-27,5; & 5) x=-9; y=0; \\ 3) x=11, y=0; & 6) x=0; y=-5? \end{array}$$

6. $x = -7$ va $y = 3$ sonlar juftligi $(-7; 3)$ ushbu

$$\begin{cases} 5x-8y=a, \\ 3x+2y=b \end{cases}$$

tenglamalar sistemasining yechimi bo'lsa, a va b ni toping.

7* $x = -2,5$ va $y = 1\frac{1}{3}$ sonlar juftligi $(-2,5; 1\frac{1}{3})$ ushbu

$$\begin{cases} ax-3,6y=8, \\ bx+0,9y=3 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasining yechimi ekani ma'lum bo'lsa, a va b ni toping.

8. $x = 1,5$ va $y = 3,2$ sonlar juftligi $(1,5; 3,2)$ ushbu

$$\begin{cases} 4x - ay = 7, \\ -6x - by = 7 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasining yechimi bo'lsa, a va b ni toping.

9. $x = -3$ va $y = 1,2$ sonlar juftligi $(-3; 1,2)$ ushbu

$$\begin{cases} ax - 7,5y = 12, \\ 9x + by = 18 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasining yechimi bo'lsa, a va b ni toping.

10. $x = 3\frac{1}{7}$ va $y = -2,7$ sonlar juftligi $(3\frac{1}{7}; -2,7)$ ushbu $\begin{cases} 7x + ay = -5, \\ -bx + 5y = 14 \end{cases}$

tenglamalar sistemasining yechimi bo'lsa, a va b ni toping.

11*: Tenglamalar sistemasi yechimga egami? Nima uchun?

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} x + 2y = 25, \\ x + 2y = 20; \end{cases} & 2) \begin{cases} 3x - 7y = 41, \\ 6x - 14y = 40; \end{cases} & 3) \begin{cases} 3\frac{1}{2}x - 4\frac{1}{4}y = 8, \\ 7x - 4,5y = 15. \end{cases} \end{array}$$

12. Tanlash yo'li bilan tenglamalar sistemasining yechimlarini toping:

$$1) \begin{cases} x + y = 8, \\ x \cdot y = 15; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 10, \\ x \cdot y = 21; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = 14, \\ x \cdot y = 40; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = 6,5, \\ x \cdot y = 10. \end{cases}$$

13. Tanlash yo'li bilan tenglamalar sistemasining yechimlarini toping:

$$1) \begin{cases} x + y = -1, \\ x \cdot y = -12; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 1, \\ x \cdot y = -20; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 0, \\ x \cdot y = -25; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = -1,5, \\ x \cdot y = -1. \end{cases}$$

2-§. O'RNIGA QO'YISH USULI

Ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning turli usullari bor. Shulardan biri **o'rniga qo'yish usulidir**. **Tenglamalar sistemasini o'rniga qo'yish usuli bilan yechish algoritmi (qoidasi) quyidagicha:**

1-qadam: sistemaning bir tenglamasidan (qaysi biridan ekanining farqi yo'q) noma'lumlardan birini ikkinchisi orqali (masalan, y ni x orqali) ifodalash kerak.

2-qadam: hosil qilingan ifodani sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo'yish kerak (shunda bir noma'lumli bitta tenglama hosil bo'ladi).

3-qadam: 2-qadamda hosil qilingan bir noma'lumli tenglamani yechib, x ning qiymatini topish kerak.

4-qadam: x ning topilgan qiymatini y uchun 1-qadamda topilgan ifodaga qo'yib, y ning qiymatini topish kerak.

1-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 3x + 2y = 12. \end{cases} \quad (1)$$

□ x va y shunday sonlarki, ularni (1) sistemaga qo'yganda, uning ikkala tenglamasi ham to'g'ri tenglik bo'ladi, ya'ni x va y (1) sistemaning yechimi bo'lsin deb faraz qilamiz.

1-qadam: (1) sistemaning 1-tenglamasi $2x - y = 1$ ning chap qismidagi y ni shu tenglamaning o'ng qismiga, o'ng qismidagi 1 ni tenglamaning chap qismiga o'tkazamiz.

Natijada $2x - 1 = y$ ni, ya'ni

$$y = 2x - 1 \quad (2)$$

to'g'ri tenglikni hosil qilamiz. Shu bilan noma'lum y boshqa noma'lum x orqali ifodalandi.

2-qadam: (1) sistemaning ikkinchi tenglamasini qaraymiz:

$$3x + 2y = 12. \quad (3)$$

Bu tenglikdagi y sonni unga teng bo'lgan $y = 2x - 1$ son bilan almashtiramiz, ya'ni (3) dagi y ning o'rniga uning (2) dagi qiymatini qo'yamiz va $3x + 2 \cdot (2x - 1) = 12$ tenglikni hosil qilamiz, bu — noma'lum x ga nisbatan bir noma'lumli tenglamadir. Bunday tenglamani yechishni 6–7-sinflarda o'rgan-gansiz.

3-qadam: 2-qadamda hosil qilingan tenglamani yechib, x ni topamiz: $3x + 4x - 2 = 12$, bundan $7x = 14$, $x = 2$ kelib chiqadi.

4-qadam: x ning topilgan qiymati $x = 2$ ni y uchun 1-qadamda topilgan $y = 2x - 1$ ifodaga qo'yamiz. Shunda y ning qiymati topiladi: $y = 2 \cdot 2 - 1$, $y = 3$.

Demak, $x = 2$, $y = 3$. x va y ning bu qiymatida (1) sistemaning ikkala tenglamasi ham to'g'ri tenglikka aylanishini ko'rsatamiz. Buning uchun x va y ning topilgan qiymatlarini (1) sistemaning ikkala tenglamasiga qo'yamiz va hisoblashni bajaramiz:

$$2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1, \text{ ya'ni } 1 = 1;$$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 6 + 6 = 12, \text{ ya'ni } 12 = 12.$$

Shunday qilib, ikkala tenglik ham to'g'ri tenglikka aylandi. Topilgan $x = 2$ va $y = 3$ sonlar (1) sistemani qanoatlantirdi.

Javob: $x = 2$, $y = 3$. ■

2-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} = 2, \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 2. \end{cases}$$

□ Tenglamalar sistemasida shakl almashtiramiz (1-tenglamaning ikkala qismini 6 ga, 2-tenglamaning ikkala qismini esa 12 ga ko'paytiramiz – umumiy maxrajga keltiramiz. Natijada ushbu

$$\begin{cases} 9x + 4y = 12, \\ 3x - 2y = 24 \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz. Bu sistema yuqorida ko'rganimiz (1) sistema kabidir. Uni tenglamalar sistemasini yechishning o'rniga qo'yish usulini qo'llab hal qilamiz.

$$1\text{-qadam: } 3x - 2y = 24, \quad -2y = 24 - 3x, \quad y = \frac{3}{2}x - 12.$$

$$2\text{-qadam: } 9x + 4 \cdot \left(\frac{3}{2}x - 12\right) = 12.$$

3-qadam: 2-qadamda hosil qilingan tenglamani yechamiz:

$$9x + 6x - 48 = 12; \quad 15x = 60; \quad x = 4.$$

$$4\text{-qadam: } y = \frac{3}{2} \cdot 4 - 12 = 6 - 12 = -6; \quad y = -6.$$

Javob: $x = 4$, $y = -6$. ■



14. 1) Tenglamalar sistemasini yechishning o'rniga qo'yish usuli nimadan iborat? Misollarda tushuntiring.

2) Noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlar kasr sonlar bo'lsa, tenglamalar sistemasi qanday yechiladi? Misollarda tushuntiring.

15. Tenglamalarning har birida bir noma'lumni ikkinchisi orqali ifodalang:

- 1) $x - y = 10$; 4) $ax - 2y = 8$; 7) $ax - by = c$;
 2) $2x + 5y = 7$; 5) $2x + by = 7$; 8) $-ax + by = d$;
 3) $3x - 4y = 6$; 6) $ax + by = 16$; 9) $ax + by = c$.

Tenglamalar sistemasini yeching (16–24):

16. 1)
$$\begin{cases} 8x + 5y = -3, \\ x + 4y = 3; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 7x + y = 5, \\ 6x - 5y = 16; \end{cases}$$
 3)
$$\begin{cases} 9x - y = -23, \\ 6x + 11y = -62. \end{cases}$$

17. 1)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 7, \\ 5x - 2y = 3; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 8x + 3y = -5, \\ 7x - 4y = 42. \end{cases}$$
 3)
$$\begin{cases} 3x + 7y = 19, \\ 4x - 5y = -75. \end{cases}$$

18. 1)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{6} = 4, \\ \frac{x+y}{6} + \frac{x-y}{8} = 5,5; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 4, \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 5,5. \end{cases}$$

19. 1)
$$\begin{cases} \frac{2x+4y}{17} + 5(x-y) = 39, \\ \frac{3x-5y}{3} - 4(2x-3y) = -19; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} \frac{x-2y}{11} - \frac{2x+y}{3} = -(x+y), \\ \frac{5x+7y}{-3} + \frac{7x-5y}{13} = 10(x+y). \end{cases}$$

20. 1)
$$\begin{cases} \frac{7x-3y}{5} = \frac{5x-y}{3} - \frac{x+y}{2}, \\ \frac{x-y}{5} = \frac{y+1}{3}; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} \frac{3x-y+2}{7} + \frac{x+4y}{2} = 4, \\ \frac{3x-y+2}{7} - \frac{x+4y}{3} = -1. \end{cases}$$

21. 1)
$$\begin{cases} 0,5(0,5x+y) - 0,2(x+2) = 1,1, \\ x+4 = 0,25 \cdot (2x+3(y-0,5)) + 2y; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3,5 \cdot (2x-3y) - 0,8 \cdot (x+1) = -7 \cdot (y-2x), \\ 10 \cdot (3x+2y) + 2,8 \cdot (5x-2,5y) = 3 \cdot (x-3y+i). \end{cases}$$

$$22.* \quad 1) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 2,5, \\ \frac{7}{x} - \frac{2}{y} = \frac{2}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2, \\ \frac{8}{3x} + \frac{3}{4y} = 3. \end{cases}$$

Ko'rsatma. $\frac{1}{x} = u$, $\frac{1}{y} = v$ belgilash kiriting.

$$23.* \quad 1) \begin{cases} \frac{10}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 5, \\ \frac{17}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1,4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{24}{x+y} - \frac{5}{x-y} = 0,5, \\ \frac{16}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 3,5. \end{cases}$$

Ko'rsatma. $\frac{1}{x+y} = t$, $\frac{1}{x-y} = s$ belgilash kiriting.

$$24. \quad \begin{cases} \frac{7x-2}{5x} - \frac{9-7y}{8y} = 3, \\ \frac{8x+6}{7x} - \frac{y-12}{13y} = 1. \end{cases}$$

□ Tenglamalar sistemasini shunday yozib olamiz:

$$\begin{cases} \frac{7}{5} - \frac{2}{5x} - \frac{9}{8y} + \frac{7}{8} = 3, \\ \frac{8}{7} + \frac{6}{7x} - \frac{1}{13} + \frac{12}{13y} = 1, \end{cases} \quad \text{bundan} \quad \begin{cases} -\frac{2}{5x} - \frac{9}{8y} = \frac{29}{40}, \\ \frac{6}{7x} + \frac{12}{13y} = -\frac{6}{91} \end{cases} \quad (1)$$

sistemaga kelimiz va unda $\frac{1}{x} = u$, $\frac{1}{y} = v$ almashtirishlar qilsak, (1) sistema

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}u - \frac{9}{8}v = \frac{29}{40}, \\ \frac{6}{7}u + \frac{12}{13}v = -\frac{6}{91} \end{cases}$$

ko'rinishga keladi. (1) sistemaning 1-tenglamasini (-40) ga,

2- tenglamasini esa 91 ga ko'paytirib, ushbu
$$\begin{cases} 16u + 45v = -29, \\ 78u + 84v = -6, \end{cases}$$

ya'ni
$$\begin{cases} 16u + 45v = -29, \\ 39u + 42v = -3 \end{cases}$$
 sistemani hosil qilamiz. Uni hal qilib, u va v ni

topamiz. 1) $u = \frac{-45v - 29}{16}$; 2) $39 \cdot \frac{-29 - 45v}{16} + 42v = -3$;

3) $39 \cdot (-29 - 45v) + 42 \cdot v \cdot 16 = -3 \cdot 16$, bundan $13 \cdot (-29 - 45v) + 14 \cdot v = -16$,

$-377 - 585v + 224v = -16$, $-361v = 361$, $v = -1$.

4) $u = \frac{-45 \cdot (-1) - 29}{16} = \frac{16}{16} = 1$. Demak, $u = 1, v = -1$.

U holda $x = \frac{1}{u}, y = \frac{1}{v}$ bo'lgani uchun $x = 1, y = -1$.

Javob: $x = 1, y = -1$. ■

Tenglamalar sistemasini yeching (25–26):

25. 1)
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1, \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 4,5; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2x} + \frac{y+1}{3y} = 0,25, \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 3,5; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3x} + \frac{8-y}{4y} = 0, \\ \frac{4x-3}{5x} - \frac{2(y-3)}{y} = 0,15; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{7x-2}{5x} - \frac{9-7y}{8y} = 3, \\ \frac{8x+6}{7x} - \frac{y-12}{13y} = 1. \end{cases}$$

$$26.* 1) \begin{cases} \frac{6}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7, \\ \frac{3}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{5}{x+2y} + \frac{8}{y} = 5, \\ \frac{10}{x+2y} - \frac{2}{y} = 1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{11}{2x-3y} + \frac{18}{3x-2y} = 13, \\ \frac{27}{3x-2y} - \frac{2}{2x-3y} = 1; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{3}{2x+y} + \frac{7}{x-y} = 1,9, \\ \frac{5}{x-y} - \frac{2}{2x+y} = 1,15. \end{cases}$$

3-§. QO'SHISH USULI

Tenglamalar sistemasini yechish usullaridan yana biri — **algebraik qo'shish usulidir**.

Ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasini algebraik qo'shish usuli yordamida *yechish algoritmi* quyidagicha:

1-qadam: noma'lumlardan biri oldida turgan koeffitsiyentlarning modullarini tenglashtirish.

2-qadam: hosil qilingan tenglamani hadlab qo'shib yoki ayirib, bitta noma'lumni topish.

3-qadam: topilgan qiymatni berilgan sistema tenglamalaridan biriga qo'yib, ikkinchi noma'lumni topish. Bu algoritm qanday qo'llanilishini bitta misolda ko'raylik.

1-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 4x+3y=6, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-5y=16 & (2) \end{cases}$$

□ *1-usul.* *1-qadam:* sistemaning (1) tenglamasining chap va o'ng qismlarini 5 ga, (2) tenglamasining chap va o'ng qismlarini 3 ga ko'paytiramiz. Natijada ushbu sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} 20x+15y=30, \\ 6x-15y=48, \end{cases}$$

bunda, y oldidagi koeffitsiyentlarning modullari tenglashdi: $15 = |-15|$.

2-qadam: hosil qilingan tenglamalarni hadlab qo'shamiz va noma'lum x ni topamiz:

$$+ \begin{cases} 20x + 15y = 30, \\ 6x - 15y = 48 \end{cases}$$

$$26x = 78,$$

bundan $x = 3$.

3-qadam: $x = 3$ ni berilgan sistemaning tenglamalaridan biriga, masalan, (2) tenglamaga qo'yib, ikkinchi noma'lum y ni topamiz: $2 \cdot 3 - 5 \cdot y = 16$, $6 - 5y = 16$, $-5y = 10$, bundan $y = -2$. Demak, $x = 3$, $y = -2$.

Tekshirish: $4 \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 12 - 6 = 6$; $6 = 6$. $2 \cdot 3 - 5 \cdot (-2) = 6 + 10 = 16$; $16 = 16$.

Javob: $x = 3$, $y = -2$. ■

2-usul: Berilgan sistemaning (2) tenglamasi chap va o'ng qismlarini (-2) ga ko'paytirib, hosil bo'lgan $-4x + 10y = -32$ tenglamani (1) tenglama bilan qo'shib, $13y = -26$ tenglamani hosil qilamiz. Bundan $y = -2$. y ning qiymatini (1) tenglamaga qo'yib, x ni topamiz: $4x + 3 \cdot (-2) = 6$, $4x = 6 + 6$, $4x = 12$, $x = 3$.

Javob: $x = 3$, $y = -2$. ■

2-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 7x + 3y = 4, \\ 8x - 3y = 11. \end{cases}$$

□ Noma'lum y oldidagi koeffitsiyentlar — qarama-qarshi sonlar. Bunday hollarda tengliklarni hadlab qo'shish qulay:

$$+ \begin{cases} 7x + 3y = 4, \\ 8x - 3y = 11 \end{cases}$$

$$15x = 15,$$

bundan $x = 1$. U holda $7 \cdot 1 + 3 \cdot y = 4$; $3y = 4 - 7$; $3y = -3$; $y = -1$.

Javob: $x = 1$, $y = -1$. ■

3-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{5}{9}y = 7, \\ \frac{2}{3}x + \frac{7}{18}y = 5,5. \end{cases}$$

□ Noma'lum x oldidagi koeffitsiyentlar o'zaro teng (bir xil ishorali). Bunday hollarda tengliklarni ayirish qulay:

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3}x + \frac{5}{9}y = 7, \\ \frac{2}{3}x + \frac{7}{18}y = 5,5 \end{array} \right. \\ \hline \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{18} \right) y = 1,5; \end{array}$$

bundan $\frac{1}{6}y = 1,5$; $y = 1,5 \cdot 6 = 9$.

U holda $\frac{2}{3}x + \frac{5}{9} \cdot 9 = 7$; $\frac{2}{3}x + 5 = 7$; $\frac{2}{3}x = 2$; $x = 3$.

Javob: $x = 3$, $y = 9$. ■

Tenglamalar sistemasini yechishning 1–3-masalalarda ko'rib chiqilgan bu usuli **algebraik qo'shish usuli** deyiladi. Tenglamalar sistemasini, albatta, bitta usulda yechish shart emas. Bitta sistemani o'rniga qo'yish usuli bilan ham, algebraik qo'shish usuli bilan ham yechish mumkin – sistemani yechish uchun qaysi usul qulay bo'lsa, o'sha usuldan foydalanish kerak.



27. 1) Tenglamalar sistemasini yechishning algebraik qo'shish usuli nimadan iborat? Misollarda tushuntiring.

2) Noma'lumlar maxrajda bo'lib qolsa, tenglamalar sistemasi qanday yechiladi?

3) Tenglamalar sistemasini yeching:

a)
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 2,5, \\ \frac{7}{x} - \frac{2}{y} = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{10}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 5, \\ \frac{17}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1,4. \end{cases}$$

28. 16–17-misollarni algebraik qo'shish usuli bilan yeching.

Tenglamalar sistemasini yeching (29–36):

$$29. \quad 1) \begin{cases} 7x-6y=3, \\ 17x+6y=21; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x-by=7, \\ 7x+by=5; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} ax+2y=2, \\ ax-4y=8. \end{cases}$$

$$30. \quad 1) \begin{cases} \frac{2(x-y)}{3} - \frac{1}{2} = \frac{3(x-y)}{4}, \\ \frac{3(x-y)}{2} - 13,5 = \frac{2(y-1)}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x+y}{15} - \frac{y-x}{6} = \frac{x}{3} + 0,05, \\ \frac{x-y}{12} + \frac{x+y}{9} = \frac{y}{3} - 2\frac{25}{72}. \end{cases}$$

$$31. \quad 1) \begin{cases} \frac{4,5x-4y}{3} - 2x=5, \\ \frac{6x-5y}{4} - 3x=4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{7x-3y}{5} - 2(x+y)=6, \\ \frac{3x-7y}{6} - \frac{x+y}{3}=2. \end{cases}$$

$$32^* \quad 1) \begin{cases} \frac{x-y}{6} - 0,5 = \frac{x+y}{4} - \frac{3y}{2}, \\ \frac{x-y}{3} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{7} + 2,5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x+y}{5} - \frac{x-y}{2} = x - \frac{3}{2}, \\ \frac{x-y}{4} + \frac{x+y}{3} = y - \frac{1}{12}. \end{cases}$$

$$33. \quad 1) \begin{cases} \frac{x+5}{2} - \frac{y-2}{3} = 1\frac{1}{3}, \\ \frac{3-x}{3} + \frac{4-y}{2} = 3\frac{1}{2}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{5x-2y}{4} - \frac{x+y}{2} = y + 4,75, \\ \frac{x-4y}{5} + \frac{y-x}{2} = x + 10. \end{cases}$$

$$34^* \quad 1) \begin{cases} \frac{3x+5}{2} - \frac{2\cdot(y-2)}{3} = 4, \\ \frac{2\cdot(x-1)}{5} + \frac{3\cdot(y+1)}{4} = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3\cdot(x+y)}{5} + \frac{2\cdot(x-y)}{7} = 8, \\ \frac{3\cdot(x+y)}{10} - \frac{2\cdot(x-y)}{7} = 6. \end{cases}$$

$$35. \quad 1) \begin{cases} 3x - \frac{2(x-y)}{3} = 13, \\ 5y - \frac{3(x+y)}{2} = 15; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{4(x-y)}{5} + 3x = 11, \\ \frac{5(x-y)}{7} - 4y = 4. \end{cases}$$

$$36^* \quad 1) \begin{cases} x+y=-2, \\ y+z=-1, \\ x+z=3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x-y=1, \\ y+z=7, \\ z-x=-2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x+z=4, \\ y+z=5, \\ x+2y+4z=17. \end{cases}$$

4-§. TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHNING GRAFIK USULI

Funksiya tushunchasi, chiziqli funksiya, $y = kx$, $y = kx + b$ funksiya grafiklari bilan tanishsiz. Endi tenglamaning grafigi tushunchasini kiritamiz.

Ikki noma'lumli birinchi darajali $ax + by = c$ **tenglamaning grafigi** deb bu tenglamaga x va y koordinatalarni qo'yganda uni to'g'ri sonli tenglikka aylantiruvchi barcha $M(x; y)$ nuqtalar to'plamiga aytiladi.

Tenglamaning koordinata tekisligidagi geometrik tasviri uning grafigidir. $ax + by = c$ tenglama grafigini yasash uchun y ni x orqali ifodalaymiz:

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}, \text{ bunda } b \neq 0.$$

Bu funksiyaning grafigi to'g'ri chiziq ekanligi ravshan, shu chiziqning o'zi $ax + by = c$ tenglamaning grafigidir. Shunday qilib, birinchi darajali ikki noma'lumli $ax + by = c$ tenglamaning grafigi to'g'ri chiziq bo'ladi, bunda $b \neq 0$ yoki $a \neq 0$.

Tenglamalar sistemasini yechishning grafik usuli algoritmi quyidagicha:

1-qadam: sistema har bir tenglamasining grafigi yasaladi.

2-qadam: yasalgan to'g'ri chiziqlar kesishgan nuqtaning (agar ular kesishsa) koordinatalari topiladi.

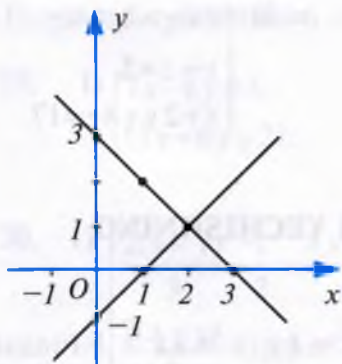
Tenglamalar grafiklari kesishish nuqtasining koordinatalari shu tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi.

1-masala.

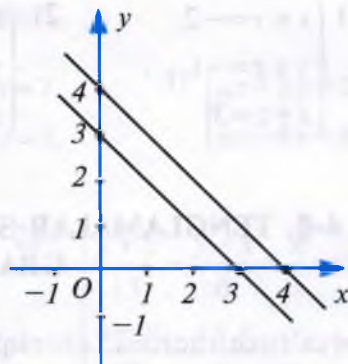
$$\begin{cases} x+y=3, & (1) \\ x-y=1 & (2) \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching.

□ Sistemaning (1) tenglamasidan $y = 3 - x$, (2) tenglamasidan esa $y = x - 1$ ekanini topamiz. Bu funksiyalar grafigini bitta koordinata sistemasida yasaymiz (1-rasm). Ikkala to'g'ri chiziq A nuqtada kesishdi. A nuqtaning koordinatalari (2; 1) ekanini rasmdan ko'rish oson.



1-rasm



2-rasm

Javob: $x = 2$, $y = 1$. ■

2-masala. Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching:

$$\begin{cases} x + y = 4, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 & (2) \end{cases}$$

□ (1) dan $y = 4 - x$; (2) tenglamaning barcha hadlarini 2 ga bo'lamiz: $x + y = 3$, bundan $y = 3 - x$ hosil bo'ladi. Bu funksiyalar grafiklarini bir koordinata tekisligida yasaymiz (2-rasm). Rasmdan to'g'ri chiziqlar kesishmasligini – ular parallel ekanligini ko'ramiz. Chindan ham, to'g'ri chiziqlarning har biri $y = -x$ to'g'ri chiziqni (II va IV choraklar bissektrisasini) parallel ko'chirish natijasida hosil bo'lgan, ya'ni 2-rasmdagi to'g'ri chiziqlarning har biri $y = -x$ to'g'ri chiziqqa paralleldir, demak, ular o'zaro paralleldir.

Sistema tenglamalarining grafiklari o'zaro kesishmadi, demak, sistema yechimga ega emas.

Javob: tenglamalar sistemasi yechimga ega emas. ■

3-masala. Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching:

$$\begin{cases} x - y = 2, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y = 4. & (2) \end{cases}$$

□ Sistemaning (2) tenglamasi (1) tenglama barcha hadlarini 2 ga ko'paytirish natijasida hosil bo'lganini ko'rish oson. (2) ning chap va o'ng qismlaridagi ifodani 2 ga bo'lib, $x - y = 2$ tenglamani hosil qilamiz. Shunday qilib, berilgan sistema

$$\begin{cases} x - y = 2, & (1) \end{cases}$$

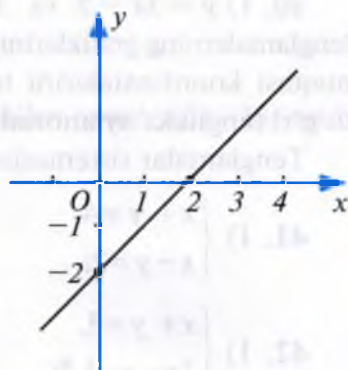
$$\begin{cases} x - y = 2 & (2) \end{cases}$$

ko'rinishida ekan. (1) tenglamadan $y = x - 2$ kelib chiqadi.

Bu funksiyaning grafigi 3-rasmda tasvirlangan. (2) tenglamadan ham $y = x - 2$ ni hosil qilamiz.

Demak, (1) va (2) tenglamalarning grafiglari ustma-ust tushadi, bu esa sistema cheksiz ko'p yechimga ega ekanini bildiradi. ■

Yuqorida ko'rilgan 3 ta masaladan shunday xulosaga kelinadi: tenglamalar sistemasi tenglamalari grafiglarining o'zaro joylashuvida uchta hol bo'lishi mumkin.



3-rasm

1-hol. To'g'ri chiziqlar kesishadi, ya'ni ular bitta umumiy nuqtaga ega. Bu holda tenglamalar sistemasi bitta (yagona) yechimga ega va *bu yechim sistema tenglamalarining grafiglari kesishish nuqtasining koordinatalaridir.* (1-rasm, 1-masala bu holga mos).

2-hol. To'g'ri chiziqlar parallel, ya'ni ular umumiy nuqtaga ega emas. Bu holda tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lmaydi. (2-rasm, 2-masala bu holga mos)

3-hol. To'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi. Bu holda sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. (3-rasm, 3-masala bu holga mos).



37. 1) Grafik deganda nimani tushunasiz?

$y = 2x + 3$; $y = -2x + 3$; $y = 2x - 3$; $y = -2x - 3$ chiziqli funksiyalarning grafiglarini chizing.

2) Chiziqli tenglamaning grafigi nima? Misollarda tushuntiring.

3) Tekislikda ikkita to'g'ri chiziq o'zaro qanday joylashishi mumkin? Mos shakllar chizing.

38. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping:

1) $y = -3x + 5$; 3) $x + y + 1 = 0$; 5) $3x - 4y - 6 = 0$;

2) $y = 2x - 6$; 4) $x - y - 2 = 0$; 6) $2x - 3y - 4 = 0$;

7) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + 1,5 = 0$; 8) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6}y - 2,5 = 0$.

39. Tenglamalar grafiglarini yasang:

1) $y = 4x - 6$; 3) $2x - 5y = 0$; 5) $4x + 2y + 1 = 0$;

2) $y = 2x - 5$; 4) $3x + 4y = 0$; 6) $5x - 4y - 8 = 0$;

7) $\frac{4}{5}x - \frac{1}{2}y - 0,4 = 0$; 8) $\frac{6}{7}x - \frac{11}{14}y + 1,5 = 0$.

40. 1) $y = 3x - 5$ va $5x - 4y = 6$; 2) $3x - 4y - 1 = 0$ va $5y - 3x - 1 = 0$ tenglamalarning grafiklarini bitta koordinata sistemasida yasang. Ularning kesishish nuqtasi koordinatalarini toping. Bu koordinatalar tenglamalarning har birini to'g'ri tenglikka aylantiradimi? Tekshirib ko'ring.

Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching (41–45):

41. 1) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 4. \end{cases}$

42. 1) $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 1,5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 8, \\ 3x + 3y = 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x - 2y = 3. \end{cases}$

43. 1) $\begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 2, \\ 2x + \frac{2}{3}y = 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4, \\ x - \frac{2y}{3} = 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1, \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{8} = 1. \end{cases}$

44. 1) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x - 2y = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x + 3y = 15; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3, \\ x - \frac{y}{2} = 6. \end{cases}$

45. 1) $\begin{cases} 6x + 3y = 8, \\ 3x + \frac{3}{2}y = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ x - \frac{3}{2}y = 0,5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - 5y = 7, \\ 2x - 2,5y = 3,5. \end{cases}$

46* Shunday tenglama tuzingki, u berilgan tenglama bilan birgalikda

1) yagona yechimga; 2) cheksiz ko'p yechimga ega bo'lgan;

3) yechimga ega bo'lmagan sistemani tashkil qilsin:

1) $2x - 3y = -1$; 3) $7x - 6y - 8 = 0$; 5) $0,7x - 0,5y - 0,2 = 0$;

2) $-2x + 5y = 2$; 4) $\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y - 4 = 0$; 6) $8,5x - 7y - 10 = 0$.

MASALALAR YECHISH

47* Ikki noma'lumli ikkita tenglamalar sistemasi:

a) Qachon yagona – faqat bitta yechimga ega bo'ladi?

b) Qachon yechimga ega bo'lmaydi?

d) Qachon cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi?

Har bir holga 3–4 ta misol tuzing.

Tenglamalar sistemasini yechishning yana bir usuli bilan tanishaylik. Bu usul o'rninga qo'yish usuliga o'xshash.

48. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 3, \\ 2x + 3y = 19. \end{cases}$$

□ *1-qadam:* sistemaning har bir tenglamasidan, masalan, y ni topamiz:

$$\begin{cases} y = \frac{3x - 3}{4}, \\ y = \frac{19 - 2x}{3}. \end{cases}$$

2-qadam: tenglamalarning o'ng qismlarini tenglaymiz, chunki ularning chap qismlari ayni bir son y ga teng:

$$\frac{3x - 3}{4} = \frac{19 - 2x}{3}.$$

3-qadam: hosil qilingan bir noma'lumli tenglamani yechamiz:

$$9x - 9 = 76 - 8x, \text{ bundan } 17x = 85, x = 5.$$

4-qadam: x ning topilgan bu qiymatini sistemaning ixtiyoriy bir tenglamasiga (1-qadamdagi biror tenglamaga) qo'yamiz va y ni topamiz:

$$y = \frac{3x - 3}{4} = \frac{3 \cdot 5 - 3}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

Tekshirish:

$$3 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 15 - 12 = 3; \quad 3 = 3; \quad 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 10 + 9 = 19; \quad 19 = 19.$$

Javob: $x = 5, y = 3$. Javobni (5; 3) kabi yozish ham mumkin. ■

49. Tenglamalar sistemasini yuqoridagi usul bilan yeching:

1)
$$\begin{cases} 7x + 5y = 11, \\ 3x - 2y = 13; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x + 8y = -4, \\ 5y - 7x = 33; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 6x - 5y = 16, \\ 7x + 3y = 1. \end{cases}$$

50. Tenglamalar sistemasidan (50–52):

$$1) \begin{cases} \frac{x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4}}{z} = 1, \\ \frac{x + \frac{3y}{2} + \frac{z}{4}}{y} = 1, \end{cases} \quad \frac{y}{z} \text{ ni};$$

$$2) \begin{cases} \frac{x + y + \frac{2z}{5}}{z} = 0,8, \\ \frac{x + \frac{2y}{5} + \frac{z}{3}}{x} = 1,35, \end{cases} \quad \frac{x}{z} \text{ ni toping.}$$

Namuna.

$$\begin{cases} \frac{2x + \frac{2y}{3} + \frac{z}{2}}{z} = 2,25, \\ \frac{x + \frac{y}{5} + \frac{z}{8}}{y} = 0,5 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } \frac{y}{z} \text{ ni toping.}$$

□ Masalani yechish usullaridan birini keltiramiz.

$$\begin{cases} 2x + \frac{2y}{3} + \frac{z}{2} - 2,25z = 0, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{6} + \frac{z}{8} - 0,5y = 0, \end{cases} \quad \text{bundan} \quad \begin{cases} 2x + \frac{2y}{3} - 1,75z = 0, \\ \frac{x}{5} - \frac{1}{3}y + \frac{z}{8} = 0. \end{cases}$$

Sistemaning 2-tenglamasini (-10) ga ko'paytiramiz. Hosil bo'lgan tenglamani sistemaning 1-tenglamasiga qo'shamiz:

$$+ \begin{cases} 2x + \frac{2y}{3} - 1,75z = 0, \\ -2x + \frac{10}{3}y - \frac{5z}{4} = 0 \end{cases}$$

$$4y - 3z = 0.$$

Demak, $4y = 3z$, bundan $\frac{y}{z} = \frac{3}{4}$.

Javob: $\frac{3}{4}$. ■

$$51^* \quad 1) \quad \begin{cases} \frac{2x+y+\frac{z}{2}}{2}=3, \\ \frac{x+\frac{3}{4}y+\frac{z}{2}}{y}=3, \end{cases} \quad \frac{x}{y} \text{ ni};$$

$$2) \quad \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 0,5, \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{8} + \frac{4z}{5} = \frac{5}{8}, \end{cases} \quad \frac{y}{z} \text{ ni toping.}$$

$$52. \quad 1) \quad \begin{cases} \frac{2x-3y+4}{5} + \frac{x-5y-1}{7} = 6, \\ \frac{3x+2y+10}{7} - \frac{4x+7y+4}{5} = 1 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } 7x(y+2) \text{ ni toping.}$$

$$2) \quad \begin{cases} 2x+y=-8, \\ x+2z=7, \\ 2y+z=1 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } x+y+z^2 \text{ ni toping.}$$

N a m u n a.

$$\begin{cases} 2x+3y+3z=1, \\ x-4y-2z=-2, \\ 2y-3x-z=4, \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } x^2 - y^2 + z^2 \text{ ifodaning son qiymatini toping.}$$

□ Sistemaning uchala tenglamasini hadma-had qo'shamiz. U holda $y = 3$ ekanini topamiz. y ning bu qiymatini berilgan sistemaga qo'yamiz va ushbu sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} 2x+3z=-8, \\ x-2z=10, \\ -3x-z=-2. \end{cases}$$

Bu sistemaning ikkinchi tenglamasini (-2) ga ko'paytirib, hosil bo'lgan tenglamani sistemaning 1-tenglamasiga qo'shamiz va z ni topamiz:

$$+ \begin{cases} 2x+3z=-8, \\ -2x+4z=-20, \end{cases}$$

$$\hline 7z=-28.$$

Bundan $z = -4$ hosil bo'ladi. U holda $x = 2$ ekani ravshan. Demak, $x = 2$, $y = 3$, $z = -4$ sonlar berilgan sistemaning yechimi bo'ladi. Endi $x^2 - y^2 + z^2$ ifodaning son qiymatini hisoblaymiz: $x^2 - y^2 + z^2 = 2^2 - 3^2 + (-4)^2 = 4 - 9 + 16 = 11$.

Javob: 11. ■

53. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$1) \begin{cases} x + y = -2, \\ y + z = -1, \\ x + z = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 1, \\ y + z = 7, \\ z - x = -2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + z = 4, \\ y + z = 5, \\ x + 2y + 4z = 17. \end{cases}$$

$$54.* 1) \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} = 5, \\ \frac{5x}{3} - \frac{7y}{5} = -2 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } \frac{y-x}{y+x} \text{ ni toping.}$$

$$2) \begin{cases} \frac{8x-3y}{10} + \frac{3x}{2} = 2, \\ \frac{7y-2x}{10} - y = -0,5 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } \frac{x^3+y^3}{xy} \text{ ni toping.}$$

$$3) \begin{cases} \frac{6x+7y}{2} + \frac{4x-3y}{4} = 2, \\ \frac{5y-2x}{3} - \frac{4x-3y}{6} = 0 \end{cases} \quad \text{bo'lsa, } x^2 - y^2 \text{ ni toping.}$$

5-§. MASALALARNI TENGLAMALAR SISTEMASI YORDAMIDA YECHISH

Masalalarni tenglamalar sistemasini yordamida yechish algoritmi (qoidasi) quyidagicha bo'lishi mumkin:

1-qadam: masaladagi noma'lumlar harflar bilan, masalan, x va y bilan belgilanadi.

2-qadam: noma'lumlar va masalada berilgan miqdorlar orasidagi bog'lanish o'rnatiladi. Bu masala mazmuniga mos, uni o'zida aks ettiruvchi tenglamalar sistemasini (yoki bitta tenglama) ko'rinishida ifodalanishi mumkin.

3-qadam: 2-qadamda tuzilgan tenglamalar sistemasi yechiladi.

4-qadam: topilgan yechim masala shartini qanoatlantiradimi, yo'qmi ekani (zarur hollarda) tekshiriladi va masalaning javobi yoziladi.

Masala. To'g'ri to'rtburchakning perimetri 76 sm ga teng. Asosi balandligidan 4 sm uzun. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

□ 1-usul.

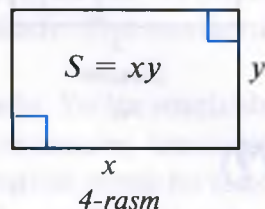
1-qadam: to'g'ri to'rtburchakning asosini x , balandligini y deb belgilaymiz. Uning yuzini S desak, u holda $S = x \cdot y$ (sm^2) bo'ladi (4-rasm).

$x + y$ – qo'shni tomonlar yig'indisi;

$x - y$ – asos va balandlik orasidagi farq.

$p = 2(x + y)$ – to'g'ri to'rtburchakning perimetri.

2-qadam: masala mazmuniga mos tenglamalar sistemasi tuzamiz:



$$\begin{cases} 2(x + y) = 76, \\ x - y = 4, \end{cases}$$

bundan

$$\begin{cases} x + y = 38, \\ x - y = 4 \end{cases} \quad (1)$$

hosil bo'ladi.

3-qadam: (1) sistemani algebraik qo'shish usuli bilan yechamiz:

$$\begin{cases} x + y = 38, \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$2x = 42,$$

ya'ni $x = 21$ (sm). x ning bu qiymatini, masalan, sistemaning 1-tenglamasiga qo'yib, y ni topamiz:

$$21 + y = 38, \text{ bundan } y = 17 \text{ (sm).}$$

4-qadam: x va y ning topilgan bu qiymatlari masala shartini qanoatlantiradi:

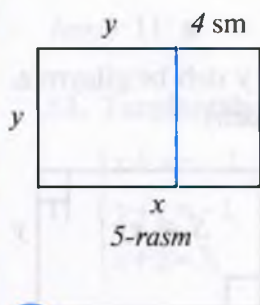
$$x + x + y + y = 2 \cdot 21 + 2 \cdot 17 = 42 + 34 = 76 \text{ (sm).}$$

$$x - y = 21 - 17 = 4 \text{ (sm).}$$

$$S = x \cdot y \text{ formulaga muvofiq, } S = 21 \cdot 17 = 357 \text{ (sm}^2\text{).}$$

Javob: 357 sm^2 . ■

2-usul. Asos balandlikdan 4 sm ortiq bo'lgani uchun, perimetrdan $4 \cdot 2 = 8$ sm ayirilsa, qolgan 68 sm kvadratning perimetri bo'ladi. U holda kvadratning tomoni uzunligi $68 : 4 = 17$ (sm) (5-rasm).



Demak,

$$1) 76 - 4 \cdot 2 = 68 \text{ (sm);}$$

$$2) 68 : 4 = 17 \text{ (sm);}$$

$$3) 17 + 4 = 21 \text{ (sm);}$$

$$4) 17 \cdot 21 = 357 \text{ (sm}^2\text{).}$$



55. 1) Masalalarni tenglamalar sistemasini tuzib yechish algoritmini bitta masalani hal qilish jarayonida tushuntiring.
 2) Tenglamalar sistemasi tuzib yechiladigan 2–3 ta masala tuzishga urinib ko'ring.
 3) Tenglamalar sistemasi yordamida yechiladigan masalalarni boshqa usulda ham yechish mumkinmi? Misollar keltira olasizmi?
 Masalalarga mos tenglamalar sistemasini tuzing va uni yeching (56–77):
56. 5 kg uzum va 7 kg anjir birgalikda 3 100 so'm turadi. Uzuning 1 kg ining narxi 30% ga oshirildi, anjirning 1 kg ining narxi esa 30% ga kamaytirildi. Shundan so'ng 1 kg anjir 1 kg uzumdan 50 so'm arzon bo'ldi. Dastlab 1 kg uzum va 1 kg anjir alohida-alohida necha pul edi?
57. Ikki xonali sonning raqamlari yig'indisi 9 ga teng. Shu sondagi o'nliklar soni bilan birliklar soni ayirmasi berilgan sondan 14,4 marta kichik. Shunday ikki xonali sonni toping.
58. Ona o'quvchi farzandlari uchun 18 ta daftar va 5 ta ruchka sotib oldi. Jami xarid uchun 1 050 so'm to'landi. 2 ta daftar 3 ta ruchkadan 10 so'm qimmat bo'lsa, 1 ta daftar va 1 ta ruchkaning narxini toping.
59. Ikkita paxta maydonidan fermer xo'jaligi birinchi yili 440 t paxta hosili oldi. Ikkinchi yili birinchi maydondagi hosildorlik 15% ga, ikkinchisidagi hosildorlik esa 10% ga ortdi va umumiy hosil 492 t ni tashkil qildi. Ikkinchi yili har bir maydondan necha tonna paxta hosili olindi?
60. Agar ikki xonali sonni shu raqamlar bilan teskari tartibda yozilgan songa bo'lsak, bo'linmada 2, qoldiqda 18 chiqadi. Agar raqamlari teskari tartibda yozilgan son o'zining raqamlari yig'indisiga qoldiqsiz bo'linsa va bo'linma 3 ga teng bo'lsa, shu ikki xonali sonni toping.

61. 1) 126 sonini shunday 3 bo'lakka ajratingki, birinchi bo'lakni ikkinchisiga yoki ikkinchisini uchinchisiga bo'lganda bo'linmada 1, qoldiqda 18 qolsin.
2) 140 sonini shunday 4 bo'lakka ajratingki, birinchi bo'lakni ikkinchisiga, ikkinchi bo'lakni uchinchisiga, uchinchi bo'lakni to'rtinchisiga bo'lganda bo'linmada 1, qoldiqda 10 qolsin.
62. Uchta sonning yig'indisi 570 ga teng. Ikkinchi son birinchi va uchinchi sonning o'rta arifmetigiga teng. Agar bu sonlarning kattasini kichigiga bo'lsak, bo'linmada 11 hosil bo'ladi, qoldiqda esa ikkinchi sonning o'ndan biriga qaraganda 1 ta ortiq son qoladi. Shu sonlarni toping.
63. Uzunligi 40 km bo'lgan temir yo'l shoxobchasi qurilmoqchi. Yo'lga yotqizish uchun 25 va 12,5 metrli relslar bor. Agar 25 metrli relslarning hammasi yotqizilsa, yana 12,5 metrli relslarning 50% ini ham yotqizish kerak bo'ladi. *Agar 12,5 metrli relslarning hammasi yotqizilsa, 25 metrli relslarning 66,(6)% ini ham yotqizish kerak bo'ladi. Har qaysi xil relsdan nechtadan borligini toping.*
- 64* Ikki idishda suyuqlik bor. Birinchi idishdan ikkinchisiga ikkinchi idishdagi suyuqlikdan 1,5 baravar ortiqroq suyuqlik quyildi. So'ngra birinchi idishga, unda qolgan suyuqlikning yarmi qadar suyuqlik ikkinchi idishdan quyildi. Nihoyat, birinchi idishdan ikkinchisiga dastlab unda qancha suyuqlik bo'lgan bo'lsa, o'shancha suyuqlik quyildi. Natijada har qaysi idishdagi suyuqlik 76 litrdan bo'ldi. Dastlab har qaysi idishda qanchadan suyuqlik bo'lgan?

□ Suyuqliklarni bir idishdan ikkinchisiga, ikkinchisidan birinchisiga quyish jarayoni ushbu jadvalda aks ettirilgan:

Holat \ Idish	1-idish	2-idish
Dastlab	x litr	y litr
1-marta quyilgach	$x - 1,5y$	$y + 1,5y = 2,5y$
2-marta quyilgach (2-dan 1-ga)	$(x - 1,5y) + 0,5(x - 1,5y) = 1,5(x - 1,5y)$	$2,5y - 0,5(x - 1,5y)$
3-marta quyilgach (1-dan 2-ga)	$1,5(x - 1,5y) - y = 1,5x - 3,25y$	$2,5y - 0,5(x - 1,5y) + 3,5y - 0,5x + 0,75y = 4,25y - 0,5x$

Masala shartiga muvofiq quyidagi sistemani tuzamiz:

$$\begin{cases} 1,5x - 3,25y = 76, \\ 4,25x - 0,5y = 76. \end{cases}$$

Bu sistemani turli usullarda yechish mumkin.

$$1,5x - 3,25y = 4,25y - 0,5x; 2x = 7,5y; \text{ u holda, } 4,25y - \frac{7,5y}{4} = 76.$$

$$17y - 7,5y = 304; 9,5y = 304;$$

$$y = 32. 2x = 7,5 \cdot 32; x = 7,5 \cdot 16; x = 120.$$

Tekshirish: Dastlab 1-idishda 120 l, 2- idishda esa 32 l suyuqlik bor edi.

1) $32 \cdot 1,5 = 48$ (l); $120 - 48 = 72$ (l). 1-idishda 72 l suyuqlik qoldi, 2- idishga 48 l quyildi, 2-idishda $32 + 48 = 80$ (l) suyuqlik bo'ldi; 2) 1-idishga 2- dan $0,5 \cdot 72 = 36$ (l) suyuqlik quyildi, 1-idishda $72 + 36 = 108$ (l) suyuqlik bo'ldi; 2-idishda esa $80 - 36 = 44$ (l) qoldi; 3) 1-idishdan 2-ga 32 l suyuqlik quyildi: 1-da $108 - 32 = 76$ (l) qoldi, 2-idishda esa $44 + 32 = 76$ (l) bo'ldi. Demak, $76 = 76$ — ikkala idishda 76 litrdan suyuqlik bo'ldi.

Javob: 1-idishda 120 litr; 2-idishda 32 litr suyuqlik bo'lgan.

- 65.*** Ikkita idishda turli miqdorda suv bor. Ikkala idishdagi suv baravar bo'lishi uchun 1-sidan 2-siga, unda qancha suv bo'lsa, shuncha suv quyish, so'ngra 2-sidan 1-siga, unda qancha suv qolgan bo'lsa, o'shancha suv quyish va, nihoyat, 1-sidan 2-siga unda qancha suv qolgan bo'lsa, o'shancha suv quyish kerak. Shundan so'ng har qaysi idishda 64 litrdan suv bo'ladi. Dastlab har qaysi idishda qanchadan suv bo'lgan?
- 66.*** Uchta idishda 36 litr suv bor. 1-idishdagi suvning yarmi 2-siga quyildi. So'ngra, 2-idishdagi suvning 0,(3) qismini 3-idishga quyildi. Nihoyat, 3-idishgagi suvning 0,25 qismini 1-idishga quyishdi. Natijada uchala idishdagi suv miqdori o'zaro teng bo'lib qoldi. Dastlab har qaysi idishda qanchadan suv bo'lgan?
- 67.** 637 sonini shunday uch bo'lakka bo'lingki, 1-bo'lakka qolgan ikki bo'lak yig'indisining uchdan birini, 2-bo'lakka qolgan ikki bo'lak yig'indisining to'rttdan birini, 3-siga qolgan ikki bo'lak yig'indisining beshdan birini qo'shsak, o'zaro teng sonlar hosil bo'lsin.
- 68.*** Oltin va kumush qotishmasining ikkita quymasi bor. Ulardan birida oltin bilan kumush 2 : 3 nisbatda, ikkinchisida esa 3 : 7 nisbatda. Oltin bilan kumush 5 : 11 nisbatda bo'lgan 8 kg quyma hosil qilish uchun bu ikki quymaning har biridan necha kilogrammdan olish kerak?
- 69.** Uzunligi 100 metr bo'lgan aylana bo'ylab ikki jism bir tomonga qarab harakat qilsa, har 25 sekunda uchrashadi. Qarama-qarshi tomonga

- harakat qilsa, har 5 sekunda uchrashadi. Har qaysi jismning tezligini toping.
- 70*** Yil boshida ma'lum miqdordagi pulning 0,8(3) qismi 1-bankka, qolgan qismi esa 2-bankka qo'yildi. Banklarga qo'yilgan pullar yig'indisi birinchi yil oxirida 670 000 so'mni, ikkinchi yil oxirida esa 749 000 so'mni tashkil etdi. Agar pullarning 0,8(3) qismi dastlab 2-bankka, qolgan qismi esa 1-bankka qo'yilganida, yil oxirida banklardagi pullar yig'indisi 710 000 so'm bo'lar edi. Pullarning hammasi 1-bankka qo'yilgan deb faraz qilinsa, ikkinchi yil oxirida pullar necha so'm bo'lar edi? (Ma'lumki, bankka yil boshida qo'yilgan pul yil oxiriga kelib ma'lum foizga ko'payadi. Ko'payish foizi har bir bank uchun har xil bo'lishi mumkin).
- 71*** Yil boshida ma'lum miqdordagi pulning 0,(3) qismi 1-bankka, qolgan qismi esa 2-bankka qo'yildi. Banklarga qo'yilgan pullar yig'indisi birinchi yil oxirida 380 000 so'mni, ikkinchi yil oxirida esa 482 000 so'mni tashkil etdi. Agar pullarning 0,(3) qismi dastlab 2-bankka, qolgan qismi esa 1-bankka qo'yilganida edi, yil oxirida banklardagi pullar yig'indisi 370 000 so'm bo'lar edi. Pullarning hammasi ikkinchi bankka qo'yilgan deb faraz qilinsa, ikkinchi yil oxirida pullar necha so'm bo'lar edi?
- 72.** Kater (motorli qayiq) birinchi marta oqim bo'yicha 60 km, oqimga qarshi 30 km yurish uchun 7 soat sarf qildi. Ikkinchi marta oqim bo'yicha 30 km va oqimga qarshi 20 km yurish uchun 4 soat sarfladi. Katerning turg'un suvdagi tezligi va oqimning tezligini toping.
- 73*** Suv idishga ikkita jo'mrak orqali tushadi. Agar har ikki jo'mrak orqali 10 minut suv tushgach, ikkinchi jo'mrak yopib qo'yilsa, idish yana 3 minutdan so'ng to'ladi. Agar har ikki jo'mrak orqali 8 minut suv tushgach, birinchi jo'mrak yopib qo'yilsa, idish yana 12 minutdan keyin to'ladi. Idishni har qaysi jo'mrak alohida-alohida necha minutda to'ldiradi?
- 74.** Ikki idishda har xil temperaturali suv bor. Agar birinchi idishdan 12 l va ikkinchisidan 8 l suv olib aralashtirilsa, aralashmaning temperaturasi 71°C bo'ladi. Agar birinchi idishdan 10 l, ikkinchisidan 5 l suv olib aralashtirilsa, hosil bo'lgan aralashmaning temperaturasi 70°C bo'ladi. Har qaysi idishdagi suvning temperaturasini aniqlang. (Bunda issiqlik isrofi hisobga olinmaydi).
- 75.** *A* va *B* qishloqlar orasidagi masofa 19 km. *A* qishloqdan *B* qishloqqa velosipedchi jo'nadi. 15 minutdan so'ng uning ketidan mototsiklchi jo'nadi va 10 minutdan so'ng velosipedchini quvib yetdi. Mototsiklchi yo'lida davom etib, *B* ga bordi va to'xtamasdan orqasiga qaytdi hamda *A* dan chiqqanidan 50 minut o'tgach yana velosipedchini uchratdi. Velosipedchi va mototsiklchining tezligi topilsin.

- 76* *A* qishloqdan *B* qishloqqacha bo'lgan 11,5 km masofaning bir qismi balandlik, ikkinchi qismi tekis, uchinchi qismi qiya yo'llardan iborat. Piyoda *A* dan *B* ga 2 soat-u 54 minutda keladi. Qaytishda esa 3 soat-u 6 minut sarf qiladi. Piyodaning tezligi balandlikka qarab soatiga 3 km, tekis yo'lda 4 km, qiya yo'lda (pastlikka qarab) 5 km. Balandlik, tekis va qiya (pastlik) yo'l necha kilometrni tashkil qiladi?
77. Oralaridagi masofa 850 km bo'lgan ikki shahardan ikkita yuk poyezdi bir-biriga qarab yo'lga chiqdi. Agar poyezdlar bir vaqtda jo'nab ketgan bo'lsa, 10 soatdan keyin uchrashadi. Agar ikkinchi poyezd birinchisidan 4 soat-u 15 minut oldin yo'lga chiqsa, poyezdlar birinchi poyezd yo'lga chiqqanidan 8 soat keyin uchrashadi. Har qaysi poyezdning tezligi topilsin.

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. Belgilangan ishni ishchilar guruhi bir necha kunda bitirishadi. Agar guruhda 4 kishi ortiq bo'lganida, ish 2 kun avval tugallanar edi. Agar guruhda 3 kishi kam bo'lganida, ish 2 kun keyin bitardi. Guruhda necha nafar ishchi bo'lgan va ular necha kun ishlashgan?
2. a natural sonni shunday k ta bo'lakka ajratingki, birinchi bo'lakni ikkinchisiga, ikkinchi bo'lakni uchinchisiga, ... $(k - 1)$ - bo'lakni k - bo'lakka bo'lganda bo'linmada 1, qoldiqda d qolsin.
3. Ikki xil metall bir quymada 1 : 2 nisbatda, ikkinchisida esa 2 : 3 nisbatda qatnashadi. Yangi quymada bu metallar 17 : 27 nisbatda bo'lishi uchun har qaysi quymadan qanchadan ulush (bo'lak) olish kerak?
4. Ikki xil metall bir quymada $a : b$ nisbatda, ikkinchisida esa $c : d$ nisbatda qatnashadi. Yangi quymada bu metallar $k : n$ nisbatda bo'lishi uchun har qaysi quymadan qanchadan ulush (bo'lak) olish kerak?
5. Ikki jism aylana bo'ylab bir tomonga harakat qilsa, har 56 minutda uchrashadi. Jismlar shu tezliklari bilan qarama-qarshi tomonga harakat qilsa, har 8 minutda uchrashadi. Jismlar qarama-qarshi tomonga harakat qilganida yaqinlashayotgan jismlar orasidagi masofa (aylana bo'ylab) 24 sekund davomida 40 metrdan 26 metrga kamayadi. Har qaysi jism minutiga necha metr yo'l bosadi va aylananing uzunligi necha metr?
6. Uzunligi c metr bo'lgan aylana bo'ylab ikki jism bir tomonga qarab harakat qilsa, har t sekundda uchrashadi. Qarama-qarshi tomonga harakat qilsa, har s sekundda uchrashadi. Shu jismlarning tezligini toping.
7. Uch xil qotishma bor. 1-qotishma tarkibida 30 % nikel va 70 % mis, ikkinchi qotishmada 10 % mis va 90 % marganes, 3- qotishmada esa 15 % nikel,

25 % mis va 60 % marganes bor. Bu qotishmalardan tarkibida 40 % marganes bo'lgan yangi qotishma tayyorlashmoqchi. Yangi qotishmada mis eng kami bilan necha foiz va eng ko'pi bilan necha foiz bo'lishi mumkin?

□ Tarkibida 40 % marganes bo'lgan yangi qotishma hosil qilish uchun 1-chi qotishmadan x kg, 2-sidan y kg, 3-sidan esa z kg olish kerak bo'lsin. Natijada massasi $(x + y + z)$ kg va tarkibida $(0,9y + 0,6z)$ kg marganes bo'lgan qotishma hosil qilinadi. Masala shartiga ko'ra $0,9y + 0,6z = 0,4 \cdot (x + y + z)$, bundan

$$4x = 5y + 2z. \quad (1)$$

Yangi qotishmada mis $(0,7x + 0,1y + 0,25z)$ kg ni tashkil etadi. Yangi qotishmaning bir kilogrammda esa

$$\frac{0,7x + 0,1y + 0,25z}{x + y + z} \text{ kg} \quad (2)$$

mis bo'ladi. Bu miqdorni M harfi bilan belgilaylik. (1) dan x ni topamiz va uni (2) ga qo'yamiz:

$$x = \frac{5y + 2z}{4}. \quad \text{U holda} \quad M = \frac{13y + 8z}{30y + 20z}.$$

Bu yerda, ma'nosiga ko'ra, $y \geq 0$ va $z \geq 0$, shu bilan birga, y va z bir vaqtda nolga teng bo'la olmaydi. Agar $y = 0$, $z \neq 0$ bo'lsa, u holda

$$M = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

Agar $y \neq 0$, $z = 0$ bo'lsa, u holda

$$M = \frac{13}{30}.$$

Agar $y \neq 0$, $z \neq 0$ bo'lsa, u holda

$$M = \frac{13 + 8 \cdot \frac{z}{y}}{30 + 20 \cdot \frac{z}{y}}, \quad \frac{z}{y} > 0$$

$$\frac{2}{5} < \frac{2}{5} + \frac{1}{30 + 20 \cdot \frac{z}{y}} < \frac{2}{5} + \frac{1}{30} = \frac{13}{30}.$$

Shunday qilib, yangi qotishmada misning eng kam foiz miqdori

$$\frac{2}{5} \cdot 100 \% = 40\% \text{ ga, eng ko'p foiz miqdori esa } \frac{13}{30} \cdot 100 \% \approx 43 \frac{1}{3} \% \text{ ga teng bo'li-}$$

shi mumkin. *Javob:* 40 %; $\approx 43 \frac{1}{3} \%$. ■

8. To'rtta sonning yig'indisi 160 ga teng. Agar birinchi sonni ikkinchisiga bo'lsak bo'linmada 2 va qoldiqda 18 chiqadi. Ikkinchi sonni uchinchi songa bo'lsak, bo'linmada 3 va qoldiqda 5 chiqadi. Uchinchi sonni to'rtinchisiga bo'lganda esa bo'linmada 1, qoldiqda 5 chiqadi. Shu sonlarni toping.

9. Beshta sonning yig'indisi 1 406 ga teng. Agar birinchi sonni ikkinchisiga bo'lsak, bo'linmada 3 va qoldiqda 10 chiqadi. 2- sonni 3- songa bo'lsak, bo'linmada 2 va qoldiqda 20 chiqadi. 3- sonni to'rtinchi songa bo'lsak, bo'linmada 4 va qoldiqda 12 chiqadi. 4- sonni 5- songa bo'lganda esa bo'linmada 1 va qoldiqda 8 chiqadi. Shu 5 ta sonni toping.

10. Uchta idishda suv bor. Agar 1- idishdagi suvning 0,(3) qismini 2- idishga quyib, so'ngra 2- idishdagi suvning 0,25 qismini 3- chi idishga quyib, nihoyat, 3- idishdagi suvning 0,1 qismi 1- idishga quyilsa, har bir idishda 9 litrdan suv bo'ladi. Har qaysi idishda dastlab necha litr suv bor edi?

11. Uch xil sharbat bor. Agar sharbatlar 3 : 2 : 3 nisbatda aralashtirilsa, aralashmaning bir litri 1 500 so'm turadi. Agar sharbatlar 2 : 3 : 5 yoki 5 : 4 : 11 nisbatda aralashtirilsa, aralashmaning bir litri 1 410 so'm turadi. Har qaysi xil sharbatning bir litri necha so'm turadi?

12. Brokerlik firmasi aksiyalarning ikkita paketini sotib oldi va ularni jami 7,68 million so'mga pullab, bundan 28 % foyda ko'rdi. Firma birinchi paketni sotishdan 40 %, ikkinchi paketni sotishdan esa 20 % foyda ko'rgan bo'lsa, u har bir paketni necha so'mdan sotib olgan?

13. Savdogar ikkita buyum sotib oldi va ularni jami 119 700 so'mga pullab, bundan 40 % foyda ko'rdi. Agar savdogar birinchi buyumni sotishdan 30 %, ikkinchi buyumni sotishdan esa 55 % foyda ko'rgan bo'lsa, u har bir buyumni necha so'mdan sotib olgan?

14. 2 ta daftar va 5 ta qalam narxi birgalikda avtoruchka narxidan 60 % ga qimmat. 2 ta avtoruchka narxi esa 4 ta daftar va 2 ta qalam narxidan 25 % ga qimmat. Daftar qalamdan necha foiz qimmat turadi?

15. Tenglamani butun sonlarda yeching:

$$3x^2 + 5xy + 2y^2 = 7.$$

$$\text{Ko'rsatma: } 3x^2 + 5xy + 2y^2 = (3x + 2y)(x + y) = 7.$$

$$16. \begin{cases} 2p_1 - p_2 + 7p_3 = 1826, \\ 3p_1 + 5p_2 + 7p_3 = 2007 \end{cases}$$

sistemani qanoatlantiruvchi barcha (p_1, p_2, p_3) tub sonlar uchliklari topilsin.

$$\square \text{ Berilgan sistemani } \begin{cases} 2p_1 - p_2 - 1826 = -7p_3, \\ 3p_1 + 5p_2 - 2007 = -7p_3 \end{cases}$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Bundan $2p_1 - p_2 - 6$ va $3p_1 + 5p_2 - 5$ sonlardan har birining 7 ga bo'linishi kelib chiqadi (1 820, 2 002 sonlari 7 ga bo'linadi). U holda $2 \cdot (2p_1 - p_2 - 6) - (3p_1 + 5p_2 - 5) = p_1 - 7p_2 - 7$ son ham 7 ga bo'linishi kerak, ya'ni $p_1 = 7$.

Demak,

$$\begin{cases} -p_2 + 7p_3 = 1812, \\ 5p_2 + 7p_3 = 1986 \end{cases} \text{ sistemani hosil qilamiz. Bundan esa}$$

$$\begin{cases} -p_2 + 7p_3 = 1812 \\ 6p_2 = 174, \end{cases} \quad \begin{cases} -p_2 + 7p_3 = 1812 \\ p_2 = 29 \end{cases} \text{ sistemalarga ega bo'lamiz.}$$

Javob: $p_1 = 7, p_2 = 29, p_3 = 263$. ■

17. Agar x, y, z musbat sonlar uchun $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ bo'lsa, u holda

$s = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y}$ ifodaning eng kichik qiymatini toping.

18. (*Qadimgi masala*). Ahmad ota 100 so'mga 100 ta parranda sotib oldi. Agar 1 ta xo'roz 5 so'm, 1 ta tovuq 4 so'm va 4 ta jo'ja 1 so'm bo'lsa, Ahmad ota har biridan nechtadan sotib olgan?

$$19. \text{ Hisoblang: } \frac{100}{99} + \frac{100 \cdot 98}{99 \cdot 97} + \frac{100 \cdot 98 \cdot 96}{99 \cdot 97 \cdot 95} + \dots + \frac{100 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2}{99 \cdot 97 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1}$$

20. So'roq belgisi o'rniga qanday sistema yozilishi mumkin?

$$(b; d) \begin{cases} 4x - y = 5, \\ 2x - 3y = -5; \end{cases} \quad (a; e) \quad ?$$

21. So‘roq belgisi o‘rniga qanday shakl chizish kerak?

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 3y = 18, \\ 4x - 5y = 7; \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{c} \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\ \triangle \end{array} \right) \quad \left| \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 13, \\ 3x - 4y = -6; \end{array} \right. \quad ?$$

22. So‘roq belgisi o‘rniga qanday son yoziladi?

1) $\left\{ \begin{array}{l} 5x + 2y = 3, \\ 7x - 8y = 15; \end{array} \right.$ $2014x^{2013}y^{1001}$ $- 2014$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y = 7, \\ 4x + y = 13; \end{array} \right. \quad 2015xy^{2014} \quad ?$$

2) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 2, \\ 3x - 2y = 8; \end{array} \right.$ 12 8

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 0, \\ 3x + 2y = 19; \end{array} \right.$$
 ? ?

23. So‘roq belgisi o‘rniga qanday ifoda yozilishi mumkin?

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + y = 1, \\ 2x - 3y = 19; \end{array} \right. \quad x^2 + 3x - 10 \quad \left| \quad \left\{ \begin{array}{l} 4x - 5y = -7, \\ 6x + 3y = 21; \end{array} \right. \quad ?$$

24. So‘roq belgisi o‘rniga qanday son yozish kerak?

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 1,5y = -6,5, \\ 0,9x - 1,1y = -2,9; \end{array} \right.$$
 $12x^3y^2$ $- 96$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,3x - 0,5y = 3,1, \\ 7x + 2y = 12; \end{array} \right.$$
 $3x^3y^7$ $?$

25. So'roq belgisi o'rniga qanday shakl chizish kerak?

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ 6x + 8y = 1; \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{y}{8} = 2, \\ x + y = 15. \end{cases} \quad ?$$

26. Rasmga mos tenglamalar sistemasini yozing:



$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$$



$$\begin{cases} x - \frac{y}{6} = 0, \\ 0,5y + 3x = 6. \end{cases}$$



?

27. $xyz = 1$ bo'lsa, $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$ yig'indini hisoblang.

28. Yig'indini hisoblang:

$$S_n = \frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)}.$$

Ko'rsatma: $\frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \right).$

29. Ushbu $2x - 3y + 6 = 0$, $y + 2x - 6 = 0$, $2x + 4y - 15 = 0$ to'g'ri chiziqlarning bitta nuqtada kesishishini isbotlang.

30. Uchta to'g'ri chiziq $y = -\frac{2}{3}x + 2$, $y = 4x + 16$, $y = \frac{6}{5}x + 2$ o'zaro kesishib, uchburchak hosil qiladi. Shu uchburchak uchlarining koordinatalarini toping.

31. Tenglamalar sistemasini natural sonlarda yeching:

1)
$$\begin{cases} 9x^2 - 6y^2 = 291, \\ 3x^2 + 2y^2 = 197; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 48, \\ 3x^2 - y^2 = 23. \end{cases}$$

II bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Tenglamalar sistemasini yeching (1–5):

$$\begin{cases} 2x + y = -2, \\ 3x - 2y = -17. \end{cases}$$

- A) $x = -3, y = 4$; B) $x = 4, y = -3$;
C) $x = -1, y = 0$; D) $x = 0, y = 8,5$.

2.
$$\begin{cases} 17x - 13y = 30, \\ 2x + 3y = -1. \end{cases}$$

- A) $x = -1, y = 1$; B) $x = 1, y = -1$;
C) $x = -2, y = 1$; D) $x = \frac{30}{17}, y = 0$.

3.
$$\begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{x+y}{2} - \frac{5}{2}, \\ 2x + \frac{3y}{2} = 0. \end{cases}$$

- A) $x = 0, y = 5$; B) $x = 0, y = 0$;
C) $x = -3, y = 4$; D) $x = 4, y = -3$.

4.
$$\begin{cases} 3(x-y) - 2(x+y) = 2(x-y), \\ \frac{x-y}{3} - \frac{x+y}{2} = \frac{x}{6} + 1. \end{cases}$$

- A) yechimi yo'q; B) $x = 0, y = -\frac{6}{5}$;
C) $x = 6, y = -18$; D) $x = -18, y = 6$.

5.
$$\begin{cases} x + y - z = 18, \\ x - y = 10, \\ y - z = 6. \end{cases}$$

- A) $x = 6, y = 12, z = 0$; B) $x = 12, y = 2, z = -4$;
C) $x = 10, y = 0, z = -6$; D) $x = y = 9, z = 0$.

6* a ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} 5x - 2y = 7, \\ ax + 3y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasi yechimga

ega bo'lmaydi?

- A) $a = 5$; B) $a = -7,5$; C) $a = 7$; D) $a = -2$.

7. 4 kg olma va 3 kg nok birgalikda 4 500 so'm turadi. 2 kg nok 3 kg olmadan 400 so'm arzon. 1 kg olma 1 kg nokdan necha so'm arzon?

- A) 180 so'm; B) 150 so'm; C) 100 so'm; D) 200 so'm.

8. $\begin{cases} x - 2y = 7 - (x + y), \\ 3x - 4y = 14 - 2 \cdot (0,5x - y) \end{cases}$ sistemani yeching.

- A) $x = 2, y = -1$; B) $x = 0, y = -\frac{7}{3}$;
C) $x = 3,5, y = 0$; D) cheksiz ko'p yechimga ega.

9. Bog' to'g'ri to'rtburchak shaklida. Agar bog'ning eni 10 m ga, bo'yi 5 m ga orttirilsa, bog'ning yuzi 600 m² ga ortadi. Agar bog'ning bo'yi 10 m ga, enini esa 5 m ga kamaytirilsa, bog'ning yuzi 450 m² ga kamayadi. Bog'ning perimetrini toping.

- A) 150 m; B) 200 m; C) 120 m; D) 140 m.

10. Tijoratchida 110 kg mol bor. Agar u 1 kg molni 4 000 so'mdan sotsa, 120 000 so'm zarar ko'radi. Tijoratchi hamma molini sotib 100 000 so'm foyda ko'rdi. U molning 1 kilogrammini necha so'mdan sotgan?

- A) 6 000 so'm; B) 5 000 so'm; C) 7 500 so'm; D) 6 500 so'm.

11. Ikki sonning yig'indisi 3501 ga teng. Agar sonlardan birini 3 ga, ikkinchisini 5 ga ko'paytirib, natijalarni qo'shsak, 12505 hosil bo'ladi. Shu sonlarni toping.

- A) 2002 va 1 499; B) 2500 va 1 001;
C) 2 100 va 1 401; D) 2 000 va 1 501.

12. Bir idishda temperaturasi 40°C va ikkinchi idishda temperaturasi 20°C bo'lgan modda bor. Ularni aralashtirib, temperaturasi 35°C bo'lgan 10 litr modda hosil qilish uchun har bir idishdan qanchadan modda olish kerak?

- A) 8 litr va 2 litr; B) 6,5 litr va 3,5 litr;
C) 7,5 litr va 2,5 litr; D) 9 litr va 1 litr.

13. Bir to'pda ikkinchisiga qaraganda 2,5 marta ko'p daftar bor. Agar 2-to'pdan 1-siga 5 ta daftar olib qo'yilsa, 1-to'pda 2-sidagidan 3 marta ko'p daftar bo'ladi. Har qaysi to'pda dastlab nechtadan daftar bo'lgan?

- A) 60 ta va 40 ta; B) 72 ta va 28 ta;
C) 70 ta va 30 ta; D) 100 ta va 40 ta.

Tarixiy masalalar

1. (*Al-Xorazmiy masalasi*). Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 13x - 6y = 1200, \\ 5x - 10y = 300. \end{cases}$$

Masalalarni tenglamalar sistemasi tuzib yeching (2–3):

2. Bir gala kaptarlar daraxt yoniga uchib kelishdi. Ularning bir qismi daraxt shoxiga, bir qismi daraxt tagiga qo'ndi. Daraxt shoxidagi kaptarlar pastdagi kaptarlarga shunday deyishdi: “Agar sizlardan biringiz bizning yonimizga qo'nsangiz edi, biz sizlardan 3 marta ko'p bo'lardik; agar bizdan bir kaptar sizlarga qo'shilsa edi, bizning to'da sizning to'dangizga tenglashar edi”. Daraxt shoxida va tagida nechtdan kaptar qo'nib turgan edi.

3. Bir kishi ikkinchisiga dedi: “Agar sen menga 3 dinor (pul) bersang, mendagi pul sendagiga qaraganda 2 marta ko'p bo'lar edi”. Ikkinchi kishi unga javoban shunday dedi: “Agar sen menga 2 dinor bersang, mendagi pul senikidan 3 marta ko'p bo'lar edi”. Har birida qanchadan dinor bor?

Tarixiy ma'lumot

Muhammad Muso Xorazmiyning “Al-jabr val-muqobala” asarining “Har xil masalalar haqida” bobidagi masalalarni tenglamalar sistemasi yordamida yechish ham mumkin. Bu sistemaning birinchi tenglamasi ko'p hollarda $x + y = 10$ bo'lib, ikkinchi tenglamasi esa ikkinchi darajali tenglamadir. (“Kvadrat tenglamalar” bobidagi “Tarixiy masalalar”ga qarang). Al-Xorazmiy risolasidagi meros taqsimlashga doir masalalarning ba'zilar chiziqli tenglamaga keladi. Olim bu tenglamalarning natural yechimlarini topadi.

Xorazmiy ijodi haqida Yurtboshimiz Islom Karimov “Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch” asarida shunday yozadi: “Muhammad ibn Muso Xorazmiyning o'nli sanoq sistemasi, algoritmi va algebra tushunchalarini dunyoda birinchi bo'lib, ilm-fan sohasida joriy etgani va shu asosda aniq fanlar rivoji uchun o'z vaqtida mustahkam asos yaratgani umuminsoniy taraqqiyot rivojida qanday katta ahamiyatga ega bo'lganini barchamiz yaxshi bilamiz”.*

*I. Karimov. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. T., “Ma'naviyat”. 2008, 41-bet.

1-§. MUSBAT VA MANFIY SONLAR

Siz 6–7-sinflarda ratsional sonlar va ular ustida amallar bilan tanishgansiz.

Ratsional son deb $\frac{k}{n}$ ko‘rinishidagi songa aytiladi, bunda k – butun son, n – natural son.

Musbat ratsional son $\frac{k}{n}$ ko‘rinishidagi son, bunda k va n – natural sonlar.

Manfiy ratsional son $-\frac{k}{n}$ ko‘rinishidagi son, bunda k va n – natural sonlar.

Chekli o‘nli kasrlar, davriy o‘nli kasrlar ham ratsional sonlardir, ularni $\frac{k}{n}$ ko‘rinishida tasvirlash mumkin.

Misollar:

$$1) 0,3 = \frac{3}{10}; 0,27 = \frac{27}{100}; 1,25 = 1\frac{25}{100} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}; 2) -7,5 = -\frac{75}{10} = -\frac{15}{2};$$

$$3) 0,777\dots = 0,(7) = \frac{7}{9}; 0,212121\dots = 0,(21) = \frac{21}{99} = \frac{7}{33};$$

$$4) 2,1333\dots = 2,1(3) = 2\frac{13-1}{90} = 2\frac{12}{90} = 2\frac{2}{15} = \frac{32}{15}, \text{ ya'ni } 2,1(3) = \frac{32}{15}.$$

$a > 0$ yozuv a sonning noldan kattaligini, ya'ni a son musbat ekanini anglatadi. $b < 0$ yozuv esa b sonning noldan kichikligini, ya'ni b manfiy son ekanini anglatadi. “ $>$ ” va “ $<$ ” **tengsizlik ishoralari qarama-qarshi ishoralar** deyiladi. $1 > 0$ va $3 > 0$; $-3 < 0$ va $-7 < 0$ – bir xil ishorali; $5 > 0$ va $-6 < 0$ esa qarama-qarshi ishorali tengsizliklardir. Sonlarning muhim xossalari jadval ko‘rinishida keltiramiz.

Harflar yordamida ifodalanishi	So'zlar yordamida ifodalanishi
1. Agar $a > 0$ va $b > 0$ bo'lsa, u holda $a + b > 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$ bo'ladi.	Ikkita musbat sonning yig'indisi, ko'paytmasi va bo'linmasi musbat sonlar bo'ladi.
2. Agar $a < 0$ va $b < 0$ bo'lsa, u holda $a + b < 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$ bo'ladi.	Manfiy sonlarning yig'indisi manfiy son, ikkita manfiy sonning ko'paytmasi va bo'linmasi esa musbat sonlar bo'ladi.
3. Agar $a > 0$ va $b < 0$ bo'lsa, u holda $ab < 0$, $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{b}{a} < 0$ bo'ladi.	Musbat son bilan manfiy sonning ko'paytmasi va bo'linmasi manfiy sonlar bo'ladi.
4. Agar $ab > 0$ bo'lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b > 0$, yoki $a < 0$ va $b < 0$ bo'ladi. Agar $\frac{a}{b} > 0$ bo'lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b > 0$, yoki $a < 0$ va $b < 0$ bo'ladi.	Agar ikkita sonning ko'paytmasi yoki bo'linmasi musbat bo'lsa, u holda bu sonlar bir xil ishoraga ega bo'ladi (ya'ni ikkala son musbat yoki ikkalasi manfiy bo'ladi).
5. Agar $ab < 0$ bo'lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b < 0$, yoki $a < 0$ va $b > 0$ bo'ladi. Agar $\frac{a}{b} < 0$ bo'lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b < 0$, yoki $a < 0$ va $b > 0$ bo'ladi.	Agar ikkita sonning ko'paytmasi yoki bo'linmasi manfiy bo'lsa, u holda bu sonlar har xil ishoraga ega bo'ladi (ya'ni ulardan biri musbat, ikkinchisi esa manfiy bo'ladi).
6. Agar $ab = 0$ bo'lsa, u holda yoki $a = 0$ va $b \neq 0$, yoki $a \neq 0$ va $b = 0$, yoki $a = 0$ va $b = 0$ bo'ladi.	Agar ikkita sonning ko'paytmasi nolga teng bo'lsa, u holda shu sonlardan aqalli bittasi nol bo'ladi.
7. Agar $\frac{a}{b} = 0$ bo'lsa, u holda $a = 0$ va $b \neq 0$ bo'ladi.	Agar kasr nolga teng bo'lsa, u holda uning surati nol bo'ladi, maxraji esa nolga teng bo'lmaydi.

1-masala. $a > 0$, $b < 0$ bo'lsa, $a^2 \cdot b + b^3 < 0$ ekanini isbotlang.

□ $a > 0$ bo'lgani uchun $a^2 = a \cdot a > 0$ ekani ravshan. $a^2 > 0$ va $b < 0$ bo'lgani uchun, 3-xossaga ko'ra $a^2 \cdot b < 0$ bo'ladi. $b^3 = b^2 \cdot b$, ammo ikkita manfiy sonning ko'paytmasi musbat son, musbat sonning manfiy songa ko'paytmasi esa manfiy son (3-xossa), demak, $b^3 < 0$. Ikkita manfiy sonning yig'indisi 2-xossaga muvofiq manfiy sonidir. Shunday qilib, $a^2 b + b^3 < 0$. ■

2-masala. Tenglamani yeching: $(4x - 1)(2x + 5) = 0$.

□ 6-xossaga muvofiq, ko'paytuvchilardan hech bo'lmaganda (aqalli) bittasi nolga teng bo'lsa, u holda ko'paytma nolga teng bo'ladi. Demak, $4x - 1 = 0$ yoki

$2x + 5 = 0$ bo'lishi kerak. $4x - 1 = 0$ tenglamani yechib, $x = \frac{1}{4}$ ekanini topamiz.

$2x + 5 = 0$ tenglamadan esa $x = -\frac{5}{2}$.

Javob: $x = \frac{1}{4}$, $x = -\frac{5}{2}$. ■

3-masala. Tenglamani yeching: $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 0$.

□ 7-xossaga ko'ra, $x^2 - 9 = 0$ va $x - 3 \neq 0$ bo'lishi kerak, shunda berilgan kasr nolga teng bo'ladi.

$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$ tenglamadan $x_1 = 3$, $x_2 = -3$. $x = -3$ bo'lsa, maxraj $x - 3 \neq 0$, ammo $x = 3$ bo'lganida, maxraj $x - 3$ nolga aylanadi, ya'ni $x = 3$ berilgan tenglamani ildizi bo'la olmaydi.

Javob: $x = -3$. ■



1. 1) Musbat, manfiy son ta'riflarini ayting. Misollar keltiring.
2) Ratsional son deganda nimani tushunasiz? Javobingizni misollarda izohlang.
3) -2 ; $-1,5$; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; $3,5$ sonlarini son o'qida tasvirlang. Bu sonlarning eng kattasi qaysi? Eng kichigi-chi? Nima uchun?

2. 1) Bir xil ishorali; 2) har xil ishorali tengsizliklarga 5 tadan misol keltiring.

3. Agar: 1) $a + b > 0$; 2) $a + b < 0$; 3) $a - b > 0$; 4) $a - b < 0$ bo'lsa, a va b sonlarning ishoralari haqida nima deyish mumkin? Misollarda tushuntiring.

4. Agar: 1) $ab > 0$; 2) $ab < 0$; 3) $\frac{a}{b} > 0$; 4) $\frac{a}{b} < 0$; 5) $\frac{b}{a} > 0$; 6) $\frac{b}{a} < 0$

bo'lsa, a va b sonlarning ishoralari haqida nima deyish mumkin? Misollarda tushuntiring.

5. Agar: 1) $ab = 0$; 2) $\frac{a}{b} = 0$; 3) $\frac{b}{a} = 0$ bo'lsa, a va b sonlar haqida nima

deyish mumkin? Misollarda tushuntiring.

6.* Agar $a < 0$ bo'lsa, u holda $a^{2n} > 0$, $a^{2n+1} < 0$ bo'lishini isbotlang, bunda n - natural son.

7. Ifodaning son qiymatini toping: 1) $a^5 b^4 c^3$, bunda $a = -1$, $b = 2$, $c = -2$;
2) $a^3 b^5 c^9$, bunda $a = -2$, $b = 1$, $c = -1$.

8. a ning istalgan qiymatida ifodaning qiymati musbat bo'lishini isbotlang:

1) $(4 + 3a)^2 - 15a(a + 16)$; 2) $(7a - 4)^2 - 16a(3a - 1,75)$.

9. a ning istalgan qiymatida ifodaning qiymati manfiy bo'lishini ko'rsating:

1) $(-2,7)^{2009} - 2010a^2$; 3) $8a(3a - 2,5) - (5a - 2)^2$;

2) $(-7,2009)^3 - (4 - 3a)^8$; 4) $9a(3a + 4) - (6a + 3)^2$.

10.* Agar $a < 0$, $b > 0$ bo'lsa, ifodaning ishorasini (musbat yoki manfiy ekanini) aniqlang:

1) $a^{2n+1} \cdot b^{2n}$, n – natural son; 2) $(8a - 3b)(6b - 5a)$; 3) $\frac{9b - 8a}{12a - 7b}$.

11. Tenglamaning katta va kichik ildizlari a) yig'indisini; b) ayirmasini; d) ko'paytmasini; e) nisbatini toping:

1) $(3 + x)(x + 5) = 0$; 2) $(x^2 - 1)(x^2 - 9) = 0$;

3) $(x + 1)(x + 4) = 0$; 4) $(x + 3)(x^2 - 16) = 0$.

12. Tenglamani yeching:

1) $\frac{x^2 - 25}{x - 5} = 0$; 2) $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$; 3) $\frac{x(x + 1)}{x^2 + 2} = 0$; 4) $\frac{x(x^2 - 4)}{x^2 + 4} = 0$.

13. $a > 0$, $b < 0$ bo'lsin. Isbotlang:

1) $3a - 2b > 0$; 2) $a^3b^5 + 7b < 0$; 3) $4b - 5a < 0$; 4) $ab(a^2 + b^2) < 0$.

14. Ifodaning qiymati musbat yoki manfiymi ekanini hisoblashni bajarmasdan aniqlang:

1) $(-2,8)^4 \cdot (-1)^{2015}$; 2) $(-1,1)^3 \cdot (-1)^{2014} \cdot (-2)^{2013}$; 3) $(-10)^3 \cdot (-5)^7 \cdot (-1)^{16}$; 4) $(-15)^{71} \cdot (-3)^8 \cdot (-2)^{12}$; 5) $(-1)^{1001} \cdot (-1)^3$.

2-§. SONLI TENGSIZLIKLAR VA ULARNING ASOSIY XOSSALARI

1. Sonli tengsizliklar

Sonlarni taqqoslash amaliyotda keng qo'llaniladi. Masalan, fermer bu yilgi hosilni o'tgan yildagi hosil bilan taqqoslaydi; shifokor bemor qon bosimini sog'lom odamning qon bosimi bilan taqqoslaydi; sinf rahbari II chorakda fanlar bo'yicha o'zlashtirish sifatini I chorakdagi natija bilan taqqoslaydi. Bunga o'xshash misollarni yana ko'plab keltirish mumkin. Ularning hammasida sonlar o'zaro taqqoslanadi. Sonlarni taqqoslash natijasida sonli tengsizliklar hosil bo'ladi.

Agar $a - b$ ayirma musbat bo'lsa, a son b sondan katta bo'ladi. Agar $a - b$ ayirma manfiy bo'lsa, a son b sondan kichik bo'ladi.

Agar a son b sondan katta bo'lsa, bu $a > b$ kabi yoziladi. Agar a son b sondan kichik bo'lsa, buni $a < b$ kabi yozamiz.

Demak, $a > b$ tengsizlik $a - b$ ayirma musbat, ya'ni $a - b > 0$ ekanini anglatadi. Shuningdek, $a < b$ tengsizlik $a - b$ ayirma manfiy, ya'ni $a - b < 0$ ekanini bildiradi.

Ixtiyoriy ikkita a va b sonlar uchun quyidagi uchta munosabatdan faqat bittasi o'rinli bo'ladi:

$$a > b, a = b, a < b.$$

a va b sonlarni taqqoslash deganda ular orasiga $>$, $=$, $<$ ishoralardan qaysinisi qo'yilsa, to'g'ri munosabat hosil bo'lishini aniqlash tushuniladi.

Masalan, -6 va -9 sonlari orasiga $>$ belgisi qo'yilsa, to'g'ri munosabat hosil bo'ladi: $-6 > -9$. Lekin $-6 = -9$, $-6 < -9$ munosabatlar to'g'ri emas.

1-masala. $0,63$ va $\frac{5}{8}$ sonlarini taqqoslang.

□ Bu sonlar ayirmasini hisoblaymiz:

$$0,63 - \frac{5}{8} = 0,63 - 0,625 = 0,005 > 0, \text{ demak, } 0,63 > \frac{5}{8}.$$

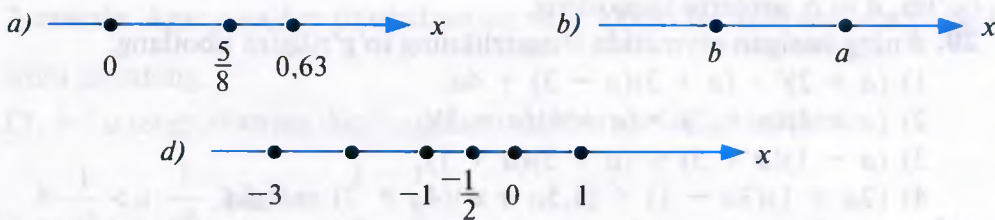
Bu tengsizlik son o'qida $0,63$ soni $\frac{5}{8}$ sonidan o'ngda yotishini anglatadi. Umu-

man, $a > b$ tengsizlik son o'qida a nuqta b nuqtadan o'ngda yotishini bildiradi. ($1-a$ va b rasmlar) ■

-3 nuqta son o'qida -1 nuqtadan chapda yotadi, chunki $-3 < -1$. Shuningdek,

$-\frac{1}{2} < 0$, chunki $-\frac{1}{2}$ sonni 0 sonidan chapda yotadi. $0 < 1$, chunki 1 soni 0 sonidan

o'ngda yotadi. ($1-d$ rasm)



1-rasm

2-masala. Agar $a > b$ bo'lsa, u holda $b < a$ bo'lishini isbotlang.

□ $a > b$ tengsizlik $a - b$ ayirma musbat son ekanini anglatadi. Shu bilan birga, $b - a = -(a - b)$ — manfiy sondir, ya'ni $b - a < 0$, bundan $b < a$ ekanligi ma'lum bo'ladi. ■

3-masala. Agar $a \neq b$ bo'lsa, u holda $a^2 + b^2 > 2ab$ bo'lishini isbotlang.
 $\square a^2 + b^2 - 2ab$ ayirma musbat ekanini isbotlash kifoya. Chindan ham $a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. Shartga ko'ra, $a \neq b$ bo'lgani uchun $(a - b)^2 > 0$. ■



15. 1) $a > b$ tengsizlik geometrik nuqtayi nazardan nimani bildiradi? Bu tengsizlikda a va b sonlarning ishoralari qanday bo'lishi mumkin? Barcha hollarni qarang.

16* Agar a, b, c — musbat sonlar va $a > b$ bo'lsa, u holda

$$\frac{a+c}{b+c} < \frac{a}{b}; \quad \frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$$

bo'lishini isbotlang. Xulosa chiqaring.

17. Agar k, n, m natural sonlar va $n > m$ bo'lsa, u holda

$$1) \frac{m}{n} < \frac{m+k}{n+k}; \quad 2) \frac{n}{m} > \frac{n+k}{m+k}$$

bo'lishini isbotlang. Xulosa chiqaring.

18. Sonlarni taqqoslang:

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) -5 va 0 ; | 2) 0 va -1 ; | 3) 1 va -1 ; |
| 4) $\frac{1}{6}$ va $0,166$; | 5) $-\frac{5}{7}$ va $-0,714$; | 6) $-\frac{2}{3}$ va $-0,(6)$; |
| 7) π va $3,14$; | 8) 2π va $6,29$; | 9) $-\pi$ va $-3,15$. |

19. Agar: 1) $b - a = -2,71$; | 2) $b - a = 0,001$; | 3) $a - b = -2^3$;

4) $a - b = -1\frac{1}{7}$; | 5) $b - a = (-0,5)^2$; | 6) $b - a = (-1,8)^3$

bo'lsa, a va b sonlarni taqqoslang.

20. a ning istalgan qiymatida tengsizlikning to'g'riligini isbotlang:

- 1) $(a + 2)^2 > (a + 3)(a - 3) + 4a$;
- 2) $(a + 4)(a + 5) > (a + 6)(a + 3)$;
- 3) $(a - 1)(a + 5) < (a + 3)(a + 1)$;
- 4) $(2a + 1)(3a - 1) < (1,5a + 1)(4a + 3) - 7,5a$.

21* $a - b$ ayirma: 1) $a + b$ yig'indidan katta; 2) $a + b$ yig'indidan kichik; 3) $a + b$ yig'indiga teng; 4) a dan katta; 5) b dan katta; 6) b ga teng bo'lishi mumkinmi? Misollar keltiring.

22* a ning istalgan qiymatida quyidagi tengsizlik to'g'ri ekanini isbotlang:

- 1) $8a^3 - 3 < (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$;
- 2) $27a^3 < (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$;

$$3) (a - 2)(a - 3) > (a + 1)(a - 6);$$

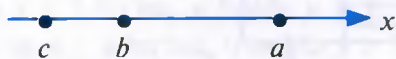
$$4) (2a + 5)(3a + 1) > (a + 1)(15a + 2).$$

2. Sonli tengsizliklarning asosiy xossalari

Tengsizliklarning quyida keltirilgan *asosiy xossalaridan* ularning boshqa xossalari isbotlashda, turli masalalarni hal qilishda foydalaniladi.

1-xossa. Agar $a > b$ va $b > c$ bo'lsa, u holda $a > c$ bo'ladi. Chindan ham, $a - c = (a - b) + (b - c)$, ammo $a - b > 0$, $b - c > 0$. Ikkita musbat son yig'indisi musbat sonidir. Demak, $a - c > 0$, ya'ni $a > c$.

Son o'qida bu xossa (1-§ dagi jadval, 1-xossa)ni yaqqolroq tasvirlash mumkin. Son o'qida a nuqta b dan o'ngda, b nuqtaning o'zi esa son o'qida c dan o'ngda yotsa, u holda a nuqta c nuqtadan o'ngda yotadi (2-rasm).



2-rasm.

2-xossa. Agar tengsizlikning ikkala qismiga ayni bir son qo'shilsa, u holda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi.

2-xossadan shunday natija kelib chiqadi.

Natija. Istalgan qo'shiluvchini tengsizlikning bir qismidan ikkinchi qismiga shu qo'shiluvchining ishorasini qarama-qarshisiga almashtirib o'tkazish mumkin.

3-xossa. 1) Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir musbat songa ko'paytirilsa (bo'linsa), u holda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi.

2) Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir manfiy songa ko'paytirilsa (bo'linsa), u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.

1-masala. Agar $a > b$ bo'lsa, u holda $-a < -b$ bo'lishini isbotlang.

□ $a > b$ tengsizlikning har ikki qismini manfiy son (-1) ga ko'paytirib, $-a < -b$ ni hosil qilamiz. ■

2-masala. Agar a va b — musbat sonlar va $a > b$ bo'lsa, u holda $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ bo'lishini isbotlang.

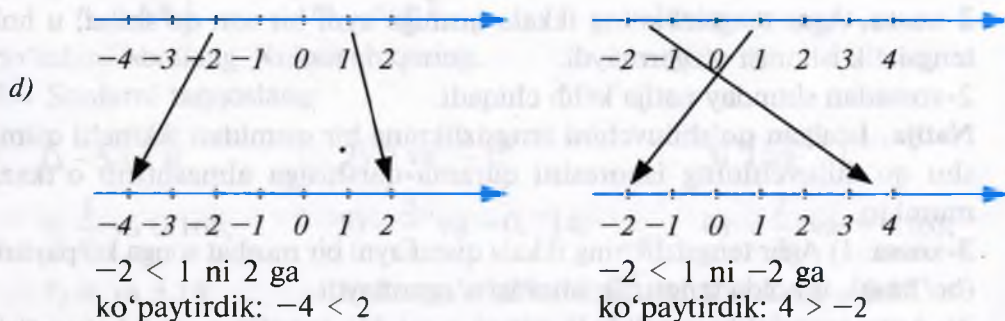
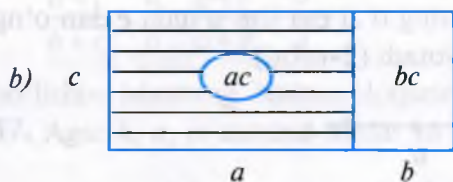
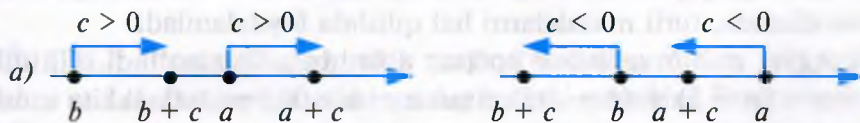
□ $b < a$ tengsizlikning ikkala qismini musbat son ab ga bo'lamiz:

$$b \cdot \frac{1}{ab} < a \cdot \frac{1}{ab}, \text{ bundan } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}. \blacksquare$$

Demak, sonlar orasida “>” belgi bo'lsa, ularning teskarilari orasida “<” belgi bo'ladi. Masalan, $15 > 11$, bundan $\frac{1}{15} < \frac{1}{11}$; $a < b$ bo'lsa, u holda $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ bo'ladi.



23. 1. 3-rasmda sonli tengsizlikning qanday xossalari ifodalanganini ayting:



3-rasm

2) Tengsizlikning asosiy xossalari misollarda tushuntiring.

24. $a < b$ bo'lsin. Sonlarni taqqoslang:

1) $-4,3a$ va $-4,3b$; 2) $-0,19a$ va $-0,19b$; 3) $\frac{a}{4}$ va $\frac{b}{4}$;

4) $-2(a+4)$ va $-2(b+4)$; 5) $\frac{2}{3}(a-5,2)$ va $\frac{2}{3}(b-5,2)$.

25. Isbotlang:

1) agar $5a - 2b > 2a + b$ bo'lsa, u holda $a > b$;

2) agar $4a - 2b < 2a + b$ bo'lsa, u holda $a < b$.

26. Isbotlang:

1) agar $(x - 1)(x + 2) > (x + 1)(x - 2)$ bo'lsa, u holda $x > 0$;

2) agar $(x + 1)(x - 8) > (x + 2)(x - 4)$ bo'lsa, u holda $x < 0$.

27* Isbotlang:

1) agar $y > 0$ va $y \neq \frac{1}{2}$ bo'lsa, $4y + \frac{1}{y} > 4$;

2) agar $x < 0$ va $x \neq -\frac{1}{3}$ bo'lsa, $9x + \frac{1}{x} < -6$.

28* Agar:

1) $a > b$ bo'lsa, u holda $\frac{a}{b} < 1$;

2) $\frac{a}{b} > 1$ bo'lsa, u holda $a > b$ to'g'rimi? Misollarda tushuntiring.

29. Isbotlang:

1) agar $x + y > 5$ va $x < 2$ bo'lsa, u holda $y > 3$;

2) agar $x - y < -3$ va $x > 4$ bo'lsa, u holda $y > 7$;

3) agar $a - 3b < 5$ va $a > -4$ bo'lsa, u holda $b > -3$;

4) agar $2a + 3b > 1$ va $a < 2$ bo'lsa, u holda $b > -1$.

30. $a > b$ va a, b manfiy sonlar bo'lsin. Isbotlang:

1) agar n - toq natural son bo'lsa, u holda $a^n > b^n$;

2) agar n - juft natural son bo'lsa, u holda $a^n < b^n$.

31* Isbotlang:

1) agar $a - b \geq 4a + 5b$ bo'lsa, u holda $a \leq -2b$;

2) agar $a - 2b \geq 5a + 4b$ bo'lsa, u holda $2a \leq -3b$.

32. x ning barcha qiymatlarida tengsizlik to'g'ri ekanini isbotlang:

1) $(x - 1)(x + 3) \leq (x + 1)^2$; 2) $(x + 2)^2 \geq (x + 1)(x + 3)$.

33. Isbotlang:

1) x ning istalgan qiymatida $4x^2 + 1 \geq 4x$; 2) $a > 0$ bo'lganida, $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

34* Uchburchakning bir tomoni 8 sm ga, ikkinchi tomoni esa 13 sm ga teng.

1) Uchinchi tomonining uzunligi qanday eng kichik natural sondan iborat bo'lgan santimetrlarda ifodalanishi mumkin?

2) Uchinchi tomonining uzunligi qanday eng katta natural sondan iborat bo'lgan santimetrlarda ifodalanishi mumkin?

35. Toq sonning o'zidan keyin keluvchi uchta toq son bilan yig'indisi 49 dan katta. Shu shartni qanoatlantiruvchi eng kichik toq sonni toping.

36. Juft sonning o'zidan keyin keluvchi juft sonning uchlangani bilan yig'indisi 69 dan kichik. Shu shartni qanoatlantiruvchi eng katta juft sonni toping.

37* Musobaqada velosipedchilar 155 km yo'l bosishi kerak. Velosipedchilar bir-biridan 5 minutga farq qilib navbat bilan start oldilar va ularning har biri o'zgaras tezlik bilan harakatlanmoqda. Birinchi velosipedchi 30 km/soat tezlik bilan harakatlanmoqda. Uchinchi velosipedchi marraga birinchisiga

qaraganda tezroq yetib kelishi uchun u qanday tezlik bilan harakatlanishi kerak?

3-§. TENGSIZLIKLARNI QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH

Tengsizliklarni qo'shish va ko'paytirishga olib keluvchi misollar keltiraylik.

1-masala. 1-qopda a kg guruch bor, bu qopdagi guruchning 60 kg dan ko'proqligini bilamiz, ya'ni $a > 60$. 2-qopda esa b kg guruch bor, bu qopdagi guruchning 70 kg dan ortiqligi aniq, ya'ni $b > 70$. Ikkala qopda $(a + b)$ kg guruch bor va ikkala qopdagi guruch, ravshanki, $60 + 70 = 130$ (kg) dan ortiq bo'ladi, ya'ni $a + b > 130$.

2-masala. To'g'ri to'rtburchakning bo'yi x sm, eni esa y sm. Biz $x < 25$, $y < 12$ ekanini bilamiz. U holda to'g'ri to'rtburchakning yuzi xy (sm²) va u $25 \cdot 12 = 300$ (sm²) dan kichik bo'ladi, ya'ni $xy < 300$. Bu va shunga o'xshash masalalardan ushbu teoremlarga kela olamiz:

1-teorema. Agar $a > b$ va $c > d$ bo'lsa u holda $a + c > b + d$ bo'ladi, ya'ni bir xil ishorali tengsizliklarni qo'shishda xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo'ladi:

Ravshanki, agar $a < b$ va $c < d$ bo'lsa, u holda $a + c < b + d$ bo'ladi.

Masalan:

$$\begin{array}{r} 1,8 < 3,2 \\ + \quad -2 < -1,1 \\ \hline -0,2 < 2,1 \end{array}$$

2-teorema. Agar $a > b$, $c > d$ va a, b, c, d — musbat sonlar bo'lsa, u holda $ac > bd$ bo'ladi, ya'ni: chap va o'ng qismlari musbat bo'lgan bir xil ishorali tengsizliklarni ko'paytirish natijasida ayni shu ishorali tengsizlik hosil bo'ladi.

Masalan,

$$\begin{array}{r} 4,5 > 2,4 \\ \times \quad 4 > 3 \\ \hline 18 > 7,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3,2 < 2,8 \\ \times \quad 5 < 6 \\ \hline 16 < 16,8 \end{array}$$



38. 1) Tengsizliklarni hadlab qo'shish (ko'paytirish) deganda nimani tushunasiz? Misollarda tushuntiring.

2) Tengsizliklarni qo'shish, ko'paytirish geometrik nuqtayi nazardan nimani bildiradi? Misollar keltiring.

39*. 1) Uchburchak ichida yotuvchi istalgan nuqtadan uning uchlarigacha bo'lgan masofalar yig'indisi shu uchburchakning yarim perimetridan katta ekanini isbotlang.

2) Qavariq ko'pburchak ichida yotuvchi ixtiyoriy nuqtadan uning uchlarigacha bo'lgan masofalar yig'indisi shu ko'pburchak yarim perimetridan katta ekanini isbotlang.

40. 1) To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni a sm dan uzun, ikkinchi tomoni birinchisidan k marta uzun. To'g'ri to'rtburchakning perimetri $2a(k+1)$ sm dan uzun bo'lishini isbotlang.

2) Uchburchakning tomonlari a sm, b sm, c sm dan kam. Uning perimetri $(a+b+c)$ santimetrdan kam ekanini ko'rsating.

41. Tengsizliklarni qo'shing:

1) $2,5 + 3\frac{1}{7} > 1,8 + 2\frac{3}{7}$ va $2,7 - 1\frac{2}{7} > 1$;

2) $-2,8 + 1,5 < 2 + 7,4$ va $-1,8 + 1,1 < 1 + 9,6$.

42. Agar $a > 3$ va $b > 4$ bo'lsa, quyidagilarni isbotlang:

1) $a^2 + b^2 > 25$;

2) $a^3 + b^3 > 91$;

3) $(a+b)^2 > 49$;

4) $(a+b)^3 > 243$;

5) $7a + 3b^2 - 10 > 59$;

6) $a^3b - 8 > 100$.

43.* $a > b > 0$ bo'lsin. Isbotlang:

1) $a^3 > b^3$; 2) $a^3 > ab^2$; 3) $a^4 > a^2b^2$; 4) $a^2b^2 > b^4$.

44.* Agar $x > -3$ va $y > 1$ bo'lsa, isbotlang:

1) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{7}y > -\frac{5}{7}$; 2) $\frac{2}{7}x + \frac{1}{3}y > -1$; 3) $2,7x + 1,1y > -7$.

45. Avtobus 8 marta qatnashda 185 nafardan ko'p yo'lovchi, 15 marta qatnashda esa 370 nafardan kam yo'lovchi tashidi. Agar avtobus har safar unda nechta o'rin bo'lsa, ayni shunchadan yo'lovchini tashigan bo'lsa, avtobusda nechta o'rin bor?

46. Isbotlang:

1) faqat va faqat $a > b$ bo'lganidagina $2b - a < 3a - 2b$ bo'ladi;

2) faqat va faqat $a < b$ bo'lganidagina $a + 2b > 4a - b$ bo'ladi.

47. Tengsizliklarni qo'shing:

1) $a - 2b > 3$ va $2a + b > 4$; 2) $2a^2 + 3b > 5a - 1$ va $5b - 2a^2 > 3 - a$;

3) $3a + b < 2a + 3b$ va $2b - 3a < 5 - 3b$; 4) $6 < 3a + b$ va $4 < 2a - b$.

48. Tengsizliklarni ko'paytiring:

1) $3 > 2a + 1$ va $2 > 1$;

2) $2a + 3b > 4$ va $2a - 3b > 1$;

3) $1,8 < 2,4$ va $4 < 5$.

49. k ta ruchka va n ta daftar xarid qilindi. Ruchkaning narxi a so'mdan kam, daftarning narxi esa b so'mdan kam. Jami xarid $ak + bn$ so'mdan kamligini ko'rsating. a, b, k, n harflar o'rniga sonlar qo'yishingiz mumkin.

50. To'g'ri to'rtburchakning eni a sm dan uzun, bo'yi esa enidan k marta uzun. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi $a^2 \cdot k$ sm² dan ortiq ekanini ko'rsating. a va k o'rniga sonlar qo'yishingiz mumkin.

4-§. QAT'IY VA NOQAT'IY TENGSIZLIKLAR

$>$ (katta) va $<$ (kichik) ishorali tengsizliklar *qat'iy tengsizliklar* deyiladi.

Masalan: $\frac{2}{3} > \frac{1}{4}$; $0,75 < 0,9$; $a > b$; $c < d$ – qat'iy tengsizliklardir. Qat'iy teng-

sizliklarning $>$ va $<$ ishoralari bilan bir qatorda \geq (katta yoki teng) va \leq (kichik yoki teng) ishorali tengsizliklardan ham foydalaniladi. Ular noqat'iy tengsizliklardir.

$a \leq b$ tengsizlik $a < b$ yoki $a = b$ ekanini, ya'ni a son b dan katta emasligini bildiradi. Teatrdagi joylar soni 700 ta bo'lsa, u holda tomoshabinlar soni n 700 dan kam yoki 700 ga teng bo'lishi mumkin. Bu esa $n \leq 700$ kabi yoziladi.

$a \geq b$ tengsizlik a son b dan katta yoki unga teng ekanini, ya'ni a son b dan kichik emasligini bildiradi. Agar b – ishchining bir ish kunida reja bo'yicha tayyorlashi lozim bo'lgan mahsulot soni bo'lsa, ishchi shu b songa teng yoki undan ortiq (rejadan ortiq) mahsulot tayyorlashi mumkin.

\geq ishorasi yoki \leq ishorasi qatnashgan tengsizliklar *noqat'iy tengsizliklar* deyiladi.

$15 \leq 17$; $5 \geq 5$; $-3 \geq -3$; $a \leq b$; $c \geq d$ – noqat'iy tengsizliklardir.

Qat'iy tengsizliklarning avvalgi paragrafda keltirilgan xossalari noqat'iy tengsizliklar uchun ham o'rinlidir. Noqat'iy tengsizliklar uchun \geq va \leq ishoralar qarama-qarshi ishoralar sanaladi.

Masalan, 2-§ dagi 3-xossa shunday ifodalanishi mumkin:

3-xossa. Agar $a \geq b$ tengsizlikning ikkala qismi ayni bir musbat son c ga ko'paytirilsa (bo'linsa), u holda tengsizlik ishorasi o'zgar olmaydi.

Agar $a \geq b$ tengsizlikning ikkala qismi ayni bir manfiy son $c < 0$ ga ko'paytirilsa (bo'linsa), u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.

Masala. $\frac{n^2}{1+n^4} \leq \frac{1}{2}$ bo'lishini isbotlang, bunda n – natural son.

□ Tengsizlikning ikkala qismini musbat son $2(1+n^4)$ ga ko'paytiramiz, bunda tengsizlik ishorasi o'zgar olmaydi. U holda $2n^2 \leq 1+n^4$, bundan $1+n^4-2n^2 \geq 0$, ya'ni: $(n^2-1)^2 \geq 0$. Bu tengsizlik ixtiyoriy natural n da to'g'ri. $n=1$ bo'lganda esa tenglik belgisi o'rinli bo'ladi. ■



51. 1) Qat'iy tengsizliklar deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

2) Noqat'iy tengsizliklar nima? Misollarda tushuntiring.

3) 2-§ ning 1- va 2-xossalarni noqat'iy tengsizliklar uchun isbotlang.

52. Ixtiyoriy a va b sonlar uchun isbotlang:

1) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; 2) $a^4 + b^4 + 6a^2b^2 \geq 4ab(a^2 + b^2)$.

53. a, b, c, d ixtiyoriy sonlar bo'lsa, $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 4abcd$ bo'lishini isbotlang.

54. Hajmi 8 l bo'lgan eritmada 60 % kislota bor edi. Unga kislotasi 20 % bo'lgan eritmadan quya boshlandi. Aralashmadagi kislota 40 % dan ko'p bo'lmasligi, lekin 30 % dan kam bo'lmasligi uchun ikkinchi eritmadan birinchisiga qancha quyish mumkin?

55.* Kraxmal hosil qilish uchun guruch bilan arpa olinadi, bunda arpa guruchdan 4 marta ko'p bo'lishi kerak. Guruch tarkibida 75 %, arpada 60 % kraxmal bo'lsa, 63 kg dan ortiq, lekin 126 kg dan ortiq bo'lmagan kraxmal hosil qilish uchun necha kilogramm guruch va necha kilogramm arpa olish kerak?

56. Isbotlang:

1) istalgan x da $9x^2 + 1 \geq 6x$;

2) $x > 0$ bo'lganda $x + \frac{1}{16x} \geq \frac{1}{2}$.

57.* Daryo oqimining tezligi soatiga a kilometr. Kater bekatlar orasidagi masofani daryo oqimi bo'yicha pastga, daryo oqimiga qarshi yuqoriga bosib o'tganiga qaraganda eng kamida 3 marta tezroq bosib o'tishi uchun suvga nisbatan qanday o'zgarmas tezlik bilan harakat qilishi kerak?

58.* Hajmi 5 l bo'lgan 30 % kislotali eritmaga 70 % kislotali eritma quya boshlandi. Aralashma 60 % dan kam bo'lmagan kislotaga ega bo'lishi uchun ikkinchi eritmadan birinchisiga qancha quyish kerak?

59. n sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun qiymatini toping:

1) $n \leq -14$; 2) $n \leq \pi$; 3) $n < 10\pi$; 4) $n \leq -0,8$;
5) $n \leq 1\frac{1}{3}$; 6) $n < -4$; 7) $n < 2,7$; 8) $n \leq -5,2$.

60. n sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng kichik butun qiymatini toping:

1) $n \geq 6,1$; 2) $n \geq -7$; 3) $n \geq 3,8$; 4) $n \geq \pi$;
5) $n > 3\frac{1}{7}$; 6) $n \geq 4,01$; 7) $n \geq -2,71$; 8) $n \geq 2\pi$.

61. x sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun qiymatini toping:

$$1) \frac{x-1}{3} \leq 2; \quad 2) \frac{x+2}{5} \leq -1; \quad 3) \frac{x-2\pi}{3} < \frac{3}{5}; \quad 4) \frac{x+\pi}{2} < 1.$$

62. Tengsizlik belgilaridan foydalanib, jumlar mazmuniga mos tengsizlik yozing:

1) Toshkent shahrida havo temperaturasi t °C iyul oyida 30°dan kam emas;
2) Kuchli yomg'irdan so'ng daryoda suv sathi 15 sm dan kam bo'lmagan (h sm) balandlikka ko'tarildi.

3) Otabekning imtihonlardan olgan reytingi R 182 balldan kam emas, 195 balldan yuqori emas.

MASALALAR YECHISH

63. Qavariq to'rtburchakning perimetri uning diagonallari yig'indisidan katta ekanini isbotlang.

Ko'rsatma: Uchburchak tengsizligidan foydalaning.

64. Jummalarni tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) a va b sonlar yig'indisining kvadrati ular kvadratlarning yig'indisidan katta.

2) Eng kattasi n bo'lgan ketma-ket uchta natural sonlar ko'paytmasi ularning kvadratlari yig'indisidan kichik.

3) Eng kichigi k bo'lgan ketma-ket to'rtta natural sonlar ko'paytmasi ularning uchlangan yig'indisidan katta.

4) c va d sonlar kublarining ayirmasi shu sonlar kvadratlari yig'indisining yarmidan katta.

65.* Ifodalarni taqqoslang. Natijani tengsizlik ko'rinishida yozing:

$$1) (a-1)(a+2) \text{ va } (a-3)(a+4); \quad 3) (a-2)^2 \text{ va } 4(1-a);$$

$$2) (b+2)(b+4) \text{ va } (b+3)^2; \quad 4) a^2+16 \text{ va } 9a.$$

66. Agar:

$$1) a < b \text{ bo'lsa, } a < \frac{a+b}{2} < b \text{ ekanini;}$$

$$2) a < b < c \text{ bo'lsa, } a < \frac{a+b+c}{3} < c \text{ ekanini isbotlang.}$$

67. Agar: 1) $ab > 0$; 2) $a^2b > 0$; 3) $a^2b < 0$; 4) $ab < 0$ bo'lsa, a va b sonlar musbat yoki manfiy ekanini aniqlang. Javobingizni asoslang.

68. Agar: 1) $a < 1$; 2) $a > 4$; 3) $1 < a < 4$; 4) $a > 5$ bo'lsa, $(a - 1)(a - 4)$ ifodaning ishorasini aniqlang.

69. 1) $a < b$ bo'lsa, $\frac{a}{b} < 1$; 2) $\frac{a}{b} > 1$ bo'lsa, $a > b$; 3) $\frac{a}{b} < 1$ bo'lsa, $\frac{b}{a} > 1$

bo'lishi to'g'rimi?

70. Isbotlang: 1) agar $a > 1$ va $b > 1$ bo'lsa, u holda $ab + 1 > a + b$;
2) agar $a > b$ va $b < 2$ bo'lsa, u holda $b(a + 2) < b^2 + 2a$.

71. Agar $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ bo'lsa,
 $ab(a + b - 2c) + bc(b + c - 2a) + ac(a + c - 2b) \geq 0$ tengsizlikni isbotlang.

72.* Sirojiddin tog'asinikiga borishda yo'lning birinchi yarmini soatiga 4 km tezlik bilan, ikkinchi yarmini esa soatiga 6 km tezlik bilan bosib o'tdi. Tog'asinikidan uyiga qaytishda u butun yo'lni 5 km/soat tezlik bilan bosib o'tdi. Sirojiddin yo'lga qachon ko'p vaqt sarfladi: tog'asinikiga borishdami yoki uyiga qaytishdami?

73. Abduqodir qayiqda daryo oqimi bo'ylab soatiga 7 km tezlik bilan ja'mi n kilometrga suzdi. Manzilga qaytishda oqimga qarshi soatiga 4 km tezlik bilan suzdi. Ertasi kuni u ko'lda qayiqda soatiga 6 km tezlik bilan ja'mi $2,4n$ kilometrga suzdi. Qachon Abduqodir ko'p vaqt sarfladi: daryoda suzganidami yoki ko'lda suzganidami?

74.* 1) Bir xil ma'noli to'g'ri va noto'g'ri tengsizliklarni qo'shganda o'sha ishorali (ma'noli) noto'g'ri tengsizlik hosil bo'ladi deyish to'g'rimi?

2) Bir xil ma'noli ikkita noto'g'ri tengsizlik qo'shilsa, o'sha ishorali (ma'noli) noto'g'ri tengsizlik hosil bo'lishi to'g'rimi? Misollar keltiring.

5-§. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLAR

Bir noma'lumli tengsizlikka olib keluvchi masalalarni ko'raylik.

1-masala. A va B qishloqlardan bir vaqtning o'zida bir-biriga qarab ikki velosipedchi bir xil o'zgarmas tezlik bilan yo'lga chiqdi. Ular yo'lga chiqqanidan 1,5 soat keyin bosib o'tilgan masofalar yig'indisi 36 km dan kam bo'lmasligi uchun velosipedchilar qanday tezlik bilan yurishlari kerak?

□ x km/soat – velosipedchilarning tezligi, $1,5x$ (km) – 1,5 soatda har bir velosipedchi bosib o'tgan yo'l, $1,5x + 1,5x = 3x$ (km) – ikkala velosipedchi 1,5 soatda bosib o'tgan masofalar yig'indisi.

Masala shartiga ko'ra, bu masofalar yihindisi 36 kilometrdan kam emas:

$$1,5x + 1,5x \geq 36, \text{ bundan } 3x \geq 36, x \geq 12.$$

Javob: Har bir velosipedchining tezligi 12 km/soat dan kam bo'lmashligi kerak. ■

2-masala. Olimning 1000 so'm puli bor. U bunga 2 ta daftar va 2 ta ruchka olmoqchi. Ruchka daftardan 50 so'm qimmat ekan. Olim o'zi reja qilgandek xarid qilishi uchun daftarning narxi necha so'mdan ortiq bo'lmashligi kerak?

□ Daftarning narxi x so'm bo'lsin, deylik. U holda ruchka $(x + 50)$ so'm bo'ladi. $4x$ (so'm) – 4 ta daftarning narxi;

$2(x + 50)$ (so'm) – 2 ta ruchkaning narxi.

Masala shartiga muvofiq $4x + 2(x + 50) \leq 1000$. Bundan $4x + 2x + 100 \leq 1000$; $6x \leq 900$; $x \leq 150$.

Javob: daftarning narxi 150 so'mdan ortiq bo'lmashligi kerak. ■

Masalalarni yechish jarayonida hosil qilingan $3x \geq 36$, $6x \leq 900$ tengsizliklarda x harfi bilan noma'lum son belgilangan. Bu tengsizliklar bir noma'lumli chiziqli tengsizliklarga misol bo'la oladi.

$ax > b$; $ax < b$; $ax \geq b$; $ax \leq b$ (1)

ko'rinishidagi tengsizliklar **bir noma'lumli chiziqli tengsizliklar** deyiladi, bunda a va b – berilgan sonlar, x esa noma'lum son.

Tengsizlikning chap va o'ng qismlaridagi har bir qo'shiluvchi *tengsizlikning hadi* deyiladi.

Masalan, $5x + 3 \leq 2x - 9$ tengsizlikda $5x + 3$ – chap qism; $2x - 9$ – o'ng qismdir; $5x$; 3 ; $2x$; -9 – tengsizlikning hadlaridir.

Bir noma'lumli tengsizlikning yechimi deb, noma'lumning shu tengsizlikni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiradigan qiymatiga aytiladi. Tengsizlikni yechish – uning hamma yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.



75. 1) Bir noma'lumli tengsizlikka olib keluvchi geometrik, fizik, iqtisodiy mazmundagi 2–3 tadan masala tuzing.

2) Bir noma'lumli tengsizlikning yechimi deb nimaga aytiladi?

3) Bir noma'lumli tengsizlikni yechish deganda nimani tushunasiz?

76.* 1) x ning qanday qiymatlarida: a) $y = 2x - 3$; b) $y = 5x + 2$; d) $y = -3x + 4$; e) $y = -4x - 7$ funksiyaning qiymatlari: 1) musbat; 2) nomanfiy; 3) manfiy; 4) -1 dan kichik; 5) -2 dan kichikmas; 6) -5 dan katta; 7) 3 dan katta bo'lishini tengsizlik belgilari yordamida yozing.

77. Tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) $2x$ va $4,5$ sonlarining yig'indisi $13,6$ dan katta;

2) 28 va $17x$ sonlarining ayirmasi 4 dan kichik;

3) 5 va $(-x)$ sonlarining ko'paytmasi 4 dan katta emas.

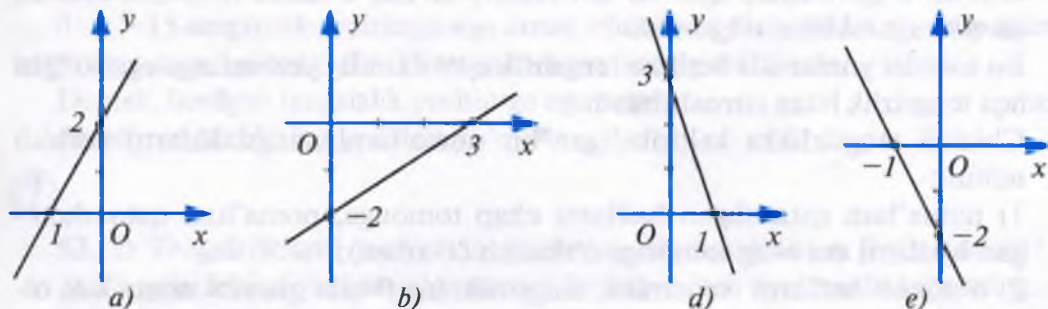
78. $-1; 0; 1; \frac{1}{2}; 3; 10$ sonlaridan qaysilari tengsizlikning yechimi bo'ldi?

1) $7x - 3 > 1$; 2) $\frac{1}{4}x + 5 \geq 2 - x$; 3) $4 - x \geq 2 + \frac{1}{2}x$.

79* Funksiya grafigini yasang va grafik bo'yicha x ning qanday qiymatlarida funksiya: musbat; nolga teng; 2 dan katta; -1 dan kichik qiymatlar qabul qilishini toping: 1) $y = 5x + 2$; 2) $y = 2x - 6$; 3) $y = -4x + 5$; 4) $y = -3x - 1$.

80* 4-rasmda $y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi tasvirlangan.

1) k va b ni toping; 2) $x \geq 0$; 3) $x < 0$; 4) $x \geq 3$; 5) $x \leq -2$ bo'lganida, y funksiya qanday qiymatlar qabul qilishini tengsizlik belgisi yordamida yozing.



4-rasm

81. Reja bo'yicha firma uch g'ildirakli bolalar velosipedidan 1 000 dona tayyorlashi kerak. Firma rejani 12 % dan ko'proq oshirib bajarishi uchun nechta velosiped tayyorlashi kerak?

82. Ekin maydoni to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lib, uning bo'yi 400 metrga teng. Ekin maydoni 10 gektardan kam bo'lmasligi uchun uning eni qancha bo'lishi kerak?

6-§. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLARNI YECHISH

Bir noma'lumli chiziqli tengsizliklarni yechish sonli tengsizliklarning xossalriga asoslangan.

1-masala. Tengsizlikni yeching: $4x + 3 > 11 + 2x$. (1)

□ x son (1) tengsizlikning yechimi bo'lsin. U holda x son (1) tengsizlikni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiradi. (1) da $2x$ hadni tengsizlikning o'ng qismidan chap qismiga ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirib olib o'tamiz; 3 sonini esa

tengsizlikning o'ng qismiga minus (“-”) ishorasi bilan o'tkazamiz. Natijada $4x - 2x > 11 - 3$ to'g'ri tengsizlikni hosil qilamiz. O'xshash hadlarini ixchamlaymiz: $2x > 8$; bu tengsizlikning ikkala qismidagi sonlarni musbat son 2 ga bo'lib, $x > 4$ javobni olamiz. x son berilgan tengsizlikning yechimi deb faraz qilib, $x > 4$ javobni oldik. x ning 4 dan katta istalgan qiymati ham (1) tengsizlikning javobi bo'ladi.

Javob: $x > 4$. ■

$x > 4$ tengsizlikni $(4; \infty)$ yoki $4 < x < \infty$ ko'rinishida ham yozish mumkin. Tengsizlikni yechishda uning ushbu asosiy xossalardan foydalanamiz:

1-xossa. *Tengsizlikning istalgan hadini uning bir qismidan ikkinchi qismiga, shu hadning ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirgan holda o'tkazish mumkin, bunda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi.*

2-xossa. *Tengsizlikning ikkala qismini nolga teng bo'lmagan ayni bir songa ko'paytirish yoki bo'lish mumkin: agar bu son musbat bo'lsa, u holda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi; agar bu son manfiy bo'lsa, u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.*

Bu xossalar yordamida berilgan tengsizlik ayni shunday yechimlarga ega bo'lgan boshqa tengsizlik bilan almashtiriladi.

Chiziqli tengsizlikka keltiriladigan bir noma'lumli tengsizliklarni yechish uchun:

1) noma'lum qatnashgan hadlarni chap tomonga, noma'lum qatnashmagan hadlarni esa o'ng tomonga o'tkazish (1-xossa);

2) o'xshash hadlarni ixchamlab, tengsizlikning ikkala qismini noma'lum oldidagi koeffitsiyentga (agar u nolga teng bo'lmasa) bo'lish (2-xossa) kerak.

2-masala. Tengsizlikni yeching: $9(x - 5) - 3(x+2) < 4(x-3)+7$.

□ **1-qadam:** qavslarni ochib, tengsizlikning chap va o'ng qismlarini sodalashtiramiz: $9x - 45 - 3x - 6 < 4x - 12 + 7$.

2-qadam: noma'lum x qatnashgan hadlarni tengsizlikning chap qismiga, ozod hadlarni (x qatnashmagan hadlarni) tengsizlikning o'ng qismiga, 1-xossaga muvofiq, o'tkazamiz: $9x - 3x - 4x < 45 + 6 - 12 + 7$.

3-qadam: o'xshash hadlarni ixchamlaymiz: $2x < 46$.

4-qadam: tengsizlikning ikkala qismini,

2-xossaga muvofiq, x oldidagi koeffitsiyent – musbat son 2 ga bo'lamiz va javobni olamiz:

$x < 23$.

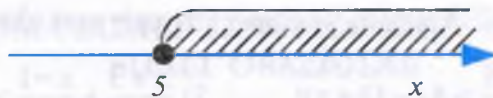
Javob: $x < 23$. ■

$x < 23$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami son o'qida *nur* bilan tasvirlanadi. $x = 23$ nuqta nurga tegishli emas, 5-rasmda u oq doiracha bilan belgilangan, nur esa qiya chiziqchalar (shtrix) bilan tasvirlangan.

x sonlarning $x \geq 5$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi to'plami ham *nur* deyiladi. Bunda $x = 5$ nuqta nurga tegishli va u 6-rasmda qora doiracha bilan tasvirlangan.



5-rasm



6-rasm

Tengsizlikning yechimi istalgan son bo'lishi ham mumkin.

3-masala. Tengsizlikni yeching: $3(x + 2) + 7 > 5 - (4 - 3x)$.

$$\square 3x + 6 + 7 > 5 - 4 + 3x, \quad 3x - 3x > 5 - 4 - 13, \quad 0 \cdot x > -12.$$

Oxirgi tengsizlik x ning istalgan qiymatida to'g'ri bo'laveradi, chunki ixtiyoriy x da bu tengsizlikning chap qismi nolga teng, o'ng qismi esa manfiy son: $0 > -12$.

Demak, x ning istalgan qiymati berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladi.

Javob: x — istalgan son. ■

Tengsizlikning yechimi bo'lmasligi ham mumkin.

4-masala. Tengsizlikni yeching: $4(x - 5) - 3 > 2(1 + 2x) - 10$.

$$\square 4x - 20 - 3 > 2 + 4x - 10, \quad 4x - 4x > 2 + 3 + 20 - 10, \quad 0 \cdot x > 15.$$

$0 \cdot x > 15$ tengsizlik yechimga ega emas, chunki bu tengsizlikning chap qismi ixtiyoriy x da nolga teng, $0 > 15$ tengsizlik esa noto'g'ridir.

Demak, berilgan tengsizlik yechimga ega emas.

Javob: tengsizlikning yechimi yo'q. ■



83. 1) Tengsizliklarni yechishda qanday asosiy xossalardan foydalaniladi?

2) Tengsizliklarni yechish algoritmini 2–3 ta misol yordamida ko'rsating.

3) Bir noma'lumli chiziqli tengsizliklarning yechimlari to'plami qanday to'plamlar bo'lishi mumkin? Har bir hol uchun 3–4 tadan misol toping.

4) Yechimi ixtiyoriy son bo'lgan tengsizliklarga;

5) Yechimi yo'q tengsizliklarga 2 tadan misol tuzing.

84. 1) x ning qanday qiymatlarida $y = 3x + 4,5$ funksiya grafigining nuqtalari $y = -2x + 1$ funksiya grafigining nuqtalaridan yuqorida yotadi?

2) x ning qanday qiymatlarida $y = 2x + 3$ funksiya grafigining nuqtalari $y = -2x + 1$ funksiya grafigi nuqtalaridan pastda yotadi?

85* Tengsizlikni yeching va uning eng katta butun yechimini toping:

$$1) \frac{3x-4}{4} + 5 < \frac{x-1}{5} + \frac{1-2x}{2} + \frac{1}{5};$$

$$2) \frac{2x-5}{3} + \frac{5x-3}{2} < 4 - \frac{2-x}{3}.$$

86* Tengsizlikni yeching va uning eng kichik butun yechimini toping:

$$1) \frac{2x+5}{3} + \frac{x-1}{4} < \frac{5x-2}{2} + \frac{1-x}{3};$$

$$2) \frac{3x-1}{4} + \frac{x-2}{2} < \frac{x-5}{2} - \frac{3-x}{4}.$$

87. Quyidagi tengsizliklarning yechimi ixtiyoriy son ekanini ko'rsating:

$$1) 3(x+0,5) + \frac{5}{2} > 4x - (3+x); \quad 2) \frac{x+3}{4} + \frac{x-1}{3} > \frac{7x+1}{12}.$$

88. Quyidagi tengsizliklarning yechimi yo'qligini ko'rsating:

$$1) 4\left(\frac{1}{5} + 2x\right) - 8\frac{3}{5} > 5x - (4 - 3x); \quad 2) \frac{x+1}{2} - \frac{x-4}{3} < \frac{x+1}{6}.$$

89.* Qaysi holda kater ko'proq vaqt sarflaydi: u 20 km daryo oqimi bo'yicha va 20 km daryo oqimiga qarshi suzganidami yoki 40 km turg'un suvda suzganidami?

90.* Tomoni 20 sm ga teng kvadrat yuzini shunday perimetrli ixtiyoriy to'g'ri to'rtburchakning yuzi bilan taqqoslang.

91. Uchburchakning bir tomoni 7 dm, ikkinchi tomoni esa 10 dm ga teng. Agar uchburchakning perimetri: 1) 29 dm dan kichik; 2) 21 dm dan katta bo'lsa, uning uchinchi tomoni uzunligi qanday bo'lishi mumkin?

92. Tengsizlikni yeching, yechimlar to'plamini son o'qida tasvirlang:

$$1) \frac{x-3}{2} > \frac{7(x-3)}{2} + 5(6-2x) + 14; \quad 2) 5(x-2) - 3 \leq \frac{9(x-2)}{2} - 3(2x-4).$$

93.* Qayiqning turg'un suvdagi tezligi 6 km/soat, daryo oqimining tezligi 1,5 km/soat. Fozil daryoda biror masofaga borish va qaytishga 8 soatdan kam vaqt sarfladi. U oqim bo'yicha qanday masofaga bora olishi mumkin?

94. Do'kon *A* va *B* firmalardan mahsulotlar olib keladi. Birinchi xil bitta mahsulotning *A* firmadan kelishi 10 000 so'mga, ikkinchi xil bitta mahsulotning *B* firmadan kelishi 7 000 so'mga tushadi. Do'kon shartnomaga ko'ra bir haftada *A* va *B* firmalardan birgalikda 72 dona mahsulot oladi. Mahsulotlarni olib kelish (yo'l xarajatlari) uchun do'kon 620 000 so'mdan ortiq bo'lmagan mablag' ajratgan. Har bir firmadan bir haftada do'konga qancha mahsulot keltirilishi mumkin?

95.* Temperaturasi 12°C bo'lgan sovuq suv bilan temperaturasi 62°C bo'lgan issiq suvni aralashtirib, temperaturasi 40°C dan oshmaydigan 100 litr suv hosil qilish uchun sovuq suvdan necha litr quyish mumkin?

96.* To'rtta ketma-ket kelgan butun son olinib, 1- va 4-sonlar ko'paytmasidan 2- va 3-sonlar ko'paytmasi ayirildi. Ayirma musbat bo'lishi mumkinmi?

97. Toq natural sonning o'zidan keyin keluvchi uchta toq son bilan yig'indisi 47 dan katta. Shu shartni qanoatlantiruvchi eng kichik toq sonni toping.

98. Juft natural sonning o'zidan keyin keluvchi juft sonning uchlangani bilan yig'indisi 65 dan kichik. Shu shartni qanoatlantiruvchi eng katta juft sonni toping.

7-§. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLAR SISTEMALARI. SONLI ORALIQLAR

1. Tengsizliklar sistemalari

Tengsizliklar sistemasiga olib keluvchi masalalar ko'raylik.

Masala. Uchburchakning bir tomoni 10 sm, ikkinchi tomoni esa 15 sm ga teng. Uning perimetri 36 sm dan katta, 40 sm dan kichik bo'lishi uchun uchinchi tomoni qancha bo'lishi mumkin?

□ Uchburchakning uchinchi tomoni uzunligi x sm deylik. U holda, masala shartiga muvofiq, x ushbu $10 + 15 + x > 36$ va $10 + 15 + x < 40$ tengsizliklarni qanoatlantirishi kerak. 1-tengsizlikdan $x > 10$, 2-tengsizlikdan $x < 15$ ekani kelib chiqadi.

Javob: Uchburchakning uchinchi tomoni 10 sm dan katta, ammo 15 sm dan kichik bo'lishi kerak. ■

$10 + 15 + x > 36$ va $10 + 15 + x < 40$ tengsizliklardagi noma'lum son ayni bir son x ning o'zidir. Shuning uchun bu tengsizliklar birgalikda qaraladi va ular **tengsizliklar sistemasini tashkil qiladi** deyiladi:

$$\begin{cases} 10 + 15 + x > 36, \\ 10 + 15 + x < 40. \end{cases} \quad (1)$$

Katta qavs x ning (1) sistemaning ikkala tengsizligini ham to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiruvchi qiymatlarini topish kerakligini bildiradi. (1) sistemani ixchamlab, quyidagicha yozib olamiz:

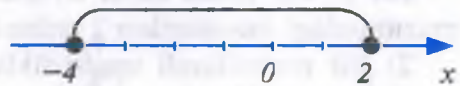
$$\begin{cases} x > 10, \\ x < 15 \end{cases} \quad (2)$$

Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasining yechimi deb, noma'lumning sistema tengsizliklarining barchasini to'g'ri sonli tengsizliklarga aylantiruvchi qiymatiga aytiladi.

Tengsizliklar sistemasini yechish – uning barcha yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.

$x \geq -4$ va $x \leq 2$ tengsizliklarni qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozish mumkin: $-4 \leq x \leq 2$. Son o'qida x ning $-4 \leq x \leq 2$ bo'ladigan son qiymatlari to'plami oxirlari -4 va 2 nuqtalarda bo'lgan kesma bilan tasvirlanadi (7-rasm).

$-4 \leq x \leq 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami *kesma* deb ataladi va $[-4; 2]$ kabi belgilanadi.



7-rasm

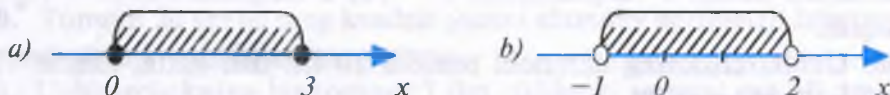
2. Sonli oraliqlar

Agar $a < b$ bo'lsa, $a \leq x \leq b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami kesma deyiladi va $[a; b]$ kabi belgilanadi.

Masalan, $[0; 3]$ kesma $0 \leq x \leq 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamidir. (8a-rasm).

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $a < x < b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami interval deyiladi va $(a; b)$ kabi belgilanadi.

Masalan, $(-1; 2)$ interval $-1 < x < 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamidir (8-b rasm).



8-rasm

$a \leq x < b$ yoki $a < x \leq b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami yarim intervallar deyiladi va mos ravishda $[a; b)$ va $(a; b]$ kabi belgilanadi.

Masalan, $[-2; 0)$ yarim interval $-2 \leq x < 0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamidir. (9-a rasm). $(1; 3]$ yarim interval esa $1 < x \leq 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamidir (9-b rasm).



9-rasm

Kesmalar, intervallar, yarim intervallar va nurlar *sonli oraliqlar* deyiladi. Demak, sonli oraliqlarni tengsizliklar ko'rinishida berish mumkin ekan.



99. 1) Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasiga geometrik, fizik, iqtisodiy mazmundagi misollardan 2 tadan keltiring.

2) Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasining yechimi nima?

3) Tengsizliklar sistemasining yechimi deganda nimani tushunasiz?

100. 1) Kesma deb nimaga aytiladi? U qanday tengsizlik bilan beriladi? Son o'qida qanday tasvirlanadi? Misollarda tushuntiring.

2) Interval, yarim intervallar nima? Ular qanday tengsizliklar bilan beriladi? Son o'qida qanday tasvirlanadi? Misollar keltiring.

3) Sonli oraliqlar deb nimaga aytiladi? Qanday sonli oraliqlarni bilasiz?

101. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo'la oladigan barcha butun sonlar yig'indisini toping:

$$1) \begin{cases} x > 3, \\ x < 15; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 7, \\ x > -2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \leq 2, 7, \\ x \geq -3, 8; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 9. \end{cases}$$

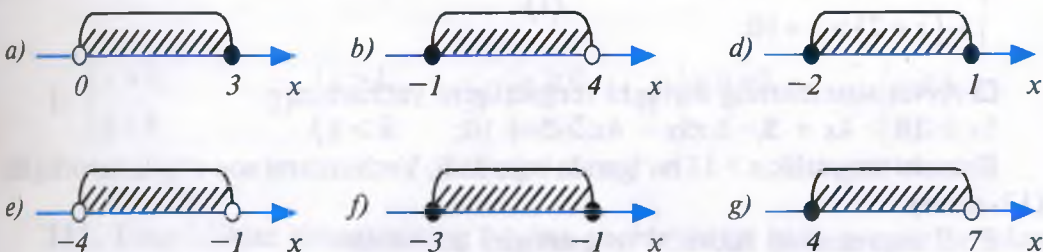
102. Berilgan qo'sh tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamini sonli oraliqning belgilanishlari yordamida yozing va uni son o'qida tasvirlang:

$$1) -3 \leq x \leq 1; \quad 2) 1 \leq x \leq 4; \quad 3) 2 < x \leq 5; \quad 4) -4 < x < -1.$$

103. Berilgan sonli oraliqqa tegishli x sonlar to'plamini qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing va uni son o'qida tasvirlang:

$$1) [0; 3]; \quad 2) [-1; 2]; \quad 3) (-2; 0); \quad 4) (-3; 3); \quad 5) [-1; 4).$$

104. 10-rasmda tasvirlangan x sonlar to'plamini qo'sh tengsizlik ko'rinishida, shuningdek, sonli oraliqning belgilanishlari yordamida yozing:

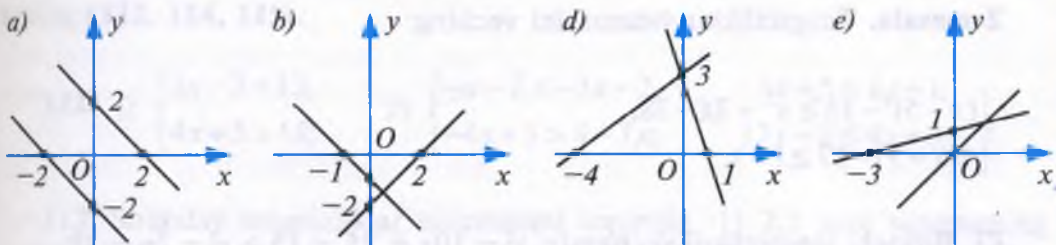


10-rasm

105. 1) x ning qanday qiymatlarida $y = 3x + 2$ funksiya grafifining nuqtalari $y = -2x + 3$ funksiya grafifining nuqtalaridan yuqorida yotadi?

2) x ning qanday qiymatlarida $y = 4x + 1$ funksiya grafifining nuqtalari $y = -4x - 1$ funksiya grafifi nuqtalaridan pastda yotadi?

106* 11-rasmda bir koordinata tekisligida ikkita chiziqli funksiyaning grafiklari tasvirlangan. x ning qanday qiymatlarida ikkala funksiyaning qiymati bir vaqtda musbat bo'ladi? Qanday qiymatlarida esa bir vaqtda manfiy bo'ladi?



11-rasm

107. Qo'sh tengsizlikni: 1) yeching; 2) yechimni son o'qida sxematik tarzda tasvirlang; 3) butun yechimlari yig'indisini toping:

1) $-9 < 1 - 4x < 11$; 2) $7 < 2x - 5 < 21$; 3) $-12 \leq 5x + 3 \leq 28$.

108.* x ning qanday qiymatlarida:

1) $\frac{6x-7}{8}$ kasrning qiymati $(-3; 4)$; 2) $\frac{9-7x}{12}$ kasrning qiymati $[-2; 3)$

oraliqda bo'ladi?

8-§. TENGSIZLIKLAR SISTEMALARINI YECHISH

Tengsizliklar sistemasini yechishga oid mashqlar ko'raylik.

1-masala. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 5 \cdot (x-2) > 4x+3, \\ 3 \cdot (x+2) > x+10. \end{cases} \quad (1)$$

□ Avval sistemaning birinchi tengsizligini yechamiz:

$$5x - 10 > 4x + 3, \quad 5x - 4x > 3 + 10; \quad x > 13.$$

Birinchi tengsizlik $x > 13$ bo'lganda bajariladi. Yechimlarni son o'qida tasvirlaylik (12-rasm).

Endi sistemaning ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$3x + 6 > x + 10, \quad 3x - x > 10 - 6; \quad 2x > 4, \quad x > 2.$$

Ikkinchi tengsizlik $x > 2$ bo'lganda bajariladi.

Birinchi tengsizlikning yechimlari $x > 13$ nurning barcha nuqtalari, ikkinchi tengsizlikning yechimlari esa $x > 2$ nurning barcha nuqtalari bo'ladi.

(1) sistemaning yechimlari x ning ikkala nurga bir vaqtda tegishli bo'lgan qiymatlaridan iboratdir. Bu nurlarning barcha umumiy nuqtalari to'plami $x > 13$ nur bo'ladi.

Javob: $x > 13$. ■

2-masala. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} (x-5)^2 - 15 \geq x^2 - 7x - 38, \\ 4(x+7) - 17 \geq 1 - x. \end{cases}$$

□ Birinchi tengsizlikni yechamiz: $x^2 - 10x + 25 - 15 \geq x^2 - 7x - 38$;
 $-10x + 7x \geq -38 - 10$; $-3x \geq -48$; $x \leq 16$.



12-rasm

Endi sistemaning ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$4x + 28 - 17 \geq 1 - x; \quad 4x + x \geq 1 - 28 + 17; \quad 5x \geq -10; \quad x \geq -2.$$

Birinchi tengsizlikning yechimlari son o'qida $x \leq 16$ nur bilan, ikkinchi tengsizlikning yechimlari esa $x \geq -2$ nur bilan tasvirlanadi (13-rasm).

Bu nurlarning umumiy qismi – umumiy nuqtalari to'plami $-2 \leq x \leq 16$ oraliq, ya'ni $[-2; 16]$ kesma bo'ladi.

Javob: $-2 \leq x \leq 16$. ■



13-rasm

?

109. 1) Tengsizliklar sistemasining yechimlari qanday to'plamlar bo'lishi mumkin? Har bir holga mos misollar keltiring.

2) Tengsizliklar sistemasi yechimga ega bo'lmasligi ham mumkinmi? Misollar keltiring.

110. Tengsizliklar sistemasining barcha yechimlari to'plamini qo'sh tengsizliklar ko'rinishida yozing va bu to'plamni son o'qida tasvirlang:

$$1) \begin{cases} x > 3, \\ x < 5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > 1, \\ x < 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq -1; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 3. \end{cases}$$

111. Tengsizliklar sistemasining barcha yechimlarini bitta tengsizlik bilan yozing va yechimlar to'plamini son o'qida tasvirlang:

$$1) \begin{cases} x > 0, \\ x > 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > -1, \\ x > 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \leq -1, \\ x < 1; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \geq -2, \\ x \geq -3; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x < 3, \\ x \leq 4. \end{cases}$$

Tengsizliklar sistemasini: 1) yeching; 2) yechimlar to'plamini son o'qida tasvirlang; 3) tengsizliklar sistemasi nechta butun yechimga egaligini aniqlang; 4) butun yechimlari o'rta arifmetigini; 5) eng katta (eng kichik) butun yechimni toping (**112, 114, 115**):

$$112^* \quad 1) \begin{cases} 3x - 2 < 13, \\ 4x + 5 > 15; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -x - 7 < -3x - 2, \\ -4x + 5 > 4 - 7x; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 4x + 5 \leq 2x + 1, \\ 3x - 2 \leq 4x + 3. \end{cases}$$

113* Shunday tengsizliklar sistemasini topingki, 1) 2,5 soni sistemaning yechimi bo'lsin, 2,4 soni esa uning yechimi bo'lmasin; 2) $-0,5$ soni sistemaning yechimi bo'lsin, $-0,(6)$ soni esa uning yechimi bo'lmasin.

114.

$$1) \begin{cases} 15x^2 - (3x-5)(5x+4) < 4x, \\ (4x-1)(3x+2) - 12x^2 \geq 2x-17; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (x+2)(x-3) < (x+3)(x-1), \\ \frac{x+1}{4} + \frac{x+5}{2} \leq 6. \end{cases}$$

115.

$$1) \begin{cases} 3-2y < 5y+3, \\ 1-3y > 7+2y; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3 \cdot (2-5y) - 2 \cdot (3-2y) > y, \\ 6 < y^2 - y(y-8). \end{cases}$$

116. x ning qanday qiymatlarida $y = 3x + 2$ va $y = 3 - 2x$ funksiyalarning qiymatlari bir vaqtda: 1) musbat; 2) manfiy; 3) 4 dan katta; 4) -1 dan kichik bo'ladi?

117. x ning qanday qiymatlarida $y = x + 2$ va $y = 3 - x$ funksiyalarning qiymatlari bir vaqtda: 1) nomanfiy; 2) nomusbat; 3) 2 dan kichik emas; 4) -2 dan katta emas bo'ladi?

MASALALAR YECHISH

118. Tengsizliklar sistemasi yeching:

$$1) \begin{cases} \frac{3}{4}(x-1) + \frac{7}{8} < \frac{1}{4}(x-1) + \frac{5}{2}, \\ \frac{x}{4} - \frac{2x-3}{3} < 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{(x-4)^2 - 1}{5} + \frac{x}{2} < \frac{2 \cdot (x-4)^2 + 3}{10} + \frac{x-1}{2} + 3, \\ 1-x > \frac{0,5 \cdot (x-1) - 1}{2} - \frac{2 \cdot (x-1) + 4,5}{3}. \end{cases}$$

119. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo'ladigan oraliqning o'rtasini toping:

$$1) \begin{cases} -\frac{13}{4} + \frac{3x}{4} \leq \frac{x-1}{4}, \\ 2 \geq \frac{x}{4} + \frac{3-2x}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3}{5} + \frac{3x-1}{10} \geq \frac{2-x}{5} - 0,3, \\ 1 \geq \frac{x-1}{3} + 0,5(x+3). \end{cases}$$

120. 4 ta qurut va 5 ta xo'rozqand birgalikda 225 so'mdan arzon. 3 ta qurut va 2 ta xo'rozqand birgalikda 120 so'mdan qimmat. Nima arzon: 13 ta qurutmi yoki 10 ta xo'rozqandmi?

121. Imtihonda o'quvchilarning $\frac{1}{6}$ qismi «qoniqarli», 56 % i «yaxshi» va 14 nafari «a'lo» baho oldi. «A'lo» olganlar jami o'quvchilarning 4 % idan ko'p, ammo 5 % idan kam bo'lsa, jami o'quvchilar sonini toping.

122*: Ikkita idishdagi bir xil buyumlar soni birgalikda 29 tadan ko'p. 1-idishdan 2 ta buyum olinganida, unda qolgan buyumlar 2-idishdagidan 3 baravardanda ko'proq bo'ladi. 1-idishdagi buyumlarning 3 barobari bilan 2-idishdagi buyumlarning 2 barobari farqi 60 dan kam. Har bir idishda qanchadan buyum bor?

123*: 1-zavod 1 kunda 950 tadan ortiq bo'lmagan miqdorda mahsulot ishlab chiqaradi. 2-zavod avval 1-zavod chiqargan mahsulotning 95 % ini chiqarar edi. Qo'shimcha dastgohlar o'rnatilgach, 2-zavod ishlab chiqarishni 1-zavodga qaraganda 23 % ga oshirdi va 1 kunda 1 000 tadan ko'p mahsulot bera boshladi. 2-zavod qo'shimcha dastgohlar olgunga qadar har bir zavod qancha mahsulot ishlab chiqarar edi? (Mahsulotlar soni natural sonlarda ifodalanadi).

9-§. SONNING MODULI. MODUL QATNASHGAN TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

1. Sonning moduli

Sonning moduli ta'rifini eslatib o'tamiz:

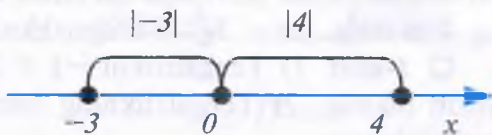
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{agar } a \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ -a, & \text{agar } a < 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

- Ta'rifdan ko'rinadiki: 1) musbat sonning moduli shu sonning o'ziga teng;
2) manfiy sonning moduli unga qarama-qarshi songa teng;
3) nolning moduli nolga teng: $|0| = 0$.

Masalan: $|5| = 5$; $|0,7| = 0,7$; $\left|3\frac{1}{7}\right| = 3\frac{1}{7}$; $|-3| = -(-3) = 3$; $\left|-\frac{4}{7}\right| = -\left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{4}{7}$.

Son modulining geometrik ma'nosi: $|a|$ son — son o'qida nol nuqtadan a sonni tasvirlovchi nuqttagacha bo'lgan masofadir.

Chindan ham, $|4| = 4$ bu son o'qida 0 nuqtadan 4 nuqttagacha bo'lgan masofa; $|-3| = 3$ esa son o'qida 0 nuqtadan -3 nuqttagacha bo'lgan masofadir (14-rasm).



14-rasm

2. Noma'lum modul belgisi ostida qatnashgan tenglamalar

$|x| = 5$, $|x - 1| = 3$, $|x + 2| = 1$ kabi tenglamalarni yechishni 6-sinf "Matematika" sida o'rgangansiz.

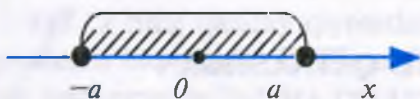
Masala. $|5x - 3| = 2$ tenglamani yeching.

□ 1) $5x - 3 \geq 0$ bo'lsin. U holda sonning moduli ta'rifiga muvofiq $|5x - 3| = 5x - 3$. Demak, $5x - 3 = 2$ tenglamani yechishimiz kerak: $5x = 3 + 2$, $5x = 5$, $x = 1$.

2) $5x - 3 < 0$ bo'lsin. U holda sonning moduli ta'rifiga ko'ra $|5x - 3| = -(5x - 3) = -5x + 3$. Demak, $-5x + 3 = 2$ tenglamani yechishimiz lozim. $-5x = 2 - 3$; $-5x = -1$;

$$5x = 1; x = \frac{1}{5}. \quad \text{Javob: } x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{5}. \quad \blacksquare$$

3. Noma'lum modul belgisi ostida qatnashgan tengsizliklar



15-rasm

$|x| \leq a$ (bunda $a > 0$) tengsizlikni son moduli-ning geometrik ma'nosiga ko'ra 0 nuqtadan a dan katta bo'lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar, ya'ni $[-a; a]$ kesmaning nuqtalari qanoatlantiradi (15-rasm).

$[-a; a]$ kesma, kesmaning ta'rifiga ko'ra, $-a \leq x \leq a$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plamidir.

$|x| \leq a$ tengsizlik $-a \leq x \leq a$ qo'sh tengsizlikning ayni o'zini anglatadi, $a > 0$. Masalan, $|x| \leq 2$ tengsizlik $-2 \leq x \leq 2$ qo'sh tengsizlikni bildiradi; $|x| < 1,3$ esa $-1,3 < x < 1,3$ ni bildiradi.

2-masala. $|x| \leq 0$ tengsizlikni yeching ($a = 0$ bo'lgan hol).

□ Sonning moduli, ta'rifiga ko'ra, manfiy emas: $|x| \geq 0$. Demak, $|x| \leq 0$ tengsizlik $x = 0$ dan iborat yagona (birgina) yechimga ega bo'ladi.

Javob: $x = 0$. ■

3-masala. $|x| \leq -1$ tengsizlikni yeching ($a < 0$ bo'lgan hol).

□ Sonning moduli, ta'rifiga ko'ra, manfiy emas, demak, u manfiy songa teng yoki undan kichik bo'la olmaydi. $|x|$ geometrik nuqtayi nazardan son o'qida 0 nuqtadan koordinatasi x bo'lgan nuqttagacha masofani bildiradi, masofa esa manfiy bo'la olmaydi, ya'ni $a < 0$ bo'lganda $|x| < a$ tengsizlik yechimga ega bo'lmaydi. Javob: yechimga ega emas. ■

4-masala. $|2x - 3| < 1$ tengsizlikni yeching.

□ **1-usul.** 1) Tengsizlikni $-1 < 2x - 3 < 1$ qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozib olamiz. 2) Tengsizlikning hamma qismiga 3 ni qo'shamiz va natijani ixchamlaymiz:

$$-1 + 3 < 2x - 3 + 3 < 1 + 3; 2 < 2x < 4.$$

3) Tengsizlikning hamma qismini musbat son 2 ga bo'lamiz, bunda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi va javobni olamiz.

Javob: $1 < x < 2$ yoki (1; 2)

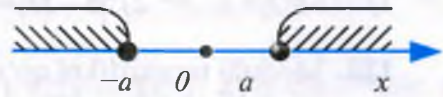
2-usul. Berilgan tengsizlikni $-1 < 2x - 3 < 1$ qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozib olamiz. Bu qo'sh tengsizlikni tengsizliklarning ushbu

$$\begin{cases} 2x - 3 < 1, \\ 2x - 3 > -1 \end{cases}$$

sistemasi kabi yozish mumkin. Sistemaning birinchi tengsizligini yechib, $x < 2$ javobni, ikkinchisini yechib esa $x > 1$ javobni olamiz.

Javob: $1 < x < 2$.

$|x| \geq a$ (bunda $a > 0$) tengsizlikni ko'raylik. $|x| \geq a$ tengsizlikni son o'qida 0 nuqtadan a dan kichik bo'lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar to'plami, ya'ni $x \geq a$ va $x \leq -a$ nurlarning nuqtalari qanoatlantiradi (16-rasm).



16-rasm

Agar $|x| \geq a$ tengsizlikda $a = 0$ yoki $a < 0$ bo'lsa, u holda bu tengsizlikni ixtiyoriy x son qanoatlantiradi.

5-masala. $|4x - 3| \geq 1$ tengsizlikni yeching

1) $4x - 3 \geq 0$ bo'lsin. U holda $|4x - 3| = 4x - 3$ va biz ushbu sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 4x - 3 \geq 0, \\ 4x - 3 \geq 1. \end{cases} \quad \text{Bundan } x \geq \frac{3}{4} \quad \text{va } x \geq 1 \text{ hosil bo'ladi. Bu sistemaning yechimi } x \geq 1 \text{ bo'ladi.}$$

2) $4x - 3 < 0$ bo'lsin. U holda biz $\begin{cases} 4x - 3 < 0, \\ 4x - 3 \leq -1 \end{cases}$ sistemani hosil qilamiz. Bundan

$x < \frac{3}{4}$ va $x \leq \frac{1}{2}$ hosil bo'ladi. Bu sistemaning yechimi $x \leq \frac{1}{2}$ bo'ladi.

Demak, $|4x - 3| \geq 1$ tengsizlikning yechimlari x ning $x \geq 1$ va $x \leq \frac{1}{2}$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlaridan iborat (17-rasm).

Javob: $x \leq \frac{1}{2}; x \geq 1$. ■



17-rasm



124. 1) Sonning moduli deb nimaga aytiladi?

2) Son modulining geometrik ma'nosini misollarda tushuntiring.

3) $|x| \leq a$ tengsizlik va $-a \leq x \leq a$ qo'sh tengsizlik ayni bir ekanini misollarda ko'rsating.

4) $|x| \geq a$ tengsizlik bilan $x \geq a$ va $x \leq -a$ tengsizliklar ayni bir ekanini misollarda ko'rsating.

125. 1) Noma'lum modul belgisi ostida bo'lgan: a) tenglamalar; b) tengsizliklar tuzing va ularni yeching.

2) Qachon $|x| \leq a$ tengsizlik: a) yechimga ega emas? b) birgina yechimga ega?

3) Qachon $|x| \geq a$ tengsizlikning yechimi ixtiyoriy son bo'ladi?

126. Tenglamani yeching (**126–127**):

1) $|-x| = 3$; 2) $|x - 1| = 7$; 3) $|2 - x| = 3$; 4) $|x + 5| = 5$; 5) $|x - 7,5| = 0$.

127.

1) $|4x - 7| = 1$; 2) $|5 - 3x| = 4$; 3) $\left|\frac{3}{2}x - 1\right| = 2$; 4) $|4 - 5x| = 1$.

128. Modulli tengsizlikni qo'sh tengsizlik shaklida yozing:

1) $|x| < 7$; 2) $|x - 1| < 3$; 3) $|x| \leq 5$; 4) $|x + 1| \leq 2$.

129. Qo'sh tengsizlikni modulli bitta tengsizlik shaklida yozing:

1) $-1 \leq x \leq 1$; 2) $-2 \leq x \leq 2$; 3) $-2,8 < x < 2,8$; 4) $-0,7 \leq x \leq 0,7$.

Tengsizlikni yeching (**130–131**):

130. 1) $|3x - 7| \leq 2$; 2) $|2,7x - 3| \leq 2,4$; 3) $|5 - 2x| < 3$; 4) $|7x - 2| < 12$.

131. 1) $|2x - 5| > 1$; 2) $|3x - 1| \geq 2$; 3) $|2,5x - 2| \geq 1,5$; 4) $|7 - 4x| \geq 9$.

132.* Agar $|x - a| = |x - b|$ bo'lsa, bunda $a < b$, u holda $x - [a; b]$ kesmaning o'rtasi ekanini isbotlang.

133. Tenglamani yeching (**133–134**):

1) $|x - 1| = |x - 2|$; 2) $|x - 5| = |x - 8|$; 3) $|x + 1| = |x - 2|$;

4) $|x + 3| = |x - 5|$; 5) $|x + 3| = |x + 7|$; 6) $|x + 6| = |x + 10|$.

134. 1) $|x| - x = 2$; 2) $||x| - 2| = 2$; 3) $||x| + 2| = 2$; 4) $||x| + 2| = 1$.

135.* Tengsizlikni yeching:

1) $1 < |x + 2| \leq 5$; 2) $x - 1 \leq |3x - 1| - (x - 1) \leq x + 2$;

3) $2 \leq |3 - x| < 4$; 4) $2x - 3 \leq |4 - x| - (2x - 3) \leq 2x + 4$.

Ko'rsatma: $a < |x| < b$ (bunda $a < b$) tengsizlikni yechish $|x| < b$ va $|x| > a$ tengsizliklarni yechishga keltiriladi. Ularning har biri yechilib, javoblarning umumiy qismi olinadi.

MASALALAR YECHISH

136. 1-idishda yashil, 2-idishda esa oq sharlar bor. Yashil sharlar soni

oq sharlar sonining $\frac{15}{19}$ qismini tashkil qiladi. Yashil sharlarning $\frac{3}{7}$ qismi, oq

sharlarning 0,4 qismi idishlardan olingach, 1-idishda 1 000 donadan kam, 2-idishda 1 000 donadan ko'p shar qoldi. Dastlab har bir idishda qanchadan shar bo'lgan?

137. O'quvchilar har qatorda 8 nafardan saf tortishsa, qatorlardan bittasi to'liq bo'lmay qoladi. Agar har qatorda 7 nafardan bo'lishsa, qatorlar to'liq bo'ladi, ammo qatorlar soni 2 taga ortadi. Agar har qatorda 5 nafardan bo'lishsa, qatorlar soni yana 7 taga ortadi, ammo 1 ta qator to'liq bo'lmaydi. O'quvchilar sonini aniqlang.

Tenglamani yeching (**138–139**):

138. 1) $|x + 1| + |x - 1| = 2$; 2) $|x| - |x + 1| = 1$; 3) $|x| + |x + 2| = 3$.

139. 1) $|x - a| = |x - 4|$; 2) $|3x - 5| = |x + 2|$; 3) $|x + 4| = a$.

Tengsizlikni yeching (**140–142**):

140. 1) $1 < |x| < 2$; 2) $2 < |x - 3| \leq 5$; 3) $-1 < |2x - 3| < 7$; 4) $0 < |2 - 3x| < 1$.

141* 1) $\|x - 3| - 2| \leq 1$; 2) $\|x - 4| - 2| < 3$; 3) $\|2x - 1| - 2| > 3$; 4) $\|3x - 4| - 5| > 1$.

142. 1) $|x - 1| < 2x - 4$; 2) $|x - 3| \leq 6 - 3x$; 3) $|x - 4| > 2x - 1$.

143. Teng yonli uchburchakning asosi 50 sm ga teng, perimetri esa 120 sm dan kichik. Shu uchburchakning yon tomoni uzunligi qancha bo'lishi mumkin?

144. Teng yonli uchburchakning yon tomoni 40 sm ga teng, perimetri esa 130 sm dan uzun. Shu uchburchakning asosi uzunligi qancha bo'lishi mumkin?

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. Bo'yi 39 sm, eni 25 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak tomonlaridan biriga parallel to'g'ri chiziq bilan ikkita to'g'ri to'rtburchakka ajratildi. Hosil bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan birining perimetri ikkinchisining yarim perimetridan katta, ammo uning (ikkinchisining) perimetrining 0,75 qismidan katta emas. Shu ikki to'g'ri to'rtburchakdan kichigining perimetri qanday bo'lishi mumkin? Ikkita holni qarang:

1) to'g'ri chiziq berilgan to'g'ri to'rtburchakning eniga parallel bo'lgan hol;

2) to'g'ri chiziq berilgan to'g'ri to'rtburchakning bo'yiga parallel bo'lgan hol.

2. Bo'yi 32 sm, eni 20 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi qog'ozdan yuzi 80 sm² dan kam bo'lmagan, ammo 240 sm² dan ortiq bo'lmagan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi bo'lak qirqib olinmoqchi. Shu bo'lakning perimetri qanday bo'lishi mumkin? Ikki holni qarang:

1) qirqish chizig'i berilgan qog'ozning bo'yiga parallel hol;

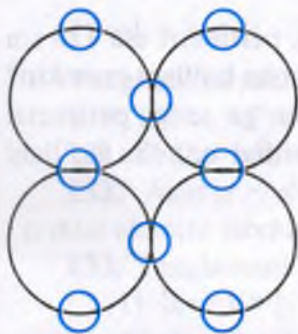
2) qirqish chizig'i berilgan qog'ozning eniga parallel hol.

3. Temperaturasi 80°C bo'lgan 36 litr issiq suv bilan temperaturasi 10°C li suv aralashtirilmoqchi. Temperaturasi 35°C dan past bo'lmagan, ammo 45°C dan yuqori bo'lmagan aralashma hosil qilish uchun 10°C li suvdan necha litr olish mumkin?

4. 80 t, 60 t, 50 t yuk sig'adigan vagonlar bor. Agar yuk 80 t li vagonlarga ortilsa, vagonlardan 1 tasi to'liq yuklanmay qoladi. Agar yuk 60 t li vagonlarga ortilsa, 8 ta ko'p vagon kerak bo'ladi va 1 ta vagon to'liq yuklanmay qoladi. Agar yuk 50 t li vagonlarga ortilsa, yana 5 ta vagon kerak bo'ladi va bu holda yuklar vagonlarning hammasini to'ldiradi. Yuk necha tonna bo'lgan?

5. a, b, c to'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari bo'lsin. Agar a, b, c natural sonlar bo'lsa, $a \cdot b \cdot c$ ko'paytmaning 30 ga bo'linishini isbotlang.

6. Massalari 1 gramm, 2 gramm, 3 gramm, 4 gramm, 5 gramm, 6 gramm va ko'rinishi bir xil bo'lgan 6 ta tosh bor. Toshlarga "1 g", "2 g", "3 g", "4 g", "5 g", "6 g" deb yozilgan qog'oz yopishtirilgan. Pallali tarozida (boshqa toshlarsiz) ikkita tortish bilan 6 ta yozuvning hammasi to'g'ri ekanligini qanday tekshirish mumkin?



7. Tenglamani butun sonlarda yeching:

$$x - y - z = x : y : z = 2.$$

8. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 raqamlarini rasmdagi kichik doirachalarga shunday joylashtiringki, har bir katta aylanadagi raqamlar yig'indisi bir xil (o'zaro teng) bo'lsin.

9. To'pdan bir xil sharlarni olib, muntazam uchburchak ko'rinishida taxlashganida 30 ta shar ortib qoldi. Uchburchakning har bir tomonini 1 ta sharga orttirish uchun esa 33 ta shar yetmaydi. To'pda nechta shar bor edi?

10. Ikkita firmada 27 nafardan ko'p kishi ishlaydi. 1-firma ishchilarining soni 2-firma ishchilarining sonidan 12 kishi kam bo'lganining ikkilanganidan ko'p. 2-firma ishchilarining soni esa 1-firma ishchilari sonidan 10 kishi kam bo'lganining 9 barobaridan ko'p. Har bir firmada necha nafar kishi ishlaydi?

11. x va y ning ixtiyoriy qiymatlarida $x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 6y + 3 > 0$ tengsizlik o'rinli ekanini isbotlang.

12. Tenglamani yeching: 1) $|x - 2| + |x - 5| = 7$; 2) $|x + 1| + |x - 1| = 2$.

13. Tenglamani yeching: $|x + 1| + |2x - 4| - |x + 3| = 2x - 6$.

14. a, b, c — uchburchakning tomonlari uzunliklari bo'lsa, $a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2 + 4abc > a^3 + b^3 + c^3$ bo'lishini isbotlang.

15. Tenglamani yeching: $(x^3 - 9x^2 - x + 9)^2 + (x^3 + 3x^2 - x - 3)^4 = 0$.

16. Uch to'p (uyum) yong'oq bor. Bitta yurishda har bir to'pdan bir xil sondagi yong'oqlar olib tashlash yoki biror to'pdagi yong'oqlarning yarmini (agar bu to'pdagi yong'oqlar juft sonda bo'lsa) olib, ixtiyoriy boshqa to'pga qo'shish mumkin. Har bir to'pdan olinadigan yong'oqlar soni bir yurishdan ikkinchisiga

o'tganida o'zgarishi mumkin. Dastlab 1-to'pda 1989, 2-to'pda 989, 3-to'pda 89 dona yong'oq bor edi. 1) Keltirilgan qoida bo'yicha yurib, qandaydir ikkita to'pda bitta ham yong'oq bo'lmasligiga erishish mumkinmi?

2) Uchala to'pda ham birorta yong'oq qolmasligiga-chi?

17. So'roq belgisi o'rniga qanday sonlar qo'yish kerak?

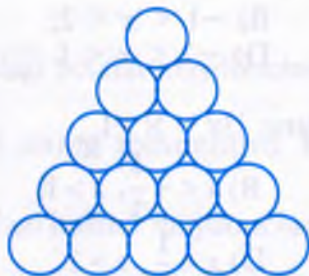
1) 3, 4, 2, 4, 3, 4, 5, 6, ?, ? 2) 3, 3, 5, 4, 4, 3, 5, 5, 4, ?, ?, ?

3) 4, 3, 3, 6, 4, 5, 4, 6, 6, 6, 11, ?, ?

Ko'rsatma: Natural sonlar qatoridan foydalaning.

18. Doirachalarni yashil, ko'k, qizil ranglarga shunday bo'yangki, yonma-yon turgan ikkita doiracha bir xil rangda bo'lmasin.

19. Jadvalni shunday ikkita qismga ajratingki, ularning har birida 1 dan 8 gacha natural sonlar bo'lsin.



7	6	7	1
1	2	6	8
2	5	3	3
8	4	4	5

III bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Tengsizlikni yeching:

$$3(x - 2) + 4(x + 2) < 6(x + 3) + 5(x - 2).$$

A) $x > \frac{3}{2}$;

B) $x > -\frac{3}{2}$;

C) $x > \frac{3}{4}$;

D) $x > 0,6$.

2. Tengsizlikni yeching: $\frac{3-2x}{6} > \frac{x-1}{4} - \frac{2x+3}{3}$.

A) $x > 8$;

B) $x < 9$;

C) $x > -9$;

D) $x < -9$.

3. $9x + 4 \geq 6(x - 1) - 7x$ tengsizlikning yechimi bo'ladigan eng kichik butun sonni toping. A) $x = 0$; B) $x = 2$; C) $x = 1$; D) $x = -1$.

4. $8(2 - x) > 3(4 - x)$ tengsizlikning yechimi bo'ladigan eng katta butun sonni toping. A) $x = 0$; B) $x = 1$; C) $x = -1$; D) $x = 2$.

5. x ning qanday qiymatlarida $\frac{2x-4}{5}$ kasr $\frac{3x-5}{15}$ va $\frac{3-x}{3}$ kasrlar yig'indisidan kichik bo'ladi? A) $x \geq -1$; B) $x < 2,75$; C) $x > 2,25$; D) $x < 1$.

6. Tengsizlikni yeching: $|2 - 5x| \geq 7$.

A) $x \leq 0, x \geq 1$;

B) $x \leq -1, x \geq 1,8$;

C) $x \leq -1,8$;

D) $x \geq 2, x \leq 1$.

7. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} (x-2)(x-3) \leq (x+2)(x+3) + 10, \\ 3 \cdot (4x-1) \leq 4 \cdot (2x+3). \end{cases}$$

A) $x \geq -1$; B) $x \leq 3$; C) $-1 \leq x \leq 2$; D) $-1 \leq x \leq 3,75$.

8. Tengsizlikni yeching: $|2x - 3| \leq 5$.

A) $0 \leq x < 1$; B) $-1 \leq x \leq 5$; C) $1 \leq x \leq 3$; D) $-1 \leq x \leq 4$.

9. Tengsizlikni yeching: $|1 - 4x| < 3$.

A) $-0,5 < x < 1$; B) $-1 < x < 2$;
C) $0 < x < 1$; D) $-2 < x < 1$.

10. Tengsizlikni yeching: $|3x - 5| > 1$.

A) $x < 0, x > \frac{1}{3}$; B) $x < -\frac{4}{3}, x > 1$;
C) $x < \frac{4}{3}, x > 2$; D) $x < \frac{1}{3}, x > 2$.

Tarixiy masalalar

1. (Evklid masalasi). Agar a, b, c, d – musbat sonlar, a – ularning eng kattasi va $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bo'lsa, u holda $a + d > b + c$ bo'lishini isbotlang.

2. (Aleksandriyalik Papp masalasi). Agar a, b, c, d musbat sonlar va $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ bo'lsa, u holda $ad > bc$ bo'lishini isbotlang.

3. (Bernulli tengsizligi). Agar $x_1, x_2, \dots, x_n > -1$ va x_1, x_2, \dots, x_n sonlarning hammasi bir xil ishorali bo'lsa, $(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_n$ bo'ladi. Bernulli tengsizligini $n = 2, 3$ bo'lgan hol uchun isbotlang.

Tarixiy ma'lumot

$>$ (katta) va $<$ (kichik) belgilari – qat'iy tengsizlik belgilari birinchi bor ingliz olimi T. Garriotning 1631-yilda chop etilgan risolasida keltirilgan. \geq (katta yoki teng) va \leq (kichik yoki teng) belgilari – noqat'iy tengsizlik belgilarini esa 1734-yilda fransuz matematigi P. Buge kiritgan.

x sonning modulini $|x|$ kabi belgilashni mashhur nemis matematigi K. Veyershtass 1841-yilda taklif etgan.

1-§. ARIFMETIK KVADRAT ILDIZ

1-masala. Kvadrat shaklidagi bolalar maydonchasining tomoni 8 m. Uning yuzi S ni toping.

□ Maydonchaning yuzi uning tomonining kvadratiga teng. Demak, $S = 8^2 = 64$ (m²). ■

2-masala. Kvadrat shaklidagi bolalar maydonchasining yuzi 100 m² ga teng. Uning tomonini toping.

□ Kvadrat tomonining uzunligini x deylik. U holda maydonchaning yuzi x^2 metrga teng. Shartga ko'ra bu maydoncha 100 m². Kvadrati 100 ga teng bo'lgan musbat son 10 bo'ladi.

Javob: 10 m. ■

2-masalani yechish kvadrati 100 ga teng bo'lgan x ni topishga keltirildi, ya'ni $x^2 = 100$ tenglamani yechish talab qilinadi. Bu tenglamani $x^2 - 100 = 0$ yoki $(x - 10)(x + 10) = 0$ ko'rinishida yozish mumkin, bundan $x_1 = 10$, $x_2 = -10$ hosil bo'ladi. Shu 10 va -10 sonlari $x^2 = 100$ tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiradi. Bundan $x^2 = 100$ tenglamaning ikkita ildizi borligi kelib chiqadi: $10^2 = 100$ va $(-10)^2 = 100$. 10 va -10 sonlari 100 sonining *algebraik kvadrat ildizlari* deyiladi. Ularning ichida bittasi musbat. Shu musbat 10 soni 100 sonidan olingan *arifmetik kvadrat ildiz* deyiladi va $\sqrt{100}$ kabi belgilanadi. Shunday qilib, $\sqrt{100} = 10$. Kvadrat ildizning manfiy qiymati bilan maktabda ish ko'rilmaydi.

Ta'rif. a sonning arifmetik kvadrat ildizi deb, kvadrati a ga teng bo'lgan nomanfiy songa aytiladi.

a sonning arifmetik kvadrat ildizi \sqrt{a} kabi belgilanadi. $\sqrt{\quad}$ belgi arifmetik kvadrat ildiz belgisi, a esa ildiz ostidagi ifoda deyiladi. \sqrt{a} ifoda bunday o'qiladi: " a sonning arifmetik kvadrat ildizi".

Demak, \sqrt{a} nomanfiy son bo'lib, qanday sonning kvadrati a ga teng degan savolga javob beradigan sonidir.

Masalan, $\sqrt{16} = 4$, chunki $4 > 0$ va $4^2 = 16$.

Yana bir nechta misollar keltiramiz:

$$\sqrt{0} = 0; \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}; \sqrt{0,01} = 0,1; \sqrt{0,64} = 0,8.$$

Arifmetik kvadrat ildizni qisqalik uchun *kvadrat ildiz* deb aytaveramiz, jumladan, “ a sonning kvadrat ildizi”.

Sonning kvadrat ildizini topish amali *kvadrat ildiz chiqarish* deyiladi. Bu amal kvadratga ko‘tarish amaliga teskari amaldir.

Istalgan sonni kvadratga ko‘tarish mumkin, lekin istalgan sondan kvadrat ildiz chiqarish mumkin emas, chunki arifmetik kvadrat ildiz tushunchasi nomanfiy sonlar uchun kiritilgan. Masalan, -3 sonidan kvadrat ildiz chiqarish mumkin emas. Shu jumalani “ -3 sonining kvadrat ildizi mavjud emas” deb aytsa bo‘ladi.

Shunday qilib, \sqrt{a} ifoda faqat $a \geq 0$ bo‘lganidagina ma’noga ega. Kvadrat ildiz ta’rifini qisqacha $\sqrt{a} \geq 0$, $(\sqrt{a})^2 = a$, $a \geq 0$ kabi yozish mumkin.

3-masala. $4\sqrt{8 \cdot 2} - 5\sqrt{1 \cdot 4}$ ifodaning son qiymatini toping.

$$\square 4\sqrt{8 \cdot 2} - 5\sqrt{1 \cdot 4} = 4\sqrt{16} - 5\sqrt{4} = 4 \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 16 - 10 = 6. \blacksquare$$



1. 1) Sonning kvadrat ildizi nechta qiymatga ega?

2) Sonning arifmetik kvadrat ildizi ta’rifini ayting.

3) Qanday sonlarning arifmetik kvadrat ildizi mavjud?

2. Agar kvadratning yuzi 1) 9 m²; 2) 49 m²; 3) 144 m²; 4) 0,49 sm²;

5) 0,36 dm²; 6) $\frac{36}{81}$ mm² bo‘lsa, uning tomonini toping.

3. Agar kvadratning tomoni 1) 16 m; 2) 36 m; 3) 12 dm; 4) 49 sm;

5) 5 m; 6) 7 m bo‘lsa, uning yuzini toping.

4. Sonning arifmetik kvadrat ildizini toping:

49; 36; 121; 169; 0,16; 0,09; 1,44; 9801; 961.

5. Tenglik to‘g‘ri mi?

$$1) \sqrt{49} = 7; 2) \sqrt{144} = 12; 3) \sqrt{92,16} = 9,6; 4) \sqrt{56,25} = 7,5.$$

Hisoblang (6–9):

$$6. 1) (\sqrt{9})^2; 2) \left(\frac{\sqrt{5}}{25}\right)^2; 3) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2; 4) \left(\frac{\sqrt{49}}{14}\right)^2.$$

7. 1) $7 - \sqrt{16}$; 2) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$; 3) $\sqrt{144} - 0,2$; 4) $\sqrt{1,69} + 0,7$.

8. 1) $2\sqrt{225} - 5\sqrt{144}$; 2) $10\sqrt{625} - 7\sqrt{256}$; 3) $3 \cdot \sqrt{1024} + 7 \cdot \sqrt{289}$.

9. 1) $\sqrt{37^2 - 35^2}$; 2) $\sqrt{26^2 - 24^2}$; 3) $\sqrt{10^2 - 8^2}$; 4) $\sqrt{(n+2)^2 - n}$.

10. Ifodaning qiymatini toping:

1) $\sqrt{100 - 3a}$, bunda $a = -23; 17; 25; 6\frac{1}{3}; -7$;

2) $\sqrt{5a - 4}$, bunda $a = 10\frac{3}{5}; 1; 4; 8; 13,6$.

11. Ifodaning qiymatini toping:

1) $\sqrt{10 - 2a}$, bunda $a = -3; 3; 5$;

2) $\sqrt{6x - 2}$, bunda $x = 1; \frac{1}{3}; 3$.

12. a ning qanday qiymatlarida quyidagi ifoda ma'noga ega:

1) $\sqrt{5a}$; 2) $\sqrt{-4a}$; 3) $\sqrt{a-3}$; 4) $\sqrt{6-a}$.

Hisoblang (13–15):

13. 1) $\sqrt{3 + \sqrt{36}}$; 2) $\sqrt{4 + \sqrt{25}}$; 3) $\sqrt{7 + \sqrt{4}}$; 4) $\sqrt{7 - \sqrt{9}}$.

14. 1) $0,8 + \sqrt{1,44}$; 2) $4,6 - \sqrt{2,56}$; 3) $\sqrt{1,69} + \sqrt{1,21}$.

15*. 1) $\sqrt{936 + \sqrt{601 + \sqrt{576}}}$; 2) $\sqrt{594 + \sqrt{933 + \sqrt{784}}}$; 3) $\sqrt{99 + \sqrt{1024} - \sqrt{961}}$.

16. Tenglamani yeching:

1) $\sqrt{x} = 3$; 2) $\sqrt{2x} = 4$; 3) $\sqrt{x-2} = 1$; 4) $\sqrt{3-x} = 1$.

17. To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni uzunligi ikkinchi tomoni uzunligining 64 % iga teng. Agar shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi 256 m^2 bo'lsa, uning perimetrini toping.

18. To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni ikkinchi tomonidan 3 marta katta. Agar shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi 27 m^2 bo'lsa, uning perimetrini toping.

19. To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni 24 m, ikkinchi tomoni esa undan 25 % uzun. To'g'ri to'rtburchakning yuzini toping.

20. Agar kvadratning yuzi: 1) 121 sm^2 ; 2) 100 dm^2 ; 3) $2,25 \text{ m}^2$; 4) $1,69 \text{ dm}^2$; 5) 25 m^2 ; 6) 49 m^2 bo'lsa, uning tomoni uzunligini toping.

21. Agar doiraning yuzi: 1) $25\pi \text{ sm}^2$; 2) $49\pi \text{ sm}^2$; 3) $4\pi a^2 \text{ dm}^2$ ($a > 0$); 4) $9\pi \text{ m}^2$; 5) $10\pi \text{ dm}^2$; 6) $36\pi \text{ sm}^2$; 7) $1,21\pi \text{ dm}^2$; 8) $6,76\pi \text{ m}^2$; 9) $10,24\pi \text{ sm}^2$; 10) $6,25\pi \text{ dm}^2$ bo'lsa, uning diametrini toping.

Ta'rif: a sonning kub ildizi deb, kubga ko'targanda a ga teng bo'ladigan songa aytiladi va $\sqrt[3]{a}$ kabi belgilanadi.

Masalan: $\sqrt[3]{27} = 3$, chunki $3^3 = 27$; $\sqrt[3]{-0,125} = -0,5$, chunki $(-0,5)^3 = -0,125$.

Musbat sonning kub ildizi musbat son, manfiy sonning kub ildizi esa manfiy son bo'ladi.

22. Hisoblang:

$$1) \sqrt[3]{505 + \sqrt{335 + \sqrt{512}}}; \quad 2) \sqrt[3]{724 + 5\sqrt{64} - 3\sqrt[3]{125}}.$$

23. Tenglik nega noto'g'ri ekanini tushuntiring:

$$1) \sqrt{36} = -6; \quad 2) \sqrt{2,25} = -1,5; \quad 3) \sqrt{(-4)^2} = -4; \quad 4) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = 1 - \sqrt{3}.$$

24. x ning tenglik to'g'ri bo'ladigan qiymatini toping:

$$1) \sqrt{3x} = \sqrt{4 + \sqrt{25}}; \quad 2) \sqrt{3+x} = 3; \quad 3) \sqrt{8-x} = \sqrt{6 + \sqrt{9}}.$$

Hisoblang (25–28):

$$25. 1) (\sqrt{2})^2; \quad 2) (\sqrt{5})^2; \quad 3) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2; \quad 4) \left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)^2.$$

$$26. 1) 4 - \sqrt{4}; \quad 2) 5 - \sqrt{16}; \quad 3) (\sqrt{25} - 4)^2; \quad 4) (\sqrt{9} + \sqrt{4})^2.$$

$$27. 1) 1 + \sqrt{0,01}; \quad 2) \sqrt{0,09} - 0,2; \quad 3) \sqrt{0,64} - 0,5; \quad 4) \sqrt{1,96} - 1,2.$$

$$28. 1) \sqrt{20^2 - 16^2}; \quad 2) \sqrt{52^2 - 48^2}; \quad 3) \sqrt{17^2 - 15^2}; \quad 4) \sqrt{37^2 - 35^2}.$$

29. Ifodaning qiymatini toping:

$$\sqrt{13 - 2a}, \text{ bunda } a = 4; 4,5; 1,5.$$

30. a ning qanday qiymatlarida ifoda ma'noga ega?

$$1) \sqrt{3a}; \quad 2) \sqrt{-9a}; \quad 3) \sqrt{a-2}; \quad 4) \sqrt{5-a}.$$

Hisoblang (31–33):

31. 1) $\sqrt{1+\sqrt{9}}$; 2) $\sqrt{3+\sqrt{36}}$; 3) $\sqrt{4-\sqrt{9}}$; 4) $\sqrt{2+\sqrt{4}}$.

32. 1) $0,8+\sqrt{10,24}$; 2) $0,7+\sqrt{2,89}$; 3) $2,6+\sqrt{5,76}$; 4) $7,5+\sqrt{6,25}$.

33* 1) $\sqrt{945+\sqrt{240+\sqrt{256}}}$; 2) $\sqrt{596+\sqrt{800+\sqrt{1681}}}$; 3) $\sqrt{149-\sqrt{21+\sqrt{16}}}$.

34. To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni ikkinchi tomonining $\frac{3}{5}$ qismini

tashkil etadi. Agar shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi $\frac{5}{27}$ m² bo'lsa, uning perimetrini toping.

35* To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni ikkinchi tomoni uzunligining 36 % iga teng. Agar shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi 144 sm² bo'lsa, uning perimetrini toping.

36. Agar kvadratning yuzi: 1) 0,49 sm²; 2) 0,81 dm²; 3) 1,21 dm²; 4) 169 m²; 5) 0,64 m²; 6) 0,36 m² bo'lsa, uning tomoni uzunligini toping.

N a m u n a. Agar kvadratning yuzi 2,25 m² bo'lsa, uning tomonini toping.

□ Kvadratning tomonini x deb belgilaymiz. $x \cdot x = x^2 = 2,25$. Qanday son o'z-o'ziga ko'paytirilsa, 2,25 chiqadi. Ravshanki, $x = 1,5$ bo'lishi kerak.

Javob: 1,5. ■

37. Agar doiraning yuzi 1) 16π sm²; 2) 64π sm²; 3) 81π m²; 4) $1,3\pi$ sm²; 5) $1,96\pi$ sm²; 6) $68,89\pi$ m² bo'lsa, uning diametrini toping.

Namuna. Agar doiraning yuzi $56,25\pi$ sm² bo'lsa, uning diametrini toping.

□ Doiraning yuzi $\pi R^2 = 56,25\pi$ bo'lgani uchun $R^2 = 56,25$. Bundan $R=7,5$ sm, diametri $2R = 15$ sm.

Javob: $2R = 15$ sm. ■

x ning tenglik to'g'ri bo'ladigan qiymatini toping: (38–39):

38. 1) $\sqrt{3x} = \sqrt{4-\sqrt{9}}$; 3) $\sqrt{4+x} = 3$;

2) $\sqrt{x-5} = \sqrt{3-\sqrt{4}}$; 4) $\sqrt{2+x} = \sqrt{4}$.

39* 1) $\sqrt{2x} = \sqrt{2+\sqrt{9}}$; 3) $2\sqrt{4+x} = \sqrt{64}$;

2) $\sqrt{7-x} = \sqrt{7+\sqrt{4}}$; 4) $\sqrt{2+x} = \sqrt{9}$.

40. Ifodaning son qiymatini toping:

1) $\sqrt{16a^2 + 8a + 1}$, $a = 3$; -4 ; 4 bo'lganda;

2) $\sqrt{25a^2 + 20a + 4}$, $a = -1$; 1 ; 2 bo'lganda.

41. a ning qanday qiymatlarida ifoda ma'noga ega emas:

1) $\sqrt{1-a}$; 2) $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}$; 3) $\sqrt{a+2} - \sqrt{3-a}$.

42. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi maydonning yuzi 176 m^2 . Uning

uchlaridan tomoni $2\sqrt{2} \text{ m}$ bo'lgan kvadratlar ajratildi. To'g'ri to'rtbur-

chak yuzining qolgan qismi yuziga teng bo'lgan kvadratning tomonini toping.

43. Tomoni 15 sm ga teng bo'lgan kvadratning uchlaridan tomoni 4 sm ga teng bo'lgan kvadratchalar qirqib olingan. Kvadrat yuzining qolgan qismi yuziga teng bo'lgan kvadratning tomonini toping.

2-§. HAQIQIY SONLAR

1. Ratsional sonlar

Matematikada ba'zi amallarni bajarishda ungacha ma'lum bo'lgan sonlar yetarli bo'lmay qoladi. Masalan, ikki natural son ayirmasini topish uchun butun sonlar tushunchasini, natural sonlarni bo'lish uchun ratsional sonlar tushunchasini kiritish zarurati tug'iladi. Shu munosabat bilan natural sonlar to'plami $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ butun sonlar to'plami $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ gacha kengaytiriladi. Bu to'plam esa ratsional sonlar Q to'plamigacha

kengaytiriladi. Ratsional sonlar $\frac{m}{n}$ ko'rinishida yoziladi, bunda m – butun son,

n – natural son. Masalan: $\frac{3}{5}$; $\frac{-4}{7}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{-7}{14}$; $\frac{34}{80}$; $\frac{4}{12}$.

Ratsional sonlar ustida to'rtta arifmetik amal (nolga bo'lishdan tashqari) bajarilganida doim ratsional son hosil bo'ladi.

Ratsional sonni chekli yoki cheksiz o'nli kasr shaklida yozish mumkin. Masalan,

$\frac{3}{5}$ va $\frac{5}{8}$ sonlarini chekli o'nli kasr shaklida yozish mumkin. $\frac{3}{5} = 0,6$; $\frac{5}{8} = 0,625$;

$\frac{2}{3}$; $\frac{2}{9}$ va $\frac{7}{11}$ kasrlar suratini maxrajiga ustun usulida bo'lish natijasi cheksiz o'nli

kasr shaklida yozilishi mumkin: $\frac{2}{3} = 0,666\dots$; $\frac{2}{9} = 0,222\dots$; $\frac{7}{11} = 0,636363\dots$

Qanday ratsional kasrlar chekli o'nli kasr shaklida yozilishi mumkin degan savolga quyidagi teorema javob beradi:

Teorema: Qisqarmas $\frac{a}{b}$ ratsional kasr chekli o'nli kasr shaklida yozilishi uchun kasrning maxraji 2 va 5 dan farqli tub bo'luvchilarga ega bo'lmashligi zarur va yetarli.

Bunda b son, albatta, $2^k \cdot 5^p$ shaklida bo'lishi shart emas, u 2^k yoki 5^p shaklida bo'lishi ham mumkin.

Misollar:

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{2 \cdot 5} = 0,3; \quad \frac{1}{5} = 0,2; \quad \frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = 0,625; \quad \frac{34}{80} = \frac{17}{40} = \frac{17}{2^3 \cdot 5} = 0,425;$$

$$\begin{array}{r} 170 \quad | \quad 40 \\ - 160 \quad | \quad 0,425 \\ \hline 100 \\ - 80 \\ \hline 200 \\ - 200 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{17}{40} = 0,425.$$

0,666... cheksiz o'nli kasr yozuvida 6 raqami takrorlanadi, 0,636363... cheksiz o'nli kasr yozuvida esa 63 dan iborat ikkita raqam guruhi takrorlanadi. Birinchi misolda takrorlanayotgan 6 raqami, ikkinchi misolda 63 soni mos ravishda kasrning *davri* deyiladi, kasrning o'zi esa *davriy kasr* deyiladi. Birinchi holda 0,(6), ikkinchi holda 0,(63) deb yoziladi. O'qilishi: "Nol butun o'ndan 6 davrda", "Nol butun yuzdan 63 davrda". 0,0(6)ni "Nol butun yuzdan 6 davrda", deb o'qish to'g'ri. Agar "Nol butun 6 davrda", deb aytilsa, 0,(6) bilan 0,0(6) ning farqi bo'lmay qoladi.

1-masala. Ushbu 1) 1,(6); 2) 0,3(79) cheksiz davriy o'nli kasrni oddiy kasr shaklida tasvirlang.

□ 1) 1,(6) = 1,666... ni x deb belgilaymiz. Unda $10x = 16,(6) = 16,666\dots$ Quyidagi ayirishni bajaramiz:

$$10x - x = 16,(6) - 1,(6) = 15; 9x = 15. \text{ Bundan } x = \frac{15}{9} = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3}.$$

2) $0,3(79)$ ni x deb belgilaymiz: $0,3(79) = x$. Ikki tomonini 1000 ga ko'paytiramiz: $1000x = 379,(79)$. Ayirishni bajaramiz: $1000x - 10x = 379,(79) - 3,(79) = 376$. Bundan $990x = 376$, $x = \frac{376}{990} = \frac{188}{495}$ hosil bo'ladi. Demak, $0,3(79) = \frac{188}{495}$. ■

1-masalada qo'llanilgan usul bilan davriy o'nli kasrdan oddiy kasrga o'tish formulasini ham chiqarish mumkin.

Misollar:

$$1) 1,(6) = 1 + 0,(6) = 1 + \frac{6}{9} = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3};$$

$$2) 0,3(79) = \frac{379-3}{990} = \frac{376}{990} = \frac{188}{495};$$

$$3) 2,35(3) = 2 + \frac{353-35}{900} = 2 + \frac{318}{900} = 2 + \frac{53}{150} = 2\frac{53}{150} = \frac{353}{150};$$

$$4) 0,19(34) = \frac{1934-19}{9900} = \frac{1915}{9900} = \frac{383}{1980}.$$

Shunday qilib, barcha natural sonlar, barcha butun sonlar va barcha oddiy kasr sonlar ratsional sonlardir. Matematikada cheksiz davriy kasrlardan boshqa cheksiz davriy bo'lmagan sonlar ham ko'riladi. Masalan, $0,1234\dots$ soni cheksiz o'nli kasr, ammo davriy kasr emas. Shuningdek, $0,1010010001\dots$ kasrda har 1 raqamidan keyin nollar soni bittadan ortib boryapti. Bu davriy o'nli kasr emas.

Davriy bo'lmagan cheksiz o'nli kasrlar *irrational sonlar* deyiladi. Ratsional va irrational sonlar *haqiqiy sonlar* to'plamini tashkil qiladi.

Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar va taqqoslash qoidalari, tenglik va tengsizliklarga oid xossalari ratsional sonlarga doir xossalari bilan bir xil bo'ladi.

Irrational sonlar kvadrat ildiz chiqarish jarayonida hosil bo'lishi mumkin. Agar kvadrat ildiz ostidagi son biror sonning kvadrati bo'lmasa, unda kvadrat

ildiz qiymati irrational son bo'ladi. Jumladan, $\sqrt{1,21}$ da $1,21=1,1^2$, demak,

$\sqrt{1,21}$ – ratsional son; ammo $\sqrt{1,25}$ soni irrational son, chunki kvadrati 1,25 ga

teng bo'lgan ratsional son mavjud emas. Demak, $\sqrt{1,25}$ – irrational son.

2-masala. $\sqrt{2}$ irratsional son ekanini isbot qiling.

□ Faraz qilaylik, $\sqrt{2}$ ratsional va qisqarmaydigan $\frac{p}{q}$ kasr bo'lsin. Unda

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q}, 2 = \frac{p^2}{q^2}, 2q^2 = p^2, 2q^2 - \text{juft}, \text{ shuning uchun } p^2 \text{ ham juft, demak, } p - \text{juft}$$

son. Uni $2n$ shaklida yozish mumkin. $2q^2 = p^2$ tenglikda $p = 2n$ desak,

$2q^2 = 4n^2, q^2 = 2n^2$ bo'ladi. Bundan q ham juft bo'lishi kelib chiqadi:

$a = 2m$. Shunday qilib,

$p = 2n, q = 2m$. Bundan $\frac{p}{q} = \frac{2n}{2m}$ kelib chiqadi. Bu kasr qisqaradigan kasrdir.

Ziddiyatlikka keldik.

Demak, $\sqrt{2}$ - irratsional son. ■

2. Irratsional sonlar. Haqiqiy sonlar

Irratsional sonlar faqat kvadrat ildiz chiqarish natijasida paydo bo'lib qolmaydi.

Masalan, aylana uzunligining uning diametriga nisbati o'zgarmasligini bilamiz.

U π deb belgilangan. Shu π soni irratsionaldir. $\pi = 3,141592\dots$ Hozirda π ning

verguldan keyingi millionlab raqamlari hisoblab qo'yilgan. Bundan boshqa turli

masalalardan kelib chiqqan qator o'zgarmaslar mavjud. Jumladan, $e =$

$2,718281\dots, c = 0,577215\dots$ (Eyler o'zgarmasi), $G = 0,915965\dots$ (Katalon

o'zgarmasi) sonlari irratsional sonlardir.

Kvadrat ildizlarni amalda berilgan aniqlikda hisoblash uchun taqribiy

formulalardan foydalaniladi. Bu haqida VI bobda to'liq ma'lumot beriladi. Hozir

bitta masala ko'rish bilan chegaralanamiz.

3-masala. $\sqrt{19}$ ni $\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + \frac{b}{2\sqrt{a}}$ taqribiy hisoblash formulasi yordamida

hisoblang, bunda $b < a$ va yaqinlashish xatoligi, ya'ni aniq qiymat bilan taqribiy

qiymat orasidagi farqning moduli $\frac{b^2}{8(\sqrt{a})^3}$ dan oshmaydi.

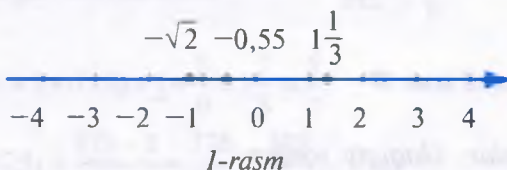
$$\sqrt{19} \approx \sqrt{16+3} = \sqrt{16} + \frac{3}{2\sqrt{16}} = 4 + \frac{3}{2 \cdot 4} = 4 + \frac{3}{8} = \frac{35}{8} = 4,375.$$

□ Yaqinlashish xatoligi esa

$$\frac{3^2}{8(\sqrt{16})^3} = \frac{9}{8 \cdot 4^3} = \frac{9}{8 \cdot 64} = \frac{9}{512} \approx 0,01757 < 0,02. \blacksquare$$

Demak, $\sqrt{19}$ haqiqiy son 0,02 gacha aniqlikda 4,375 bilan almashtirilishi mumkin. Albatta, xatolik katta emas. Aslida, $\sqrt{19} \approx 4,35890 \approx 4,359$; $4,375 - 4,359 = 0,016 < 0,02$.

Shunday qilib, irratsional sonlar ustida bajariladigan amallar ularning o'qli yaqinlashishlari ustida bajariladigan amallar bilan almashtiriladi. Geometrik nuqtayi nazardan haqiqiy sonlar son o'qining nuqtalari bilan tasvirlanadi (1-rasm). Har bir haqiqiy songa son o'qining yagona nuqtasi mos keladi va son o'qining har bir nuqtasiga yagona haqiqiy son mos keladi.



- 44.** 1) Cheksiz o'nli kasrlar necha turli bo'ladi?
 2) Ratsional sonlar qanday sonlar? Misollar bilan tushuntirib bering.
 3) Davriy o'nli kasrlar nima va qanday o'qiladi?
 4) Irratsional sonlar qanday sonlar?
 5) Davriy o'nli kasrdan oddiy kasrga o'tish formulasini chiqaring.

45. Kasrlarni o'qing:

- 1) 0,(7); 2) 2,(13); 3) 34,5(28); 4) -3,66(5).

46. Kasrni cheksiz o'nli davriy kasr ko'rinishida yozing:

- 1) $2\frac{3}{7}$; 2) $1\frac{4}{9}$; 3) $4\frac{5}{6}$; 4) $\frac{7}{17}$; 5) $\frac{-7}{11}$; 6) $-6\frac{11}{24}$.

47*. Kasrni chekli yoki cheksiz o'nli davriy kasr ko'rinishida yozing:

- 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{125}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{4}{11}$; 5) $-\frac{5}{13}$; 6) $\frac{-22}{7}$.

48. Cheksiz o'nli davriy kasrni oddiy kasr ko'rinishida yozing:

- 3,(2); 0,(7); 1,(8); 0,(321); 2,(110); 0,(6); 0,0(6);
 4,2(3); 0,21(5); 1,71(8); 3,28(6); 0,134(5); 6,165(2).

49. Sonlarni taqqoslang:

1) 0,37 va 0,(37); 2) 2,03 va 2,(03); 3) 3,43 va 3,4(3); 4) 4,27 va 4,2(7).

50. Sonlarni taqqoslang:

1) 4 va $\sqrt{13}$; 2) 7 va $\sqrt{53}$; 3) 6 va $\sqrt{33}$; 4) 8 va $\sqrt{74}$.

51.* Matndagi 3-masalada bayon etilgan usul bilan sonlarning taqribiy qiymatini 0,1 gacha aniqlikda hisoblang va yaqinlashish xatoligini toping:

$\sqrt{24}$; $\sqrt{37}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{50}$; $\sqrt{122}$; $\sqrt{143}$; $\sqrt{168}$; $\sqrt{626}$.

52. 1) Yig'indisi ratsional son bo'lgan ikkita irratsional sonni toping.

2) Ko'paytmasi ratsional son bo'lgan ikkita irratsional sonni toping.

53.* 1) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$; 2) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$; 4) $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$ sonlarining irratsional son ekanini ko'rsating.

54. p va q sonlarning yig'indisi ham, ayirmasi ham ratsional son bo'lsa, p va q sonlarning o'zi ham ratsional son ekanini isbotlang.

55.* Ketma-ket kelgan qaysi natural sonlar orasida yotadi? Qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) $\sqrt{19}$; 2) $\sqrt{23}$; 3) $\sqrt{31}$; 4) $\sqrt{29}$.

56.* Agar $k \neq n^2$ bo'lsa, bunda k va n — natural sonlar, u holda \sqrt{k} — irratsional son ekanligini isbotlang.

MASALALAR YECHISH

57. Kasrlarni o'qing:

1) 2,(7); 2) 3,6(5); 3) 4,27(3); 4) 5,4(35); 5) $-0,75(8)$.

58. Kasrni cheksiz o'nli davriy kasr ko'rinishida yozing:

1) $3\frac{2}{7}$; 2) $2\frac{4}{9}$; 3) $4\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{13}$; 5) $\frac{-3}{17}$; 6) $-5\frac{13}{24}$.

59. Kasrni chekli yoki cheksiz o'nli davriy kasr ko'rinishida yozing:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{3}{125}$; 4) $\frac{3}{11}$; 5) $-\frac{3}{17}$; 6) $\frac{-23}{7}$.

60. Cheksiz oʻnli davriy kasrni oddiy kasr koʻrinishida yozing:
2,(3); 0,(5); 1,(7); 0,3(2); 0,(321); 0,(6); 0,00(6).

61. Sonlarni taqqoslang:

1) 0,45 va 0,(45); 2) 3,04 va 3,(04); 3) 4,5(2) va 4,52; 4) 7,3(5) va 7,35.

62. Sonlarni taqqoslang:

1) 5,2 va $\sqrt{26}$; 2) 14 va $\sqrt{187}$; 3) 7,1 va $\sqrt{46}$; 4) $\sqrt{50}$ va $\sqrt{49}$.

63. Matndagi 3-masalada (2-§) bayon etilgan usul bilan sonlarning taqribiy qiymatini 0,1 gacha aniqlikda hisoblang va yaqinlashish xatoligini toping:

$\sqrt{21}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{47}$; $\sqrt{51}$; $\sqrt{120}$; $\sqrt{65}$; $\sqrt{624}$; $\sqrt{82}$.

Kasrning maxrajini irratsionallikdan qutqaring (**64–66**):

64. 1) $\frac{2}{\sqrt{9}}$; 2) $\frac{5}{\sqrt{a^2}}$; 3) $\frac{3}{2\sqrt{25}}$; 4) $\frac{a}{3\sqrt{a^2}}$.

65. 1) $\frac{3}{\sqrt{36}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{49}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{64}}$; 4) $\frac{6}{\sqrt{100}}$.

Hisoblang (**66–67**):

66. 1) $\frac{2}{\sqrt{9(a-1)^2}}$; 2) $\frac{a+1}{\sqrt{(a+1)^2}}$; 3) $\frac{b}{\sqrt{(b-1)^2}}$; 4) $\frac{b}{\sqrt{4b^2}}$.

67. 1) $\frac{3}{\sqrt{a}} + \frac{5}{2\sqrt{a}}$; 2) $\frac{a}{\sqrt{a}} + \frac{2a}{3\sqrt{a}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{2}{2\sqrt{a}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt{a}} + \frac{4}{3\sqrt{a}}$.

68. Soddalashtiring:

$\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 + a + 0,25} + \sqrt{a^2 - a + 0,25}$, ($a \geq 0,5$).

69. Agar $a = \sqrt{2}$ va $b = \sqrt{3}$ boʻlsa, $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$ ifodaning qiymatini hisoblang.

70. Agar $x = 5\sqrt{6}$ va $y = 6\sqrt{5}$ boʻlsa, $\sqrt{x^2 + 2xy + y^2} - \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$ ifodaning qiymatini hisoblang.

71*. Agar $x = e \approx 2,71$ va $y = \pi \approx 3,14$ boʻlsa, $\frac{\sqrt{x^2 - 2xy + y^2}}{\sqrt{x^2 + 2xy + y^2}} + \frac{2x}{x+y}$ ifodaning qiymatini hisoblang.

3-§. DARAJANING KVADRAT ILDIZI

$\sqrt{a^2}$ ifodaning qiymatini $a = 2$ va $a = -2$ bo'lganda hisoblaymiz. Kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra $\sqrt{2^2} = 2$.

$a = -2$ bo'lganida $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{2^2} = 2$ ekanini topamiz. 2 soni -2 soniga qarama-qarshi son bo'lgani uchun bunday yozish mumkin:

$$\sqrt{(-2)^2} = -(-2) \text{ yoki } \sqrt{(-2)^2} = |-2|.$$

Istalgan a^2 darajaning kvadrat ildizini topish kerak, deylik.

1-teorema. Istalgan a son uchun $\sqrt{a^2} = |a|$ tenglik o'rinli.

○ Ikki holni qarash kerak: $a \geq 0$ va $a < 0$.

1) Agar $a \geq 0$ bo'lsa, u holda arifmetik ildiz ta'rifiga ko'ra $\sqrt{a^2} = a$.

2) Agar $a < 0$ bo'lsa, u holda $(-a) > 0$ va shuning uchun $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-a)^2} = -a$.

Shunday qilib, $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{agar } a \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ -a, & \text{agar } a < 0 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$ ya'ni $\sqrt{a^2} = |a|$. ●

Masalan, $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$.

$\sqrt{a^2} = |a|$ tenglik unga kiruvchi a harfining istalgan qiymatlarida bajariladi deyish o'rniga bu tenglik aynan bajariladi deyiladi.

Ayniyatlarga misollar:

$$\sqrt{a^2} = |a|; (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; a^2 - b^2 = (a-b)(a+b);$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3; \sqrt[3]{a^3} = a; \sqrt{(x-4)^2} = |x-4|.$$

1-masala. Ifodani soddalashtiring: $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{a^6}$.

□ 1) $\sqrt{a^4} = \sqrt{(a^2)^2} = |a^2|$; a ning istalgan qiymatida $a^2 > 0$ bo'lgani uchun $|a^2| = a^2$. Shuning uchun $\sqrt{a^4} = a^2$.

$$2) \sqrt{a^6} = \sqrt{(a^3)^2} = |a^3|.$$

Agar $a \geq 0$ bo'lsa, $a^3 \geq 0$ va shuning uchun $|a^3| = a^3$.

Agar $a < 0$ bo'lsa, $a^3 < 0$ bo'ladi va shuning uchun $|a^3| = -a^3$. Shunday qilib, $\sqrt{a^6} = |a^3|$. ■

2-teorema. Agar $a > b > 0$ bo'lsa, $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ bo'ladi.

○ Faraz qilaylik, $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ bo'lsin. Tengsizlikning ikkala qismini kvadratga ko'taramiz: $a \leq b$, bu $a > b$ shartga zid. ●

Masalan: $\sqrt{225} > \sqrt{196}$, chunki $225 > 196$; $4 < \sqrt{19} < 5$, chunki $16 < 19 < 25$.

2-masala. Ifodani soddalashtiring: $\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$.

□ $\sqrt{a^2} = |a|$ ayniyatdan foydalanib yozamiz:

$$\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2} = |\sqrt{15}-4|.$$

$15 < 16$ bo'lgani uchun, 2-teoremaga ko'ra, $\sqrt{15} < 4$ ni hosil qilamiz. Shuning uchun $\sqrt{15}-4 < 0$ va $|\sqrt{15}-4| = -(\sqrt{15}-4) = 4-\sqrt{15}$.

Javob: $4-\sqrt{15}$ ■

3-masala. Tenglamani yeching: $\sqrt{(x-3)^2} = x-3$.

□ $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$ bo'lgani uchun tenglama $|x-3| = x-3$ ko'rinishni

oladi. Bundan $x-3 \geq 0$ kelib chiqadi, ya'ni $x \geq 3$.

Javob: $x \geq 3$. ■

4-masala. Ifodani soddalashtiring: $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$.

□ $11-4\sqrt{7} = 7-4\sqrt{7}+4 = (\sqrt{7}-2)^2$ ekanini hisobga olib, ifodani bunday yozamiz: $\sqrt{11-4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = |\sqrt{7}-2| = \sqrt{7}-2$, chunki $\sqrt{7} > 2$. ■



72. 1) Darajaning kvadrat ildizi deganda nimani tushunasiz? Misollarda izohlang.

2) Ayniyat deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.

3) a sonning istalgan qiymati uchun $\sqrt{a^2} = a$; $\sqrt[3]{a^3} = a$ tengliklar o'rinlimi?

73. Tenglik to'g'rimi:

1) $\sqrt{7^2} = 7$; 2) $\sqrt{(-7)^2} = -7$; 3) $\sqrt{(-7)^2} = 7$; 4) $\sqrt{(-7)^2} = |-7|$?

74. $\sqrt{(x-1)^2}$ ifodaning qiymatini: 1) $x = 1$; 2) $x = 2$; 3) $x = -2$; 4) $x = 4$ bo'lganda toping.

75. $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$ ifodaning qiymatini:

1) $x = 1$; 2) $x = 0$; 3) $x = 5$; 4) $x = -3$ bo'lganda toping.

76. To'la kvadratga keltirib hisoblang:

1) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$; 2) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$; 3) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$; 4) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

Namuna.

$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ ifodani ildiz ostidagi ifodani to'la kvadratga keltirib hisoblang.

$$\square \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{3 + 2 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{6} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}. \blacksquare$$

77. Soddalashtiring:

1) $\sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}$; 2) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$; 3) $\sqrt{(5 - \sqrt{24})^2}$; 4) $\sqrt{(\sqrt{24} - 5)^2}$.

78* Hisoblang:

1) $3a + 7 - \sqrt{(3a - 7)^2} - 6a$, agar $3a \leq 7$ bo'lsa;

2) $2x + y - \sqrt{(2x - 3y)^2} - 4x$, agar $2x \geq$ bo'lsa.

79* Tenglamani yeching:

1) $\sqrt{(x-5)^2} = x-2$; 2) $\sqrt{(x-5)^2} = 5-x$; 3) $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$.

80. 1. Harfiy ko'paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqaring ($a > 0$):

1) $\sqrt{25a^2}$; 2) $\sqrt{a^4}$; 3) $\sqrt{16a^8}$; 4) $\sqrt{3a^{10}}$; 5) $\sqrt{2a^6}$; 6) $\sqrt{5a^{12}}$.

2. Ko'paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiriting ($a > 0$):

1) $a^2\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{16a^8}$; 4) $\sqrt{3a^{10}}$; 5) $\sqrt{2a^6}$; 6) $\sqrt{5a^{12}}$.

81. Ifodani soddalashtiring ($a > 0, b > 0$):

$$\frac{1}{4}\sqrt{16a^5} + \frac{1}{3}\sqrt{9a^3} - 2a\sqrt{a} + 3a\sqrt{a^3}.$$

Ifodani soddalashtiring (82–86):

82. 1) $\sqrt{(x-5)^2}$, bunda $x \geq 5$; 2) $\sqrt{(a+3)^2}$, bunda $a < -3$.

83. 1) $\sqrt{(a+1)^2 - 4a}$; 2) $\sqrt{(a-3)^2 + 12a}$; 3) $\sqrt{(a^2-4)^2 + 16a^2}$.

84. $3\sqrt{0,04a^3b^3} - 2\sqrt{0,25a^3b^3} + 4b\sqrt{\frac{1}{16}a^3b^3}$, ($a > 0, b > 0$).

85. 1) $\sqrt{\frac{x-3}{x^2-6x+9}}$, bunda a) $x > 3$; b) $x < 3$;

2) $\sqrt{\frac{2-a}{a^2-4a+4}}$, bunda a) $a > 2$; b) $a < 2$.

86. $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16} + \sqrt{x^2 - 12x + 36}$,

bunda a) $x < 4$; b) $4 \leq x \leq 6$; c) $x > 6$;

$$y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{9x^2 - 6x + 1},$$

bunda a) $x < \frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$; c) $x > \frac{1}{2}$.

87.* Hisoblang:

1) $\sqrt[3]{a^3 + 3a^2\sqrt{a} + 3a^2 + a\sqrt{a}}$; 2) $\sqrt[3]{29 + 27\sqrt{2} + 9\sqrt[3]{4}}$.

Hisoblang (88–89):

88. 1) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$; 2) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$.

89.* 1) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$.

90. Yig'indining qiymatini toping: $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

□ Avval ildizlar ostidagi ifodalarni to'la kvadratga keltiramiz:

$$7 \pm 4\sqrt{3} = 4 + 3 \pm 4\sqrt{3} = 2^2 + (\sqrt{3})^2 \pm 4\sqrt{3} = (2 \pm \sqrt{3})^2.$$

Endi berilgan yig'indini hisoblaymiz:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3} + 2-\sqrt{3} = 4. \blacksquare$$

91. Sonlarni taqqoslang:

1) $\sqrt{0,64} \cdot \sqrt{25}$ va $\sqrt{0,64 \cdot 25}$; 2) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8}$ va $\sqrt{18 \cdot 8}$.

Namuna. 1) $\sqrt{0,81} \cdot \sqrt{36}$ va $\sqrt{0,81 \cdot 36}$ sonlarini taqqoslang.

□ $\sqrt{0,81} \cdot \sqrt{36} = 0,9 \cdot 6 = 5,4$; $\sqrt{0,81 \cdot 36} = \sqrt{29,16} = 5,4$.

Demak, $\sqrt{0,81} \cdot \sqrt{36} = \sqrt{0,81 \cdot 36}$. ■

2) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{12}$ va $\sqrt{27 \cdot 12}$ sonlarini taqqoslang.

□ $\sqrt{27} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{9 \cdot 3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 6 \cdot (\sqrt{3})^2 = 6 \cdot 3 = 18$.

$\sqrt{27 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6} = \sqrt{18^2} = 18$. Demak, $\sqrt{27} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{27 \cdot 12}$. ■

Bu misollarni tahlil qilib, agar $a > 0$, $b > 0$ bo'lsa, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ tenglik o'rinli bo'ladi degan farazni aytish mumkin. Bu farazning to'g'riligi kelgusida isbotlanadi (135-bet, 1-teorema). Sizlarni uni aniq tasavvur qilishga tayyorlash maqsadida 92–96-misol va masalalarni hal qilishni taklif etamiz.

Hisoblang (92–93):

92.* 1) $\sqrt{144 \cdot 16}$; 2) $\sqrt{0,04 \cdot 36}$; 3) $\sqrt{121 \cdot 81}$; 4) $\sqrt{0,16 \cdot 64}$.

93. 1) $\sqrt{3 \cdot 12}$; 2) $\sqrt{8 \cdot 25 \cdot 2}$; 3) $\sqrt{54 \cdot 6 \cdot 9}$; 4) $\sqrt{6 \cdot 12 \cdot 2}$.

MASALALAR YECHISH

94.* 1) $\sqrt{A+\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2-B}}{2}} + \sqrt{\frac{A-\sqrt{A^2-B}}{2}}$;

$$2) \sqrt{A-\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2-B}}{2}} - \sqrt{\frac{A-\sqrt{A^2-B}}{2}}$$

Ko'rsatma. Tenglikning ikkala qismini kvadratga ko'taring va soddalashtiring.

Hisoblang (95–101):

95. 1) $\sqrt{3+\sqrt{5}}$; 2) $\sqrt{4+\sqrt{7}}$; 3) $\sqrt{6-\sqrt{11}}$; 4) $\sqrt{7-\sqrt{13}}$;

5) $\sqrt{12 \cdot 36 \cdot 27}$; 6) $\sqrt{0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,48}$; 7) $\sqrt{2,4 \cdot 9,6 \cdot 4}$.

96. 1) $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$; 2) $\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$; 3) $\sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}}$.

97. 1) $\sqrt{5^2-4^2}$; 2) $\sqrt{25^2-24^2}$; 3) $\sqrt{2 \cdot (36^2-28^2)}$; 4) $\sqrt{14 \cdot (25^2-11^2)}$.

98. 1) $\sqrt{\frac{28^3+36^3}{64} - 28 \cdot 36}$; 2) $\sqrt{\frac{25^3+24^3}{49} - 25 \cdot 24}$; 3) $\sqrt{\frac{60^3+61^3}{121} - 60 \cdot 61}$.

99. 1) $\sqrt{\frac{65^3-35^3}{30} + 65 \cdot 35}$; 2) $\sqrt{\frac{83^3-63^3}{20} + 83 \cdot 63}$; 3) $\sqrt{\frac{121^3-100^3}{21} + 121 \cdot 100}$.

100. 1) $(\sqrt{2}-\sqrt{8})^2 + (\sqrt{5}+\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{7})$;

2) $(\sqrt{13}-\sqrt{11}) \cdot (\sqrt{13}+\sqrt{11}) + (\sqrt{3}-\sqrt{27})^2$.

101. $(\sqrt{17}+\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{17}-\sqrt{7}) + (\sqrt{3}-\sqrt{12})^2$.

102. Ildiz belgisi ostidan chiqaring:

1) $\sqrt{a^4}$; 2) $\sqrt{a^2b^5}$; 3) $\sqrt{a^5b^7}$; 4) $\sqrt{12a^3b^3c^2}$;

5) $\sqrt{a^{4n}b^{2m}}$; 6) $\sqrt{a^{2n+3}}$; 7) $\sqrt{a^{4m+3}b^{2n+3}}$; 8) $\sqrt{a^{4n+4}b^{2n+4}}$.

Hisoblang (103–105):

103. 1) $\sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{72}$; 2) $\sqrt{54} + \sqrt{24} + \sqrt{96}$; 3) $\sqrt{80} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$.

104. 1) $\frac{\sqrt{121} + \sqrt{64} - \sqrt{196}}{\sqrt{144}}$; 2) $\sqrt{0,4} + \sqrt{16,9} - \sqrt{6,4}$.

105.* 1) $(\sqrt{13} + \sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{13} - \sqrt{5} + 2)$; 2) $(\sqrt{7} + \sqrt{3} + 1) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3} - 1)$;
3) $(a + 3 + \sqrt{3}) \cdot (a + 3 - \sqrt{3})$; 4) $(a - 4 + \sqrt{5}) \cdot (a + 4 - \sqrt{5})$.

Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadrat ko'rinishiga keltirib hisoblang (106–108):

106. 1) $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$; 2) $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{33 - 20\sqrt{2}}$.

107. 1) $\sqrt{19 + 8\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{35 - 10\sqrt{5}}$; 3) $\sqrt{57 + 28\sqrt{2}}$; 4) $\sqrt{54 - 36\sqrt{2}}$.

108. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ va $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ bo'lganida 1) $2x^2 - 6ax + a^2$ ifodaning; 2) $2x^2 - 5ax + 2a^2$ ifodaning qiymatini toping.

Hisoblang (109–110):

109. 1) $\sqrt{4 - \sqrt{12}}$; 2) $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$; 3) $\sqrt{5 - \sqrt{21}}$; 4) $\sqrt{5 + \sqrt{21}}$.

110. 1) $\sqrt{12 - \sqrt{23}} + \sqrt{12 + \sqrt{23}}$; 2) $\sqrt{14 - \sqrt{27}} + \sqrt{14 + \sqrt{27}}$.
3) $\sqrt{12 + \sqrt{23}} - \sqrt{12 - \sqrt{23}}$; 4) $\sqrt{14 + \sqrt{27}} - \sqrt{14 - \sqrt{27}}$.

Ifodani soddalashtiring (111–114):

111. 1) $\frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$; 2) $\frac{4 + \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}} - \frac{4 - \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$.

112. 1) $\left(\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}$; 2) $\left(\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

113. 1) $\frac{1}{4 - \sqrt{7}} + \frac{8\sqrt{7} - 5}{9}$; 2) $\frac{1}{4 + \sqrt{15}} + 3\sqrt{15} - 4$.

114. 1) $\frac{12}{\sqrt{13} - 1} + 3\sqrt{13} - 2$; 2) $\frac{16}{\sqrt{17} - 1} + 2\sqrt{17} + 1$.

Hisoblang (115–119):

115. 1) $\sqrt{23-8\sqrt{7}} + \sqrt{23+8\sqrt{7}}$; 2) $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$.

116. 1) $\sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}}$; 2) $\sqrt{9-4\sqrt{2}} - \sqrt{9+4\sqrt{2}}$.

117. 1) $\sqrt{10+\sqrt{19}} + \sqrt{10-\sqrt{19}}$; 3) $\sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}$;

2) $\sqrt{11+\sqrt{20}} - \sqrt{11-\sqrt{20}}$; 4) $\sqrt{7+\sqrt{13}} + \sqrt{7-\sqrt{13}}$.

118. 1) $\sqrt{9+\sqrt{77}} - \sqrt{9-\sqrt{77}}$; 2) $\sqrt{7+2\sqrt{10}} + \sqrt{7-2\sqrt{10}}$.

119. 1) $(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}) + \sqrt{10} - \sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}}{4\sqrt{2}}$.

120. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{25-a}{5-\sqrt{a}}$; 2) $\frac{b-64}{\sqrt{b}+8}$; 3) $\frac{0,09-a}{\sqrt{a}-0,3}$; 4) $\frac{0,16-b}{0,4+\sqrt{b}}$.

Soddalashtiring:

121. 1) $\frac{a^3+8}{a^2-2a+4}$; 2) $\frac{a^3-8}{a^2+2a+4}$; 3) $\frac{(a-2)^2}{a^2-4} \cdot \frac{a+2}{a-2}$.

Kasrni qisqartirib, so'ngra amallarni bajaring (122–123):

122. 1) $\frac{(4-a)^2}{4-a} + \frac{(4+a)^2}{4+a}$; 2) $\frac{(3-a)^2}{3-a} + \frac{(3+a)^2}{3+a}$.

123. 1) $\frac{x^2+3x-4}{x-1} + 2x-4$; 2) $\frac{x^2-4x+3}{x-3} - x-2$.

Tenglamani yeching (124–125):

124. 1) $(x-2)^2 = 4$; 2) $(3+x)^2 = 9$; 3) $(3+2x)^2 = 25$; 4) $(2-3x)^2 = 4$.

125.* 1) $\sqrt{(x-3)^2} = x-2$; 2) $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$.

3) $\sqrt{(2x-1)^2} = 2-x$; 4) $\sqrt{(3x+2)^2} = 6-x$.

4-§. KO'PAYTMANING KVADRAT ILDIZI

1-masala. $\sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49}$ ekanini ko'rsating.

$$\square \sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{1764} = \sqrt{42^2} = 42;$$

$$\sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42. \blacksquare$$

1-teorema. Agar $a \geq 0$, $b \geq 0$ bo'lsa, u holda $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, ya'ni nomanfiy ko'paytuvchilar ko'paytmasining kvadrat ildizi shu ko'paytuvchilar ildizlarining ko'paytmasiga teng.

○ Avval $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ifoda ab ning arifmetik kvadrat ildizi ekanini isbotlash lozim. Buning uchun:

$$1) \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0; \quad 2) (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$$

ekanini ko'rsatamiz.

Kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra $\sqrt{a} \geq 0$, $\sqrt{b} \geq 0$. Shuning uchun $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$. Ko'paytma darajasining xossasi va kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Bundan $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ kelib chiqadi. ●

Masalan:

$$\sqrt{1764} = \sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42;$$

$$\sqrt{1296} = \sqrt{16 \cdot 81} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{81} = 4 \cdot 9 = 36.$$

1-teoremaga ko'ra $a \geq 0$, $b \geq 0$ bo'lganida \sqrt{a} va \sqrt{b} ildizlarni ko'paytirish uchun ildiz ostidagi ifodalarni ko'paytirish va natijadan kvadrat ildiz chiqarish mumkin: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

$$\text{Masalan, } \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6.$$

Agar $a \leq 0$, $b \leq 0$ bo'lsa, \sqrt{ab} ildizning ma'nosi bor, chunki $a \cdot b \geq 0$, lekin $\sqrt{ab} \neq \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, chunki \sqrt{a} va \sqrt{b} ning ma'nosi yo'q.

2-teorema. Agar $a \leq 0$, $b \leq 0$ bo'lsa, u holda $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$, ya'ni nomusbat ko'paytuvchilar ko'paytmasining kvadrat ildizi shu ko'paytuvchilar modullaridan olingan kvadrat ildizlar ko'paytmasiga teng.

○ Ravshanki, $a \leq 0$, $b \leq 0$ bo'lgani uchun $a \cdot b \geq 0$ va $\sqrt{a \cdot b}$ mavjud. a va b larni $-|a|$ va $-|b|$ deb yozish mumkin. Shuning uchun

$$\sqrt{ab} = \sqrt{(-|a|) \cdot (-|b|)} = \sqrt{|a| \cdot |b|} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}.$$

Demak, $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{|a| \cdot |b|}$, $a \leq 0$, $b \leq 0$. •

Masalan: $\sqrt{(-5) \cdot (-2)} = \sqrt{|-5| \cdot |-2|} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$.

3-teorema. Agar a va b lar ixtiyoriy bir xil ishorali sonlar bo'lsa, \sqrt{ab} ildiz ma'noga ega va $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$ tenglik o'rinli.

Bu teoremaning isboti 1- va 2-teoremalardan natija sifatida kelib chiqadi.

2-masala. $3\sqrt{8} + \sqrt{50}$ ni soddalashtiring.

$$\square 3\sqrt{8} + \sqrt{50} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} = 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}. \blacksquare$$

Ba'zi hollarda ko'paytuvchilarni ildiz ostiga kiritish, ya'ni

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}, \quad a\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{b}{a}} = \sqrt{ab} \quad (\text{bunda } a > 0, b > 0) \text{ ko'rinishdagi}$$

shakl almashtirishlarni bajarish ifodalarni soddalashtirishda foyda beradi.

3-masala. Ifodani soddalashtiring:

$$3a\sqrt{\frac{4b}{a}} - 2b\sqrt{\frac{a}{4b}}, \quad \text{bunda } a > 0, b > 0.$$

□ Musbat a va b ko'paytuvchilarni ildiz ostiga kiritib, quyidagini hosil qilamiz:

$$3a\sqrt{\frac{4b}{a}} - 2b\sqrt{\frac{a}{4b}} = 3\sqrt{a^2 \cdot \frac{4b}{a}} - 2\sqrt{b^2 \cdot \frac{a}{4b}} = 6\sqrt{ab} - \sqrt{ab} = 5\sqrt{ab}. \blacksquare$$

Misol:

Soddalashtiring:

$$\begin{aligned} \sqrt{5\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\sqrt{99} - 2\sqrt{2\frac{3}{4}} &= 2\sqrt{\frac{11}{2}} + \frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 11} - 2\sqrt{\frac{11}{4}} = \sqrt{2^2 \cdot \frac{11}{2}} + \sqrt{\frac{9 \cdot 11}{3^2}} - \sqrt{2^2 \cdot \frac{11}{4}} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 11} + \sqrt{11} - \sqrt{11} = \sqrt{22}; \end{aligned}$$



126. 1) Ko'paytmaning kvadrat ildizi deganda nimani tushunasiz? Misollarda tushuntiring.

2) Ko'paytmaning kvadrat ildizi qanday hisoblanadi? Agar $a < 0$, $b < 0$ bo'lsa-chi?

3) Ko'paytuvchi ildiz belgisi ostidan qanday chiqariladi? Misollar keltiring.

4) Ko'paytuvchi ildiz ostiga qanday kiritiladi? Misollar keltiring.

5) Ildizlar qanday ko'paytiriladi?

Hisoblang (**127–132**):

127. 1) $\sqrt{16 \cdot 9}$; 2) $\sqrt{0,01 \cdot 49}$; 3) $\sqrt{221 \cdot 4 \cdot 64}$; 4) $\sqrt{256 \cdot 0,25 \cdot 81}$.

128. 1) $\sqrt{146^2 - 110^2}$; 2) $\sqrt{425^2 - 200^2}$; 3) $\sqrt{137^2 - 88^2}$; 4) $\sqrt{593^2 - 368^2}$.

129. 1) $\sqrt{\frac{68^3 + 32^3}{10^2} - 68 \cdot 32}$; 2) $\sqrt{\frac{79^3 - 21^3}{58} + 79 \cdot 21}$.

130. 1) $\sqrt{\frac{55^3 + 45^3}{10^2} - 55 \cdot 45}$; 2) $\sqrt{\frac{80^3 - 31^3}{49} + 80 \cdot 31}$.

131. 1) $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2 - (\sqrt{17} + \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{17} - \sqrt{15})$;

2) $(\sqrt{21} - \sqrt{19}) \cdot (\sqrt{21} + \sqrt{19}) + (\sqrt{8} - \sqrt{18})^2$.

132*. 1) $\sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{6 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{33}$;

2) $\sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

133. Ildiz belgisi ostidan chiqaring:

1) $a \cdot \sqrt{a^3}$;	2) $\sqrt{ab^6}$;	3) $\sqrt{a^7 \cdot b^3}$;	4) $\sqrt{8a^2b^3c^5}$;
5) $\sqrt{a^{2n}b^{4n}}$;	6) $\sqrt{a^{2n+1}}$;	7) $\sqrt{a^{2n+3} \cdot b^{4m+3}}$;	8) $\sqrt{a^{2n+2} \cdot b^{4m+4}}$.

134. Ildiz belgisi ostiga kiriting:

1) $a\sqrt{3}$; 2) $b\sqrt{a}$; 3) $a \cdot \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}}$; 4) $b \cdot \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, bunda $a > 0, b > 0$.

Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadrat ko'rinishiga keltirib hisoblang (**135–137**):

135. 1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$; 3) $\sqrt{10+2 \cdot \sqrt{21}}$; 4) $\sqrt{12+6\sqrt{3}}$.

136. 1) $\sqrt{21-12\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{18+8\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; 4) $\sqrt{7+\sqrt{24}}$.

Namuna: Hisoblang: $\sqrt{52-30\sqrt{3}}$.

$$\square \sqrt{52-30\sqrt{3}} = \sqrt{25-2 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{3} + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{(5-3\sqrt{3})^2} = -5+3\sqrt{3},$$

chunki $5-3\sqrt{3} < 0$.

Javob: $-5+3\sqrt{3}$. ■

137. 1) $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}$; 2) $\sqrt{a+1-4\sqrt{a-3}}$; 3) $\sqrt{2+2\sqrt{1-a^2}}$.

Namuna: Hisoblang: $\square \sqrt{4a-2+2\sqrt{3a^2-6a}} = \sqrt{4a-2+2 \cdot \sqrt{3a(a-2)}} =$
 $= \sqrt{4a-2+2 \cdot \sqrt{3a} \cdot \sqrt{a-2}} = \sqrt{(\sqrt{3a} + \sqrt{a-2})^2} = \sqrt{3a} + \sqrt{a-2},$

bunda $a \geq 2$ bo'lishi kerak. ■

138.* 1) $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ va $a = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ bo'lsa, $2x^2 - 5ax + 2a^2$ ifodaning;

2) $x = \sqrt{n} + \sqrt{n-1}$ va $a = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$, n – natural son bo'lsa,

$x^2 - k \cdot ax + a^2$ ifodaning qiymatini toping.

139. Ifodani soddalashtiring:

1) $\left(\frac{2a + \sqrt{3b}}{2a - \sqrt{3b}} + \frac{2a - \sqrt{3b}}{2a + \sqrt{3b}} \right) \cdot \frac{2a - \sqrt{3b}}{4a^2 + 9b}$; 2) $\left(\frac{3a - \sqrt{2b}}{3a + \sqrt{2b}} - \frac{3a + \sqrt{2b}}{3a - \sqrt{2b}} \right) \cdot \frac{6a\sqrt{2b}}{3a + \sqrt{2b}}$.

140.* Soddalashtiring:

1) $\sqrt{53-2\sqrt{53+2\sqrt{51-10\sqrt{2}}}}$; 2) $\sqrt{21-2\sqrt{21+2\sqrt{19-6\sqrt{2}}}}$.

141. Ifodani soddalashtiring:

$$1) \frac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} + \frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}; \quad 2) \frac{4+\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} - \frac{4-\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}}; \quad 3) \frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}-1}.$$

142. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{64-a}{8+\sqrt{a}}; \quad 2) \frac{b-16}{\sqrt{b}+4}; \quad 3) \frac{0,04-a}{\sqrt{a}-0,2}; \quad 4) \frac{0,09-b}{0,3-\sqrt{b}}.$$

143. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{25-a}{5+\sqrt{a}}; \quad 2) \frac{b-16}{4+\sqrt{b}}; \quad 3) \frac{0,49-a}{\sqrt{a}+0,7}; \quad 4) \frac{0,81-b}{0,9+\sqrt{b}}.$$

144. Soddalashtiring:

$$1) \frac{16-b^2}{4+b} - \frac{16-b^2}{4-b}; \quad 2) \frac{8-a^3}{2-a} - \frac{8+a^3}{2+a}; \quad 3) \frac{8-a^3}{4-a^2} - \frac{8+a^3}{2+a}.$$

5-§. KASRNING KVADRAT ILDIZI

1-masala. $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}}$ ekanini ko'rsating.

$$\square \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\left(\frac{7}{9}\right)^2} = \frac{7}{9}, \quad \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}. \quad \blacksquare$$

1-teorema. Agar $a \geq 0, b > 0$ bo'lsa, u holda $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ya'ni kasrning ildizi uning surati ildizining maxraji ildiziga bo'linganiga teng.

○ Bunda 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$; 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ ekanini isbotlash kerak bo'ladi.

$\sqrt{a} \geq 0$ va $\sqrt{b} > 0$ bo'lgani uchun $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ bo'ladi.

Darajaga ko'tarish va kvadrat ildiz ta'rifiga ko'ra $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$.

Masalan: $\sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$; $\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$.

1-teorema ko'ra, ildizlarni bo'lishda ildiz ostidagi ifodalarni bo'lish va natijadan ildiz chiqarish mumkin:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Masalan: $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{49}{7}} = \sqrt{7}$; $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{243}{3}} = \sqrt{81} = 9$.

2-teorema. Agar $a \leq 0, b < 0$ bo'lsa, $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ma'noga ega: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{a}{|b|}} = \sqrt{\frac{|a|}{|b|}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$

ya'ni kasrning ildizi kasr surati modulining kasr maxraji moduliga bo'linganiga teng.

Bunda \sqrt{a}, \sqrt{b} larning ma'nosi yo'q, chunki $a \leq 0, b < 0$, ammo $\frac{a}{b} \geq 0$. Shu-

ning uchun $\sqrt{\frac{a}{b}}$ kasrning ma'nosi bor: $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = \frac{|a|}{|b|}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{-a}{-b}} = \sqrt{\frac{|a|}{|b|}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$.

Kasrni darajaga ko'tarish xossasi va kvadrat ildiz ta'rifiga ko'ra: $\left(\frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{|a|})^2}{(\sqrt{|b|})^2} = \frac{|a|}{|b|}$.

Masalan: $\sqrt{\frac{-2}{-5}} = \sqrt{\frac{|-2|}{|-5|}} = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; $\sqrt{\frac{-3}{-7}} = \sqrt{\frac{|-3|}{|-7|}} = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

3-teorema. Agar a va $b \neq 0$ lar bir xil ishorali ixtiyoriy sonlar bo'lsa, $\sqrt{\frac{a}{b}}$

ildiz ma'noga ega va $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{|a|}{|b|}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$ tenglik o'rinli.

Bu teoremaning isboti 1- va 2-teoremlarning natijasi sifatida kelib chiqadi.

Masalan: $\sqrt{\frac{-25}{-49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}; \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$

Ba'zi masalalarda maxrajdagi irratsionallikdan qutulish hisob-kitobni sod-dalashtiradi. Masalan, $\frac{a}{\sqrt{b}}$ ifoda berilgan bo'lsin, bunda $b > 0$. Kasrning surat va maxrajini \sqrt{b} ga ko'paytiramiz:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b};$$

$$\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

2-masala. Maxrajdagi irratsionallikni yo'qoting: $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}.$

□ Kasr maxrajidagi $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ni $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ga ko'paytirilsa, irratsionallik yo'qoladi. Shuning uchun:

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}.$$

Amaliy masalalarda miqdorlarning o'rta arifmetigi, o'rta geometrigi tushunchalaridan keng foydalaniladi.

Ta'rif. Ixtiyoriy n ta sonning *o'rta arifmetigi* deb, ular yig'indisining n dan biriga aytiladi va A_n bilan belgilanadi:

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}; \quad n = 2 \text{ bo'lsa, } A_2 = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Ta'rif: Ixtiyoriy 2 ta musbat a_1, a_2 sonlarning *o'rta geometrigi* deb, ularning ko'paytmasidan olingan kvadrat ildizga aytiladi va G_2 deb belgilanadi:

$$G_2 = \sqrt{a_1 \cdot a_2}.$$

3-Masala. 7 va 21 sonlarining o'рта arifmetigini toping.

$$\square A_2 = \frac{7+21}{2} = \frac{28}{2} = 14. \blacksquare$$

4-Masala. 7 va 28 sonlarining o'рта geometrigini toping.

$$\square G_2 = \sqrt{7 \cdot 28} = \sqrt{7 \cdot 4 \cdot 7} = \sqrt{7^2 \cdot 2^2} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2^2} = 7 \cdot 2 = 14. \blacksquare$$

O'рта arifmetik va o'рта geometrik miqdorlar orasida muhim bog'lanish bor.

5-masala. Ikki musbat a va b sonlarning o'рта arifmetigi shu sonlarning o'рта geometrigidan kichik emas:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}. \quad (1)$$

\square Chindan ham,

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2}{2} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0,$$

demak, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}. \blacksquare$

(1) munosabatda tenglik belgisi faqat $a = b$ bo'lganida to'g'ri.

Agar $a = b$ bo'lsa, $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ tenglik to'g'riligini ham ta'kidlaymiz.

(1) tengsizlikning amalda qo'llanishiga doir bitta masala ko'ramiz.

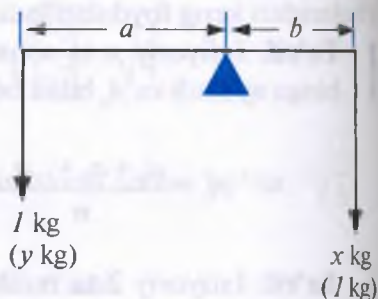
6-masala. Sotuvchi olmalarni shaynli tarozida tortmoqda. Xaridor 1 kg olma oldi, so'ngra esa sotuvchidan tortishda olmalar bilan toshlarning o'rinlarini almashtirib tortishni iltimos qilib, yana 1 kg olma oldi. Agar tarozi rostlanmagan bo'lsa, kim zarar ko'radi?

Aytaylik, tarozining yelkalari a va b bo'lsin (2-rasm).

Rasmdan ko'rinib turibdiki, $a \neq b$. Birinchi marta tortishda xaridor x kg olma oldi. Fizika kursidan ma'lumki, $x \cdot b = 1 \cdot a$, bundan $x = \frac{a}{b}$. Ikkinchi marta tortishda xaridor y kg olma oldi.

Muvozanatlik shartidan $y \cdot a = b \cdot 1$, bundan $y = \frac{b}{a}$

hosil bo'ladi.



2-rasm

Shunday qilib, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ kg olma sotib olingan. $\frac{a}{b}$ va $\frac{b}{a}$ sonlarning o'rtta arifmetigi

va o'rtta geometrigi uchun tengsizlikdan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{2} > \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}}, \quad \text{bundan} \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2 \quad \text{kelib chiqadi.}$$

Ko'rinadiki, xaridorning sotib olgan olmasi miqdori $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 2 kg dan ortiq ekan. Demak, xaridor foyda qildi, sotuvchi esa zarar ko'rdi.

Javob: sotuvchi zarar ko'rdi.

?

145. 1) Kasrning kvadrat ildizi nima?

2) Ildizlarni bo'lish nima? Misollarda tushuntiring.

3) Kasr maxrajidagi irratsionallikdan qutulish deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

4) O'rtta arifmetik miqdorlar va geometrik miqdorlar nima? Ular orasidagi bog'lanishni yozing.

Hisoblang **(146–148)**:

146. 1) $\sqrt{\frac{4}{25}}$; 2) $\sqrt{\frac{49}{16}}$; 3) $\sqrt{\frac{100}{36}}$; 4) $\sqrt{\frac{64}{9}}$.

147. 1) $\sqrt{\frac{9}{16}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$; 2) $6\sqrt{\frac{1}{36}} - 4\sqrt{\frac{1}{16}}$; 3) $\sqrt{\frac{36}{81}} + \sqrt{\frac{49}{144}}$; 4) $\sqrt{\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{225}{121}}$.

148. 1) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$; 2) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{8}}$; 3) $\frac{2\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; 4) $\frac{20\sqrt{18}}{5\sqrt{2}}$.

Maxrajidagi irratsionallikni yo'qoting **(149–151)**:

149. 1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{3}{\sqrt{6}}$; 3) $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$; 4) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

150. 1) $\frac{\sqrt{11} + \sqrt{8}}{\sqrt{11} - \sqrt{8}}$; 2) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$; 3) $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$; 4) $\frac{d}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$.

$$151. \quad 1) \frac{a-1}{\sqrt{a+3}-2}; \quad 2) \frac{a^2-9}{2-\sqrt{a+1}}; \quad 3) \frac{a}{\sqrt{1-a}-\sqrt{1-2a}}; \quad 4) \frac{b}{\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}}$$

Kasrni qisqartiring (152–153):

$$152. \quad 1) \frac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}; \quad 2) \frac{a-6\sqrt{a}+9}{a-9}; \quad 3) \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}}; \quad 4) \frac{7+5\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}.$$

$$153. \quad 1) \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2+\sqrt{3}}; \quad 2) \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{7}-4}; \quad 3) \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}-2}; \quad 4) \frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{2}-1}{\sqrt{10}+2\sqrt{5}-\sqrt{2}-2}.$$

154. Ildizdan chiqaring:

$$1) \sqrt{\frac{25a^6}{49}}; \quad 2) \sqrt{\frac{121x^4}{64}}; \quad 3) \sqrt{\frac{9}{4a^2}}, \text{ bunda } a > 0; \quad 4) \sqrt{\frac{400}{a^2}}, \text{ bunda } a < 0.$$

Tenglamani yeching (155–156):

$$155. \quad 1) 3\sqrt{8x} + \sqrt{2x} = 1; \quad 2) \frac{1}{2}\sqrt{4x} - \frac{1}{3}\sqrt{9x} + \frac{1}{5}\sqrt{25x} = 2;$$

$$3) \sqrt{\frac{x}{4}} - 2\sqrt{\frac{x}{9}} = 1; \quad 4) 3\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{x}{8}} - 4\sqrt{\frac{x}{32}} = 1.$$

$$156.* \quad 1) (x+1)\sqrt{3} = x+3;$$

$$2) (x-1)\sqrt{2} = 2x-1;$$

$$3) (2-x\sqrt{6})\sqrt{2} = 2(x-\sqrt{6});$$

$$4) (x\sqrt{5}-2)\sqrt{10} = 5x-2\sqrt{5}.$$

Hisoblang (157–158):

$$157. \quad 1) \frac{2}{\sqrt{11}-4} - \frac{7}{\sqrt{11}-3}; \quad 2) \frac{3}{2+\sqrt{6}} + \frac{2}{1+\sqrt{6}}; \quad 3) \frac{3}{\sqrt{6}-2} - \frac{2}{\sqrt{6}+3} - 2\sqrt{6}.$$

$$158. \quad 1) \left(4\sqrt{\frac{2}{11}} - 5\sqrt{\frac{11}{8}} + 3\sqrt{\frac{5}{2}} \right) \cdot 2\sqrt{\frac{11}{2}}; \quad 2) \left(3\sqrt{\frac{5}{7}} - 4\sqrt{\frac{7}{125}} + 5\sqrt{\frac{7}{5}} \right) \cdot 2\sqrt{1.4}.$$

Ifodani soddalashtiring (159–163):

$$159. \quad 1) \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}} \right) : \frac{a^2}{a-b};$$

$$2) \left(\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} + \frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a^2+b}.$$

$$160. \sqrt{xy} \cdot \left(xy - 2\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{1}{xy}} \right), \text{ bunda } x > 0, y > 0.$$

$$161. 1) \frac{a-b}{a-\sqrt{2} \cdot a} \cdot \frac{a-2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2}-\sqrt{a}} \right); \quad 2) \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a-b}{a^2+ab}.$$

$$162.* \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{4}} - \frac{1}{\sqrt{4a}} \right).$$

$$163. 1) (8\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{48}) : (3\sqrt{3}); \quad 2) (9\sqrt{32} + 12\sqrt{18} - 1,2 \cdot \sqrt{8}) : (12\sqrt{2}).$$

164.* Tenglikning to'g'riligini ko'rsating:

$$1) \sqrt{9+\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{128}} = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}+1); \quad 2) \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2};$$

$$3) \sqrt[3]{9+2\sqrt{20}} + \sqrt[3]{9-2\sqrt{20}} = 3.$$

□ 3) tenglikning chap qismini o'zgartirib, uning 3 ga tengligini ko'rsatamiz. Tenglikning chap qismini Q deb belgilab, ikkala qismini kubga ko'taramiz. Bunda $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ formuladan foydalanamiz:

$$Q^3 = 9 + 2\sqrt{20} + 9 - 2\sqrt{20} + 3\sqrt{(9+2\sqrt{20})(9-2\sqrt{20})} \cdot Q = 18 + 3\sqrt{81-80};$$

$$Q^3 = 18 + 3Q.$$

Q ga nisbatan $Q^3 - 3Q - 18 = 0$ ko'rinishdagi tenglama hosil bo'ldi. Uning bitta haqiqiy ildizi (yechimi) bor: $Q = 3$. Shuni isbotlash kerak edi. ■

Ifodalarning qiymatini toping (165–166):

$$165.* \quad x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right), \quad a \geq b > 0 \text{ bo'lsa, } A = \frac{2b\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x} \text{ ning.}$$

$$166.* \quad x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2a}{b}} - 1, \quad a > b > 0 \text{ bo'lsa, } C = \frac{1-ax}{1+ax} \cdot \sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}} \text{ ning.}$$

MASALALAR YECHISH

Hisoblang (167–169):

167. 1) $\sqrt{7 \cdot 28 \cdot 3 \cdot 12}$; 2) $\sqrt{12 \cdot 18 \cdot 24}$; 3) $\sqrt{0.16 \cdot 100 \cdot 121}$; 4) $\sqrt{1,44 \cdot 49 \cdot 400}$.

168. 1) $\frac{4\sqrt{50}}{3\sqrt{2}}$; 2) $\frac{2\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$; 3) $\frac{2\sqrt{45}}{\sqrt{80}}$; 4) $\frac{4\sqrt{77}}{\sqrt{44}}$.

169. 1) $\sqrt{3^6}$; 2) $\sqrt{2^{10}}$; 3) $\sqrt{5^6}$; 4) $\sqrt{64}$; 5) $\sqrt{(-2)^4}$; 6) $\sqrt{(-5)^6}$.

Ifodani soddalashtiring (170–171):

170. 1) $4\sqrt{20} + \sqrt{28} + 2\sqrt{5} - \sqrt{63}$; 2) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 8\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

171. 1) $\frac{1}{3-\sqrt{8}} - 2\sqrt{2} + 6$; 2) $\frac{19}{\sqrt{20}-1} - 2\sqrt{5} + 3$.

172. Tenglamani yeching:

1) $\sqrt{(x-2)^2} = 1$; 2) $\sqrt{(3-x)^2} = 4$;

3) $\sqrt{(x+3)^2} = x+3$; 4) $\sqrt{(5-x)^2} = x-5$.

173. Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadratga keltirib hisoblang:

1) $\sqrt{10+2\sqrt{21}}$; 2) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$; 3) $\sqrt{11+2\sqrt{30}}$; 4) $\sqrt{28+10\sqrt{3}}$.

174. $\sqrt{4x^2+4x+1}$ ifodaning qiymatini $x=0$; $x=1$; $x=2$; $x=-1$ bo'lganda hisoblang.

175. Soddalashtiring:

1) $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$; 2) $\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$; 3) $\sqrt{(4-\sqrt{15})^2}$; 4) $\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$.

176. Harfiy ko'paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqaring ($a > 0$):

1) $\sqrt{4a^2}$; 2) $\sqrt{4a^4}$; 3) $\sqrt{25a^8}$; 4) $\sqrt{2a^2}$; 5) $\sqrt{3a^6}$; 6) $\sqrt{6a^{10}}$.

177. Harfiy ko'paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiriting ($a > 0$):

1) $a\sqrt{2}$; 2) $a\sqrt{a}$; 3) $a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2}}$; 4) $\frac{1}{a}\sqrt{a^2}$; 5) $2a\sqrt{a^3}$; 6) $3a^3\sqrt{a}$.

178. Hisoblang:

1) $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + 2ab + 4b^2}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2ab + 4b^2}$;
3) $\sqrt{\frac{1}{9}a^2 + ab + \frac{9}{4}b^2}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{9}a^2 - ab + \frac{9}{4}b^2}$.

Ifodani soddalashtiring (179–185):

179.*

1) $2a + 3 - \sqrt{(2a + 3)^2}$, agar $2a \leq -3$ bo'lsa;

2) $5x + y + \sqrt{(5x + y)^2}$, agar $5x \leq -y$ bo'lsa.

180.* 1) $\sqrt{(a + 2)^2 - 8a}$; 2) $\sqrt{(a - 4)^2 + 16a}$; 3) $\sqrt{(a^2 - 2)^2 + 8a^2}$.

181.* 1) $\sqrt{(a - 2)^2 + 8a}$; 2) $\sqrt{(a + 4)^2 - 16a}$; 3) $\sqrt{(a^2 + 2)^2 - 8a^2}$.

182. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{4x^5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x^3} + x\sqrt{x} - x\sqrt{x^3}$ ($x > 0$);

2) $\sqrt{0,09a^3b^3} + 2\sqrt{0,36a^3b^3} - 4b\sqrt{\frac{1}{4}a^3b^3}$ ($a > 0, b > 0$).

183. 1) $\sqrt{\frac{x-2}{x^2+x-6}}$, bunda $x > 2$; 2) $\sqrt{\frac{3-a}{a^2-6a+9}}$, bunda $a < 3$.

184. 1) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 10x + 25}$, bunda a) $x \leq 2$; b) $2 \leq x \leq 5$; c) $x > 5$.

185.* 1) $\sqrt{a + 2\sqrt{a} + 1}$; 2) $\sqrt{a - 2\sqrt{a} + 1}$; 3) $\sqrt{a + 4\sqrt{a} + 4}$.

186.* Hisoblang:

$$1) \sqrt[3]{a^3 + 6a^2\sqrt{a} + 12a^2 + 8a\sqrt{a}}; \quad 2) \sqrt[3]{8a^3 + 12a^2\sqrt{a} + 6a^2 + a\sqrt{a}}.$$

187.* 1) $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt[3]{200+80\sqrt{5}}$.

188. Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadratga keltirib hisoblang:

$$1) \sqrt{11+6\sqrt{2}}; \quad 2) \sqrt{23+8\sqrt{7}}; \quad 3) \sqrt{37+10\sqrt{12}}; \quad 4) \sqrt{55+14\sqrt{6}}.$$

Namuna: $\sqrt{55+14\sqrt{6}}$ ildizni uning ostidagi ifodani to'la kvadratga keltirib hisoblang:

□ $55+14\sqrt{6}$ ifodadagi qo'shiluvchi 55 ni $55 = 49 + 6$ deb ikkita

qo'shiluvchiga ajratamiz va $49+14\sqrt{6}+6 = 49+14\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2 = (7+\sqrt{6})^2$.

Demak, $\sqrt{55+14\sqrt{6}} = \sqrt{(7+\sqrt{6})^2} = 7+\sqrt{6}$.

189. Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadratga keltirib hisoblang: $\sqrt{109+16\sqrt{45}}$.

$$\begin{aligned} \square \sqrt{109+16\sqrt{45}} &= \sqrt{64+16\sqrt{45}+45} = \sqrt{64+16\sqrt{45}+(\sqrt{45})^2} = \\ &= \sqrt{(8+\sqrt{45})^2} = 8+\sqrt{45} = 8+3\sqrt{5}. \blacksquare \end{aligned}$$

Kasrning maxrajini irratsionallikdan qutqaring (**190–191**):

190. 1) $\frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; 4) $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

191. 1) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$; 2) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}$.

Hisoblang (**192–193**):

192.* 1) $\sqrt{(3\sqrt{5}+6)(3\sqrt{5}-6)}$; 2) $2\sqrt{2\sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}}$.

193. 1) $\sqrt{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$; 3) $\sqrt{15-4\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$.

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. $\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{2}$ va 0 sonlarini taqqoslang.

Ko'rsatma: $\sqrt{4 \pm \sqrt{7}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{7}{2}} \pm \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2}$ ekanidan foydalaning.

2. Tengliklarning to'g'riligini tekshiring:

1) $\sqrt{3\frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$; 2) $\sqrt{4\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$; 3) $7\sqrt{\frac{7}{48}} = 7\sqrt{\frac{7}{48}}$; 4) $\sqrt{10\frac{10}{99}} = 10\sqrt{\frac{10}{99}}$.

a va b sonlar orasida qanday bog'lanish bo'lganida $\sqrt{a\frac{a}{b}} = a\sqrt{\frac{a}{b}}$ tenglikni

3. a) Hisoblashdagi xatoni toping: " $2 \cdot 2 = 5$ ".

□ $16 - 36 = 25 - 45$ to'g'ri tenglikda almashtirishlar bajaramiz:

o'rinli bo'ladi? Bunda $a\frac{a}{b} = a + \frac{a}{b}$.

$$16 - 36 + 20\frac{1}{4} = 25 - 45 + 20\frac{1}{4}; \quad 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2;$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2.$$

Bu tenglikning har ikki tomonidan kvadrat ildiz chiqaramiz: $4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$,

bundan $4 = 5$, ya'ni $2 \cdot 2 = 5$ kelib chiqadi. Ishni to'g'ri tenglikdan boshlab, noto'g'ri tenglikka kelib qoldik. Qayerda xato qildik? Toping-chi?

b) O'zingiz ham shunga o'xshash 2-3 ta misol tuzing. ■

4. Hisoblang:

1) $\sqrt{33+8\sqrt{17}} - \sqrt{33-8\sqrt{17}}$; 2) $\sqrt{22+6\sqrt{13}} - \sqrt{22-6\sqrt{13}}$.

5. Isbotlang:

$$\frac{2}{\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7+2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{6}}} = 1.$$

6.* Maxrajdagi irratsionallikdan qutulung:

$$1) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}; \quad 2) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}.$$

7. $a = 2\sqrt{6}$, $b = 23$ bo'lsa, $\frac{(a + \sqrt{b}) \cdot \sqrt{b - 2\sqrt{b} \cdot a + a^2}}{b - a^2}$ ifodaning qiymatini hisoblang.

8. Hisoblang:

$$1) \sqrt{7 + \sqrt{7 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{42 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt{1757};$$

$$2) \sqrt{5 + \sqrt{5 - \sqrt{19}}} \cdot \sqrt{5 - \sqrt{5 - \sqrt{19}}} \cdot \sqrt{20 - \sqrt{19}}.$$

9. Quyidagi sonlar o'zaro teskari ekanini ko'rsating.

$$1) \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \quad \text{va} \quad \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}; \quad 2) \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} \quad \text{va} \quad \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}.$$

10. 1) $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ va $x = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ bo'lsa, $2x^2 - 5ax + 2a^2$ ifodaning;

$$2) x = \sqrt{20} + \sqrt{19} \quad \text{va} \quad x = \sqrt{20} - \sqrt{19} \quad \text{bo'lsa,} \quad 2x^2 - 6ax + a^2$$

ifodaning qiymatini toping.

11.* Ikki sonning yig'indisi \sqrt{a} ga, ayirmasi esa \sqrt{b} ga teng ($a \geq 0$, $b \geq 0$, $a \geq b$).

Shu sonlarning ko'paytmasi $\frac{a-b}{4}$ ekanini isbotlang.

12.* Tenglamani yeching: $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} = 1$.

13. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1000000}}$ yig'indi qanday ketma-ket kelgan ikkita natural son orasida joylashgan?

14. Yig'indini hisoblang:

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}}.$$

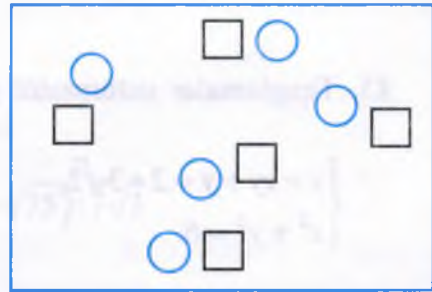
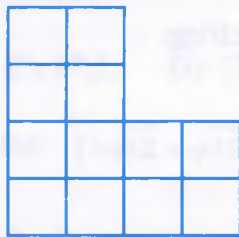
15. So'roq belgisi o'rniga qanday sonlar qo'yish mumkin?

- 1) $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, ?, ?, ?; 2) 6, 12, 24, 48, ?, ?, ?;
 3) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ?, ?, ?; 4) 25, 5, 36, 6, 84, 12, 96, ?, ?

16. 1 dan 11 gacha natural sonlarni doirachalar ichiga shunday yozingki, har bir kesmadagi uchta doirachaga yozilgan sonlar yig'indisi o'zaro teng bo'lsin.

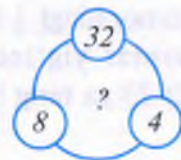
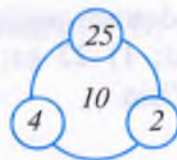
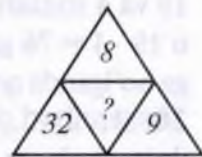
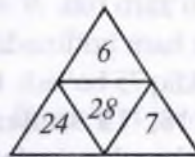
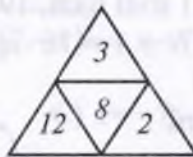
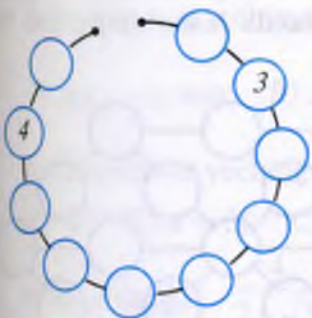
17. Shakl 12 ta teng kvadratchalarga bo'lingan. Shu shaklni o'zaro teng 4 ta qismga ajrating.

18. Shaklning bir tomonidan ikkinchisiga uchta to'g'ri chiziqni shunday o'tkazingki, bunda shakl besh qismga bo'linsin va har bir qismida bitta doira bitta kvadrat bo'lsin.



19. Har bir doirachaga shunday sonlar yozingki, ketma-ket turgan uchta doiracha ichidagi sonlar yig'indisi 16 ga teng bo'lsin.

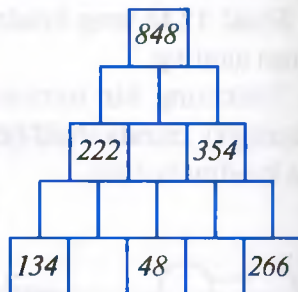
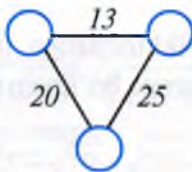
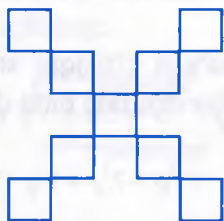
20. So'roq belgisi o'rniga qanday sonni qo'yish kerak?



21. 1, 2, ..., 9 raqamlarni shakldagi kvadratchalarga shunday joylashtiringki, har bir diagonaldagi va shaklning to'rtta uchidagi raqamlar yig'indisi 26 ga teng bo'lsin.

22. 1) Doirachalarga shunday sonlar yozingki, ikkita doirachadagi sonlar yig'indisi ularni birlashtiruvchi kesmada yozilgan songa teng bo'lsin.

2) Bitta qatorda yonma-yon turgan ikkita katakdagi sonlar yig'indisi yuqori qatordagi katakka yozilgan. Bo'sh kataklarni to'ldiring.



23. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2}, \\ x^2 + y^2 = 6. \end{cases}$$

24. Tenglamani butun sonlarda yeching: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = 1$.

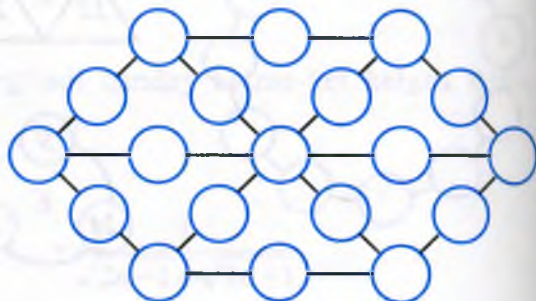
25. N sonini 1995 ga bo'lganda 18 qoldiq qoladi, 1996 ga bo'lganda esa qoldiq 3 soni bo'ladi. Shu N sonini 76 ga bo'lganda qoldiq nechaga teng bo'ladi?

□ N ga 1 ni qo'shamiz:

$$N+1 = 1995k + 18 + 1 = 19 \cdot (105k + 1); \quad N+1 = 1996l + 3 + 1 = 4 \cdot (499l + 1).$$

19 va 4 sonlari o'zaro tub. $N+1$ soni ham, 19 ga ham 4 ga bo'lingani uchun u $19 \cdot 4 = 76$ ga ham bo'linadi: $N+1 = 76 \cdot n$. U holda N sonining o'zini 76 ga bo'lganda qoldiq 75 bo'ladi. ■

26. 1, 2, ..., 18, 19 sonlarini doirachalarga shunday joylashtiringki, har bir uchburchak tomonidagi 3 ta doiraga yozilgan sonlar yig'indisi: 1) 22 ga; 2) 23 ga teng bo'lsin.



8 IV bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Hisoblang: $(\sqrt{32} + \sqrt{2})^2$.

- A) 50; B) 41; C) 40; D) 41,5.

2. Hisoblang: $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

- A) 6; B) 5; C) 5,5; D) 6,5.

3. Hisoblang: $\sqrt{\frac{36}{5} \cdot \frac{16}{5}}$.

- A) $4\frac{4}{5}$; B) $4\frac{3}{5}$; C) $4\frac{2}{5}$; D) 5.

4. Hisoblang: $\sqrt{256 \cdot 0,01 \cdot 121}$.

- A) 17,6; B) 17; C) 17,5; D) 17,4.

5. Ifodani soddalashtiring: $(4\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{75}) : 7\sqrt{3}$.

- A) 1; B) 1,5; C) $\frac{2}{3}$; D) $\frac{3}{4}$.

6. Ifodani soddalashtiring: $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

- A) 5; B) 4; C) 6; D) 5,5.

7. Tenglamani yeching: $\sqrt{(7-x)^2} = x-7$.

- A) ixtiyoriy son; B) $x=7$; C) $x=-7$; D) to'g'ri javob berilmagan.

8. Tenglamani yeching: $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$.

- A) \emptyset ; B) $x=3$; C) to'g'ri javob berilmagan; D) 0 va 3.

9. Hisoblang: $\frac{4}{2+\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3}-1}$.

- A) 12; B) 11; C) $\sqrt{3}$; D) 13.

10. Ikki sonning yig'indisi $\sqrt{7}$ ga, ularning ayirmasi 1 ga teng. Shu sonlarning ko'paytmasi nechga teng?

- A) 3; B) 5; C) 4; D) 2.

11. Hisoblang: $\sqrt{13-4\sqrt{3}}$.

- A) $2\sqrt{3}-1$; B) $2\sqrt{3}+1$; C) $2\sqrt{3}+2$; D) $\sqrt{3}+3$.

12. Soddashtiring: $\sqrt{27+\sqrt{104}}$.

- A) $\sqrt{26}+1$; B) $\sqrt{24}$; C) 5; D) $3\sqrt{3}$.

13. Kasrni soddashtiring: $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

- A) $2\sqrt{ab}$; B) $1,5\sqrt{ab}$; C) $2,5\sqrt{ab}$; D) 1.

14. Hisoblang: $(\sqrt{50}-\sqrt{2})^2$

- A) 32; B) 31; C) 30; D) 33.

15. Hisoblang: $(\sqrt{11,5}-\sqrt{1,5}) \cdot (11,5+\sqrt{1,5})$.

- A) 10; B) 11; C) 9; D) 12.

16. Tenglamani yeching: $\sqrt{(9-x)^2} = x-9$.

- A) 9; B) 8; C) 7; D) 11.

17. Hisoblang: $\sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt{5\frac{4}{9}}$.

- A) $3\frac{5}{6}$; B) 4; C) $\sqrt{7}$; D) to'g'ri javob berilmagan.

1-§. KVADRAT TENGLAMA VA UNING ILDIZLARI

1-masala. To'g'ri to'rtburchakning asosi balandligidan 9 sm ortiq, uning yuzi 70 sm^2 ga teng. To'g'ri to'rtburchakning balandligini toping.

□ Balandlikni x sm deb belgilasak, u holda to'g'ri to'rtburchakning asosi $(x + 9)$ sm bo'ladi. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi $x(x + 9) \text{ sm}^2$ ga teng. Masalaning shartiga ko'ra, $x(x + 9) = 70$.

Qavslarni ochib va 70 sonini qarama-qarshi ishora bilan tenglamaning chap qismiga o'tkazib, quyidagini hosil qilamiz:

$$x^2 + 9x - 70 = 0.$$

Tenglamaning chap qismini guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratamiz:
 $x^2 + 9x - 70 = x^2 + 14x - 5x - 70 = x(x + 14) - 5(x + 14) = (x + 14)(x - 5)$.
 Demak, tenglama

$$(x + 14)(x - 5) = 0$$

ko'rinishni oladi. Bu tenglama $x_1 = -14$ va $x_2 = 5$ ildizlarga ega. To'g'ri to'rtburchakning balandligi — kesma, kesma esa manfiy son bo'la olmaydi, shuning uchun izlanayotgan balandlik 5 sm ga teng bo'ladi. ■

Bu masalani yechishda kvadrat tenglama deb ataluvchi $x^2 + 9x - 70 = 0$ tenglama hosil qilindi.

Kvadrat tenglama deb,

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

ko'rinishidagi tenglamaga aytiladi, bunda a, b, c — berilgan sonlar, $a \neq 0$; x — noma'lum son.

Ba'zida $a \neq 0$ bo'lganida (1) ifoda *to'la kvadrat tenglama* deb aytiladi. Bunda a, b, c lar kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlari: a — bosh koeffitsiyent; b — ikkinchi koeffitsiyent; c — ozod had.

Masalan, $4x^2 - x - 3 = 0$ tenglama bosh koeffitsiyenti 4, ikkinchi koeffitsiyenti -1 , ozod hadi -3 bo'lgan to'la kvadrat tenglamadir.

Matematika, fizika, texnika va iqtisodiyotda ko'pgina masalalarni yechish kvadrat tenglamalarni yechishga keltiriladi.

2-masala. 400 km masofani tezyurar poyezd yuk poyezdiga qaraganda 1 soat tezroq bosib o'tdi. Agar yuk poyezdining tezligi tezyurar poyezdnikidan 20 km/soat kam bo'lsa, har bir poyezdning tezligini toping?

□ Tezyurar poyezd masofani t soatda bosib o'tgan desak, yuk poyezdi o'sha masofani $t + 1$ soatda bosib o'tadi. Tezyurar poyezd tezligini v_1 , yuk poyezdini v_2 desak, $v_1 = v_2 + 20$ bo'ladi. $S = vt$ formulaga ko'ra $400 = v_1 t$, $400 = v_2(t + 1)$ tengliklar o'rinli.

Bundan $t = \frac{400}{v_1}$, $t = \frac{400}{v_2} - 1$ hosil bo'ladi. $v_1 = v_2 + 20$ tenglikni hisobga olib topamiz:

$$\frac{400}{v_2 + 20} = \frac{400}{v_2} - 1.$$

Tenglamani soddalashtiramiz: $v_2^2 + 20v_2 - 8000 = 0$. Bu kvadrat tenglama. Uning chap qismini guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$v_2^2 + 20v_2 - 8000 = v_2^2 + 100v_2 - 80v_2 - 8000 = v_2(v_2 - 80) + 100(v_2 - 80) = (v_2 - 80)(v_2 + 100).$$

Endi hosil qilingan tenglama $(v_2 - 80)(v_2 + 100) = 0$ ko'rinishga keladi. Bundan $v_2 = 80$, $v_1 = v_2 + 20 = 100$, masala javobi bo'ladi. Shunday qilib, $v_1 = 100$ km/soat, $v_2 = 80$ km/soat. $v_2 = -100$ javob bo'la olmaydi: tezlik musbat kattalik. ■

Ko'pgina masalalarni yechishda algebraik shakl almashtirishlar natijasida kvadrat tenglamalarga keltiriladigan tenglamalar hosil bo'ladi. Masalan,

$$3x^2 - 5x = 2x^2 - 4x + 6$$

tenglamaning o'ng qismidagi hadlarni chap qismiga o'tkazib, o'xshash hadlarni ixchamlagandan keyin u

$$x^2 - x - 6 = 0$$

ko'rinishidagi tenglamaga keladi.

3-masala. Tenglamani yeching: $x^2 = 49$.

□ 49 ni chap qismiga olib o'tsak, $x^2 - 49 = 0$ kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratamiz: $(x - 7)(x + 7) = 0$.

Bu tenglama ikkita ildizga ega: $x_1 = 7$; $x_2 = -7$. Bunda $x_1 = 7$ soni 49 ning arifmetik kvadrat ildizi. $x_2 = -7$ esa $x_1 = 7$ ga qarama-qarshi son ekanini ta'kidlaymiz:

$$x_1 = \sqrt{49}, x_2 = -\sqrt{49}.$$

Odatda, bu ikki munosabat birlashtirilib yoziladi:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{49} = \pm 7. \blacksquare$$

$x^2 = 49$ tenglama $x^2 = d$ tenglamaning xususiy holdidir.

Teorema. Agar d ixtiyoriy musbat son bo'lsa, $x^2 = d$ tenglama ikkita ildizga ega:

$$x_1 = \sqrt{d}, x_2 = -\sqrt{d}.$$

○ d ni tenglamaning chap qismiga o'tkazamiz: $x^2 - d = 0$.

Shart bo'yicha $d > 0$ bo'lgani uchun, arifmetik kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra, $d = (\sqrt{d})^2$. Shuning uchun tenglamani bunday yozish mumkin: $x^2 - (\sqrt{d})^2 = 0$.

Bu tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga quyidagicha ajratamiz:

$$(x - \sqrt{d})(x + \sqrt{d}) = 0, \text{ bundan } x_1 = \sqrt{d}, x_2 = -\sqrt{d}. \bullet$$

Masalan: $x^2 = \frac{9}{25}$ tenglama $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$ ildizlarga ega; $x^2 = 5$ tenglama

$x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ ildizlarga ega; $x^2 = \sqrt{1,69}$ tenglama $x_{1,2} = \pm 1,3$ ildizlarga ega.

Agar $x^2 = d$ tenglamaning o'ng qismi nolga teng bo'lsa, u holda $x^2 = 0$ tenglama bitta ildizga ega bo'ladi: $x = 0$, chunki $x^2 = 0$ tenglamani $x \cdot x = 0$ kabi yozish mumkin. Shuning uchun ba'zan $x^2 = 0$ tenglama ikkita o'zaro teng ildizga ega deyiladi: $x_{1,2} = 0$.

Agar $d < 0$ bo'lsa, $x^2 = d$ tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas, chunki haqiqiy sonning kvadrati manfiy bo'lishi mumkin emas. Masalan: $x^2 = -4$; $x^2 = -9$; $x^2 = -36$; $x^2 = -49$ tenglamalar haqiqiy ildizga ega emas.



- 1) Kvadrat tenglama deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.
- 2) Kvadrat tenglamaga olib keladigan 2–3 ta masala yozing.
- 3) Berilgan sonlar kvadrat tenglamaning ildizi bo'lishi yoki bo'lmashligi qanday tekshiriladi?
- 4) $x^2 = d$ tenglama: a) qachon ikkita ildizga; b) qachon bitta ildizga ega bo'ladi?
- 5) $x^2 = d$ tenglama qachon haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi?

2. (Og'zaki.) Quyida keltirilgan tenglamalardan qaysilari kvadrat tenglama bo'ladi?

1) $3x^2 - 14x + 11 = 0$; 2) $\frac{4}{5}x^2 + 7 = 0$; 3) $-5x^2 + 13x - 8 = 0$; 4) $23x + 19 = 0$;

5) $-17x^4 + 35 = 0$; 6) $3x^2 - x = x^2$; 7) $-4x + 20 = 0$; 8) $2x^2 - 3x = 4$.

3. (Og'zaki.) Kvadrat tenglama koeffitsiyentlarini va ozod hadini ayting:

1) $3x^2 - 5x + 2 = 0$; 2) $-7x^2 - 11x + 18 = 0$; 3) $\frac{3}{4}x^2 + 5 = 0$; 4) $2x^2 + 7x = 0$;

5) $-3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$; 6) $-4x^2 - x = 0$; 7) $5x^2 - 3x - 2 = 0$; 8) $8x^2 - 7x - 1 = 0$.

Koeffitsiyentlari berilgan kvadrat tenglamani yozing (4-5):

4. 1) $a = -1, b = 2, c = -4$; 2) $a = 3, b = -5, c = 6$; 3) $a = 2, b = 1, c = \frac{1}{2}$;

4) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{8}, c = -\frac{3}{4}$; 5) $a = 8, b = 10, c = 1$; 6) $a = 0,4, b = -1,8, c = -2,4$.

5. 1) $a = 3, b = 2, c = 4$; 2) $a = 5, b = -3, c = 0$; 3) $a = -2, b = 3, c = 2$;

4) $a = 4, b = 0, c = -9$; 5) $a = 5, b = -3, c = -2$; 6) $a = 8, b = -7, c = -1$.

Berilgan tenglamani kvadrat tenglamaga keltiring (6-9):

6. 1) $(x - 2)(x + 1) = 0$; 2) $(2x + 1)(x - 4) = 0$; 3) $(3 - x)(x + 2) = 0$;

4) $(5x - 2)(3x - 1) = 0$; 5) $(x + 4)(x - 3) = 0$; 6) $(x + 3)(4 - x) = 0$.

7. 1) $(x + 1)(x + 2) = 0$; 2) $(3 - 2x)(x + 3) = 0$; 3) $(2 - x)(x + 3) = 0$;

4) $(2 - 3x)(x + 2) = 0$; 5) $(2x - 1)(x - 1) = 0$; 6) $(3x - 5)(4 + 3x) = 0$.

8. 1) $4x(x + 7) = (2x - 1)(3x + 2)$; 2) $5(x^2 - 3x) = 2(x + 3)(x - 3)$;

3) $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x\right)x = 0, 5x(x^2 - 4x) + 3x - 1$; 4) $\left(\frac{3}{4}x - 1, 2\right)(x + 1) = 2x^2 + 3$.

9. 1) $(x - 3)(x - 2) = 6$; 2) $3x(x - 5) = x(x + 1) - x^2$; 3) $7(x^2 - 1) = 2(x + 2)(x - 2)$.

$-6; -4; 3; -2; 0, 1; 5, 9$ sonlardan qaysilari **10-11**-tenglamalarning ildizi bo'ladi?

10. 1) $x^2 = 0$; 2) $x^2 = 9$; 3) $x^2 - 6x + 5 = 0$; 4) $x^2 + 9x + 18 = 0$;

5) $x^2 + 5x + 6 = 0$; 6) $x^2 - 10x + 9 = 0$; 7) $x^2 + 10x + 24 = 0$.

11. 1) $x^2 - 1 = 0$; 2) $(x + 1)(x + 3) = 0$;

3) $x^2 - 3x - 4 = 0$; 4) $(x + 4)(x + 3) = (x + 6)(x + 2)$.

$-3, -2, 0, 1$ sonlardan qaysilari **12-13**-tenglamalarning ildizi bo'ladi?

12. 1) $x^2 - 16 = 0$; 2) $x^2 + 2x = 0$;

3) $x^2 + x - 6 = 0$; 4) $x^2 - 5x + 4 = 0$.

13. 1) $(x + 2)(x - 1) = 0$; 2) $(x + 1)(x - 3) = x$;
 3) $x^2 + 4x + 4 = 0$; 4) $x^2 + 6x + 9 = 0$.

Tenglamani ildizlarini toping (14–15):

14. 1) $x^2 = \frac{25}{36}$; 2) $9x^2 = 4$; 3) $\frac{5}{7}x^2 = \frac{7}{5}$; 4) $x^2 = 12$;

5) $x^2 = 1\frac{19}{81}$; 6) $5x^2 = 3\frac{1}{5}$; 7) $x^2 = 48$; 8) $x^2 = 80$.

15. 1) $x^2 = \frac{9}{16}$; 2) $x^2 = \frac{16}{49}$; 3) $x^2 = 1\frac{7}{9}$;

4) $x^2 = 2\frac{1}{4}$; 5) $x^2 = 5$; 6) $x^2 + 25 = 0$.

Tenglamani yeching (16–17):

16. 1) $x^2 - 6,25 = 0$; 2) $x^2 - 1,21 = 0$; 3) $3x^2 - 27 = 0$; 4) $8x^2 = 0$;
 5) $\frac{x^2}{100} = 0$; 6) $x^2 - 729 = 0$; 7) $x^2 + 4 = 0$; 8) $x^2 + 81 = 0$.

17. 1) $x^2 - 36 = 0$; 2) $x^2 - 225 = 0$; 3) $\frac{1}{5}x^2 = 0$; 4) $\frac{x^2}{3} = 0$;
 5) $x^2 + 9 = 0$; 6) $x^2 + 18 = 0$; 7) $2x^2 - 18 = 0$; 8) $3x^2 - 27 = 0$.

Kvadrat tenglamani uning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratib yeching (18–20):

18* 1) $3x^2 - 5x = 0$; 2) $2x^2 + 7x = 0$; 3) $x^2 - 4x = 0$; 4) $7x^2 - 15x = 0$;
 5) $x^2 - 2x + 1 = 0$; 6) $x^2 - 8x + 16 = 0$; 7) $2x^2 - 9x + 7 = 0$.

19* 1) $x^2 + 10x + 25 = 0$; 2) $\frac{1}{9}x^2 + x + 9 = 0$; 3) $\frac{1}{16}x^2 - x + 16 = 0$;
 4) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{7}x = 0$; 5) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$; 6) $1,2x^2 - \frac{3}{5}x = 0$.

20* 1) $2x^2 - 8x = 0$; 2) $x^2 + 8x = 0$; 3) $5x^2 + 3x = 0$;
 4) $11x^2 + 4x = 0$; 5) $x^2 + 4x + 4 = 0$; 6) $x^2 - 6x + 9 = 0$;
 7) $x^2 + 14x + 49 = 0$.

Tenglamani yeching (21–22):

21. 1) $(3x + 4)^2 + (x - 1)^2 = 17$; 2) $(2x - 3)^2 - (x + 4)^2 + 7 = 0$;
 3) $(7x - 5)^2 + (6x - 1)^2 - 26 = 0$; 4) $2(3x - 5)^2 = 9(3x + 5) + 5$.

22. 1) $12,25 - 3x^2 = 6x^2$; 2) $4 - 9(2 - 5x)^2 = 0$; 3) $\frac{2}{7}x^2 = 3,5$;
 4) $8(x^2 - 9)^2 = 128$; 5) $4x^2 = 20,25$; 6) $5(x^2 - 0,25) - 7,2 = 0$.

2-§. CHALA KVADRAT TENGLAMALAR

Agar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamada b yoki c koeffitsiyentlardan kamida bittasi nolga teng bo'lsa, u holda bu tenglama **chala kvadrat tenglama** deyiladi.

Uch xil hol yuz berishi mumkin: 1) $b = c = 0$; 2) $b = 0, c \neq 0$; 3) $b \neq 0, c = 0$. Bu hollarda kvadrat tenglama quyidagi tenglamalardan biri ko'rinishida bo'ladi:

$$ax^2 = 0; \quad (1)$$

$$ax^2 + c = 0, c \neq 0; \quad (2)$$

$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0. \quad (3)$$

Shu tenglamalarda a koeffitsiyent nolga teng emasligi kvadrat tenglama ta'rifidan ma'lum.

Endi (1), (2) va (3) chala kvadrat tenglamalarni o'rganamiz.

1-masala. Tenglamani yeching: $7x^2 = 0$.

□ Tenglamaning ikkala qismini 7 ga bo'lamiz: $x^2 = 0$; Bundan $x = 0$. ■

2-masala. Tenglamani yeching: $4x^2 - 36 = 0$.

Tenglamaning ikkala qismini 4 ga bo'lamiz: $x^2 - 9 = 0$.

Bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin: $x^2 = 9$, bundan $x_{1,2} = \pm 3$.

3-masala. Tenglamani yeching: $2x^2 + 18 = 0$.

□ Bu tenglamada ozod had 18 ni o'ng tomonga o'tkazamiz: $2x^2 = -18$,

bundan $2x^2 = -9$ yoki $x^2 = -\frac{9}{2}$ kelib chiqadi.

Hosil bo'lgan tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas, chunki x ning istalgan

haqiqiy qiymatlarida $x^2 \geq 0$, ammo $-\frac{9}{2} < 0$. ■

4-masala. Tenglamani yeching: $-5x^2 + 9x = 0$.

□ Tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratamiz: $x(-5x + 9) = 0$.

Bundan $x_1 = 0, x_2 = \frac{9}{5}$ kelib chiqadi.

Javob: $x_1 = 0, x_2 = \frac{9}{5}$.



23. 1) Chala kvadrat tenglama deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.

2) b va c koeffitsiyentlarning qanday qiymatlarida chala kvadrat tenglamalar hosil bo'ladi?

3) Chala kvadrat tenglamalar qanday yechiladi? Misollarda tushuntiring. Tenglamani yeching (24–26):

24. 1) $9x^2 = 81$; 2) $4x^2 = 36$; 3) $5x^2 = 625$; 4) $4x^2 = 81$.

25. 1) $\frac{x^2 - 4}{9} = 5$; 2) $\frac{8x^2 - 7}{3} = 14\frac{1}{3}$; 3) $9x^2 = 2\frac{7}{9}$; 4) $3x^2 + 12 = 0$.

26. 1) $11x^2 = 22$; 2) $25x^2 = 0,01$; 3) $\frac{x^2 - 1}{3} = 5$; 4) $\frac{9 - x^2}{5} = 1$.

27. x ning qanday qiymatlarida kasrlar o'zaro teng bo'ladi:

1) $\frac{7x^2 - 5x}{3}$ va $\frac{x^2 + 4x}{6}$; 2) $\frac{-4x^2 + 3x}{5}$ va $\frac{x^2 - 6x}{8}$;

3) $\frac{3x - x^2}{11}$ va $\frac{x^2 + x}{12}$; 4) $\frac{5x^2 - 6x}{9}$ va $\frac{3x + 7x^2}{3}$.

Tenglamani yeching (28–31):

28. 1) $8x^2 + 7x = 10x^2 - 3x$;

2) $3x(x + 1) = 2x(x - 1)$;

3) $0,5x^2 - \frac{1}{3}x = 1,2x^2 + \frac{2}{3}x$;

4) $\frac{1}{4}x(x - 1,8) = \frac{x}{5}(x + 0,4)$.

29. 1) $\frac{2x^2 - 3x}{4} = \frac{x^2 + 2x}{3}$;

2) $\frac{5x - x^2}{2} = \frac{x^2 + 3x}{5}$;

3) $\frac{-3x^2 + 4x}{4} = \frac{x - 5x}{7}$;

4) $\frac{4x^2 - 5x}{8} = \frac{2x + 6x^2}{3}$.

30. 1) $\frac{x}{x-5} + \frac{x}{x+5} = 2\frac{2}{3}$;

2) $\frac{3x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3}$;

3) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{4(x+3)}{x-3} - \frac{27}{x^2-9}$;

4) $\frac{2x+5}{x-2} = \frac{9x-18}{8x+20} - \frac{64}{(x-2)(8x+20)}$.

31. Tenglamani yeching:

1) $x^2 - 5|x| = 0$; 2) $3x^2 + 4|x| = 0$; 3) $x^2 - \frac{3x^2}{|x|} = 0$; 4) $2x^2 + \frac{x^2}{|x|} = 0$.

N a m u n a. Tenglamani yeching: 1) $x^2 - 2|x| + 3x = 0$.

□ Tenglamani yechish uchun 3 holni ko'rish kerak: $x < 0$; $x = 0$; $x > 0$.
Ravshanki, $x = 0$ — yechim. Agar $x < 0$ bo'lsa, tenglama $x^2 + 2x + 3x = 0$ yoki $x^2 + 5x = 0$ ko'rinishni oladi. Uni $x(x + 5) = 0$ deb yozsak, $x < 0$ bo'lgani uchun, bundan $x = -5$ kelib chiqadi. Agar $x > 0$ bo'lsa, tenglama $x^2 - 2x + 3x = 0$ yoki $x^2 + x = 0$ ko'rinishni oladi. Uni $x(x + 1) = 0$ deb yozsak, $x > 0$ bo'lgani uchun tenglama yechimga ega bo'lmaydi. Shunday qilib, berilgan tenglama yechimlari $x = 0$; $x = -5$ bo'ladi.

Javob: $x = 0$; $x = -5$. ■

2) $3x^2 - \frac{2|x|}{x} = 0$, bunda $x \neq 0$.

□ $x < 0$ bo'lsin, unda tenglama $3x^2 - \frac{2(-x)}{x} = 0$ yoki $3x^2 + 2 = 0$ ko'rinishni oladi. Bu tenglama yechimga ega emas, chunki ixtiyoriy x uchun $x^2 \geq 0$.

Nihoyat, $x > 0$ bo'lgan holni ko'ramiz: bu holda tenglama $3x^2 - \frac{2x}{x} = 0$ yoki ko'rinishni oladi. Bundan $x^2 = \frac{2}{3}$, $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ kelib chiqadi.

Javob: $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$. ■

32.* 1) Bitta ildizi nolga teng bo'lgan kvadrat tenglama umumiy holda qanday yoziladi?

2) Ikkala ildizi nolga teng bo'lgan kvadrat tenglama umumiy holda qanday yoziladi?

3) Ildizlarning modullari teng, ammo ishoralari qarama-qarshi bo'lgan kvadrat tenglama umumiy holda qanday yoziladi?

33. m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlaridan biri nolga teng bo'ladi:

1) $3x^2 - 2x + 4m - 9 = 0$;

2) $2x^2 + 7x - m^2 + 16 = 0$;

3) $4x^2 - 2mx + 3m^2 - 4m = 0$;

4) $x^2 + (m + 8)x + |m| - 8 = 0$.

N a m u n a. Kvadrat tenglamaning ildizlaridan biri nolga teng bo'lishi uchun uning ozod hadi nolga teng bo'lishi kerak. Shunda $ax^2 + bx = 0$ ko'rinishdagi chala kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamaning bitta ildizi $x = 0$. Masalan, $4x^2 - 2mx + 3m^2 - 4m = 0$ tenglamaning ozod hadi $3m^2 - 4m$. Bu ifoda $m = 0$ va

$m = \frac{4}{3}$ bo'lganida nolga teng. Agar $m = 0$ bo'lsa, kvadrat tenglamaning ikkala

ildizi ham nolga teng. Ammo $m = \frac{4}{3}$ bo'lsa, berilgan tenglamaning bitta ildizi nolga teng bo'ladi.

34. m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'ladi?

$$\begin{array}{l} 1) 5x^2 + (m - 3)x + 9 - m^2 = 0; \\ 3) 2x^2 + (3m^2 - |m|)x - m^3 - 3m = 0; \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2) x^2 + (3m^2 + 4m)x + 9m^2 - 16 = 0; \\ 4) x^2 + (16 - m^4)x + m^3 + 8 = 0. \end{array} \right.$$

N a m u n a. $x^2 + (3m^2 + 4m)x + 9m^2 - 16 = 0$ kvadrat tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'lishi uchun parametr m $\begin{cases} 3m^2 + 4m = 0, \\ 9m^2 - 16 = 0 \end{cases}$ tenglamalar sistema-sining yechimi bo'lishi kerak.

Sistemaning yechimi $m = -\frac{4}{3}$.

35.* To'g'ri burchak uchidan uning tomonlari bo'ylab ikkita jism bir vaqtda yura boshladi. 1-jismning tezligi 5 sm/sek, 2-jismning tezligi 12 sm/sek. Qancha vaqtdan keyin ular orasidagi masofa 81 sm bo'ladi?

36. Ketma-ket kelgan 3 ta natural sonning ko'paytmasi o'rtadagi sondan 3 marta katta. Shu sonlarni toping?

Tenglamani yeching (**37–39**):

37. 1) $2x^2 - |x| = 0$; 2) $x^2 + 4|x| = 0$; 3) $x^2 + \frac{3x}{|x|} = 0$; 4) $5x^2 - \frac{|x|}{5x} = 0$.

38. 1) $6x^2 + 5x = 8x^2 + x$; 2) $12x^2 + 7x = 10x^2 - 3x$;

3) $\frac{4x^2 + x}{2} = \frac{x^2 - 2x}{3}$; 4) $\frac{5x^2 - 2x}{3} = \frac{3x^2 + 2x}{2}$.

MASALALAR YECHISH

39. (Og'zaki.) Quyida keltirilgan tenglamalardan qaysilari kvadrat tenglama bo'ladi:

1) $x^2 + 3x - 7 = 0$; 2) $\frac{2}{3}x^2 + 5 = 0$; 3) $-4x^2 + 3x + 7 = 0$; 4) $17x + 20 = 0$;

5) $3x^4 - 27 = 0$; 6) $5x^2 - 2x = 4x^2$; 7) $5x - 7 = 0$; 8) $4x^2 - 5x + 1 = 0$.

40. (Og'zaki.) Kvadrat tenglama koeffitsiyentlarini va ozod hadini ayting:

1) $2x^2 - 3x - 2 = 0$; 2) $-x^2 + 2x - 1 = 0$; 3) $\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$; 4) $\frac{1}{3}x^2 + 1 = 0$;

5) $-4x^2 + 5x + \frac{1}{3} = 0$; 6) $-5x^2 + x = 0$; 7) $7x^2 + 2x - 7 = 0$; 8) $-9x^2 + 8x + 1 = 0$.

41. Koeffitsiyentlari berilgan kvadrat tenglama yozing:

1) $a = 1; b = 2; c = 3;$

2) $a = 1; b = -3; c = 2;$

3) $a = \frac{1}{2}; b = \frac{2}{3}; c = -\frac{1}{4};$

4) $a = \frac{1}{3}; b = 3; c = -4.$

Berilgan tenglamani kvadrat tenglamaga keltiring (**42–43**):

42. 1) $(x + 3)(x - 1) = 0;$

2) $(3x - 1)(x + 4) = 0;$

3) $(x - 3)(2 - x) = 0;$

4) $(3x - 2)(x - 1) = 0.$

43. 1) $3x(x + 4) = (2x + 1)(3x - 2);$ | 2) $3(x^2 - 5x) = 2(x + 1)(x - 1);$

3) $3x(x - 4) = (2x - 1)(3x + 2);$ | 4) $3(x^2 + 5x) = 2(x - 1)(x + 1).$

44. Kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlari yig'indisini toping:

1) $3x^2 + 5x - 8 = 0;$ 2) $5x^2 - 4x - 7 = 0;$ 3) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0;$

4) $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{3} - 1)x + \sqrt{3} - 1 = 0;$ 5) $\sqrt{3}x^2 + 5x - \sqrt{3} - 5 = 0.$

45. Ushbu 4, 1, 2, 3 sonlaridan qaysilari tenglamaning ildizi bo'ladi:

1) $x(x - 3) = 4;$ 2) $(x + 1)(x + 2) = 6;$ 3) $2x(3x - 2) = 8x - 12;$

4) $(5x - 3)x = 36.$

46. Tenglamaning ildizlarini toping:

1) $x^2 = \frac{49}{60};$ 2) $4x^2 = 1;$ 3) $\frac{4}{5}x^2 = \frac{5}{4};$ 4) $4x^2 = 8;$ 5) $x^2 = 12;$ 6) $x^2 = 27.$

47. Tenglamani yeching:

1) $x^2 - 4,41 = 0;$ 2) $x^2 - 0,16 = 0;$ 3) $2x^2 - 0,08 = 0;$ 4) $7x^2 = 0;$

5) $\frac{x^2}{34} = 0;$ 6) $x^2 - 7,29 = 0;$ 7) $x^2 - 3,61 = 0;$ 8) $x^2 - 4,41 = 0.$

Kvadrat tenglamani uning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratib yeching (**48–49**):

48. 1) $2x^2 - 3x = 0;$ 2) $3x^2 + 5x = 0;$ 3) $x^2 - 3x = 0;$

4) $5x^2 - 15x = 0;$ 5) $x^2 - 6x + 9 = 0;$ 6) $x^2 + 14x + 49 = 0.$

49. 1) $x^2 - 22x + 121 = 0;$ 2) $x^2 - 24x + 144 = 0;$ 3) $x^2 + 20x + 100 = 0.$

Tenglamani yeching (**50–52**):

50. 1) $\frac{x^2}{6} = \frac{3x}{2};$ 2) $3(2x - 3)^2 = 8(2x - 3);$ 3) $\frac{1}{2}(3x - 2)^2 = 3x - 2.$

51. 1) $\frac{x^2+9}{9} = 5$; 2) $8x^2 = 7 + 3 \cdot \frac{43}{3}$; 3) $3x^2 = \frac{75}{9}$; 4) $4x^2 = \frac{8}{9}$.

52. 1) $9x^2 = 225$; 2) $\frac{x^2-3}{4} = 3$; 3) $\frac{4-x^2}{4} = -3$; 4) $\frac{x^2-6}{2} = 5$.

53. x ning qanday qiymatlarida kasrlar o'zaro teng bo'ladi?

1) $\frac{3x^2-2}{5}$ va $\frac{4x^2+4}{4}$;

2) $\frac{x^2+4}{4}$ va $\frac{2x^2-7}{5}$.

3) $\frac{5x^2+x}{3}$ va $\frac{11x^2+x}{6}$;

4) $\frac{6x^2-50}{100}$ va $\frac{8x^2-150}{50}$.

Tenglamani yeching (54–56):

54. 1) $6x^2 + 4x = 4x^2 + 8x$;

2) $4x(x+2) = 3x(x-2)$;

3) $\frac{1}{2}x(x-3) = \frac{4}{3}x(x+3)$;

4) $\frac{1}{3}x(x+4) = 3x(x-4)$.

55.* 1) $\frac{2x-1}{2x+1} + \frac{2x+1}{2x-1} = \frac{5}{2}$; 2) $\frac{2+x}{6} - \frac{6}{2+x} = \frac{4}{x+2} - \frac{x+2}{4}$; 3) $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$.

56. 1) $x^2 - 6|x| = 0$; 2) $7x^2 + 4|x| = 0$; 3) $x^2 + \frac{3x^2}{|x|} = 0$; 4) $4x^2 - \frac{2x^2}{|x|} = 0$.

57.* m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlaridan biri nolga teng bo'ladi?

1) $5x^2 - 3x + 3m - 9 = 0$;

2) $7x^2 + 4x - 5m + 15 = 0$;

3) $6x^2 - 2x + m + 4 = 0$;

4) $x^2 + 12x + 4m - 25 = 0$.

58. m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'ladi?

1) $x^2 + mx + (m - m^2) = 0$;

2) $5x^2 + (m - 8)x + (m - 8)^2 = 0$;

3) $6x^2 + (2m - 1)x + 2m^2 - m = 0$;

4) $7x^2 - \frac{9m-2}{2}x + 6m - 4 = 0$.

59. Tenglamani ko'paytuvchilarga ajratish usuli bilan yeching:

1) $x(x+4) = 21$; 2) $x(x-3) = 10$; 3) $x(x+5) = 14$; 4) $x(x-6) = 7$.

60. Ketma-ket kelgan 3 ta natural son ko'paytmasi o'rtadagi sondan 8 marta katta. Shu sonlarni toping.

61. Ketma-ket kelgan 3 ta natural sonlar yig'indisi o'rtadagi son kvadratiga teng. Shu sonlarni toping.

62. Agar $ax^2 + x - 2 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng bo'lsa, a ni toping va hosil bo'lgan kvadrat tenglamani guruhlash usuli bilan yeching.

63. Agar $x^2 + 3x + b = 0$ tenglama ildizlaridan biri 2 ga teng bo'lsa, b ni toping va hosil bo'lgan kvadrat tenglamani guruhlash usuli bilan yeching.

3-§. TO'LA KVADRATNI AJRATISH USULI

Kvadrat tenglamalarni yechish uchun eng umumiy usul *to'la kvadratni ajratish usulidir*. Shu usulni tushuntirish uchun avval bir nechta misollar ko'ramiz.

1-masala. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 - 6x + 5 = 0$.

□ Bu tenglama shaklini quyidagicha almashtiramiz:

$$x^2 - 2x \cdot 3 = -5, \quad x^2 - 2x \cdot 3 + 3^2 = -5 + 3^2, \quad (x - 3)^2 = 4.$$

Bundan $x - 3 = 2$ yoki $x - 3 = -2$. Demak, $x_1 = 5$; $x_2 = -1$. Shu shakl almashtirishda uning chap qismida $(x - 3)^2$ hosil bo'ldi, o'ng qismida esa noma'lum qatnashmadi. ■

2-masala. Tenglamani yeching: $x^2 + 4x - 12 = 0$.

□ Tenglamani $x^2 + 4x = 12$ ko'rinishda yozib olamiz va uning ikkala qismiga 4 ni qo'shsak, chap qismi to'la kvadratga aylanadi: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$. Shuning uchun

$$x^2 + 4x + 4 = 12 + 4, \quad (x + 2)^2 = 16.$$

Bundan $x_1 = -6$; $x_2 = 2$ kelib chiqadi. ■

3-masala. $9x^2 - 18x + 8 = 0$ tenglamani yeching.

$$9x^2 - 18x = -8; \quad (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 = -8;$$

$$(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 + 3^2 = -8 + 3^2; \quad (3x - 3)^2 = 1.$$

$3x - 3 = 1$ yoki $3x - 3 = -1$. Bundan $x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$ kelib chiqadi. ■

4-masala. $x^2 + 5x - 36 = 0$ tenglamani yeching.

□ $x^2 + 5x = 36$,

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 36 + \left(\frac{5}{2}\right)^2, \quad \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{169}{4},$$

$$x + \frac{5}{2} = \pm \frac{13}{2}, \quad x_1 = -\frac{5}{2} - \frac{13}{2} = -9; \quad x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{13}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

Javob: $x_1 = -9$; $x_2 = 4$. ■



64. 1) To'la kvadratni ajratish usulining mohiyati nimadan iborat? Misollarda tushuntiring.

2) 3-4 ta kvadrat tenglama tuzing. Ularni ikki usulda: a) to'la kvadratni ajratish usuli bilan; b) tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratish usuli bilan yeching.

Tenglamani to'la kvadratni ajratish usuli bilan yeching (65-66):

65. 1) $x^2 - 8x + 7 = 0$; 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$; 3) $x^2 + 6x + 8 = 0$;
4) $6x^2 - 5x + 1 = 0$; 5) $3x^2 - 4x + 1 = 0$; 6) $10x^2 + 7x + 1 = 0$.

66. 1) $5x^2 - 4x - 12 = 0$; 2) $4x^2 - 3x - 22 = 0$; 3) $5x^2 - 4x - 12 = 0$;
4) $3x^2 + 5x - 2 = 0$; 5) $x^2 - px + q = 0$; 6) $ax^2 - bx + c = 0$.

Shunday m sonni topingki, natijada berilgan ifoda yig'indi yoki ayirmaning to'la kvadrati bo'lsin (67-68):

67. 1) $x^2 - 4x + m$; 2) $x^2 + 2x + m$; 3) $x^2 + 6x + m$;
4) $x^2 - mx + 9$; 5) $x^2 + mx + 4$; 6) $x^2 + mx + 25$.

68. 1) $x^2 - 8x + m$; 2) $9x^2 - 12x + m$; 3) $4x^2 + 4x + m$;
4) $x^2 - 10x + m$; 5) $x^2 - 14x + m$; 6) $49x^2 - 14x + m$.

N a m u n a. m ning $25x^2 - 20x + m$ ifoda to'la kvadrat bo'ladigan qiymatini toping.

$$\square 25x^2 - 20x + m = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 2 + 2^2 - 2^2 + m = (5x - 2)^2 - 4 + m.$$

Bundan ifoda to'la kvadrat bo'lishi uchun $m = 4$ bo'lishi kelib chiqadi.

Javob: $m = 4$. ■

Tenglamani to'la kvadratni ajratish va guruhlash (ko'paytuvchilarga ajratish) usullari bilan yeching (69-72):

69. 1) $x^2 - 6x + 5 = 0$; 2) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 3) $x^2 - 3x + 2 = 0$; 4) $x^2 + 9x + 8 = 0$.

70. 1) $5x^2 + 7x + 2 = 0$; 2) $7x^2 - 9x + 2 = 0$; 3) $2x^2 - 7x + 6 = 0$; 4) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 1 = 0$.

71. 1) $9x^2 + 6x - 8 = 0$; 2) $25x^2 - 10x - 3 = 0$; 3) $x^2 - 5x + 4 = 0$; 4) $x^2 - 3x - 10 = 0$.

72. 1) $x^2 + 16x + 48 = 0$; 2) $x^2 + 7x - 18 = 0$; 3) $x^2 - 15x + 56 = 0$; 4) $x^2 + 12x + 27 = 0$.

N a m u n a. Ushbu $x^2 - x - 6 = 0$ tenglamani to'la kvadratga keltirish va ko'paytuvchilarga ajratish usullari bilan yeching.

□ 1-u s u l. Tenglamaning chap qismini o'zgartiramiz:

$$x^2 - x - 6 = x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 6 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}.$$

Tenglama $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ ko'rinishni oladi. Bundan $x - \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2}$, ya'ni $x_1 = -2; x_2 = 3$ kelib chiqadi.

2-usul. Tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2 - x - 6 = x^2 + 2x - 3x - 6 = x(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(x - 3).$$

Endi tenglama $(x + 2)(x - 3) = 0$ ko'rinishni oladi.

Uni yechish uchun $x + 2 = 0; x - 3 = 0$ tenglamalarni yechish kerak. Demak, $x_1 = -2; x_2 = 3$. ■

73.* m ning qanday qiymatlarida tenglamaning idizlaridan biri nolga teng bo'ladi?

1) $5x^2 + 2x + 3m - 7 = 0;$

2) $2x^2 - 5x + m^2 - 9 = 0;$

3) $7x^2 - mx + 4m^2 - 5m = 0;$

4) $x^2 + (m + 8)x + |m| - 8 = 0.$

74.* m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'ladi?

1) $3x^2 + (m - 2)x + 4 - m^2 = 0;$

2) $x^2 - (3m^2 + 4m)x + 9m^2 - 16 = 0;$

3) $2x^2 + (3m^2 - |m|)x - m^3 - 3m = 0;$

4) $x^2 + (4 - m^2)x + m^3 + 8 = 0.$

4-§. KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH

Bundan oldingi ikkita paragrafda chala kvadrat tenglamalarning qanday yechilishini ko'rsatdik. Shuningdek, kvadrat tenglamalarni to'la kvadrat ajratish usuli bilan yechish qaralgan edi. Shu usuldan umumiy ko'rinishda berilgan kvadrat tenglamani yechish formulasini keltirib chiqarishda foydalanamiz.

Umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglamani qaraymiz:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{bunda } a \neq 0.$$

Tenglamaning ikkala qismini a ga bo'lamiz:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Bu tenglamani

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

kabi yozib olamiz. Endi shakl almashtirish yordamida tenglamaning chap qismida to'la kvadrat ajratib olamiz:

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2,$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad (1)$$

Bunda $b^2 - 4ac$ ifoda umumiy kvadrat tenglamaning *diskriminanti* deyiladi va $D = b^2 - 4ac$ deb belgilanadi.

- (1) tenglikda uch hol ro'y berishi mumkin: 1) $D > 0$; 2) $D = 0$;
3) $D < 0$.

1) Agar $D \geq 0$ bo'lsa, (1) ni quyidagicha yozamiz:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2.$$

Bundan ushbu natija kelib chiqadi:

$$x_{1,2} + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_{1,2} = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2)$$

(2) formula umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglamaning $D = b^2 - 4ac > 0$ hol uchun yechimlari formulasi deyiladi. Bu holda kvadrat tenglama ikkita turli ildizlarga ega bo'ladi.

2) Agar $D = 0$ bo'lsa, (1) formula $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ ko'rinishga keladi.

Bundan $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$, ya'ni kvadrat tenglama bitta (2 karrali) ildizga egaligi

3) Agar $D < 0$ bo'lsa, \sqrt{D} ning ma'nosi yo'q. Shuning uchun kvadrat tenglama ildizga ega emas.

Shunday qilib, umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglama:

1) $D > 0$ bo'lganida, ikkita turli ildizga ega;

2) $D = 0$ bo'lganida, bitta ildizga ega;

3) $D < 0$ bo'lganida, ildizga ega emas.

Agar, $D = 0$ bo'lib, $b = 0$ bo'lsa, ildiz nol bo'ladi.

Teorema. Umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglama

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a > 0$$

ning ozod hadi $c < 0$ bo'lsa, tenglamaning 2 ta turli ildizlari mavjud.

○ Shart bo'yicha $c < 0$. Shuning uchun $D = b^2 - 4ac > 0$ bo'ladi, chunki $-4ac > 0$, $a > 0$, $c < 0$. ●

1-masala. Tenglamani yeching:

$$x^2 - \frac{13}{15}x + \frac{2}{15} = 0.$$

□ Bunda $a = 1$, $b = -\frac{13}{15}$, $c = \frac{2}{15}$. Endi diskriminantni hisoblaymiz:

$$D = b^2 - 4ac = \left(-\frac{13}{15}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{2}{15} = \frac{169}{225} - \frac{8}{15} = \frac{169 - 120}{225} = \frac{49}{225} > 0.$$

Endi $x_{1,2}$ ni hisoblaymiz: $x_{1,2} = \frac{\frac{13}{15} \pm \sqrt{\frac{49}{225}}}{2} = \frac{13 \pm 7}{30}$; $x_1 = \frac{1}{5}$, $x_2 = \frac{2}{3}$.

Javob: $x_1 = \frac{1}{5}$; $x_2 = \frac{2}{3}$. ■

2-masala. $9x^2 - 6x + 1 = 0$ tenglamani yeching:

□ Bu tenglamada $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$. Diskriminantni hisoblaymiz:

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0.$$

Demak, $D = 0$. Shunday qilib, $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

Javob: $x = \frac{1}{3}$.

3-masala. $x^2 - x - 12 = 0$ tenglamani yeching.

□ Bunda $a = 1$; $b = -1$; $c = -12$. Ozod had $c = -12$ manfiy.

Demak, tenglama ikkita har xil ildizga ega. Uni topamiz:

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49;$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}; x_1 = -3; x_2 = 4$$

Javob: $x_1 = -3; x_2 = 4$. ■

4-masala. $3x^2 - 5x + 20 = 0$ tenglamani yeching.

□ Bunda $a = 3$, $b = -5$, $c = 20$.

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 25 - 240 = -215; D = -215 < 0.$$

Demak, berilgan tenglama $3x^2 - 5x + 20 = 0$ haqiqiy ildizlarga ega emas. ■

Chala kvadrat tenglamalarni ham (2) formula yordamida yechish mumkin, ammo ularni 6-§ da qaralgan usullardan foydalanib yechish oson va kamroq hisoblarni talab qiladi.



75. 1) Umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglama ($ax^2 + bx + c = 0$ tenglama) ildizlari formulasi qanday chiqariladi? O'zingiz tuzgan 2–3 ta misolda tushuntiring.

2) Diskriminant nima?

3)* $ax^2 + bx + c = 0$ tenglamada $b = 2k$ (k – haqiqiy son) bo'lsa, u holda ildizlarni topish formulasi qanday yoziladi (soddalashadimi)? Misollarda zohlang.

Kvadrat tenglamani yeching (76–79):

76. 1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$; 2) $3x^2 - 2x - 1 = 0$;

3) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; 4) $2x^2 + 7x + 3 = 0$.

77. 1) $3x^2 + 4x - 7 = 0$; 2) $3x^2 - 4x - 7 = 0$;

3) $3x^2 - 11x + 6 = 0$; 4) $4x^2 - 11x + 6 = 0$.

78. 1) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16} = 0$; 2) $\frac{1}{25}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{4} = 0$;

3) $\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{6}x - 2 = 0$; 4) $\frac{1}{15}x^2 + \frac{8}{15}x - 7 = 0$.

79. 1) $x^2 + 2x + 3 = 0$; 2) $x^2 - 5x + 7 = 0$; 3) $x^2 - 4x + 5 = 0$;

4) $3x^2 - 5x + 3 = 0$; 5) $4x^2 + x + 1 = 0$.

80. Tenglamani diskriminantini hisoblang va uning nechta ildizi borligini aniqlang:

1) $x^2 - 12x + 27 = 0$; 2) $x^2 + 0,5x - 3 = 0$;

3) $x^2 + 3x + 2,25 = 0$; 4) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$.

Tenglamani yeching (81–85):

81. 1) $\frac{2x-5}{x+5} + \frac{3x+4}{x+2} = 1$; 2) $\frac{3x+1}{x-3} + \frac{2x-3}{4x+3} = -\frac{7}{11}$.

82.* 1) $\frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}$; 2) $\frac{1-2x}{6x^2+3x} + \frac{2x+1}{14x^2-7x} = \frac{8}{12x^2-3}$.

$$83. 1) \frac{30}{x^2-1} + \frac{7-18x}{x^3} = \frac{13}{x^2-x+1}; \quad 2) \frac{1}{1-x} - \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{2x+1}{1-x^2}.$$

$$84.* 1) 2x^2 + |x| - 1 = 0; \quad 2) 2x^2 - 3|x| - 2 = 0.$$

$$85. 1) |x^2 + 5| = 6x; \quad 2) |x^2 + x - 3| = x;$$

$$3) |x^2 - x - 8| = -x; \quad 4) |x^2 + 2x + 3| = 3x + 45;$$

$$5) |x + 3| = |2x^2 + x - 5|; \quad 6) |3x^2 - 3x + 5| = |2x^2 + 6x - 3|.$$

N a m u n a. Ushbu $|x^2 + 2x + 3| = 3x + 45$ modulli tenglamani yeching. Avvalo, $3x + 45 \geq 0$ tengsizlik bajarilishi kerak, bundan $x \geq -15$ kelib chiqadi. Qolaversa, $x^2 + 2x + 3 = \pm(3x + 45)$. Ikki holni ko'ramiz: 1) $x^2 + 2x + 3 = -3x - 45$ yoki $x^2 + 5x + 48 = 0$, bu holda $D < 0$.

$$2) x^2 + 2x + 3 = 3x + 45, x^2 - x - 42 = 0; D = 169 = 13^2. x_1 = 7; x_2 = -6$$

Tenglamani diskriminantini hisoblang va uning nechta ildizi borligini aniqlang (86–87):

$$86. 1) x^2 - 12x + 27 = 0; \quad 2) x^2 + 0,5x - 3 = 0;$$

$$3) x^2 + 3x + 2,25 = 0; \quad 4) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0.$$

$$87. 1) x^2 - 2x + 5 = 0; \quad 2) x^2 + 3x + 4 = 0;$$

$$3) 6x^2 + 7x - 5 = 0; \quad 4) 6x^2 + 7x + 3 = 0.$$

Tenglamani yeching (88–91):

$$88.* 1) \frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2-38}{x^2-1}; \quad 2) \frac{x+0,5}{9x+3} + \frac{8x^2+3}{9x^2-1} = \frac{x+2}{3x-1};$$

$$3) \frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}; \quad 4) \frac{1-2x}{6x^2+3x} + \frac{2x+1}{14x^2-7x} = \frac{8}{12x^2-3}$$

$$89. 1) \frac{2x-5}{x+5} + \frac{3x+4}{x+2} = 1; \quad 2) \frac{3x+1}{x-3} + \frac{2x-3}{4x+3} = -\frac{7}{11};$$

$$3) \frac{4-3x}{x+1} + \frac{x+1}{4-3x} = 50; \quad 4) \frac{2x-5}{3x+1} + \frac{21x+7}{2x-5} = 8.$$

$$90.* 1) |x^2 + 6| = 7x; \quad 2) |x^2 + x - 5| = x;$$

$$3) |x^2 - x - 4| = -x; \quad 4) |x^2 + 2x + 3| = 3x + 33;$$

$$5) |x + 3| = |2x^2 + x - 5|; \quad 6) |3x^2 - 3x + 5| = |2x^2 + 6x - 9|.$$

N a m u n a. 1) $|2x^2 + 5x - 7| = |4x^2 - 3x - 1|$ tenglamani yeching.

□ Modullar ostidagi kvadrat uchhadlarni ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$2x^2 + 5x - 7 = (2x + 7) \cdot (x - 1); \quad 4x^2 - 3x - 1 = (4x + 1) \cdot (x - 1).$$

Tenglama $|2x + 7| \cdot |x - 1| = |4x + 1| \cdot |x - 1|$ ko'rinishiga keladi. Undan, avvalo, $x_1 = 1$ kelib chiqadi. Qolgan ildizlar $|2x + 7| = |4x + 1|$ tenglamadan topiladi. Bu tenglamani $|2x + 7| = \pm(4x + 1)$ ko'rinishida yozib olamiz. Bundan: 1) $2x + 7 = 4x + 1$; 2) $2x + 7 = -4x - 1$ tenglamalarga kelamiz. 1-tenglamadan $x = 3$

ekanini, 2-tenglamadan esa $x = -\frac{4}{3}$ ekanini topamiz.

$$\text{Javob: } x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{4}{3}; \quad x_3 = 3. \quad \blacksquare$$

2) Tenglamani yeching: $|x^2 - 3x + 2| = |x|$.

□ Modul ostidagi uchhadni ko'paytuvchilarga ajratsak, tenglama $|(x - 1)(x - 2)| = |x|$ ko'rinishini oladi. $x = 0$ yechim emas. 1) $x < 0$ va 2) $x > 0$ hollarni ko'ramiz. 1) $x < 0$ bo'lganida $|x| = -x$ va $|(x - 1)(x - 2)| = (x - 1)(x - 2)$ bo'ladi. Shuning uchun tenglama $(x - 1)(x - 2) = -x$ yoki $x^2 - 2x + 2 = 0$ ko'rinishiga keladi. Uning diskriminanti $D = -1 < 0$. Bu holda tenglama yechimga ega emas. 2) $x > 0$ bo'lganida $|x| = x$ va $0 < x < 1$ da $(x - 1)(x - 2) > 0$. Shuning uchun $(x - 1)(x - 2) = x$ yoki $x^2 - 4x + 2 = 0$. Bunda $D = 2 > 0$, $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$. Agar $1 < x < 2$ bo'lsa, $x^2 - 2x + 2 = 0$ bo'ladi va $D = -1 < 0$. Demak, tenglama yechimga ega emas. Nihoyat, $x > 2$ bo'lsa, $(x - 1)(x - 2) = x$ yoki $x^2 - 4x + 2 = 0$, $D = 2 > 0$ va $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$ bo'ladi.

Javob: $0 < x < 1$ va $x > 2$ bo'lganida $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$. $x < 0$ va $1 < x < 2$ da yechim mavjud emas.

$$91^* \quad 1) \quad x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}; \quad 2) \quad x - \frac{1}{x} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a};$$

$$3) \quad x(m+n-x) = m+n-1; \quad 4) \quad x\sqrt{c} - \sqrt{2c} = (c - c\sqrt{2})x.$$

92* 1) Ikkita son ko'paytmasining shu sonlar kvadratlari yig'indisiga nisbati 0,3 ga teng. Shu sonlar nisbatini toping.

2) Ikkita son yig'indisining kvadrati shu sonlar ayirmasi kvadratidan 3 marta katta. Shu sonlar nisbatini toping.

3) Ikkita musbat son o'rta geometrigining shu sonlar o'rta arifmetigiga nisbati 0,6 ga teng. Shu sonlar nisbatini toping.

To'la kvadrat ajratishning yana bir usulini keltiramiz:

Umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglama $ax^2 + bx + c = 0$ ning har ikkala qismini $4a$ ga ko'paytirib ham $ax^2 + bx + c$ uchhaddan to'la kvadrat ajratish mumkin: $4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$; $(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 + 4ac - b^2 = 0$; $(2ax + b) = b^2 - 4ac$, bundan $2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$ hosil bo'ladi. U holda

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2^1)$$

Kvadrat tenglamani (2) yoki (2¹) formulalar yordamida ishlab ko'ring (93–95):

93. 1) $12x^2 - 7x + 1 = 0$; 2) $6x^2 + 5x + 1 = 0$; 3) $8x^2 + 7x - 1 = 0$;

4) $\frac{x^2}{12} - \frac{1}{12}x - 1 = 0$; 5) $0,06x^2 + 0,1 \cdot x - 1 = 0$; 6) $x^2 - 10x + 19 = 0$.

94. 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 2) $x^2 - 3x - 4 = 0$;

3) $3x^2 - 4x + 1 = 0$; 4) $5x^2 + 3x - 8 = 0$.

95. 1) $2x^2 - 5x = 0$; 2) $4x^2 + 7x - 11 = 0$;

3) $7x^2 - 4x - 20 = 0$; 4) $6x^2 + 8x - 40 = 0$.

MASALALAR YECHISH

Tenglamani to'la kvadrat ajratish usuli bilan yeching (96–98):

96. 1) $x^2 + 8x + 7 = 0$; 2) $x^2 + 7x + 12 = 0$;

3) $x^2 - 6x + 8 = 0$; 4) $6x^2 - x - 1 = 0$.

97. 1) $5x^2 + 4x - 12 = 0$; 2) $4x^2 + 3x - 22 = 0$;

3) $10x^2 - 7x + 1 = 0$; 4) $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

98. N a m u n a. $3x^2 + 7x + 4 = 0$ tenglamani to'la kvadrat ajratish usuli bilan yeching.

□ Tenglamani chap qismini quyidagicha o'zgartiramiz:

$$(\sqrt{3x})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot x \cdot \frac{7}{2\sqrt{3}} + \left(\frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 4 = 0, \text{ bundan}$$

$$\left(\sqrt{3x} + \frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{49}{12} - 4,$$

$$\left(\sqrt{3x} + \frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{12},$$

$$\sqrt{3}x + \frac{7}{2\sqrt{3}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}},$$

$$\sqrt{3} \cdot x = -\frac{7}{2\sqrt{3}} \pm \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{-7 \pm 1}{2\sqrt{3}}; \quad x = \frac{-7 \pm 1}{6} \text{ kelib chiqadi.}$$

Demak. $x_1 = -\frac{4}{3}; x_2 = -1.$

Javob: $x_1 = -\frac{4}{3}; x_2 = -1. \quad \blacksquare$

Shunday m sonni topingki, natijada berilgan ifoda yig'indi yoki ayirmaning kvadrati bo'lsin (**99–101**):

99. 1) $x^2 + 4x + m$; 2) $x^2 - 2x + m$; 3) $x^2 + mx + 9$; 4) $x^2 - mx + 4.$

100. 1) $4x^2 - 20x + m$; 2) $25x^2 + 20x + m$; 3) $x^2 + 16x + m$; 4) $x^2 - 18x + m.$

101. 1) $4x^2 + mx + 9$; 2) $25x^2 + mx + 4$; 3) $9x^2 + mx + 16$; 4) $36x^2 + mx + 9.$

Tenglamani ikki usulda yeching (**102–104**):

102. 1) $3x^2 + 7y - 6 = 0$; 2) $3x^2 - 2x - 5 = 0$;

3) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 4) $3x^2 - 14x + 16 = 0.$

103. 1) $4x^2 + 12x + 9 = 0$; 2) $25x^2 + 20x + 4 = 0$;

3) $9x^2 + 24x + 16 = 0$; 4) $36x^2 + 36x + 9 = 0.$

104. 1) $9x^2 - 6x - 8 = 0$; 2) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; 3) $3x^2 - 7x + 4 = 0$;

4) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x - 1 = 0$; 5) $\frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{5} + 1 = 0$; 6) $5x^2 + 8x - 13 = 0.$

m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlaridan biri nolga bo'ladi (**105–106**)?

105. 1) $3x^2 - x + m - 2 = 0$; 2) $2x^2 - 3x - m + 5 = 0$; 3) $4x^2 + x + 2m - 3 = 0$;
4) $5x^2 + 10x - 5m + 20 = 0$; 5) $6x^2 + 5x + 3 - m = 0.$

106. 1) $x^2 + 5x + m^2 - 1 = 0$; 2) $x^2 - 7x - m^2 + 4 = 0$; 3) $x^2 + 3mx + m^2 - 9 = 0$;

4) $x^2 - 4x + m(m + 1) = 0$; 5) $x^2 + 8m + (3 - m) = 0.$

m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'ladi (**107–108**)?

107. 1) $2x^2 - mx + m(m - 1) = 0$; 2) $3x^2 - 2mx + m^2 = 0$;

3) $4x^2 + (m - 1)x + m^2 - 1 = 0$; 4) $5x^2 - (2m - 1)x + (2m - 1)^2 = 0.$

108. 1) $6x^2 + mx + m = 0$; 2) $7x^2 - 2mx + 3m = 0$;

3) $2x^2 + (m + 1)x - 3(m + 1) = 0$; 4) $3x^2 - (m^2 - 1)x + m^2 - 1 = 0.$

m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlaridan biri nolga teng bo'ladi (109–110)?

109. 1) $3x^2 - x + m - 2 = 0$; 2) $2x^2 - 3x - m + 5 = 0$;
 3) $4x^2 + x + 2m - 3 = 0$; 4) $5x^2 + 10x - 5m + 20 = 0$.

110. 1) $x^2 + 5x + m^2 - 1 = 0$; 2) $x^2 - 7x - m^2 + 4 = 0$;
 3) $x^2 + 3mx + m^2 - 9 = 0$; 4) $x^2 - 4x + m(m + 1) = 0$.

m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi nolga teng bo'ladi (111–112)?

111. 1) $2x^2 - mx + m(m - 1) = 0$; 2) $3x^2 - 2mx + m^2 = 0$;
 3) $4x^2 + (m - 1)x + m^2 - 1 = 0$; 4) $5x^2 - (2m - 1)x + (2m - 1)^2 = 0$.

112. 1) $6x^2 + mx + m = 0$; 2) $7x^2 - 2mx + 3m = 0$;
 3) $2x^2 + (m + 1)x - 3(m + 1) = 0$; 4) $3x^2 - (m^2 - 1)x + m^2 - 1 = 0$.

m ning qanday qiymatlarida tenglamaning ikkala ildizi moduli teng, ammo ishoralari qarama-qarshi bo'ladi (113–114)?

113. 1) $2x^2 - (3m - 5)x - 8 = 0$; 2) $3x^2 + (4m - 9)x - 27 = 0$;
 3) $4x^2 + (m^2 - 1)x - 4 = 0$; 4) $5x^2 - (2m - 1)x + 5 = 0$.

114. 1) $mx^2 + (m + 2)x + 4 = 0$; 2) $mx^2 - (m - 3)x - 9 = 0$;
 3) $(m - 1)x^2 + (m - 3)x - 8 = 0$; 4) $(m + 2)x^2 - (m - 1)x - 9 = 0$.

Tenglamaning diskriminantini hisoblang (115–116):

115. 1) $2x^2 - 3x^2 + 1 = 0$; 2) $3x^2 - 2x - 1 = 0$; 3) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;
 4) $2x^2 + 7x + 3 = 0$; 5) $4x^2 + x - 5 = 0$; 6) $5x^2 - 3x - 2 = 0$.

116. 1) $3x^2 + 4x - 7 = 0$; 2) $3x^2 - 4x - 7 = 0$; 3) $3x^2 + 11x + 6 = 0$;
 4) $4x^2 - 11x + 6 = 0$; 5) $6x^2 - 7x + 1 = 0$; 6) $7x^2 + 5x - 12 = 0$.

Kvadrat tenglamani yeching yoki yechimi yo'qligini ko'rsating (117–120):

117. 1) $6x^2 + 17x + 5 = 0$; 2) $4x^2 + x - 3 = 0$; 3) $10x^2 - x - 21 = 0$;
 4) $21x^2 - 25x - 4 = 0$; 5) $2x^2 - 3x + 5 = 0$; 6) $3x^2 + 5x + 4 = 0$.

118. 1) $x^2 + 2x + 2 = 0$; 2) $x^2 - 4x + 6 = 0$; 3) $x^2 - x + 1 = 0$;
 4) $x^2 - 2x + 4 = 0$; 5) $x^2 - 3x + 10 = 0$; 6) $x^2 + 2x + 3 = 0$.

119. 1) $\frac{x^2 - 5}{11} + \frac{x + 4}{4} = 3$; 2) $\frac{7 - x^2}{3} - \frac{x^2 + 4}{2} = -3$; 3) $\frac{10 - x^2}{6} + \frac{x + 10}{4} = 4$;
 4) $\frac{2}{x - 3} + \frac{8}{x + 3} = 2$; 5) $\frac{6}{x + 3} + \frac{2}{x - 2} = 3$; 6) $\frac{x^2 + 2}{3} + \frac{x + 5}{7} = 3$.

$$120. \quad 1) \frac{x^2-5}{11} + \frac{x+4}{4} = 3; \quad 2) \frac{7-x^2}{3} - \frac{x^2+4}{2} = -3; \quad 3) \frac{10-x^2}{6} + \frac{x+10}{4} = 4;$$

$$4) \frac{2}{x-3} + \frac{8}{x+3} = 2; \quad 5) \frac{x^2-7}{2} + \frac{x+1}{4} = 2; \quad 6) \frac{4}{x^2-7} + \frac{6}{x+3} = 3.$$

$$121^* \quad 1) \frac{2x-7}{x^2-9x+14} - \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x-1};$$

$$2) \frac{2x+7}{x^2+5x-6} + \frac{3}{x^2+9x+18} = \frac{1}{x+3}.$$

Tenglamani yeching (121–123):

$$122^* \quad 1) \frac{6}{x^3-7x^2-7x+1} - \frac{8}{x^3-8x^2+x} = \frac{1}{x^2+x};$$

$$2) \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^3+2x^2+4x+8} = \frac{2x+2}{x^2-4}.$$

$$123^* \quad 1) \frac{x^2+(3-a)x-3a}{x^2-x-12} = 0;$$

$$2) \frac{x^2-(a+1)x+2a-2}{3x^2-7x+2} = 0;$$

$$3) \frac{x^2-(3b-1)x+2b^2-2b}{x^2-7x+6} = 0;$$

$$4) \frac{x^2+(1-4b)x+3b^2-b}{2x^2+3x-5} = 0.$$

Modul qatnashgan kvadrat tenglamani yeching (124–125):

$$124^* \quad 1) x^2 - 7|x| + 6 = 0;$$

$$2) x^2 - 4|x| - 21 = 0;$$

$$3) (x-2)^2 - 8|x-2| + 15 = 0; \quad 4) (x+3)^2 - |x+3| - 30 = 0.$$

$$125^* \quad 1) x^2 + 2x + 2|x+11| = 7;$$

$$2) x^2 - 2x - 5|x-1| + 5 = 0;$$

$$3) 4x^2 - 12x - 5|2x-3| + 15 = 0; \quad 4) 9x^2 - 24x - |3x-4| = 4.$$

N a m u n a: $x^2 + 17x = 9x + 4|x-3|$.

□ Bunda uch hol yuz berishi mumkin: 1) $x = 3$; 2) $x < 3$; 3) $x > 3$

1) $x = 3$ bo'lsa, noto'g'ri tenglikka kelamiz: $x = 3$ tenglamaning yechimi emas.

2) $x < 3$. U holda tenglama $x^2 + 17x = 9x - 4(x-3)$ yoki $x^2 + 12x - 12 = 0$ ko'rinishida bo'ladi.

3) $x > 3$. Bu holda $x^2 + 17x = 9x + 4(x-3)$ yoki $x^2 + 4x - 12 = 0$.

Yechimlari: $x_1 = -6$; $x_2 = 2$. Ammo har ikki yechim ham 3 dan kichik. Demak, $x > 3$ bo'lganida, tenglama yechimga ega emas.

Shunday qilib, tenglama $x \geq 3$ bo'lganida yechimga ega emas, $x < 3$ bo'lganida yechimlari:

$$x_1 = -6 - 4\sqrt{3}; x_2 = -6 + 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Javob: } x_1 = -6 - 4\sqrt{3}, x_2 = -6 + 4\sqrt{3}. \blacksquare$$

5-§. KELTIRILGAN KVADRAT TENGLAMA

Ushbu

$$x^2 + px + q = 0 \quad (1)$$

ko'rinishidagi tenglama **keltirilgan kvadrat tenglama** deyiladi.

Bu tenglamada bosh koeffitsiyent birga teng. Masalan: $x^2 + 3x - 4 = 0$; $x^2 + 4x - 5 = 0$ tenglamalar keltirilgan kvadrat tenglamalardir.

Har qanday

$$ax^2 + bx + c = 0$$

kvadrat tenglamani uning ikkala qismini $a \neq 0$ ga bo'lib, (1) tenglama ko'rinishiga keltirish mumkin:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0, \quad p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}.$$

Masalan, $5x^2 - 3x - 2 = 0$ tenglamaning ikkala qismini 5 ga bo'lib, quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{2}{5} = 0.$$

(1) keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlarini topamiz. Buning uchun umumiy ko'rinishdagi $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama ildizlarini topish formulasidan foydalanamiz:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2)$$

Agar umumiy ko'rinishdagi tenglamada $a = 1$, $b = p$, $c = q$ bo'lsa, keltirilgan kvadrat tenglama hosil bo'ladi:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Shuning uchun (1) tenglama ildizlarini topishda (2) formulani ishlatish bo'ladi.
(2) formulada $a = 1$, $b = p$, $c = q$ desak,

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

yoki

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (3)$$

formula kelib chiqadi.

(3) formula **keltirilgan kvadrat tenglama ildizlari formulasi** deyiladi.

Umumiy ko'rinishdagi $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamada $b = 2k$ bo'lsa, ildizlari formulasi soddalashadi va

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

ko'rinishga keladi. Keltirilgan kvadrat tenglamada ham $p = 2k$ ko'rinishida bo'lsa, ildizlari formulasi soddalashadi:

$$x^2 + 2k \cdot x + q = 0, \quad x_{1,2} = k \pm \sqrt{k^2 - q}.$$

Bu formula yanada qulayroq. Masalan, $x^2 - 8x - 9 = 0$ tenglamada $-8 = 2k$, $k = -4$; $c = -9$. Shuning uchun

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 + 9} = 4 \pm \sqrt{25} = 4 \pm 5.$$

Demak, $x_1 = 9$; $x_2 = -1$.

Keltirilgan kvadrat tenglama (1) uchun quyidagi teorema o'rinli:

Viyet teoremasi. Agar x_1 va x_2 lar $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo'lsa, u holda

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

formular o'rinli, ya'ni keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig'indisi qarara-qarshi ishora bilan olingan ikkinchi koeffitsiyentga, ildizlarining ko'paytmasi esa ozod hadga teng.

○ (3) formula bo'yicha

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}, \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) =$$

$$= -\left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} - \frac{p}{2}\right) \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} + \frac{p}{2}\right) = -\left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q - \left(\frac{p}{2}\right)^2\right] = q. \bullet$$

Masalan, $x^2 - 11x + 24 = 0$ tenglama uchun $x_1 = 3$; $x_2 = 8$. Viyet teoremasi bo'yicha $x_1 + x_2 = 11 = -(-11)$; $x_1 \cdot x_2 = 24$. Viyet teoremasi $x_1 = x_2$ bo'lganda ham o'rinli. Bu holda $x_1 = x_2 = d$ desak, tenglama $x^2 - 2d \cdot x + d^2 = 0$ ko'rinishda bo'ladi.

1-masala. $x^2 + px - 15 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 3. Shu tenglamaning p koeffitsiyentini va ikkinchi ildizi x_2 ni toping.

□ Viyet teoremasiga ko'ra $x_1 \cdot x_2 = -15$; $x_1 + x_2 = -p$.

$x_1 = 3$ bo'lgani uchun $3 \cdot x_2 = -15$, bundan $x_2 = -5$; $x_1 + x_2 = -p$ ga ko'ra $p = -(x_1 + x_2) = -(3 - 5) = 2$ kelib chiqadi.

Javob: $x_2 = -5$; $p = 2$. ■

2-masala. Ildizlari $x_1 = 3$, $x_2 = 7$ bo'lgan keltirilgan kvadrat tenglama tuzing.

□ Tenglama $x^2 + px + q = 0$ ko'rinishida bo'lgani uchun $p = -(x_1 + x_2) = -(3+7) = -10$; $q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot 7 = 21$.

Javob: $x^2 - 10x + 21 = 0$. ■

3-masala. $4x^2 + 5x - 26 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri musbat. Tenglamani yechmasdan ikkinchi ildizning ishorasini aniqlang.

□ Berilgan tenglama umimiy ko'rinishda. Uning ikkala qismini 4 ga bo'lib, keltirilgan kvadrat tenglama hosil qilamiz:

$$x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{13}{2} = 0.$$

Viyet teoremasiga ko'ra,

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{13}{2} < 0$, bundan, $x_1 > 0$ bo'lgani uchun $x_2 < 0$ kelib chiqadi.

Javob: ikkinchi ildiz manfiy. ■

Viyet teoremasiga teskari teorema ham ba'zi hollarda qo'llaniladi.

Teorema: Agar p , q , x_1 , x_2 sonlar uchun

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q \quad (4)$$

munosabatlar bajarilsa, u holda x_1 va x_2 sonlar

$$x^2 + px + q = 0$$

keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari bo'ladi.

○ Tenglamaning chap qismidagi p o'rniga $-(x_1 + x_2)$ ni, q o'rniga $x_1 \cdot x_2$ ni qo'yamiz va guruhlash usulini qo'llaymiz:

$$\begin{aligned} x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 &= x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = \\ &= x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = (x - x_1)(x - x_2). \end{aligned}$$

Shunday qilib, x_1 , x_2 , p , q lar uchun (4) munosabatlar bajarilsa, istalgan x lar uchun

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$$

tenglik bajariladi. Bundan esa x_1 va x_2 lar $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari ekanini kelib chiqadi. ●

(4) munosabatlardan foydalanib keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlarini tanlash usuli bilan topish mumkin.

4-masala. Tanlash usuli bilan $x^2 - 12x + 35 = 0$ tenglamaning ildizlarini toping.

□ Tenglamada $p = -12$, $q = 35$, x_1 va x_2 sonlarini

$$x_1 + x_2 = 12, x_1 \cdot x_2 = 35$$

tengliklar bajariladigan qilib tanlaymiz. $35 = 5 \cdot 7$ va $5 + 7 = 12$ ekanini e'tiborga olib, teskari teoreмага ko'ra $x_1 = 5$, $x_2 = 7$ ga ega bo'lamiz. Bu esa $x_1 = 5$, $x_2 = 7$ sonlari $x^2 - 12x + 35 = 0$ keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari ekanini anglatadi. ■

5-masala. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 5x}$ ifodani soddalashtiring, bunda $x \neq 5$, $x \neq 0$.

□ Kasrning surat va maxrajini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2 - 2x - 15 = x^2 + 3x - 5x - 15 = x(x + 3) - 5(x + 3) = (x + 3)(x - 5); x^2 - 5x = x(x - 5).$$

$$\text{Demak, } \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 5x} = \frac{(x + 3)(x - 5)}{x(x - 5)} = \frac{x + 3}{x}. \quad \blacksquare$$

$ax^2 + bx + c$ uchhad **kvadrat uchhad** deyiladi, bunda $a \neq 0$.

5-masalani yechishda $x^2 - 2x - 15$ kvadrat uchhad guruhlash usuli bilan ko'paytuvchilarga ajratildi. Uni quyidagi teoremadan foydalanib ham ko'paytuvchilarga ajratish mumkin.

Teorema: Agar x_1 va x_2 sonlar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari bo'lsa, u holda barcha x lar uchun quyidagi tenglik o'rinni bo'ladi:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)} \quad (5)$$

○ (5) tenglikning o'ng qismida turgan ifodaning shaklini almashtiramiz:

$$a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 - ax \cdot x_1 - ax \cdot x_2 + ax_1 \cdot x_2 = ax^2 - a(x_1 + x_2) \cdot x + ax_1 \cdot x_2. \quad (6)$$

Shartga ko'ra x_1 va x_2 lar $-ax^2 + bx + c = 0$ tenglamaning, ya'ni $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ tenglamaning ildizlari. Shuning uchun, Viyet teoremasiga ko'ra,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a},$$

bundan $a(x_1 + x_2) = -b$, $ax_1x_2 = c$ kelib chiqadi. Bu ifodalarni (6) ga qo'yib, (5) formulani hosil qilamiz. ●

(5) formulada $(x - x_1)$ va $(x - x_2)$ lar **chiziqli ko'paytuvchilar** deyiladi.

6-masala. $\frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - x - 6}$ ifodani soddalashtiring.

□ Kasrning surat va maxrajini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ tenglama ikkita ildizga ega: $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

Isbot qilingan teorema ko'ra $3x^2 + 5x - 2 = 3(x + 2)\left(x - \frac{1}{3}\right)$.

2) $x^2 - x - 6$ tenglama ham ikkita ildizga ega: $x_1 = -2$; $x_2 = 3$, ya'ni $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$.

Shunday qilib,

$$\frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - x - 6} = \frac{3(x+2)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{(x+2)(x-3)} = \frac{3x-1}{x-3}. \blacksquare$$

?

126. 1. Keltirilgan kvadrat tenglama nima? Uning ildizlarini topish formulasini yozing.

2. Viyet teoremasini ayting. 2–3 ta misolda teoremaning to'g'riligini tekshirib ko'ring.

3. Viyet teoremasiga teskari teoremani ayting. Misollarda tushuntiring.

4. Kvadrat uchhad nima? Uni chiziqli ko'paytuvchilarga qanday ajratiladi? Misollar keltiring.

5. Kvadrat tenglama yechimini topishning tanlash usuli nima? Misollarda tushuntiring.

127. Keltirilgan kvadrat tenglamani yeching:

1) $x^2 - 4x + 3 = 0$; 2) $x^2 + 6x - 7 = 0$; 3) $x^2 + 8x - 9 = 0$;

4) $x^2 + 6x - 91 = 0$; 5) $x^2 + x - 20 = 0$; 6) $x^2 - 7x + 6 = 0$.

128. (Og'zaki.) Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig'indisi va ko'paytmasini ayting:

1) $x^2 + x - 2 = 0$; 2) $x^2 + 5x - 6 = 0$; 3) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

4) $x^2 - 3x + 2 = 0$; 5) $x^2 + 7x - 8 = 0$; 6) $x^2 + 9x - 10 = 0$.

129. (Og'zaki.) $x^2 - 17x + 16 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng. Uning ikkinchi ildizini ayting.

130. (Og'zaki.) Tenglamani yechmasdan uning ildizlari ishoralarini aniqlang:

1) $x^2 - 4x + 3 = 0$; 2) $x^2 + 5x - 3 = 0$; 3) $x^2 - 5x + 3 = 0$; 4) $x^2 - 8x - 7 = 0$.

131. Ildizlari x_1 va x_2 bo'lgan keltirilgan kvadrat tenglamani yozing:

1) $x_1 = -2$; $x_2 = 1$; 2) $x_1 = 4$; $x_2 = -5$; 3) $x_1 = -4$; $x_2 = 3$;

4) $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; 5) $x_1 = 2$; $x_2 = 3$; 6) $x_1 = 4$; $x_2 = 7$.

132. Keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlarini tanlash usuli bilan toping:

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$; 2) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 3) $x^2 - 6x + 5 = 0$; 4) $x^2 - 8x + 7 = 0$.

133* Kvadrat uchhadni chiziqli ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $x^2 - 8x - 3$; 2) $x^2 - 6x + 5$; 3) $x^2 - 3x - 2$; 4) $x^2 + x - 1$.

134.* Kvadrat tenglama ildizlarini tanlash usuli bilan toping:

- 1) $x^2 - 1009x + 2014 = 0$; 2) $x^2 - 674x + 2013 = 0$;
3) $x^2 - 507x + 2012 = 0$; 4) $x^2 - 969x + 1934 = 0$.

135. Kvadrat uchhadni chiziqli ko'paytuvchilarga ajrating:

- 1) $42x^2 - 53x + 15$; 2) $15x^2 + 47x + 28$; 3) $12x^2 - 29x + 15$;
4) $26x^2 - 40,5x + 10$; 5) $x^2 - 18x + 1$; 6) $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6}$.

136. Kasrni qisqartiring:

- 1) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$; 2) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 5x + 6}$; 3) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 2x + 1}$; 4) $\frac{x^2 - 10x + 25}{2x^2 - 9x - 5}$.

137.* Agar x_1 va x_2 sonlar $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo'lsa, quyidagi tengliklarni isbotlang:

- 1) $x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2q$; 2) $x_1^3 + x_2^3 = -p(p^2 - 3q)$;
3) $x_1^4 + x_2^4 = (p^2 - 2q)^2 - 2q^2$; 4) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{p}{q}$;
5) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{p^2 - 2q}{q^2}$; 6) $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{3pq - p^3}{q^3}$.

138.* 1) $x^2 - 7x + q = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 5 ga teng bo'lsa, tenglama kichik ildizining katta ildiziga nisbatini toping.

2) $x^2 - 14x + 13 = 0$ tenglama katta ildizining kichik ildiziga nisbatini toping.

139. Tenglamani yeching:

- 1) $x^2 - 2011x + 10030 = 0$; 2) $x^2 - 2019x + 20090 = 0$;
3) $2009x^2 - 4019x + 2 = 0$; 4) $10030x^2 - 2011x + 1 = 0$.

teng bo'lgan butun koeffitsiyentli kvadrat tenglama tuzing.

140.* Ildizlaridan biri: 1) $7 - 4\sqrt{3}$ ga; 2) $3 + 2\sqrt{2}$ ga; 3) $1 - \sqrt{2}$ ga; 4) $4 - \sqrt{15}$ ga.

141.* 1) a ning qanday qiymatlarida $ax^2 + 2x - 1 = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlaridan biri -1 ga teng bo'ladi?

2) $3x^2 + bx - 41 = 0$ tenglama b ning istalgan qiymatlarida turli ishorali x_1 va x_2 ildizlarga ega bo'lishini isbotlang.

3) $7x^2 + 50x - c^2 - 3 = 0$ tenglama c ning istalgan qiymatlarida musbat ildizlarga ega bo'lishini isbotlang.

Kvadrat tenglamani yechishning al-Xorazmiy usuliga to'xtalamiz.

Al-Xorazmiyning "Al-jabr val-muqobala" asaridan olingan ushbu masalani ko'raylik: "Agar biror kvadratga uning o'nta ildiziga teng narsani qo'shsang, o'ttiz to'qqiz hosil bo'ladi". Bu masalani yechish (hozirgi belgilarda) $x^2 + 10x = 39$ tenglamani yechish demakdir. Al-Xorazmiy shu tenglamani yechish qoidasini quyidagicha tushuntiradi: "1) ildizlar sonini ikkiga bo'l, bu masalada 5 hosil bo'ladi ($10:2=5$); 2) uni o'ziga teng (son)ga ko'paytir, yigirma besh bo'ladi ($5 \cdot 5=25$); 3) uni o'ttiz to'qqizga qo'sh, oltmish to'rt bo'ladi ($25 + 39=64$);

4) undan kvadrat ildiz chiqar, sakkiz bo'ladi ($\sqrt{64}=8$); 5) undan ildizlar sonining yarmini, ya'ni beshni ayir, uch qoladi ($8 - 5 = 3$). Mana shu son sen izlagan kvadrat ildiz bo'ladi".

Hozirgi yozuvda al-Xorazmiyning yechimi qisqacha bunday ko'rinishni oladi:

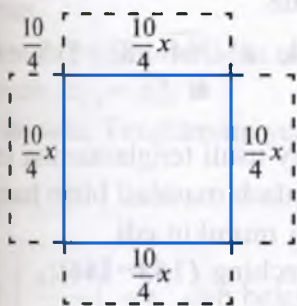
$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25 + 39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3.$$

Javob: $x = 3$.

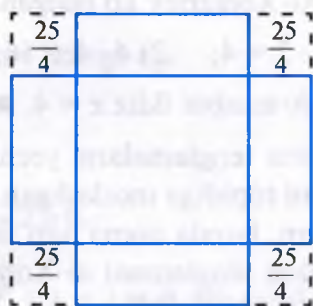
(Ammo $x^2 - 10x = 39$ tenglamaning ikkinchi $x = -13$ ildizi ham bor. Al-Xorazmiy musbat ildizlarni qaraydi).

Al-Xorazmiy "Al-jabr val-muqobala" asarida xuddi shu tenglamani yechishning geometrik usulini ham beradi. Bu usul quyidagicha: tomoni x (yuzi x^2) ga teng kvadrat qaraladi. Uning tomonlarida eni $\frac{10}{4}$ ga teng 4 ta to'g'ri to'rtburchak

(1-2-rasmlar) yasaladi. Hosil bo'lgan shakl $x^2 + 10x$ ifodaga mos keladi. Bu shakl tomoni $(x + 5)$ ga teng bo'lgan kvadratgacha "to'ldiriladi", ya'ni shaklning



1-rasm



2-rasm

“uchlariga” tomoni $\frac{10}{4}$ ga teng bo‘lgan 4 ta kvadrat “qo‘shiladi”. Hosil qilingan shakl $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ ifodaga mosdir. Ammo, shartga ko‘ra $x^2 + 10x = 39$

bo‘lgani uchun hosil bo‘lgan katta kvadratning yuzi $39 + 4 \cdot \left(\frac{10}{4}\right)^2 = 64$.

Shunday qilib, $(x + 5)^2 = 64$, bundan $x + 5 = 8$ va $x = 3$ kelib chiqadi. Demak, al-Xorazmiy kvadrat tenglamani yechishda to‘la kvadratni ajratishning geometrik usulini beradi. $x^2 + px + q = 0$ tenglama uchun al-Xorazmiyning usuli bunday yoziladi:

$$x^2 + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)x + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2 = -q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2;$$

$$\left(x + 2 \cdot \frac{p}{4}\right)^2 = -q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2, \quad x_{1,2} + 2 \cdot \frac{p}{4} = \pm \sqrt{-q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2},$$

$$\text{bundan } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ hosil bo‘ladi.}$$



142. 1. To‘la kvadrat ajratishning al-Xorazmiy usuli mohiyatini tushuntirib bering. Kamida 1-2 ta misolda shu usulning qo‘llanishini ko‘rsating.

2. Kvadrat tenglamani yechishning geometrik usulini bayon qiling.

3. Quyidagi tenglamalarni al-Xorazmiy usuli bilan yeching. Ular olimning “Al-jabr val-muqobala” asaridan olingan. Mos shakllar chizing:

1) $x^2 + 10x = 56$; 2) $x^2 + 5x = 24$; 3) $x^2 + 21 = 10x$; 4) $3x + 4 = x^2$.

Masala. $x^2 + 8x = 48$ tenglamani al-Xorazmiy usuli bilan yeching.

□ Al-Xorazmiy ko‘rsatgan hisoblarni bajaramiz:

1) $8 : 2 = 4$; 2) $4 \cdot 4 = 16$; 3) $16 + 48 = 64$; 4) $\sqrt{64} = 8$; 5) $8 - 4 = 4$.

Javob: musbat ildiz $x = 4$. ■

Kvadrat tenglamalarni yechishning al-Xorazmiy usuli tenglamaning musbat yechimini topishga moslashgan. Olim meros taqsimlash masalasi bilan ham shug‘ullangan, bunda noma’lum faqat musbat bo‘lishi mumkin edi.

Kvadrat tenglamani al-Xorazmiy usuli bilan yeching (**143–144**):

143. 1) $x^2 + x = 6$; 2) $x^2 + x = 12$; 3) $x^2 + x = 2$; 4) $x^2 + x = 20$.

144. 1) $x^2 + x = 30$; 2) $x^2 + x = 42$; 3) $x^2 + x = 56$; 4) $x^2 + x = 72$.

6-§. KVADRAT TENGLAMALARGA KELITIRILADIGAN TENGLAMALAR

Ba'zi hollarda noma'lumni yoki noma'lum qatnashgan ifodalarni almashtirish yordamida tenglamani yangi noma'lumga nisbatan kvadrat tenglamaga keltirish mumkin.

1-masala. Tenglamani yeching: $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$.

□ $x^2 = t$ deb almashtiramiz. Bu holda tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$t^2 - 7t + 10 = 0.$$

Viyet teoremasiga ko'ra bu tenglamaning ildizlari:

$$t_1 = 2, t_2 = 5.$$

Berilgan tenglamani yechish ikkita tenglamani yechishga keldi: $x^2 = 2, x^2 = 5$.

Bundan $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}, x_{3,4} = \pm\sqrt{5}$ kelib chiqadi.

Javob: $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}, x_{3,4} = \pm\sqrt{5}$. ■

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ ko'rinishdagi tenglama **bikvadrat tenglama** deyiladi, bunda $a \neq 0$. Bu tenglama $x^2 = t$ almashtirish bilan kvadrat tenglamaga keltiriladi.

2-masala. Bikvadrat tenglamani yeching: $6x^4 + 7x^2 - 124 = 0$.

□ $x^2 = t$ deb almashtiramiz. Bu holda $6t^2 + 7t - 124 = 0$.

Tenglamaning yechimlari: $t_1 = -\frac{31}{6} < 0, t_2 = 4$.

$x^2 = 4$ tenglama $x_{1,2} = \pm 2$ ildizlarga ega, $x^2 = -\frac{31}{6}$ tenglama haqiqiy ildizlarga

ega emas.

Shunday qilib, berilgan tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega.

Javob: $x_{1,2} = \pm 2$. ■

3-masala. Tenglamani yeching:

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^4 + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - 2 = 0$$

□ $\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = t$ deb belgilaymiz. Bu holda $t^2 + t - 2 = 0$. Bu tenglamaning

ildizlari: $t_1 = -2; t_2 = 1$.

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{tenglamaning ildizlari } x_1 = -1, x_2 = 3.$$

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = -2 \quad \text{tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas.}$$

Javob: $x_1 = -1; x_2 = 3.$ ■

4-masala. Tenglamani yeching:

$$\frac{8}{x+1} - \frac{1}{x-2} = 1.$$

Tenglamadagi kasrlarning umumiy maxraji $(x+1)(x-2)$.

Agar $x+1 \neq 0$, $x-2 \neq 0$ bo'lsa, u holda tenglamaning ikkala qismini $(x+1) \cdot (x-2)$ ga ko'paytirib, quyidagini hosil qilamiz: $8(x-2) - (x+1) = (x+1)(x-2)$.

Qavslarni ochib chiqib, soddalashtiramiz: $8x - 16 - x - 1 = x^2 - x - 2$, $7x - 17 = x^2 - x - 2$, $x^2 - 8x + 15 = 0$.

Bu kvadrat tenglamaning ildizlari: $x_1 = 3, x_2 = 5$.

Noma'lum son kasr maxrajida qatnashgan tenglamalarni yechganda, albatta, tekshirish o'tkazish kerak, chunki ularning ichida maxrajni nolga aylantiradiganlar bo'lishi mumkin.

Agar shundaylari bor bo'lsa, ular **chet ildizlar** deyiladi va ildizlar qatoridan chiqarib tashlanadi.

5-masala. Tenglamani yeching:

$$\frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-2} = \frac{4}{4-x^2} + 1.$$

□ Tenglamadagi kasrlarning umumiy maxraji $(x+2)(x-2)$.

Tenglamaning ikkala qismini $(x+2)(x-2)$ ga ko'paytiramiz: $x-2 - 3(x+2) = -4 - (4-x^2)$, $x-2 - 3x-6 = -8+x^2$, $-2x-8 = -8+x^2$, $x^2+2x=0$, $x(x+2)=0$.

Bu tenglamaning ildizlari: $x_1 = 0, x_2 = -2$. Agar $x_2 = -2$ bo'lsa, chap va o'ng qismdagi kasrlardan ikkitasining maxraji nolga aylanadi. Shu $x_2 = -2$ son - chet ildiz. Demak, berilgan tenglamaning ildizi $x_1 = 0$ bo'ladi.

Javob: $x_1 = 0.$ ■



145. 1. Kvadrat tenglamaga keltiriladigan tenglamalarga 3-4 ta misol keltiring.
 2. Bikvadrat tenglama nima? Qanday almashtirish bajarilsa, u kvadrat tenglamaga keladi? Misollarda tushuntiring.
 3. Chet ildiz nima? Nima uchun noma'lum son kasr maxrajida qatnashgan tenglamalarni yechganda tekshirish o'tkazish zarurati tug'iladi? 2-3 ta misolda tushuntiring.

Tenglamani yeching (146–149):

146. 1) $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$; 2) $x^4 - 10x^2 + 21 = 0$;
 3) $x^4 - 7x^2 + 6 = 0$; 4) $x^4 - 11x^2 + 24 = 0$.
147. 1) $x^4 - 6x^2 - 40 = 0$; 2) $x^4 + 3x^2 - 28 = 0$;
 3) $x^4 + 2x^2 - 99 = 0$; 4) $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$.
148. 1) $\frac{10}{x-3} - \frac{8}{x} = 1$; 2) $\frac{1}{x-5} + \frac{7}{x} = \frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{6}$; 4) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$.
149. 1) $\frac{x+5}{x+2} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1}$; 2) $\frac{x^2 - 2x - 5}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{x-3} = 1$.

Tenglamani yeching (150–154):

150. 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;
 3) $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0$; 4) $16x^4 + 409x^2 + 225 = 0$.
151. 1) $x = 5 + 4\sqrt{x}$; 2) $x - 12\sqrt{x} + 35 = 0$;
 3) $2x - 1 = 3\sqrt{2x - 1}$; 4) $3x - 5 - 2\sqrt{3x - 5} = 0$.
- 152.* 1) $(x+3)^4 - 13(x+3)^2 + 36 = 0$; 2) $(2x-1)^4 - 13(2x-1)^2 + 12 = 0$;
 3) $(x-1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$; 4) $(x+2)^4 + 2x^2 + 8x - 16 = 0$.
- 153.* 1) $(x^2 + 6x)^2 + 8(x^2 + 6x) - 9 = 0$; 2) $(x^2 - 16x)^2 - 2(x^2 - 16x) - 63 = 0$;
 3) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 0,5625$; 4) $(x-2)(x-3)(x+2)(x-7) + 36 = 0$.

154. 1) $(x+3)^4 - 13(2x-1)^2 - 12 = 0$; 2) $(x+3)^4 - 13(2x-1)^2 - 12 = 0$;
 3) $(x-1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$; 4) $(x+2)^4 + 2x^2 + 8x - 16 = 0$.

MASALALAR YECHISH

155. Keltirilgan kvadrat tenglamani Viyet teoremasi yordamida yeching:

1) $x^2 + 4x + 3 = 0$; 2) $x^2 - 6x - 7 = 0$; 3) $x^2 - 8x - 9 = 0$; 4) $x^2 - 6x - 91 = 0$.

156. Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig'indisi va ko'paytmasini ayting:

1) $x^2 - x - 2 = 0$; 2) $x^2 - 5x - 6 = 0$; 3) $x^2 + 3x + 2 = 0$; 4) $x^2 + 2x - 8 = 0$.

157. $x^2 + 17x + 16 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri -1 ga teng. Uning ikkinchi ildizini ayting.

158. $3x^2 + bx - 1 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri $\frac{1}{3}$ ga teng bo'lsa, b ni toping.

159. Kvadrat uchhadni chiziqli ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $42x^2 - 53x + 15$; 2) $15x^2 + 47x + 28$;

3) $15x^2 + 47x + 28$; 4) $26x^2 - 40,5x + 10$.

160. N a m u n a. $x^2 - 8x + 12$ kvadrat uchhadni chiziqli ko'paytuvchilarga ajrating.

□ Viyet teoremasiga ko'ra $x_1 \cdot x_2 = 12$, $x_1 + x_2 = 8$ tengliklar o'rinli bo'lishi uchun $x_1 = 2$; $x_2 = 6$ bo'ladi. Shuning uchun $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$.

161. Ildizlaridan biri: 1) $\frac{1}{7+\sqrt{5}}$; 2) $\frac{3}{3-\sqrt{2}}$; 3) $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$; 4) $\frac{4}{1-\sqrt{2}}$ ga teng

bo'lgan butun koeffitsiyentli kvadrat tenglama tuzing.

N a m u n a. 161-masalani $x_1 = \frac{1}{7+\sqrt{5}}$ uchun yechamiz.

□ Viyet teoremasiga ko'ra $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{7+\sqrt{5}} \cdot x_2$. Bu ifoda ratsional son bo'lishi

uchun $x_2 = \frac{1}{7-\sqrt{5}}$ bo'lishi kerak. Shuning uchun $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{7+\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{7-\sqrt{5}} = \frac{1}{49-5} = \frac{1}{44}$. Endi $x_1 + x_2$ ni hisoblaymiz:

$$\frac{1}{7+\sqrt{5}} + \frac{1}{7-\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}+7+\sqrt{5}}{44} = \frac{14}{44} = \frac{7}{22}.$$

Kvadrat tenglamani tuzamiz: $x^2 - \frac{7}{22}x + \frac{1}{44} = 0$. Bundan izlangan kvadrat teng-

lamani hosil qilamiz: $44x^2 - 14x + 1 = 0$. ■

162. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}; \quad 2) \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 5x + 6}; \quad 3) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 2x + 1}; \quad 4) \frac{x^2 + 10x + 25}{2x^2 - 9x - 5}.$$

163. $x^2 - 4x - 7 = 0$ tenglamaning ildizlari x_1 va x_2 bo'lsa,

$$1) x_1^2 + x_2^2; \quad 2) x_1^3 + x_2^3; \quad 3) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}; \quad 4) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \text{ ni toping.}$$

N a m u n a: $x^2 - 4x - 7 = 0$ tenglamaning ildizlari x_1 va x_2 bo'lsa, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ni hisoblang.

□ Viyet teoremasiga ko'ra $x_1 : x_2 = -7; x_1 + x_2 = 4; x_1^2 \cdot x_2^2 = 49;$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 16.$$

Bundan $x_1^2 + x_2^2 = 16 - 2x_1x_2 = 16 - 2 \cdot (-7) = 16 + 14 = 30$ kelib chiqadi. Ammo

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1x_2)^2}, \text{ ya'ni } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{30}{49}.$$

Javob: $\frac{30}{49}$. ■

164.* Kvadrat tenglama: 1) ildizlaridan biri ikkinchisidan 2 marta katta.

2) ildizlari kvadratlarining yig'indisi $6\frac{13}{36}$ ga teng bo'lsa, c ni toping.

165.* 1) $12x^2 + bx + 2 = 0$ tenglama katta ildizi kvadrati bilan kichik ildizi kvadratining ayirmasi $\frac{55}{144}$ ga teng. b ni toping.

2) $4x^2 + bx + c = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri $\frac{1}{4}$ ga, ikkinchisi esa ozod had c ga teng. b va c orasidagi bog'lanishni toping.

3) $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning p va q koeffitsiyentlari uning ildizlari bo'lsa, p va q ni toping.

166.* Keltirilgan kvadrat tenglama $x^2 + px + q = 0$ ning ildizlari x_1 va x_2 bo'lsa, quyidagilarni p va q orqali ifodalang:

$$\begin{array}{l} 1) x_1^2 + x_2^2; \quad 2) (x_1 - x_2)^2; \quad 3) x_1^2 - x_2^2; \quad 4) x_1^3 + x_2^3; \quad 5) x_1^3 - x_2^3; \quad 6) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}; \\ 7) \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}; \quad 8) \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}; \quad 9) \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}; \quad 10) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}; \quad 11) x_1^4 + x_2^2; \quad 12) x_1^4 - x_2^4. \end{array}$$

167. 1) $2x^2 + 15x + c = 0$ tenglamaning x_1 va x_2 ildizlari uchun $x_2 = -4x_1$ tenglik o'rinli bo'lsa, c ni toping.

2) $12x^2 + bx + 10 = 0$ tenglamaning x_1 va x_2 ildizlari uchun $3x_1 + 4x_2 = 7$ tenglik o'rinli bo'lsa, b ni toping.

168. a ning qanday qiymatlarida $ax^2 + 2x - 1 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng bo'ladi?

169. $ax^2 - (a+c)x + c = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng ekanini isbotlang.

170. $3x^2 + bx - 41 = 0$ tenglama b ning istalgan qiymatlarida turli ishorali x_1 va x_2 ildizlarga ega bo'lishini isbotlang.

171. $6x^2 + bx - 6 = 0$ tenglamaning katta ildizidan kichik ildizi ayrilsa, $\frac{13}{6}$ chiqadi. b ni toping.

172. 1) $x = 5 + 4\sqrt{x}$; 2) $x - 12\sqrt{x} + 35 = 0$; 3) $2x - 1 = 3\sqrt{2x - 1}$.

$$173. 1) x^4 - 5x^2 + 4 = 0; \quad 2) x^4 - 8x^2 - 9 = 0; \quad 3) 9x^4 + 23x^2 - 12 = 0.$$

$$174. 1) (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0;$$

$$2) (x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) = 28;$$

$$3) x(x+1)(x+2)(x+3) = 0,5625;$$

$$4) (x-2)(x-3)(x+2)(x-7) + 36 = 0.$$

Namuna. Tenglamani yeching: $(x-2)(x-3)(x+2)(x-7) + 36 = 0$.

□ Tenglamani $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x - 14) + 36 = 0$ ko'rinishida yozib olamiz.

Endi $x^2 - 5x = y$ deb belgilasak, $(y+6)(y-14) + 36 = 0$ yoki $y^2 - 8y - 84 + 36 = 0$, $y^2 - 8y - 48 = 0$ tenglamaga kelamiz. Bu y ga nisbatan keltirilgan

kvadrat tenglama. Uning ildizlari: $y_1 = -4$, $y_2 = 12$. Endi ikkita 1) $x^2 - 5x = -4$;

2) $x^2 - 5x = 12$ tenglamalarni yechamiz.

$$1) x^2 - 5x = -4, \text{ bunda } x_1 = 1, x_2 = 4;$$

$$2) x^2 - 5x = 12 \text{ yoki } x^2 - 5x - 12 = 0. \text{ Bu tenglamaning ildizlari } x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{2}.$$

$$\text{Javob: } x_1 = 1, x_2 = 4; \quad x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{2}. \quad \blacksquare$$

Tenglamani yeching (175–176):

$$175.* 1) \frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3};$$

$$2) \frac{x^2 - 2x}{4x - 3} + 5 = \frac{16x - 12}{2x - x^2};$$

$$3) \frac{x^2 + 4x}{7x - 2} - \frac{12 - 42x}{x^2 + 4x} = 7;$$

$$4) \left(\frac{4x-5}{3x+2} \right)^2 + \left(\frac{3x+2}{5-4x} \right)^2 = 4,25.$$

$$176.* 1) \left(\frac{5x+1}{2x-3} \right)^2 + \left(\frac{3-2x}{5x+1} \right)^2 = \frac{82}{9};$$

$$2) \left(\frac{5x+2}{2x+3} \right)^2 + \left(\frac{2x+3}{2x-5x} \right)^2 = 3\frac{31}{225};$$

$$3) \frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5;$$

$$4) \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 3 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 4 = 0.$$

Tenglamani yeching (177–179):

177. 1) $a^2x^4 - (a^2b^2 + 1)x^2 + b^2 = 0$; 2) $a^2b^2x^4 - (a^4 + b^4)x^2 + a^2b^2 = 0$.

178. 1) $(x^2 - 8)^2 + 4(x^2 - 8) = 5$; 2) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = 0$;
3) $(x + 5)^4 - 13(x + 5)^2 \cdot x^2 + 36x^4 = 0$; 4) $5x^4 + 20x^3 - 40x + 17 = 0$.

179. 1) $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 8$; 2) $1 + \frac{3a}{x-3b} = \frac{18a^2}{(x-3b)^2}$.

m ning qanday qiymatida ifoda to'la kvadrat bo'ladi? (180–181):

180.* 1) $x(x+3a)(x+b)(x+3a+b) + \frac{9m^2}{16}$;

2) $x(x+4a)(x+b)(x+4a+b) + m^2$.

181. 1) $x(x+3a)(x+b)(x+3a+b) + \frac{m^2}{4}$;

2) $x(x+a)(x+4b)(x+a+4b) + 100m^2$.

Namuna: Parametr m ning qanday qiymatlarida $x(x+2)(x+3)(x+5) + m^2$ ifoda to'la kvadrat bo'ladi?

□ Ifodani $(x^2 + 5x)(x^2 + 5x + 6) + m^2$ ko'rinishida yozib olamiz va $x^2 + 5x = y$ deb belgilaymiz: $y(y+6) + m^2$, $y^2 + 6y + m^2$ ifodada to'la kvadrat ajratamiz:
 $y^2 + 6y + m^2 = y^2 + 2y \cdot 3 + 9 - 9 + m^2 = (y+3)^2 - 9 + m^2$.

Bundan $m = \pm 3$ bo'lganda ifoda to'la kvadrat bo'lishi kelib chiqadi.

Javob: $m = \pm 3$. ■

7-§. KVADRAT TENGLAMALAR YORDAMIDA MASALALAR YECHISH

Kvadrat tenglamalar yordamida yechiladigan masalalar hayotimizning turli sohalarida uchraydi. Kvadrat tenglamalarga olib keladigan bir nechta masalani yechaylik.

1-masala. Fermer xo'jaligi 200 ga yerga ma'lum muddatda kartoshka ekib bo'lishi kerak edi. Ammo xo'jalik har kuni rejadagidan 5 ga ortiq yerga kartoshka

ekib, ishni muddatidan 2 kun oldin tugatdi. Kartoshka ekish necha kun davom etgan?

□ Kartoshkani ekib bo'lish x kunda tugatilishi kerak edi, deylik. Bunda bir kunda $\frac{200}{x}$ ga yerga ekish mo'ljallangan bo'ladi. Har kuni 5 ga ortiqcha ekilgan va $(x-2)$ kunda ekib bo'lingan. Demak, $(x-2)$ kunda $\frac{200}{x-2}$ ga yerga ekilgan bo'lsa, $\frac{200}{x-2} - \frac{200}{x} = 5$ tenglik to'g'ri bo'ladi. Tenglamani umumiy maxrajga keltiramiz:

$$200x - 200(x - 2) = 5x(x - 2),$$

$$5x^2 - 10x = 200x - 200x + 400,$$

$$5x^2 - 10x = 400.$$

Bundan ushbu $x^2 - 2x - 80 = 0$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Uning ildizlari: $x_{1,2} = 1 \pm 9$; $x_1 = -8$, $x_2 = 10$. Ammo belgilashga ko'ra, ma'nosi bo'yicha $x > 0$. Demak, $x = 10$.

Javob: kartoshka ekish 8 kun davom etgan. ■

2-masala. Shaxtaga tosh tashlandi va uning shaxta tubiga urilganida chiqargan ovozi 9 sekunddan keyin eshitildi. Tovush tezligini 320 m/sek, og'irlik kuchining tezlanishini esa $g = 10$ m/sek² deb hisoblab, shaxtaning chuqurligini aniqlang.

□ Shaxtaning chuqurligini topish uchun toshning shaxta tubiga tushish vaqtini aniqlash yetarli, chunki shaxtaning chuqurligi erkin tushish qonuniga ko'ra

$\frac{gt^2}{2}$ metrga teng. Shart bo'yicha $g = 10$ m/sek². Shuning uchun shaxtaning chuqurligi $5t^2$ metrga teng.

Ikkinchi tomondan, shaxtaning chuqurligini tovush tezligi 320 m/sek ni toshning shaxta tubiga borib tekkan ondan to zarba ovozi eshitilgunicha o'tgan vaqtga, ya'ni $(9 - t)$ sekundga ko'paytirib topish ham mumkin. Demak, shaxtaning chuqurligi $320 \cdot (9 - t)$ metrga teng.

Shaxtaning chuqurligini aniqlash uchun topilgan ikki ifodani tenglashtirib, $5t^2 = 320(9 - t)$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Uni yechamiz:

$$t^2 = 64(9 - t),$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Bu tenglamaning ildizlarini topamiz:

$$\begin{aligned}t_{1,2} &= -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32 \cdot (32 + 18)} = \\ &= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40, \\ t_1 &= -72, t_2 = 8.\end{aligned}$$

Toshning tushish vaqti musbat bo'lgani uchun $t = 8$ sek bo'ladi. Demak, shaxtaning chuqurligi $5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320$ metr.

Javob: 320 metr. ■

3-masala. Buyumning narxi 12 000 so'm edi. Bu narx ketma-ket ikki marta bir xil foizga arzonlashtirilganidan so'ng buyum narxi 9 720 so'm bo'ldi. Har gal buyum narxi necha foizga arzonlashgan?

□ Buyumning narxi har gal a % ga arzonlashgan deylik. Unda birinchi arzonlashganidan keyin buyum narxi $12000 - \frac{12000 \cdot a}{100}$ so'm bo'ladi. Ikkinchi marta arzonlashganidan keyin esa

$$\begin{aligned}&\left(12000 - \frac{12000 \cdot a}{100}\right) - \left(12000 - \frac{12000 \cdot a}{100}\right) \cdot \frac{a}{100} = \\ &= 12000 \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) - 12000 \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) \cdot \frac{a}{100} = 12000 \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right)^2.\end{aligned}$$

Shartga ko'ra

$$12000 \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right)^2 = 9720.$$

Bundan

$$\left(1 - \frac{a}{100}\right)^2 = \frac{9720}{12000} \text{ yoki } \left(1 - \frac{a}{100}\right)^2 = \frac{972}{1200} = \frac{81}{100} = \left(\frac{9}{10}\right)^2.$$

Bu a ga nisbatan kvadrat tenglama, unda to'la kvadrat ajratib qo'yilgan. Shuning uchun

$$1 - \frac{a}{100} = \pm \frac{9}{10}.$$

Bundan $\frac{a}{100} = 1 \pm \frac{9}{10}$, $a = 100 \pm 90$, $a_1 = 10\%$, $a_2 = 190\%$ hosil bo'ladi.

$a_2 = 190\%$ masalaning ma'nosiga to'g'ri kelmaydi. Demak, $a = 10\%$.

Javob: 10%. ■

4-masala. Ikki guruh mutaxassislar birgalikda ishlab, "Sog'lom bola yili"da qishloqda yangi qurilgan bolalar shifoxonasini zamonaviy tibbiyot asbob-uskunalari bilan jihozlash va ularni sozlash ishlarini 12 kunda tamomladi. Agar guruhlardan biri bu ishni ikkinchisiga qaraganda 10 kun kam vaqtda uddalay olsa, har bir guruh alohida ishlab, uni necha kunda bajara oladi?

□ Guruhlardan birinchisi ishni x kunda, ikkinchisi $x + 10$ kunda bajaradi deylik. Birinchi guruh bir kunda ishning $\frac{1}{x}$ qismini, ikkinchi guruh esa bir kunda ishning $\frac{1}{x+10}$ qismini bajaradi. Ular birgalikda bir kunda ishning $\frac{1}{12}$ qismini bajarsa,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglamani yechish uchun uning chap qismini umumiy maxrajga keltiramiz.

$$\frac{x+10+x}{x(x+10)} = \frac{1}{12}; \quad \frac{2x+10}{x(x+10)} = \frac{1}{12};$$

$$24x + 120 = x^2 + 10x,$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0.$$

Bu keltirilgan kvadrat tenglama. Uni yechamiz:

$$x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49+120} = 7 \pm \sqrt{169} = 7 \pm 13.$$

Demak, $x_{1,2} = 7 \pm 13$; $x_1 = -6$; $x_2 = 20$.

Bunda $x_1 = -6 < 0$, x esa kunlarni ifodalaydi, u manfiy bo'la olmaydi. Shuning uchun $x = 20$ masalaga to'g'ri keladi.

Javob: 20; 30. ■



182. 1. Kvadrat tenglamalar yordamida masalalar qanday yechiladi? Yechish bosqichlari nimadan iborat bo'lishini ayta olasizmi?

2. Kvadrat tenglamaning ikkala ildizi ham masala mazmuniga mos kelaveradimi?

3. Kvadrat tenglama tuzishga olib keladigan 2-3 ta masala tuzing. Tuzgan masalangizni yeching va javobini tekshiring.

183. Ko'paytmasi: 1) 552; 2) 650 ga teng bo'lgan ikkita ketma-ket natural sonni toping.

184. Bog' to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lib, bo'yi enidan 45 m uzun. Agar bog'ning yuzi 22 750 m² bo'lsa, uning perimetrini toping.

185. 630 km masofani tezyurar poyezd yuk poyezdiga qaraganda 1 soat tezroq bosib o'tdi. Agar yuk poyezdning tezligi tezyurar poyezdnikidan 25 km/soat kam bo'lsa, har bir poyezdning tezligini toping.

186. 30 km li masofani velosipedchilardan biri ikkinchisiga qaraganda 20 minut tezroq bosib o'tdi. Birinchi velosipedchining tezligi ikkinchisidan 3 km/soat ortiq edi. Har bir velosipedchining tezligini toping.

187. Kema daryo oqimi bo'yicha *A* bekatdan *B* bekatga bordi. Kema yarim soat to'xtaganidan keyin orqasiga jo'nadi va *A* dan chiqqanidan 8 soat keyin yana *A* bekatga qaytib keldi. *A* va *B* bekatlar orasidagi masofa 36 km, daryo oqimining tezligi esa 2 km/soat bo'lsa, kemaning turg'un suvdagi tezligini toping.

188. Qavariq ko'pburchakning tomonlari soni bilan diagonallari sonining yigindisi 15 ga teng. Ko'pburchak tomonlari soni topilsin.

189. To'g'ri burchakli uchburchakning yuzi 255 sm². Agar katetlaridan biri ikkinchisidan 13 sm uzunroq bo'lsa, uchburchakning katetlarini toping.

190. Kislota bilan to'la idish bor. Bu idishdan 2 litr kislota olindi va idishga 2 litr suv quyildi. Aralashmadan 2 l olindi va yana 2 l suv qo'shildi. Bu aralashmadan 2 l olindi va yana 2 l suv quyildi. Natijada idishdagi suv hajmi kislota hajmidan 3 l ko'p bo'lib qoldi. Hozir idishda necha litr kislota va necha litr suv bor?

□ Idishning hajmini v litr deylik. Idishdan 2 l kislota olib, idishga 2 l suv quyilgach, kislota idishning $\frac{v-2}{v}$ qismini egallaydi. Aralashmadan 2 l olingach, idishda $(v-2) \cdot \frac{v-2}{v}$ l kislota qoldi, unga 2 l suv quyilgach, kislota idishning

$\frac{(v-2)^2}{v}$ qismini egallaydi. 3-gal (yana 2 / aralashma olib, idishga 2 / suv quyilgach)

kislota idishning $\left(\frac{v-2}{v}\right)^3$ qismini egallaydi. Shunday qilib, idishdagi kislota

miqdori $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3$ ga teng. U holda quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^2 + v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3 = v. \quad \text{Bundan } v^3 + 9v^2 + 24v - 16 = 0 \text{ yoki}$$
$$(v-1)(v-4)^2 = 0.$$

Shartga ko'ra $v > 2$ bo'lgani uchun, $v = 4$. U holda $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{4-2}{4}\right)^3 =$

$$= 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \text{ (l)}.$$

Javob: 0,5 litr kislota va 3,5 litr suv. ■

191. 1) Quduqqa tosh tashlandi. Tosh quduq tubiga urilganida chiqqan tovush kuzatuvchiga tosh tashlanganidan 4 sekund keyin eshitildi. Tovushning tezligi sekundiga 320 metr, erkin tushayotgan jismning t sekundda o'tgan yo'lini

$$S = \frac{gt^2}{2} \quad (g = 10 \text{ m / sek}^2) \quad \text{deb olib, quduqning chuqurligini toping.}$$

2) Sekundiga 300 metr tezlik bilan otilgan o'q necha sekunddan keyin yerdan 2 500 metr balandlikda bo'ladi? (Havoning qarshiligi hisobga olinmasin).

192. Avtomobil 280 km masofani ma'lum bir tezlikda bosib o'tdi. Keyin u tezligini soatiga 10 km ga oshirib, 160 km yo'l yurdi. Jami yo'lga 6 soat sarflagan bo'lsa, avtomobilning dastlabki tezligini toping.

193. Har xil quvvatga ega bo'lgan ikkita traktor 3 kun birgalikda ishlab, dalaning $\frac{5}{8}$ qismini haydadi. Agar birinchi traktor bilan butun dalani ikkinchisiga

qaraganda 4 kun tezroq haydash mumkin bo'lsa, butun dalani har bir traktor alohida-alohida necha kunda hayday oladi?

194. Ikkita paxta terish mashinasi birgalikda maydondagi paxtani faqat birinchi mashinaning yolg'iz o'zidan 8 kun tezroq terib bo'lishi mumkin va faqat ikkinchi mashinaning yolg'iz o'zidan 2 kun tez terib tugatishi mumkin. Har bir mashina maydondagi paxtani necha kunda terib olishi mumkin?

8-§. IKKINCHI DARAJALI TENGLAMA QATNASHGAN ENG SODDA SISTEMALARNI YECHISH

II bobda ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi va uni yechishning ikki usuli (o'rniga qo'yish, guruhlash) batafsil o'rganilgan. Bu bo'limda ikkinchi darajali tenglama qatnashgan eng sodda sistemalarni ko'ramiz. Ular ma'lum almashtirishlardan keyin ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamaga keltiriladi. Turli hollarni ko'rish uchun masalalar qaraymiz.

1-masala. To'g'ri to'rtburchakning diagonalini $\sqrt{17}$ sm ga teng, uning yuzi esa 4 sm^2 . To'g'ri to'rtburchakning bo'yi va enini toping.

□ To'g'ri to'rtburchakning bo'yini x , enini y deb belgilaylik. Unda

$$x \cdot y = 4, \quad x^2 + y^2 = 17.$$

Birinchi tenglamaning ikkala qismini 2 ga ko'paytiramiz:

$$2xy = 8, \quad x^2 + y^2 = 17.$$

Tenglamalarning chap va o'ng qismlarini mos ravishda qo'shamiz:

$$(x + y)^2 = 25.$$

Bundan $x + y = \pm 5$ kelib chiqadi. Masalaning ma'nosiga ko'ra $x + y = 5$.

Unda $y = 5 - x$ deb y ni x orqali ifodalaymiz va birinchi $xy = 4$ tenglamaga qo'yamiz:

$$x \cdot (5 - x) = 4 \quad \text{yoki} \quad x^2 - 5x + 4 = 0.$$

Viyet teoremasi bo'yicha bu tenglamaning yechimlari $x_1 = 1, x_2 = 4$ bo'ladi. Shuning uchun $y_1 = 4; y_2 = 1$.

Javob: $x_1 = 4, y_1 = 1; x_2 = 1, y_2 = 4$. ■

2-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -24. \end{cases}$$

□ Viyet teoremasiga teskari teoremaga ko'ra, x va y lar

$$z^2 - 2z - 24 = 0$$

tenglamaning ildizlari bo'ladi. Tenglamaning yechimlari $z_1 = -4, z_2 = 6$. Demak, sistemaning yechimlari quyidagi juftliklardan iborat bo'ladi: $x_1 = -4; y_1 = 6; x_2 = 6; y_2 = -4$.

Javob: $x_1 = -4; y_1 = 6; x_2 = 6; y_2 = -4$. ■

3-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21, \\ x + y = 7. \end{cases}$$

□ Sistemaning birinchi tenglamasini

$$(x - y)(x + y) = 21$$

ko'rinishida yozamiz.

Bunga $x + y = 7$ ni qo'yib, $x - y = 3$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib, berilgan sistema quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

Bu ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi. Sistemani qo'shish usuli bilan yechamiz. Sistema tenglamalarining chap va o'ng qismlarini mos ravishda avval qo'shib, keyin ularni ayirib topamiz: $x = 5$; $y = 2$.

Javob: $x = 5$; $y = 2$. ■

4-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 + 4xy - y^2 = -29, \\ 3x + y = 3. \end{cases}$$

Bu sistemani o'rninga qo'yish usuli bilan yechish qulayroq. Sistemaning ikkinchi tenglamasini y ga nisbatan yechamiz: $y = 3 - 3x$.

Birinchi tenglamada $y = 3 - 3x$ almashtirish bajaramiz:

$$x^2 + 4x \cdot (3 - 3x) - (3 - 3x)^2 = -29.$$

Qavslarni ochamiz va o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$x^2 + 12x - 12x^2 - 9 + 18x - 9x^2 = -29,$$

$$-20x^2 + 30x + 20 = 0,$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0.$$

Bu to'la kvadrat tenglama. Uni umumiy formula yordamida yechamiz:

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4},$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = 2.$$

Endi $y = 3 - 3x$ ga x ning qiymatlarini qo'yib, y ni topamiz:

$$y_1 = \frac{9}{2}; \quad y_2 = -3.$$

$$\text{Javob: } x_1 = -\frac{1}{2}; y_1 = \frac{9}{2}; x_2 = 2, y_2 = -3. \quad \blacksquare$$

5-masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x \cdot y^2 = 3, \\ x = y + 4. \end{cases}$$

□ Sistemaning birinchi tenglamasi darajasi 2 dan yuqori. 1-tenglamada $x = y + 4$ almashtirish bajarsak,

$$(y + 4) \cdot y^2 = 3 \quad \text{yoki} \quad y^3 + 4y^2 - 3 = 0$$

tenglama hosil bo'ladi. Uning chap qismidagi ko'phad $(y + 1)$ ga qoldiqsiz bo'linadi, chunki Bezu teoremasiga ko'ra $y^3 + 4y^2 - 3$ ko'phadni $(y + 1)$ ga bo'lgandagi qoldiq nolga teng. Shu ko'phadni $(y + 1)$ ga burchak usuli bilan bo'lsak:

$$y^3 + 4y^2 - 3 = (y + 1)(y^2 + 3y - 3).$$

Bundan $y_1 = -1$ kelib chiqadi. Demak, $x_1 = y_1 + 4 = -1 + 4 = 3$, $x_1 = 3$; Shunday qilib, berilgan sistemaning birinchi yechimi: $x_1 = 3$, $y_1 = -1$.

Endi qolgan yechimlarini $y^2 + 3y - 3 = 0$ tenglamadan topamiz. Bu kvadrat tenglama, uning yechimlari:

$$y_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

$x_{2,3}$ ni esa $x = y + 4$ bo'yicha yozamiz:

$$x_2 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}; \quad x_3 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Shunday qilib, berilgan sistemaning yechimlari:

$$x_1 = 3, y_1 = -1; \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2};$$

$$x_3 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}; \quad y_2 = \frac{\sqrt{21} - 3}{2}. \quad \blacksquare$$



195. 1. Ikkinchi darajali tenglama qatnashgan sistemalarga misollar keltiring va ularni yeching.

2.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 74, \\ xy = 35 \end{cases}$$
 sistemani yechib ko'rasdan uning nechta yechimga egaligini ayta olasizmi?

3. Geometrik nuqtayi nazardan bu sistema nimani bildiradi? Mos shakl chizing.

4. Aylana va giperbolaning kesishish nuqtalari koordinatalarini yozing. Nega x va y sonlar sistemaning yechimi bo'lsa, $-x$, $-y$ sonlar ham sistemaning yechimi bo'ladi? Sababini tushuntiring.

Tenglamalar sistemasini yeching (196–201):

196. 1)
$$\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + 2y = 4; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x - y + 6 = 0, \\ 2x + 3y - 7 = 0; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 5x + y = 22, \\ 4x - 7y = 41; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 7x + 8y = 12, \\ 5x + 7y = 6. \end{cases}$$

197. 1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 1, \\ x + y = 3; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 4, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x + y = 4; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y - x = -3. \end{cases}$$

198. 1)
$$\begin{cases} y + 4 = 2, \\ x^2 y = -2; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x + 3 = 0, \\ xy^2 = -12; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1, \\ x + y = -2; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 4 = 0, \\ x - y = 0. \end{cases}$$

199. 1)
$$\begin{cases} x + y + xy = 41, \\ 3x + 3y - xy = 3; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 2y^2 = 16, \\ x^2 + xy - y^2 = 20; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y = 5, \\ xy + 2 - 2y - x = 0; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} xy - 3y + 2x - 6 = 0, \\ x^2 + 2y^2 - 2x - y = 13. \end{cases}$$

200* 1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 68, \\ x^2 - y^2 + x - y = 44; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - (x + y) - 12 = 0, \\ xy - 2(x + y) + 8 = 0. \end{cases}$$

$$201^* \quad 1) \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{3}{2}, \\ y - x = 12; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 y + xy^2 = 48, \\ xy + x + y = 14; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185, \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \sqrt{\frac{3y-2x}{y}} + \sqrt{\frac{4y}{3y-x}} = 2\sqrt{2}, \\ 3(x^2 + 1) = (y-1)(y-x+1). \end{cases}$$

4) tenglamaning yechilishi: \square sistemaning birinchi tenglamasida

$$\sqrt{\frac{3y-2x}{y}} = u \text{ almashtirish bajarsak, } u + \frac{2}{u} = 2\sqrt{2} \text{ yoki}$$

$$u^2 - 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 0 \text{ yoki } (u - \sqrt{2})^2 = 0.$$

$$\text{Bundan } u = \sqrt{2}, \text{ ya'ni } \sqrt{\frac{3y-2x}{y}} = \sqrt{2} \text{ kelib chiqadi.}$$

Tenglamaning ikkala qismini kvadratga oshirsak, $y = 2x$ kelib chiqadi. Endi berilgan sistemaning ikkinchi tenglamasiga $y = 2x$ ni qo'ysak,

$$3(x^2 + 1) = (2x - 1)(2x - 2x + 1) \text{ yoki } x^2 = 4.$$

Bundan $x_{1,2} = \pm 2$. Unda $y_{1,2} = \pm 4$. Shunday qilib, berilgan tenglamalar sistemasining yechimlarini yozamiz: $x_1 = -2$; $y_1 = -4$; $x_2 = 2$, $y_2 = 4$.

$$\text{Javob: } x_1 = -2; \quad y_1 = -4; \quad x_2 = 2, \quad y_2 = 4. \quad \blacksquare$$

Tenglamalar sistemasini yeching:

$$203^* \quad 1) \begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ y^2 + xy = 15; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (x-1)(y-1) = 6, \\ (x+2)(y+2) = 30; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y + xy = 11, \\ x^2 + y^2 + xy = 19; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18, \\ x^2 - y^2 + x - y = 6; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4}; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{15}{4}. \end{cases}$$

$$203. \quad 1) \begin{cases} xy \cdot (x+y) = 6, \\ x^3 + y^3 = 9; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (x-y)(x^2 - y^2) = 7, \\ (x+y)(x^2 + y^2) = 175; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 + 4y = y^3 + 16x, \\ 1 + y^2 = 5(1 + x^2); \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^3 + y^3 + x^2y + xy^2 = 5, \\ x^4y^2 + x^2y^4 = 20. \end{cases}$$

$$204. \quad 1) \begin{cases} 2(x+y) = 5xy, \\ 8(x^3 + y^3) = 65; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (x+y)(x^2 - y^2) = 9, \\ (x-y)(x^2 + y^2) = 5; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x(y+1) = 16, \\ \frac{x}{y+1} = 4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{x-1}{y+2} = 2, \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 45. \end{cases}$$

$$205^* \quad 1) \begin{cases} (x+2y)(2x-y+1) = 6, \\ \frac{2x-y+1}{x+2y} = \frac{2}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x+y = 2(x-y), \\ (3x+y)^2 + 2(x-y)^2 = 96; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y = 3, \\ x^3 + x^2y = 12; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x-3y+2 = (x+y)^2, \\ (x+y)^2 + (x-3y)^2 = 8. \end{cases}$$

MASALALAR YECHISH

Tenglamani yeching (205–206):

$$206. \quad 1) x^2 - 18 = 0; \quad 2) x^2 - 48 = 0; \quad 3) \frac{1}{2}x^2 + 5x = 0; \quad 4) 2x - \frac{3}{5}x^2 = 0.$$

$$207. \quad 1) x^2 + 2x - 8 = 0; \quad 2) x^2 - 7x + 12 = 0; \\ 3) 3x^2 + 7x - 48 = 0; \quad 4) 5x^2 + 17x - 66 = 0.$$

Tenglamani yechmasdan, u nechta haqiqiy ildizga ega ekanini aniqlang (207–208):

$$208. \quad 1) x^2 - 18x + 32 = 0; \quad 2) 5x^2 + 7x - 4 = 0; \\ 3) 4x^2 + 12x + 9 = 0; \quad 4) 6x^2 - x - 5 = 0.$$

209. Kasrni qisqartiring:

$$1) \frac{x^2 - 16}{x - 4}; \quad 2) \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}; \quad 3) \frac{16x^2 - 24x + 9}{4x^2 + 5x - 6}; \quad 4) \frac{25x^2 + 10x + 1}{5x^2 - 14x - 3}.$$

210. Kvadrat uchhadni ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $x^2 + 12x + 11$; 2) $x^2 - 8x + 5$; 3) $2x^2 + 7x - 9$; 4) $3x^2 - 2x - 21$.

211. Tenglamani yeching:

1) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 2) $x^2 - 11x + 18 = 0$; 3) $2x^2 - 5x - 7 = 0$; 4) $5x^2 - 16x + 3 = 0$.

212. Bikvadrat tenglamani yeching:

1) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$; 2) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; 3) $5x^4 - 16x^2 + 3 = 0$; 4) $2x^4 - 5x^2 - 12 = 0$.

213. Tenglamani yeching:

1) $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{20}{x+2}$; 2) $\frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{2+x}{x+3} = \frac{5-x}{x}$; 3) $\frac{y+3}{y^2-y} + \frac{6-y}{1-y^2} = \frac{y+5}{y+y^2}$.

214. Ayirmasi 2 ga, kvadratlarining yig'indisi $14\frac{1}{2}$ ga teng bo'lgan ikkita son toping.

215. Yig'indisi 5 ga, kvadratlarining ayirmasi ham 5 ga teng bo'lgan ikkita son toping.

216.* Mi-6 vertolyotining havoga nisbatan tezligi 300 km/soat. U 224 km masofani ikki marta uchib o'tdi: birinchi marta shamol yo'nalishi bo'yicha, ikkinchi marta shamol yo'nalishiga qarshi. Agar vertolyot shamolga qarshi uchganida shamol yo'nalishi bo'yicha uchgandagiga qaraganda 6 min ko'p vaqt sarflagan bo'lsa, shamolning tezligini toping.

217. Velosipedchining yo'lining birinchi yarmidagi tezligi yo'lining ikkinchi yarmidagi tezligidan 3 km/soat ortiq bo'ldi. Agar velosipedchi 90 km li yo'lni 5,5 soatda bosib o'tgan bo'lsa, yo'lining ikkinchi yarmini qanday tezlik bilan bosib o'tgan?

218. Kema daryo oqimi bo'yicha 69 km masofaga borib, 34 km orqasiga qaytish uchun 5 soat vaqt sarflaydi. Oqim tezligi soatiga 3 km bo'lsa, kemaning turg'un suvdagi tezligini toping.

Tenglamalar sistemasini yeching (**218–219**):

219. 1) $\begin{cases} x+y=2, \\ xy=-3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+4y=14, \\ xy=6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-3y=-3, \\ xy=6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=-3, \\ xy=-10. \end{cases}$

220. 1) $\begin{cases} x^2-y^2=7, \\ x+y=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-y^2=16, \\ x-y=2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y-x=1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=41, \\ 2y-4=6. \end{cases}$

221. x ning qanday qiymatlarida $x^2 + 3x - 88$ ifodaning qiymati: 1) 0 ga; 2) 20 ga; 3) -18 ga; 4) -70 ga teng bo'ladi?

222. Ikki yo'lovchi A va B qishloqlardan bir-biriga qarab kelmoqda. Ular uchrashganida biri ikkinchisidan 2 km ortiq yurgani ma'lum bo'ldi. Uchrashganidan keyin yurishni davom ettirib, 40 minutdan keyin 1-si B ga keldi. 1,5 soatdan keyin 2-si A ga keldi. A va B qishloqlar orasidagi masofani toping.

223. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = -5; \end{cases} 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8; \end{cases} 3) \begin{cases} x^2 + y - x = 10, \\ 3x^2 - y + 2x = 29; \end{cases} 4) \begin{cases} (x+1)(y+1) = 20, \\ (x-2)(y-2) = 2. \end{cases}$$

224. $x_1 = -1$ son $3x^2 + 4x - q = 0$ tenglamaning ildizi bo'lsa, uning ikkinchi ildizini toping.

225. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6 \end{cases}$ sistema uchun $|x + y|$ ni toping.

226. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40, \\ x - y = 4 \end{cases}$ sistema uchun $|x + y|$ ni toping.

227. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x - y = 1 \end{cases}$ sistema uchun $2xy$ ni toping.

228. $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 12, \\ x^2y - xy^2 = 8 \end{cases}$ sistema uchun $\frac{y}{x}$ ni toping.

229.* $\begin{cases} (x-2)^2 + |y| = 4, \\ |x-2| + |y| = 2 \end{cases}$ sistema uchun $x + y$ ni toping.

230. $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 - y^2 = -6 \end{cases}$ sistemani yeching.

231. $x^2 + 5x + \sqrt{x^2 + 5x - 5} = 17$ tenglamaning ildizlari yig'indisini toping.

232.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 281, \\ x - y = \sqrt{201} \end{cases}$$
 sistema uchun xy ni toping.

233. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} xy(x+y) = 420, \\ xy + x + y = 47. \end{cases}$$

□ $x + y = u$, $x \cdot y = v$ almashtirish bajarish qulay. Sistemani

$$\begin{cases} xy(x+y) = 420, \\ xy + x + y = 47, \end{cases} \quad \begin{cases} uv = 420, \\ u + v = 47 \end{cases}$$

ko'rinishida yozib olamiz. Oxirgi sistemada $v = 47 - u$ deb almashtirish yordamida $u^2 - 47u + 420 = 0$ ko'rinishidagi kvadrat tenglamaga kelamiz. Uning ildizlari (12; 35) va (35; 12) bo'ladi. Endi

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ xy = 35 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} x + y = 35, \\ xy = 12 \end{cases}$$

sistemalarga egamiz. 1-sistemaning ildizlari: $x_1 = 5$, $y_1 = 7$ va $x_2 = 7$, $y_2 = 5$.
2-sistemaning ildizlarini o'zingiz toping. ■

Tenglamalar sistemasini yeching (234–235):

234. 1)
$$\begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ y^2 + xy = 15; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} (x-1)(y-1) = 6, \\ (x+2)(y+2) = 30. \end{cases}$$

235.* 1)
$$\begin{cases} x + y + xy = 11, \\ x^2 + y^2 + xy = 19; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18, \\ x^2 - y^2 + x - y = 6. \end{cases}$$

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. a, b, c, d sonlar $a + b + c + d = 7$, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 13$ tengliklarni qanoatlantiradi. d sonning eng katta qiymati necha bo'lishi mumkin?

2. Tenglamani yeching: $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8^2 + \frac{9}{4} - (x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_7x_8 + x_8) = 0$.

3. $ax^2 - 5x + 6 = 0$ tenglamaning ildizlari x_1 va x_2 . Agar $\frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{3}$ bo'lsa, koeffitsiyent a ni toping.

4. $|x^2 - 2x - 3| = 2a - 1$ tenglama a ning qanday qiymatlarida: a) 2 ta; b) 3 ta; d) 4 ta ildizga ega bo'ladi?

5. Agar $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 19, \\ \frac{x(x+y)}{y} = 60 \end{cases}$ bo'lsa, $x + y$ yig'indining mumkin bo'lgan barcha

qiymatlarini toping.

Ko'rsatma: $x + y = u$, $\frac{x}{y} = v$ belgilash kiriting.

6. Agar $x^2 + px + q$ kvadrat uchhadning qiymati x ning ketma-ket kelgan ikkita butun qiymatlarida ikkita ketma-ket kelgan natural sonning kvadratlaridan iborat bo'lsa, u holda bu kvadrat uchhadning qiymati x ning barcha butun qiymatlarida butun sonning kvadratiga teng bo'lishini isbotlang.

7. Tenglamani yeching:

$$1) x^4 - 2\sqrt{7}x^2 + x + 7 - \sqrt{7} = 0;$$

$$2) x^3 + 2\sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} - 1 = 0.$$

□ 2) $\sqrt{3} = a$ desak, tenglama $x^3 + 2ax^2 + a^2x + a - 1 = 0$ yoki $xa^2 + (2x^2 + 1)a + (x^3 - 1) = 0$ ko'rinishni oladi, bunda $x \neq 0$. Tenglamani a ga nisbatan yechamiz:

$$a = \frac{-(2x^2 + 1) \pm (2x + 1)}{2x}.$$

U holda: 1) $a = 1 - x$, $x = 1 - a$, ya'ni $x_1 = 1 - \sqrt{3}$

$$2) a = -\frac{x^2 + x + 1}{x} \text{ yoki } x^2 + (a + 1)x + 1 = 0,$$

$$\text{bundan } x_{2,3} = \frac{-(\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{12}}{2} \text{ kelib chiqadi. } \blacksquare$$

8. Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 + y\sqrt{xy} = 336, \\ y^2 + x\sqrt{xy} = 112. \end{cases}$$

9. 1) Agar $a \leq x \leq y \leq z \leq t \leq b$ bo'lsa, $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$ ifodaning eng kichik qiymatini toping.

2) $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4} = 162$ va $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi $(x; y)$ nuqtalarni tutashiruvchi kesma uzunligini toping.

10. x_1 va x_2 sonlar $x^2 + ax + a - \frac{1}{2} = 0$ tenglamaning ildizlari. a ning qanday qiymatlarida $(x_1 - 5x_2)(x_2 - 5x_1)$ ifoda eng katta qiymatga erishadi?

□ Viyet teoremasiga ko'ra $x_1 + x_2 = -a$; $x_1 x_2 = a - \frac{1}{2}$. U holda $(x_1 - 5x_2)(x_2 - 5x_1) =$

$$= -5a^2 + 36a - 18 = -5 \cdot \left(a^2 - \frac{36}{5}a + \frac{18}{5} \right) = -5 \cdot \left[\left(a - \frac{18}{5} \right)^2 - \frac{18^2}{5^2} + \frac{18}{5} \right] =$$

$$= -5 \cdot \left(a - \frac{18}{5} \right)^2 + \frac{18^2}{2} - 18 = -5 \left(a - \frac{18}{5} \right)^2 + \frac{234}{5},$$

demak, berilgan ifoda $a = \frac{18}{5}$ da

eng katta qiymatga erishadi. ■

11. Agar $\pi \approx \frac{22}{7}$, $R = 5$, $h = 6$ va $V = 308$ bo'lsa, ushbu $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ tenglikdan r ni toping.

12. Tenglamani yeching.

1) $\frac{x^3 - 27}{x - 3} + (x - 5)^2 + \frac{x^2 - 16}{x - 4} - (x + 5)^2 + 1\frac{1}{7} : \frac{2^3}{19} + 43 \cdot \sqrt{\frac{8}{98}} = 0;$

2) $\frac{x^3 + 8 + (x^2 - 4)}{(x + 3)^3 - (x + 3)^2} = \left(3\frac{5}{6} \right)^3 : 2^{-6} : \left(\frac{3}{23} \right)^{-3}.$

13. To'rtta ketma-ket kelgan natural sonlar ko'paytmasi: 1) 255 024 ga; 2) 46 308 024 ga teng. Shu sonlarni toping.

14. a, b, c sonlardan hech bo'lmaganda ikkitasi noldan farqli bo'lsa,

$$\frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{c^2+a^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2} \geq \frac{3}{2} \quad (1)$$

tengsizlik o'rinli bo'lishini isbotlang. Qachon tenglik (=) o'rinli bo'ladi?

○ Maxrajlardagi ifodalarni x, y, z bilan belgilaylik:

$$x = b^2 + c^2, y = c^2 + a^2, z = a^2 + b^2; \quad x > 0, y > 0, z > 0.$$

Endi a^2, b^2, c^2 larni x, y, z orqali ifodalab olamiz:

$$a^2 = \frac{y+z-x}{2}; \quad b^2 = \frac{x+z-y}{2}; \quad c^2 = \frac{x+y-z}{2}.$$

U holda (1) tengsizlik ushbu ko'rinishni oladi:

$$\frac{y+z-x}{2x} + \frac{x+y-z}{2y} + \frac{x+z-y}{2z} \geq \frac{3}{2}.$$

$$\text{Bundan } \frac{y}{x} + \frac{z}{x} - 1 + \frac{x}{y} + \frac{z}{y} - 1 + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} - 1 \geq 3;$$

$$\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{z}{y} + \frac{y}{z} \right) \geq 6 \text{ kelib chiqadi.} \quad (2)$$

$a > 0, b > 0$ uchun $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ ekanidan (2) tengsizlikning o'rinli e'ani

kelib chiqadi. (2) esa masalada berilgan (1) tengsizlikka teng kuchlidir.

$a^2 = b^2 = c^2$ bo'lganida va faqat shu holda (1) da tenglik (=) ishorasiga erishiladi. Da'vo isbotlandi. ●

(1) tengsizlikda $\frac{3}{2}$ ni (1) ning chap qismiga o'tkazib, hosil bo'lgan ayirma-

ning nomanfiy ekanini isbotlash ham mumkin. Bunda ifoda umumiy maxrajga keltiriladi, surat soddalashtirilib, uning nomanfiy ekani ko'rsatiladi. Maxrajning esa musbatligi ravshan.

15. a va b ning qanday qiymatlarida $M = 2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 2082$ ifoda eng kichik qiymatga erishadi? Bu eng kichik qiymat nechaga teng?

Yechilishi: Berilgan ifodani quyidagicha yozib olish mumkin:

$$\begin{aligned} M &= 2a^2 + 8b^2 + 32 - 8ab - 16a + 32b + 9b^2 - 36b + 36 + 2014 = \\ &= 2(a^2 + 4b^2 + 16 - 4ab - 8a + 16b) + 9(b^2 - 4b + 4) + 2014 = \\ &= 2(a - 2b - 4)^2 + 9(b - 2)^2 + 2014, \end{aligned}$$

demak, $M \geq 2014$. Agar $b = 2$, $a - 2b - 4 = 0$, ya'ni $a = 8$ bo'lsa, $M = 2014$ bo'ladi.

Javob: $a = 8$, $b = 2$ bo'lsa, berilgan ifoda eng kichik qiymatga erishadi va bu eng kichik qiymat 2014 ga tengdir

16. a) soat millari 1 sutkada necha marta o'zaro perpendikulyar bo'ladi?

□ Hozir soat millari perpendikulyar holatda deb faraz qilaylik. Minut mili α burchakka burilganida, soat va minut millari birinchi marta perpendikulyar bo'lsin. Minut mili α burchakka burilganida, soat mili $\frac{\alpha}{12}$

burchakka buriladi. Soat millari o'zaro perpendikulyar $\alpha - \frac{\alpha}{12} = 180^\circ$ bo'lishi

uchun tenglik bajarilishi kerak, bundan $\alpha = \left(\frac{12 \cdot 180}{11}\right)^\circ$ hosil bo'ladi. Minut mili-

ning $\alpha = \left(\frac{12 \cdot 180}{11}\right)^\circ$ burchakka har bir burilishida soat millari o'zaro perpendi-

kulyar bo'laveradi. Bir sutkada soatning minut mili $24 \cdot 360^\circ$ ga buriladi. Millarning 1 sutkada o'zaro perpendikulyar bo'lishlari sonini n deylik.

U holda

$$n = (24 \cdot 360^\circ) : \left(\frac{12 \cdot 180}{11}\right)^\circ = 44.$$

Javob: 44 marta. ■

b) hozir soat roppa-rosa 12. Soat millari ustma-ust tushgan. Qancha vaqtdan so'ng soat millari birinchi marta yana ustma-ust tushadi?

□ 1 minutda soatning minut mili aylananing $\frac{1}{60}$ qismiga -6° ga buriladi. Soat mili esa 1 minutda aylananing $\frac{1}{60 \cdot 12}$ qismiga buriladi. Bir minutda

minut mili soat milidan $\frac{1}{60} - \frac{1}{60 \cdot 12} = \frac{11}{60 \cdot 12}$ ga ortiq buriladi. Millarning keyingi

(birinchi marta) ustma-ust tushishgacha minut mili soat miliga qaraganda aylanani bir marta to'liq aylanib chiqadi. Demak, minut mili soat milini

$$1: \frac{11}{720} = 65 \frac{5}{11} \text{ minutdan so'ng "quvib" yetadi.}$$

Javob: 1 soat-u $5 \frac{5}{11}$ minutdan so'ng. ■

17. Tenglamani yeching:

$$6\sqrt{81x^2 + 54x + 45} + 6x + 9x^2 = 35.$$

Ko'rsatma: $\sqrt{9x^2 + 6x + 5} = y$, $y \geq 0$, belgilash kiritilsa, tenglama $y^2 + 18y - 40 = 0$ ko'rinishini oladi, bundan $y = 2$ kelib chiqadi.

$$\text{Javob: } x = -\frac{1}{3}.$$

18. Tenglamani butun sonlarda yeching: $(15x^2 + 28x + 5)y^2 - (8x^2 + 38x + 24)y + x^2 + 8x + 16 = 0$.

□ y^2 va y oldidagi ifodalarni ko'paytuvchilarga ajratib, tenglamani shunday yozib olamiz: $(3x + 5)(5x + 1)y^2 - 2(x + 4)(4x + 3)y + (x + 4)^2 = 0$.

y ga nisbatan kvadrat tenglama deb qarab, uni yechamiz:

$$\frac{D}{4} = (x + 4)^2(4x + 3)^2 - (x + 4)^2(3x + 5)(5x + 1) = (x + 4)^2(x - 2)^2; \text{ u holda}$$

$$y_1 = \frac{x + 4}{3x + 5}; \quad y_2 = \frac{x + 4}{5x + 1}.$$

x butun son bo'lgani uchun $(3x + 5)(5x + 1) \neq 0$.

$$1) y = \frac{x + 4}{3x + 5} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{7}{3x + 5} \right), \text{ ya'ni } 3y = 1 + \frac{7}{3x + 5}.$$

Demak, $3x + 5 = \pm 1$; ± 7 bo'lishi mumkin, bundan $x = -2$ yoki $x = -4$ kelib chiqadi; u holda $y = -2$ yoki $y = 0$.

$$2) y = \frac{x + 4}{5x + 1} \text{ hol ham shu kabi qaraladi, bu tenglikni } 5y = 1 + \frac{19}{5x + 1} \text{ deb}$$

yo'zib olish mumkin. Bundan $x = 0$; -4 kelib chiqadi, u holda $y = 4$; 0 .

Javob: $(-4; 0)$, $(0; 4)$, $(-2; -2)$. ■

V bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Tenglamani yeching: $(x - 2)^2 = 36$.

A) $x_1 = -4, x_2 = 8$; B) $x_1 = -3, x_2 = 7$; C) $x_1 = -4, x_2 = 7$; D) $x_1 = 5, x_2 = 8$.

2. Tenglamani yeching: $x^2 = 3x$.

A) $x_1 = 0, x_2 = 3$; B) $x_1 = 1, x_2 = 0$; C) $x_1 = 0, x_2 = 2$; D) $x = 0$.

3. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 + 2x - 3 = 0$.

A) $x_1 = -3, x_2 = 1$; B) $x_1 = -2, x_2 = 1$; C) $x_1 = -3, x_2 = 2$; D) $x_1 = 0, x_2 = 1$.

4. Bikvadrat tenglamani yeching: $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$.

A) $x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm \sqrt{5}$; B) $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \sqrt{5}$;

C) $x_1 = 2, x_2 = 2; x_{3,4} = \pm \sqrt{5}$; D) $x_{1,2} = 1$.

5. Tenglamani yeching: $(x + 1)^2 - 3(x + 1) + 2 = 0$.

A) $x_1 = 0, x_2 = 1$; B) $x_1 = 1, x_2 = 2$; C) $x_1 = 2, x_2 = 0$; D) $x_1 = 2, x_2 = 2$.

6. Tenglamani yeching: $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{x+1}{x}\right) + 3 = 0$.

A) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{4}$; B) $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}$; C) $x_{1,2} = -\frac{1}{4}$; D) \emptyset .

7. Tenglamani yeching: $x^2 - 1946x + 3888 = 0$.

A) $x_1 = 2, x_2 = 1944$;

B) $x_1 = 2, x_2 = 1945$;

C) $x_1 = 2, x_2 = 1946$;

D) $x_1 = 1, x_2 = 1946$.

8. *A* va *B* shaharlar orasidagi masofa temir yo‘l bilan 66 km, suv yo‘li bilan esa 80,5 km. Poyezd kemaga qaraganda 4 soat keyin yo‘lga chiqib, *B* shaharga kemadan 15 minut oldin yetib keldi. Agar poyezdning tezligi kemandagi tezligidan soatiga 30 km ortiq bo‘lsa, ularning tezliklarini toping.

A) 44 km/soat, 14 km/soat;

B) 43 km/soat, 15 km/soat;

C) 45 km/soat, 14 km/soat;

D) 44 km/soat, 13 km/soat.

19. Massasi 500 kg bo'lgan qotishmada mis va qo'rg'oshin bor. Qotishmadagi misning massasidan 100 kg ortiq massali bo'lakni qotishmadan eritib olishdi va qancha massali bo'lak eritib olingan bo'lsa, qotishmaga shuncha massali qo'rg'oshin qo'shishdi. Hosil qilingan aralashmadan yana shuncha (1-galdagidek) eritib olishdi. Natijada qotishmada misning massasi dastlabki qotishmadagiga nisbatan 6,25 marta kamaydi. Dastlabki qotishmada qo'rg'oshin necha foizni tashkil qilardi?

20. Tenglamani yeching:

1) $x^2 + 6x - 187 = 0$; 3) $35x^2 - 12x + 1 = 0$;

2) $x^2 + 2x - 195 = 0$; 4) $32x^2 - 12x + 1 = 0$.

21. a ning qanday qiymatlarida $|x^2 - 2ax| = 1$ tenglama uchta turli ildizga ega?

22. Tenglamani yeching:

$$\left| \frac{x^2 - x}{x + 1} \right| + |2 - x - x^2| = \frac{2 - x^2 - x^3}{x + 1}.$$

23. $x^2 + bx + c = 0$ va $x^2 + px + q = 0$ tenglamalar bitta umumiy ildizga ega. Ildizlari bu tenglamalarning ildizlaridan iborat bo'lgan kvadrat tenglama tuzing.

24. 1, 2, 3, ..., 2014 natural sonlarni 4 ta guruhga shunday bo'lishmoqchiki, bunda 2-guruhdagi sonlar yig'indisi 1-guruhdagidan 10 ta ko'p; 3-guruhdagi sonlar yig'indisi 2-guruhdagidan 10 ta ko'p; 4-guruhdagi sonlar yig'indisi 3-guruhdagidan 10 ta ko'p bo'lsin. Shunday guruhlarga bo'lish mumkinmi? Agar dastlabki to'plamdagi sonlar 1, 2, 3, ..., 2015 bo'lsa-chi?

25. Bir nechta bola qovun uzgani polizga keldi. Ulardan biri 6 ta, qolganlarining har biri 13 tadan qovun uzdi. Ikkinchi gal polizga kelganlarida bolalardan biri 5 ta, qolganlarining har biri 10 tadan qovun uzdi. Birinchi va ikkinchi galdagi bolalar soni turlicha edi, biroq ikkala galda ham uzilgan qovunlar soni bir xil bo'ldi. Ikkala galdagi qovunlar soni 100 dan ko'p, ammo 200 tadan ortiq emasdi. Har gal nechta bola polizga borgan?

26. 1, 2, ..., 8 raqamlari kesmalar bilan tutashtirilgan. 6 ta raqamning o'rnini shunday almashtiringki, ketma-ket keluvchi hech bir raqamlar jufti (masalan: 1-2, 3-4, ..., 7-8) bitta kesma bilan tutashtirilgan bo'lmasin.

27. "Tenglik"da bitta raqamni shunday siljitingki, natijada tenglik to'g'ri bo'lsin:

1) $1001 - 103 = 1$; 2) $800 - 93 = 71$; 3) $500 - 202 = 100$;

4) $28 - 23 = 20$; 5) $83 - 12 = 500$; 6) $73 - 43 = 300$.

28. Koordinatalari:
$$\begin{cases} 3x^2 - 3xy + 2y^2 - 20 = 0, \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi nuqtalar orasidagi masofani toping.

Tarixiy masalalar

Al-Xorazmiyning "Al-jabr val-muqobala" asaridan olingan tenglamalarni yeching:

1) $x^2 + 10x = 39$;

2) $\sqrt{x^2 - x} + x = 2$;

3) $x^2 + 20 = 12x$;

4) $\left(x - \left(\frac{x}{3} + 3\right)\right)^2 = x$;

5) $\frac{x^2 - 4x}{3} = 4x$;

6) $(x^2 - 3x)^2 = x^2$.

Tarixiy ma'lumot

Kvadrat ildiz ($\sqrt{\quad}$) belgisini birinchi bo'lib 1525-yilda nemis matematigi Kristof Rudolf kiritgan. Bu belgining kelib chiqishi lotincha radix-ildiz so'zidan olingan bo'lib, undagi r ("er") $\sqrt{\quad}$ shaklga keltirilgan.

Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783–850) "Al-jabr val-muqobala" asari bilan algebra faniga asos soldi. Asarning 1342-yili ko'chirilgan arabcha nusxasi Oksford universitetining Bodleyan kutubxonasida saqlanadi. Algebrada "uch xil son (miqdor) bilan ish ko'riladi", – deydi olim. Ular: ildiz (tenglamadagi noma'lum son x), kvadrat (x^2) va oddiy sonlar (tenglamadagi ozod hadlar).

Al-Xorazmiy shu uchta miqdorlar orasidagi munosabatlarni o'rganadi. U tenglamalarni quyidagi sinflarga ajratadi:

1) $ax^2 = bx$ — kvadrat ildizlarga teng;

2) $ax^2 = c$ — kvadratlar songa teng;

3) $bx = c$ — ildizlar songa teng;

4) $ax^2 + bx = c$ — kvadratlar va ildizlar songa teng;

5) $ax^2 + c = bx$ — kvadratlar va son ildizlarga teng;

6) $bx + c = ax^2$ — ildizlar va son kvadratlariga teng.

Al-Xorazmiy "Al-jabr val-muqobala" asarida 4-, 5-, 6- tenglamalarni yechishning algebraik hamda geometrik usullarini beradi. U kashf qilgan usulni kvadrat tenglamalarni yechishning *al-Xorazmiy usuli* deb atashadi.

1-§. MIQDORLARNING TAQRIBIY QIYMATLARI. YAQINLASHISH XATOLIGI

Amaliy masalalarni yechishda, ko'pincha, turli miqdorlarning taqribiy qiymatlari bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi.

Biror sonning taqribiy qiymatini a , aniq qiymatini A deb belgilaylik.

A sonning taqribiy qiymati a deb, aniq son A dan kam farq qiladigan va hisoblashlarda A sonni almashtiradigan songa aytiladi.

Agar $a < A$ bo'lsa, u holda a son A sonning *kami bilan*, agar $a > A$ bo'lsa, unda a son A sonning *ortig'i bilan olingan taqribiy qiymati* deyiladi.

Masalan, 1,41 soni $\sqrt{2}$ sonining kami bilan, 1,42 soni ortig'i bilan olingan taqribiy qiymati bo'ladi, chunki $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$.

Taqribiy qiymat aniq qiymatga qanchalik yaqinlashishini bilish muhim.

Taqribiy a sonning aniq son A ga *yaqinlashish xatoligi* deyilganda aniq son A bilan uning taqribiy qiymati ayirmasi tushuniladi. Shu ayirmaning Δ_a deb belgilaymiz, ya'ni $\Delta_a = A - a$.

1-masala. Maktab o'quvchilaridan biri maktabda nechta o'quvchi o'qishi haqidagi savolga: "2000 nafar", deb javob berdi, ikkinchi o'quvchi esa: "1760 nafar", — dedi. Agar maktabda 1875 nafar o'quvchi bo'lsa, kimning javobi aniqroq?

□ Birinchi o'quvchi 140 nafarga, ikkinchisi esa 125 nafarga adashdi. Demak, ikkinchi o'quvchining javobi aniqroq. ■

Miqdorning aniq qiymati bilan uning taqribiy qiymati ayirmasining moduli yaqinlashishning *absolyut xatoligi* deyiladi.

Bu miqdorni Δ deb belgilasak, absolyut xatolik bunday yoziladi:
 $\Delta = |A - a| = |\Delta_a|$.

Yaqinlashishning absolyut xatoligi, ko'pincha, xatolik deb qisqacha aytiladi.

2-masala. Kubning qirrasini o'lchab, uning hajmini aniqlashdi: $67,921 \text{ m}^3$. Agar kubning qirrasini 4 m ekani ma'lum bo'lsa, bu yaqinlashishning absolyut xatoligi qanday?

□ Qirradi 4 m boʻlgan kubning hajmi 64 m^3 . Shuning uchun $A = 64$, $a = 67,921$ miqdorlar boʻyicha absolyut xatolikni topamiz: $\Delta = |A - a| = |64 - 67,921| = 3,921$.

Javob: Δ – absolyut xatolik 3,921 ga teng. ■

3-masala. $\frac{4}{9}$ sonning 0,44 oʻnli kasrga yaqinlashish absolyut xatoligini toping.

$$\square \left| \frac{4}{9} - 0,44 \right| = \left| \frac{4}{9} - \frac{44}{100} \right| = 4 \cdot \left| \frac{1}{9} - \frac{11}{100} \right| = 4 \cdot \frac{100 - 99}{900} = 4 \cdot \frac{1}{900} = \frac{1}{225}. \blacksquare$$

4-masala. Beshburchak ichki burchaklarini transportir yordamida oʻlchab, natijalar qoʻshilganida: a) 542° ; b) 537° hosil boʻldi. Bunday yaqinlashishning absolyut xatoligi qanday?

□ a) beshburchak ichki burchaklari yigʻindisini $180^\circ \cdot (n - 2)$ formuladan $n = 5$ boʻlganida topamiz: $180^\circ \cdot (5 - 2) = 540^\circ$. Shuning uchun

$$|540^\circ - 542^\circ| = |-2^\circ| = 2^\circ; \quad b) |540^\circ - 537^\circ| = |-3^\circ| = 3^\circ. \blacksquare$$



1. 1. Miqdorlarning taqribiy qiymatlari deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

2. Yaqinlashish xatoligi nima? Misollarda tushuntiring.

3. Nima uchun amaliyot masalalarida yaqinlashishning absolyut xatoligi ishlatiladi?

2. Oltiburchak ichki burchaklarini transportir yordamida oʻlchab, natijalar qoʻshilganida a) 716° ; b) 725° hosil qilindi. Bu yaqinlashishning xatoligi va absolyut xatoligini toping.

3. Tarixiy obida minorasining balandligi 61,3 m. Sayyohlarga bu minoraning balandligi 60 m deyishdi. Yaqinlashish xatoligini toping.

4. 1) $\frac{4}{7}$ sonining 0,5714 oʻnli kasrga; 2) $\frac{5}{12}$ sonining 0,4167 oʻnli kasrga yaqinlashish xatoligini toping.

5. $\frac{3}{7}$ sonining: 1) 0,4286; 2) 0,429; 3) 0,4285; 4) 0,42857 soniga yaqinlashishining absolyut xatoligini toping.

64, 4-
6. Quyidagi sonlarning yaqinlashish va absolyut xatoligini toping:

1) 0,1975 sonining 0,198 soni bilan; 2) $-3,254$ sonining $-3,25$ soni bilan;

3) $-\frac{8}{17}$ sonining $-\frac{1}{2}$ soni bilan; 4) $\frac{22}{7}$ sonining 3,14 soni bilan.

g.
7. 0,33 o'nli kasr $\frac{1}{3}$ sonining absolyut xatoligi 0,01 dan kichik taqribiy qiymati bo'lishi to'g'rimi?

2-§. XATOLIKNI BAHOLASH

b, g
n
Ko'p hollarda miqdorlarning aniq qiymati A noma'lum bo'ladi. Shuning uchun taqribiy son a ning absolyut xatoligini $\Delta = |A - a| = |\Delta_a|$ formula yordamida aniqlab bo'lmaydi. Agar ortig'i bilan va kami bilan yaqinlashishlar ma'lum bo'lsa, absolyut xatolikni baholash mumkin bo'ladi.

1-masala. Bemorning arterial qon bosimini o'lchashdi. Uning o'ng qo'lida 130 ga 90, chap qo'lida esa 110 ga 70 chiqdi. Agar me'yordagi qon bosimi taqriban 120 ga 80 deb olinsa, yaqinlashishning absolyut xatoligini toping.

□ Qon bosimining pastki chegarasini baholaylik. Uni p deb belgilasak, u $70 \leq p \leq 90$ qo'sh tengsizlikni qanoatlantiradi. Bosimning aniq qiymati bilan taqribiy qiymati orasidagi ayirmani, ya'ni $p - 80$ ayirmani baholaymiz. Buning uchun qo'sh tengsizlikning har bir qismidan 80 ni ayiramiz: $70 - 80 \leq p - 80 \leq 90 - 80$, $-10 \leq p - 80 \leq 10$, ya'ni $|p - 80| \leq 10$ ni hosil qilamiz. Demak, absolyut xatolik 10 dan ortiq emas. Agar bosimning yuqori chegarasini q desak, $110 \leq q \leq 130$. Qo'sh tengsizlikning har bir qismidan 120 ni ayirsak, $-10 \leq q - 120 \leq 10$ bo'ladi, ya'ni $|q - 120| \leq 10$. Demak, bu holda ham absolyut xatolik 10 dan katta emas.

Bu natijalarga asoslanib, bemorning arterial qon bosimi 10 gacha bo'lgan aniqlikda o'lchangan deyiladi va bunday yoziladi: $p = 80 \pm 10$, $q = 120 \pm 10$. ■

Taqribiy son a ning absolyut xatoligini yuqoridan chegaralaydigan baholashni ko'rdik. Yuqori chegarani Δ_a desak, $\Delta = |A - a| \leq \Delta_a$ tengsizlikni yozish mumkin. Bundan aniq A son ushbu $a - \Delta_a \leq A \leq a + \Delta_a$ oraliqda joylashgan bo'lishi kelib chiqadi. Yuqorida ko'rilgan masalada $A = 80$, $a = 70$, $\Delta_a = 10$; $A = 120$; $a = 90$, $\Delta_a = 10$.

Demak, $a - \Delta_a$ son A songa kami bilan yaqinlashishini, $a + \Delta_a$ esa A songa ortig'i bilan yaqinlashishini anglatadi. Bu hol qisqacha $A = a \pm \Delta_a$ kabi yoziladi.

2-masala. 0,48 soni $\frac{17}{35}$ kasrning 0,006 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati ekanini isbotlang.

○ Bunda $\left| \frac{17}{35} - 0,48 \right| \leq 0,006$ ekanini isbot qilish kerak. Ayirmani hisob-

laymiz: $\frac{17}{35} - 0,48 = \frac{20}{35} - \frac{7}{100} = \frac{340 - 336}{700} = \frac{4}{700} = \frac{1}{175} = 0,00571 \approx 0,006$.

Demak, $\left| \frac{17}{35} - 0,48 \right| \leq 0,006 \approx 0,01$. ●



8. 1. Miqdorlarning aniq qiymatlari noma'lum bo'lsa, qanday shartlarda absolyut xatolikni baholash mumkin? Misollarda izohlang.

2. Xatolikni baholash deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

3. O'lchash aniqligi nima bo'yicha hisoblanadi? Misollarda tushuntiring.

9. Quyidagi yozuv nimani anglatadi?

1) $x = 4,2 \pm 0,1$; 2) $x = -8\frac{3}{4} \pm \frac{1}{10}$; 3) $x = -15 \pm 1$; 4) $x = \frac{5}{8} \pm \frac{1}{10}$.

10. Qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) $x = 19 \pm 0,5$; 2) $x = 160 \pm 0,2$;

3) $x = a \pm h$; 4) $x = k \pm 1$;

5) $x = 385 \pm 0,05$; 6) $x = -7,5 \pm 0,1$.

11. x sonning kami bilan va ortig'i bilan olingan taqribiy qiymatlarini toping:

1) $x = 4 \pm 0,1$; 2) $x = 22,7 \pm 0,1$; 3) $x = -0,6 \pm 0,12$; 4) $x = -5,9 \pm 0,2$.

12. x sonning kami bilan va ortig'i bilan yaqinlashishlarning o'rta arifmetigiga teng taqribiy qiymatini ko'rsating:

1) $20 \leq x \leq 22$; 2) $5 \leq x \leq 6$;

3) $4,5 \leq x \leq 4,8$; 4) $3,7 \leq x \leq 4,1$;

5) $2,81 \leq x \leq 2,83$; 6) $0,55 \leq x \leq 0,6$.

13. Isbotlang:

1) 2,7 soni 2,7356 sonining 0,5 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;

2) 0,27 soni $\frac{11}{40}$ sonining 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;

14. $(1+a)^2 \approx 1+2a$ taqribiy formuladan foydalanib hisoblang va xatolikni baholang:

1) $(1,01)^2$; 2) $(1,001)^2$; 3) $(1,99)^2$; 4) $(1,999)^2$.

15. $\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + \frac{b}{2\sqrt{a}}$ taqribiy hisoblash formulasi o'rinli, bunda $b < a$ va yaqinlashish xatoligi $\frac{b^2}{8(\sqrt{a})^3}$ dan oshmaydi. Bu formuladan foydalanib, hisoblang.

1) $\sqrt{26}$; 2) $\sqrt{50}$; 3) $\sqrt{63}$; 4) $\sqrt{101}$; 5) $\sqrt{82}$; 6) $\sqrt{120}$.

16. $x = 10,8 \pm 0,5$ bo'lsa, x son quyidagiga teng bo'lishi mumkinmi?

1) 11,3; 2) 10,3; 3) 10,9; 4) 10,1; 5) 12; 6) 11.

17. Yerning orbita bo'ylab harakatlanish tezligi o'rta hisobda 29,77 km/sek bo'lib, uning uchun $(29,77 \pm 0,5)$ km/sek munosabat o'rinli. Yerning orbita bo'ylab tezligining kami bilan va ortig'i bilan olingan taqribiy qiymatlarini toping.

18. Rasadxonadagi o'lchash natijalariga ko'ra: 1) Merkuriy sayyorasining radiusi (2440 ± 2) km ga; 2) Venera sayyorasining radiusi (6050 ± 5) km ga; 3) Saturn sayyorasi ekvatorining uzunligi (377307 ± 2) km ga teng. O'lchash natijalarini qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing.

19. Texnik nazorat bo'limida silindr diametri 0,1 mm gacha aniqlikda o'lchanadi. Ko'rsatma bo'yicha silindr diametri $167,8 \leq d \leq 168,2$ oraliqda bo'lsa, u yaroqli hisoblanadi. Agar o'lchash natijasida silindr diametri 168,1 mm ga teng bo'lsa, texnik nazorat bo'limi uni yaroqsiz deb topadimi?

MASALALAR YECHISH

20. To'rtburchak ichki burchaklari transportir yordamida o'lchanib, natijalar qo'shilganida: a) 355° ; b) 364° hosil bo'ldi. Bunday yaqinlashishlarning xatoligi va absolyut xatoligini toping.

21. Beshburchak ichki burchaklarini transportir yordamida o'lchab, natijalar qo'shilganida a) 542° ; b) 537° hosil bo'ldi. Bunday yaqinlashishlarning absolyut xatoligini toping.

25. Quyidagi sonlarning yaqinlashish va absolyut xatoligini toping:

1) 0,1967 sonining 0,197 soni bilan; 2) $-5,346$ sonining $-5,35$ soni bilan.

26. a son A sonning taqribiy qiymati bo'lsin. Agar 1) $A = 3,456$, $a = 3,4$;

2) $A = 7,67$, $a = 7,7$; 3) $A = 24,8$, $a = 25$; 4) $A = 80,06$, $a = 80$ bo'lsa, yaqinlashish xatoligi va absolyut xatoligini toping.

27. To'g'ri to'rtburchakning bo'yi 8 sm, eni 6 sm. Uning diagonalini chizg'ich yordamida o'lchash natijalari: a) 9,8 sm; b) 9,9 sm; c) 10,1 sm; d) 10,2 sm bo'lsa, yaqinlashish xatoligi va absolyut xatolikni toping.

28. Quyidagi yozuv nimani anglatadi?

1) $A = 3,4 \pm 0,1$; 2) $A = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{10}$; 3) $A = -34 \pm 1$; 4) $A = \frac{13}{17} \pm \frac{1}{10}$.

29. Qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) $A = 23 \pm 0,5$; 2) $A = 934 \pm 4$; 3) $A = 5,47 \pm 0,05$; 4) $A = -6,7 \pm 0,1$.

30. A ning kami bilan va ortig'i bilan olingan taqribiy qiymatlarini toping:

1) $A = 23 \pm 0,5$; 2) $A = 53,7 \pm 0,1$; 3) $A = 90 \pm 1$; 4) $A = \frac{13}{17} \pm \frac{1}{10}$.

31. Isbotlang:

1) 2,8 soni 2,8246 sonining 0,5 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;

2) 0,29 soni $\frac{12}{41}$ kasrning 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati.

32. $A = 23,7 \pm 0,5$ bo'lsa, A son quyidagiga teng bo'lishi mumkinmi?

1) 24,2; 2) 23,2; 3) 23,7; 4) 24,1.

33. "Sog'lom bola yili"da "Obod" mahallasi futbolga ishqiboz bolalarga atab $600 \text{ m}^2 = 20 \cdot 30 \text{ m}^2$ o'lchamli yer maydoni ajratdi. O'lchash natijasi $30,5 \cdot 19,5 = 594,75 \text{ (m}^2\text{)}$ bo'ldi. Ikkinchi marta o'lchash amalga oshirildi, natija $29,5 \cdot 20,5 = 604,75 \text{ (m}^2\text{)}$ bo'lib chiqdi. Qaysi o'lchash aniqroq? Absolyut xatoliklar taqqoslansin.

34. Kubning qirrasini o'lchab, uning hajmi 128 sm^3 ekanini aniqlashdi. Agar kubning qirradi 5 sm bo'lsa, bu yaqinlashishning absolyut xatoligi qanday?

35. To'g'ri to'rtburchakning eni va bo'yini o'lchab, uning yuzi 152 sm^2 ga teng deyishdi. Agar to'g'ri to'rtburchakning yuzi 150 sm^2 ekani ma'lum bo'lsa, yaqinlashish xatoligi va absolyut xatolikni toping.

3-§. SONLARNI YAXLITLASH

Sonlarni yaxlitlash qoidalari haqida dastlabki ma'lumotlar 5-sinf "Matematika" darsligida keltirilgan. Endi sonlarni yaxlitlash haqida to'laroq ma'lumot beramiz.

Odatda, sonni u yoki bu aniqlikda yaxlitlash deganda butun sonlarni va o'ng kasrlarni yaxlitlash tushuniladi.

Biror a son berilgan bo'lsin. Shu sonni biror aniqlikda yaxlitlash deganda a_1 sonni unga qaraganda kamroq raqamli a_1 son bilan almashtirish kerakligi tushuniladi. Bunda yaxlitlash xatoligi $|a_1 - a|$ eng kam bo'ladigan hol nazarda tutiladi. Shu maqsadga olib keladigan yaxlitlash qoidalari bor.

Masala. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi bolalar maydonchasining yuzi $211,2 \text{ m}^2$, uning bo'yi 20 m ga teng. Maydonchani enini toping.

$$\square \text{ Maydonchani eni } \frac{211,2}{20} = 10,56 \text{ (m).}$$

Javob: maydonchani eni $10,56 \text{ m}$. ■

Amalda bu natijani $0,1$ gacha aniqlikda aytish kerak bo'lsa, tushirib qoldiriladigan raqam 6 soni 5 dan katta bo'lgani uchun oxirgi qoldiriladigan 5 raqamiga 1 qo'shiladi, ya'ni yaxlitlash ortig'i bilan bajarilgan bo'ladi $10,56 \rightarrow 10,6$.

Shunday qilib, tushirib qoldiriladigan raqam 5 dan katta bo'lsa, undan chapdagi raqamga 1 qo'shiladi; undan o'ngdagi raqamlar esa "tashlab" yuboriladi agar tushirib qoldiriladigan raqam 5 dan kichik bo'lsa, undan chapdagi raqam o'zgar olmaydi.

Agar tushirib qoldiriladigan raqam 5 ga teng bo'lsa, undan chapdagi raqamga 1 qo'shiladi. Endi sonlarni yaxlitlash qoidalarini bayon qilamiz:

1-qoida. Agar birinchi tushirib qoldiriladigan (o'chiriladigan) raqam 5 dan kichik bo'lsa, undan chapda turgan raqamlar saqlanadi, ya'ni son kami bilan yaxlitlanadi.

2-qoida. Agar tashlab yuboriladigan raqam 5 ga teng yoki 5 dan katta bo'lsa, undan chapda turgan saqlanadigan xonadagi raqamga 1 qo'shiladi, ya'ni son ortig'i bilan yaxlitlanadi. Chapdagi boshqa raqamlar o'zgarishsiz qoldiriladi.



36. 1. Sonlarni yaxlitlash deganda nimani tushunasiz? Misollar keltiring.

2. a son x sonning taqribiy qiymati ekani qanday yoziladi?

3. Ortig'i bilan yaxlitlash nima? Kami bilan yaxlitlash-chi? Misollarni tushuntiring.

4. Musbat sonlarni yaxlitlash qoidalarini ayting. Har bir qoidaga 1–2 tadan misol keltiring.

5. Yaxlitlash qoidalariga rioya qilinganida yaqinlashishning absolyut qiymati eng kam bo'lishini misollarda tushuntiring.

37. Sonlarni 0,001; 0,01 va 0,1 gacha aniqlikda yaxlitlang:

1) 2385,05483; 2) 2013,00854; 3) 1441,5227.

38. 285,75 va 367,45 sonlarini kami va ortig'i bilan yaxlitlang. Har bir yaxlitlashning absolyut xatoligini toping.

39. Yuk poyezdi 10,85 m/sek tezlik bilan harakat qilmoqda. Uning shu tezligini km/soatlarda ifodalang. Natijani 1 km/soatgacha aniqlik bilan yaxlitlang.

40.* Ifodani soddalashtiring va uning son qiymatini 0,001 gacha aniqlik bilan toping:

$$\frac{a+b}{a+2b} : \left(\frac{a}{a-2b} + \frac{b^2}{a^2-4b^2} \right), \text{ bunda } a = 3,78 \cdot 10^4; b = 4,23 \cdot 10^4.$$

4-§. NISBIY XATOLIK

Yaqinlashishning sifatini baholash uchun *nisbiy xatolik* tushunchasi kiritiladi.

Nisbiy xatolik deb, miqdorning absolyut xatoligining uning taqribiy qiymati moduliga nisbatiga aytiladi.

Aniq son A ning taqribiy qiymati a bo'lsa, u holda absolyut xatolik $|A - a|$ ga

teng, nisbiy xatolik esa $\frac{|A-a|}{|a|}$ ga teng bo'ladi.

Ko'pincha, aniq son A noma'lum bo'lgani uchun uni x deb ham belgilashadi.

Shu holda absolyut nisbiy xatolik uchun formula $\frac{|x-a|}{|a|}$ ko'rinishida bo'ladi. Nisbiy

xatolik, odatda, foizlarda ifodalanadi. Shuning uchun nisbiy $\frac{|x-a|}{|a|} \cdot 100\%$ ifoda xatolik necha ekanini anglatadi.

Masala. A shahardan B shahargacha bo'lgan masofa (450 ± 1) km ga teng. To'rt xonali uyning foydali yashash maydoni $(56 \pm 0,3)$ m² ga teng. Shaharlar orasidagi masofa aniqroq hisoblanganmi, foydali yashash maydoni aniqroq o'lchanganmi?

□ Birinchi holda absolyut xatolik 1 km dan ortiq emas, ikkinchi holda esa 0.3 m^2 dan ortiq emas. Birinchi holda xatolik o'lchanayotgan masofaning $0,2\%$ ini tashkil qiladi. Ikkinchi holda xatolik o'lchanayotgan maydonning $0,56\%$ ini tashkil qiladi. Natijalarni taqqoslasak, shaharlar orasidagi masofa aniqroq o'lchanganligi kelib chiqadi. ■



41. 1. Nima uchun nisbiy xatolik tushunchasi kiritildi?

Absolyut xatolikning o'zi yetarli emasmi? Nisbiy xatolik kiritilishi zarurligini taqozo etuvchi misollar keltiring.

2. Nisbiy xatolik deb nimaga aytiladi? U nimalarda ifodalanadi?

42. Sonni o'ndan birgacha aniqlik bilan yaxlitlang va nisbiy xatoliklarni toping:

1) 3,35; 2) 12,58; 3) 34,362; 4) 0,783.

43. Berilgan son m ning n son bilan yaqinlashishining nisbiy xatoligini toping:

1) $m = 3\frac{1}{7}$; $n = 3,142$; 2) $m = \frac{5}{6}$; $n = 0,8333$.

44. Vakuumba yorug'lik tezligini o'lchash $299\,796 \text{ km/sek}$ natijani berdi, bunda o'lchash aniqligi 4 km/sek bo'ldi. Nisbiy xatolikni toping.

45. 1) Toshkentdan Gulistongacha bo'lgan masofa (120 ± 1) km ga teng.

2) Munisaning bo'yi ($165 \pm 0,5$) sm ga teng.

Har bir o'lchashning nisbiy xatoligini hisoblang. Qaysi o'lchash aniqroq bajarilgan?

46. A sonning taqribiy qiymati b ga teng. Yaqinlashishning nisbiy xatoligi $0,1\%$.

Agar 1) $b = 4,283$; 2) $b = 2,4834$; 3) $b = 0,398$; 4) $b = 1,5672$;
5) $b = 0,435$; 6) $b = 5,345$ bo'lsa, absolyut xatolikni toping.

47. A sonning taqribiy qiymati a ga teng. Yaqinlashishning nisbiy xatoligi $0,1\%$.

Agar 1) $a = 5,374$; 2) $a = 3,3843$; 3) $a = 0,487$; 4) $a = 2,5762$;
5) $a = 0,345$; 6) $a = 7,435$ bo'lsa, absolyut xatolikni toping.

5-§. SONNING STANDART SHAKLI

Sonning standart shakli — bu uning $a \cdot 10^n$ ko'rinishdagi yozuvidir, bunda $1 \leq a < 10$, n — butun son; a — shu sonning *mantissasi*, n uning *tartibi* deyiladi.

Masalan: yorug'lik tezligi ifodasida mantissa 3 ga, uning tartibi 8 ga teng; suv molekulasi diametri ifodasida mantissa 3 ga, uning tartibi 8 ga teng.

Ixtiyoriy musbat yoki manfiy sonni uning standart shaklida yozish mumkin.
Masalan: $5 = 5 \cdot 10^0$; $106 = 1,06 \cdot 10^2$; $0,312 = 3,12 \cdot 10^{-1}$; $0,00074 = 7,4 \cdot 10^{-5}$;
 $-67 = -6,7 \cdot 10^2$; $-4753 = -4,753 \cdot 10^3$.

Sonning tartibi katta sonlarni yoki kichik sonlarni o'zaro taqqoslashda ham ishlatiladi. Masalan, Yerdan Oygacha bo'lgan masofa $3,8 \cdot 10^5$ km, Yerdan unga eng yaqin bo'lgan Alfa Sentavr yulduzigacha bo'lgan masofa esa $4 \cdot 10^{13}$ km. Ko'rinib turibdiki, birinchi sonning tartibi 5, ikkinchi sonning tartibi 13. Bundan ikkinchi sonning tartibi birinchisidan 8 tartibga ortiqligi kelib chiqadi.

Toshkent teleminorasining massasi $6 \cdot 10^6$ kg, Eyfel minorasining massasi esa $6,4 \cdot 10^6$ kg. Demak, bu minoralar tartib jihatdan bir-biriga teng.

Masalan:

1) $0,73 = 7,3 \cdot \frac{1}{10} = 7,3 \cdot 10^{-1}$; bunda 7,3 soni 0,73 sonining mantissasi,

-1 - uning tartibi;

2) $-0,0345 = -3,45 \cdot 10^{-2}$; bunda 3,45 - sonning mantissasi,

-2 - uning tartibi.



48. 1. Sonning standart shakli nima? U nima uchun zarur? Misollarda tushuntiring.

2. Sonning mantissasi nima? Tartibi-chi?

3. Mantissa va tartib qanday ishoraga ega bo'lishi mumkin? Misollar keltiring.

4. Mantissa qaysi oralqida bo'ladi?

5. Har qanday sonning mantissasi va tartibi bo'ladimi?

Sonni: 1) standart shaklda yozing; 2) uning mantissasi va tartibini yozing; 3) mantissasi va tartibining ishorasini ayting (**49-51**):

- 49.** 1) 34,702; 2) 530,24; 3) 5,2003; 4) 2603,1;
5) 0,37252; 6) 0,0782235; 7) 2882154; 8) 29344657.

50. Bo'linmani 0,001 gacha aniqlikda hisoblang:

- 1) $39 : 286$; 2) $87 : 124$; 3) $1,7 : 58,3$; 4) $1,9 : 38,7$.

51. $a = 12,381$ va $b = 1,172$ sonlari yig'indisini toping. Yig'indini standart shaklda yozing.

MASALALAR YECHISH

52. Sonlarni kami bilan va ortig'i bilan yaxlitlang:

- 1) 18,56; 2) 10,34; 3) 46,26; 4) 75,35.

53. Sonlarni 0,1 gacha aniqlikda yaxlitlang:

- 1) 35,4500; 2) 92,3500; 3) 26,250203.

54. 567,75 va 456,45 sonlarini kami va ortig'i bilan yaxlitlang. Har bir yaxlitlashning absolyut xatoligini toping.

55. Sonni 0,1; 0,01 gacha aniqlikda o'nli kasr ko'rinishida tasvirlang:

- 1) $\frac{13}{6}$; 2) $\frac{23}{29}$; 3) $\frac{8}{17}$; 4) $\frac{31}{43}$; 5) $\frac{29}{53}$; 6) $\frac{53}{67}$.

56. Yuk poyezdi 6,75 m/sek tezlik bilan harakat qilmoqda. Uning shu tezligini km/soatlarda ifodalang. Natijani 1 km/soatgacha aniqlik bilan yaxlitlang.

57. A sonning taqribiy qiymati a ga teng. Yaqinlashishning nisbiy xatoligi 0,2 %. Agar 1) $a = 2,384$; 2) $a = 3,2843$; 3) $a = 0,457$; 4) $a = 1,748$ bo'lsa, absolyut xatolikni toping.

58. Ikki o'quvchi uzunliklarni o'lchashga doir amaliy ishlarni bajarishda biri (217 ± 4) mm va ikkinchisi (300 ± 1) sm natijani oldi. O'quvchilardan qaysi biri ishni sifatli bajargan?

59. Qaysi o'lchash aniqroq:

- 1) $a = (920 \pm 1)$ m mi yoki $b = (2,13 \pm 0,01)$ mi;
2) $p = (12,4 \pm 0,1)$ sm mi yoki $q = (1,54 \pm 0,01)$ mi?

60. Qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing:

- 1) $A = 42 \pm 0,2$; 2) $A = 36 \pm 1$; 3) $A = a \pm 4$; 4) $A = a \pm 0,1$.

* Rivojlantiruvchi mashqlar

1. 1) Beshburchak ichki burchaklarini transportir yordamida o'lchab, natijalar qo'shilganida: a) 544° ; b) 539° hosil bo'ldi. Bunday yaqinlashishning absolyut xatoligi qanday?

2) Oltiburchak ichki burchaklarini transportir yordamida o'lchab, natijalar qo'shilganida: a) 716° ; b) 725° hosil bo'ldi. Bu yaqinlashishning absolyut xatoligini toping. (n – burchak ichki burchaklarining yig'indisi $180^\circ \cdot (n - 2)$ ekanini eslatib o'tamiz).

2. 1) $\frac{4}{7}$ sonining 0,5714 o'nli kasrga; 2) $\frac{5}{12}$ sonining 0,4167 o'nli kasrga

yaqinlashish xatoligini toping.

3. Quyidagilarni isbotlang:

1) 8,4 soni 8,4231 sonining 0,03 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;

2) 0,82 soni $\frac{33}{40}$ kasrning 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;

4. Aylana uzunligining uning diametriga nisbati $\pi = 3,14159265358\dots$ ekanini bilasiz. π sonini: a) yuzdan birgacha; b) mingdan birgacha yaxlitlang.

5. Agar o'tkazgichning qarshiligi $HR \approx 34 \Omega$ bo'lsa va undan $I = 17 A$ kuchga ega bo'lgan tok o'tsa, $Q = I^2 R t$ formula bo'yicha 15 s da ajralib chiqqan issiqlik miqdori Q ni hisoblang.

6. $y = 2,1 + \frac{1}{x}$ funksiya berilgan. $x = 0,475; 1,551; 3,483; 10,48$ bo'lganida,

funksiyaning mos qiymatini 0,01 gacha aniqlik bilan toping.

7. Sonni 0,1 gacha yaxlitlang hamda yaxlitlashning absolyut va nisbiy xatoliklarini toping:

- 1) 2,837; 2) 8,456; 3) 0,571; 4) 0,329.

8. Qadimgi qo'lyozmada: "Uzunligi $r = 5$ va $R = 10$ radiusli aylanalar uzunliklarining o'rta arifmetigiga teng doira yuzi bu radiusli doiralarning yuzlarining o'rta arifmetigiga teng", — deyilgan ekan. Bunday absolyut va nisbiy xatolikni toping.



VI bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Sonning aniq qiymati 3,865; taqribiy qiymati 3,86 bo'lsa, yaqinlashish xatoligini toping:

- A) 0,005; B) 0,027; C) 0,827; D) 0,807.

2. Qo'sh tengsizlik ko'rinishida yozing: $a = -1,6 \pm 0,3$.

- A) $-1,9 \leq a \leq -1,3$; B) $-1,8 \leq a \leq -1,4$;
C) $-1,7 \leq a \leq -1,5$; D) $-1,5 \leq a \leq -1,3$.

3. $\frac{7}{13}$ ni 0,01 gacha aniqlikda o'nli kasr ko'rinishida yozing:

- A) 0,54; B) 0,53; C) 0,55; D) 0,52.

4. Xonaning bo'yi ($5 \pm 0,02$) m ga, eni ($3,5 \pm 0,02$) m ga teng. Xonaning bo'yi va enining uzunligini o'lchashdagi nisbiy xatolikni aniqlang:

A) 0,4 % va 0,6 %; B) 0,4 % va 0,5 %; C) 0,3 % va 0,4 %; D) 0,5 % va 0,4 %.

5. Ikki shahar orasidagi masofa (450 ± 6) km ga teng. O'lchashning nisbiy xatoligini aniqlang:

A) 1,3 %; B) 1,2 %; C) 1,4 %; D) 1 %.

6. Sonni standart shaklida yozing: 0,000 00046.

A) $4,6 \cdot 10^{-7}$; B) $0,046 \cdot 10^3$; C) $0,78 \cdot 10^{-7}$; D) $46 \cdot 10^{-8}$.

7. Sardorbekning bo'yi 170 sm, o'lchash natijasi 172 sm. Yaqinlashishning absolut xatoligini toping.

A) 2 sm; B) 2,5 sm; C) 1,98 sm; D) 2,3 sm.

8-SINF "ALGEBRA" KURSINI TAKRORLASH

1. Quyidagi nuqtalarga Ox o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping:

A (3; 2); B (3; -4); C (-4; 2); D (-3; -4).

2. Quyidagi nuqtalarga Oy o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping:

A (3; 4); B (-3; 2); C (4; -2); D (-5; -3).

3. Quyidagi nuqtalarga koordinata boshi $O(0;0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini toping.

A (3; 3); B (-2; -5); C (3; -4); D (-3; -2).

4. $ABCD$ to'g'ri to'rtburchak uchta uchining koordinatalari berilgan:

A (4; 3), B (-2; 3), C (-2; -1).

1) D uchining;

2) diagonallari kesishgan nuqtaning koordinatalarini toping.

5. Markazi koordinata boshida bo'lib, radiusi 2 ga teng bo'lgan aylanaga kvadrat ichki chizilgan. Uning bir uchining koordinatalari (2; 0). Qolgan uchlarining koordinatalarini toping.

6. Funksiya $f(x) = 5x - 3$ formula bilan berilgan:

1) $f(0)$; 2) $f\left(\frac{1}{5}\right)$; 3) $f(-1)$; 4) $f(1)$; 5) $f(2)$; 6) $f\left(-\frac{1}{10}\right)$ ni toping;

2) x ning qanday qiymatida: $f(x) = 0$; $f(x) = -1$; $f(x) = -2$; $f(x) = 2$ bo'ladi?

7. Chiziqli funksiya grafigini yasang:

1) $y = x + 2$; 2) $y = 2x - 3$; 3) $y = -3x + 2$; 4) $y = 4x$;
5) $x = 4$; 6) $y = -2x$; 7) $y = 3$; 8) $x = 0$.

8. $y = kx + b$ chiziqli funksiya grafigining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping, bunda: 1) $k > 0$; $b > 0$; 2) $k > 0$; $b < 0$; 3) $k < 0$; $b > 0$; 4) $k < 0$; $b < 0$ bo'lgan hollar ko'rilsin.

9. Tanlash yo'li bilan tenglamalar sistemasining yechimlarini toping:

1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ x \cdot y = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 13, \\ x \cdot y = 40; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = -2, \\ x \cdot y = -15. \end{cases}$

10. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} \frac{10}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 5, \\ \frac{17}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1,4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 2,5, \\ \frac{7}{x} - \frac{2}{y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$

11. Tenglamalar sistemasini qo'shish usuli bilan yeching:

1) $\begin{cases} 7x - 6y = 3, \\ 17x + 6y = 21; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 11y = 8, \\ 3x - 7y = -10; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x - by = 7, \\ 7x + by = 5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ax + 2y = 2, \\ ax - 4y = -10. \end{cases}$

12. Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching:

1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x - 2y = 6. \end{cases}$

13. Parametr a ning tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega bo'ladigan barcha qiymatlarini toping:

1) $\begin{cases} 8x + 5y = 1, \\ 3x - ay = 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 9x - 6y = 51, \\ ax - 6y = 46. \end{cases}$

14. 126 sonini shunday 3 bo'lakka ajratingki, birinchi bo'lakni ikkinchisiga yoki ikkinchisini uchinchisiga bo'lganda bo'linma 1, qoldiqda 18 qolsin.

15. Ikki xil metall bir quymada 1 : 2 nisbatda, ikkinchisida esa 2 : 3 nisbatda qatnashadi. Yangi quymada bu metallar 17 : 27 nisbatda bo'lishi uchun har qaysi quymadan qanchadan ulush (bo'lak) olish kerak?

16. Kater (motorli qayiq) birinchi marta oqim bo'yicha 60 km, oqimga qarshi 30 km yurish uchun 7 soat sarf qildi. Ikkinchi marta oqim bo'yicha 30 km va oqimga qarshi 20 km yurish uchun 4 soat sarfladi. Katerning turg'un suvdagi tezligi va oqimning tezligini toping.

17. $(x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0$ tenglamaning katta va kichik ildizlari: a) yig'indisini; b) ayirmasini; c) ko'paytmasini; d) nisbatini toping.

18. Tengsizliklarni qo'shing:

1) $2,8 + 1,7 < 5,6 - 0,4$ va $4,5 - 2,3 < 1,8 + 3,2$;

2) $ax^2 + by > 3 - 2b$ va $cy - x^2 > 4 - b$.

19. Tengsizlikni yeching va uning eng katta butun yechimini toping:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+8}{3} > \frac{x+5}{2} + \frac{x-14}{6}.$$

20. Tengsizlikning yechimi yo'qligini ko'rsating:

$$\frac{x+4}{5} - \frac{x-1}{2} > \frac{7}{10}x + \frac{9}{5}.$$

21. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$1) \begin{cases} \frac{x+4}{2} \leq \frac{x+8}{3}, \\ \frac{x+1}{3} > \frac{x-1}{4}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x-3}{4} < \frac{x}{5}, \\ \frac{x+4}{3} \geq \frac{x}{4}; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x-5 > x-3, \\ 2x+4 < 3x+5, \\ 7-2x > x-2. \end{cases}$$

22. Tengsizliklarni yeching:

1) $|3x-5| < 1$; 2) $|5-2x| \leq 3$; 3) $|4x-3| \geq 1$; 4) $|2-3x| > 2$.

23. Tenglamani yeching:

1) $|x-2| = |x-3|$; 2) $|x-4| = |x-5|$; 3) $|x+2| = |x+6|$; 4) $|x| - 2x = 3$.

24. Hisoblang:

1) $\sqrt{74^2 - 70^2}$; 2) $\sqrt{89^2 - 80^2}$; 3) $\sqrt{2 + \sqrt{49}}$; 4) $\sqrt{1 + \sqrt{64}}$.

25. Hisoblang:

1) $5\sqrt[3]{61 + \sqrt{25 + \sqrt[3]{8}}}$; 2) $\sqrt[3]{62 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{27}}}$.

26. Qaysi son katta? Tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) $4\sqrt{2}$ va $\sqrt{33}$; 2) $3\sqrt{3}$ va $\sqrt{28}$; 3) $5\sqrt{5}$ va $\sqrt{124}$; 4) $2\sqrt{21}$ va $\sqrt{83}$.

27. Tenglamani yeching:

1) $\sqrt{(x-4)^2} = x-1$; 2) $\sqrt{(x-4)^2} = 2-x$.

28. Ifodani soddalashtiring:

1) $\frac{1}{5}\sqrt{25a^3} + \frac{1}{6}\sqrt{36a^3} - 2\sqrt{a^3} + 8a\sqrt{a^3}$; 2) $\sqrt{(2a+6)^2}$, bunda $a < -3$.

29. Ildiz ostidagi ifodani to'la kvadrat shakliga keltirib hisoblang:

1) $\sqrt{7+\sqrt{24}}$; 2) $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{28-10\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{8+2\sqrt{7}}$.

30. Maxrajdagi irratsionallikni yo'qoting:

1) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; 2) $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{5}}{\sqrt{12}+\sqrt{5}}$; 3) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}}$; 4) $\frac{\sqrt{4+\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}}$.

31. $\sqrt{\sqrt{56}+2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{56}-2\sqrt{5}}$ ni hisoblang.

32. Ildizlari tenglamaning ildizlariga teskari bo'lgan tenglama tuzing:

1) $x^2 - 14x + 48 = 0$; 2) $x^2 - 15x + 56 = 0$;
3) $x^2 - 11x + 28 = 0$; 4) $x^2 - 17x + 56 = 0$.

33. Ildizlari tenglamaning ildizlariga qarama-qarshi bo'lgan tenglama tuzing:

1) $4x^2 + x - 5 = 0$; 2) $3x^2 + x - 4 = 0$;
3) $5x^2 + 2x - 7 = 0$; 4) $7x^2 + x - 8 = 0$.

34. Parametr k ning tenglama ildizlari uchun berilgan munosabat o'rinli bo'ladigan qiymatini toping:

1) $3x^2 + 5x + 3k = 0$, $6x_1 + 8x_2 = -14$, $k = ?$
2) $4x^2 - 7x + 4k = 0$, $16x_1 + 3x_2 = 2$, $k = ?$

35. Kvadrat tenglamani al-Xorazmiy usuli bilan yeching:

1) $x^2 + 4x = 32$; 2) $x^2 + x = 20$; 3) $x^2 + x = 30$; 4) $x^2 + 2x = 35$.

36. Tenglamani kvadrat tenglamaga keltirib yeching:

1) $x + 4\sqrt{x} - 32 = 0$; 2) $x + \sqrt{x} - 20 = 0$; 3) $x + \sqrt{x} - 30 = 0$.

JAVOBLAR

I bob. 17. 2) O'tmas burchakli uchburchak. 1,5 kv. birlik. **49.** $D(-8; -2)$; $p = 28$, $s = 45$ kv. birlik. **68.** $y = kx$. **69.** 1) $s = 14$ t. **91.** 1) $a = 1$; 2) $a = -\frac{7}{2}$. **92.** 2) $a = \frac{3}{7}$. **93.** 2) $a = -3$. **103.** 2) $t = \frac{100-b}{k}$ minutdan so'ng. **Rivojlantiruvchi mashqlar. 16.** $2ab$ kv. birlik.

II bob. 8. $a = -\frac{5}{16}$; $b = -5$. **19.** 2) $x = 8$; $y = -7$; $x = y = 0$. **26.** 2) $x = 1$; $y = 2$. **30.** 2) $x = -5$; $y = 4,5$. **50.** 2) 0,4. **54.** 2) 2. **60.** 72. **63.** 25 metrli relslar 2400 ta; 12,5 metrli relslar 3200 ta. **66.** 1-idishda 16 litr, 2- va 3-idishlarda esa 10 litrdan suv bo'lgan. **68.** 1-qiymadan 1 kg, 2-qiymadan 7 kg olish kerak. **69.** 12 m/sek; 8 m/sek. **71.** 507000 so'm. **72.** 12,5 km/s; 2,5 km/s. **74.** 65° va 80° . **75.** 12 km/s; 30 km/s. **76.** 3 km; 4 km; 4,5 km. **Rivojlantiruvchi mashqlar. 1.** 24 ishchi; 14 kun. **3.** 1-sidan 9 ulush, 2-sidan 35 ulush olish kerak. **4.** 1-qiymadan $(a + b)(dk - cn)$ ulush, 2-qiymadan $(c + d)(an - bk)$ ulush olish kerak. **5.** 20 m/min, 15 m/min; 280 metr. **8.** 100; 41; 12; 7. **9.** 910; 300; 140; 32; 24. **10.** 12 litr, 8 litr, 7 litr. **11.** 1800 so'm, 1500 so'm, 1200 so'm. **12.** 2,4 mln so'm; 3,6 mln so'm. **13.** 51300 so'm; 34200 so'm. **14.** 50 %. **18.** 15 ta xo'roz, 1 ta tovuq va 84 ta jo'ja. **27.** 1. **28.** $S_n = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$. **30.** $(-3; 4)$, $(-5; -4)$, $(0; 2)$. **31.** 1) $(7; 5)$; 2) $(3; 2)$.

III bob. 12. 2) $x = 1$; 4) $x = 0$; $x = \pm 2$. **18.** 4) $\pi > 3,14$. **34.** 1) 6. 2) 20. **35.** 11. **36.** 18. **45.** 24 ta. **59.** 4) $n = -1$. **60.** 4) $n = 4$. **61.** 4) $x = -2$. **72.** Borishga ko'p vaqt sarflagan. **81.** 1200 tadan ko'p. **82.** 250 metrdan kam emas. **85.** 1) $x < -2\frac{8}{31}$; $x = -3$; 2) $x < 2\frac{5}{17}$; $x = 2$. **86.** 1) $x > \frac{5}{3}$; $x = 2$; 2) $x > -4$; $x = -3$. **90.** Kvadratning yuzi katta. **94.** A firmadan 32 donadan ko'p emas; B firmadan 40 donadan kam emas. **108.** 1) $-3\frac{6}{7} < x \leq 4\frac{5}{7}$. **112.** 1) $2,5 < x < 5$; 2 ta; 2) $-\frac{1}{3} < x < 2,5$; 3 ta. **114.** 1) $-5 \leq x < -\frac{20}{9}$; 3 ta; $-5; -3$; 2) $-1 < x \leq 4$; 5 ta, 0; 4. **119.** 1) 0,925; 2) $-0,5$. **120.** 10 ta xo'rozqand 13 ta qurutdan arzon. **121.** 300 nafar o'quvchi. **122.** 1-idishda 24 ta, 2-idishda 7 ta buyum bor. **123.** 900 dona; 855 dona. **130.** 4) $-\frac{10}{7} < x < 2$. **131.** 2) $x \geq 1$; $x \leq -\frac{1}{3}$. **133.** 2) $x = 6,5$; 4) $x = 1$; 6) $x = -8$. **134.** 1) $x = -1$; 4) $x = -4$; 0; 4; 3) $x = 0$; 4) yechimi yo'q.

138. 1) $-1 \leq x \leq 1$; 2) $-\infty < x \leq -1$; 3) $x = -\frac{5}{2}$; $x = \frac{1}{2}$. 139. 1) $a \neq 4$ da $x = \frac{a+4}{2}$; $a = 4$ da x – ixtiyoriy son; 2) $x = \frac{3}{4}$; $x = \frac{7}{2}$; 3) $a < 0$ bo'lsa, yechim yo'q; $a = 0$ bo'lsa, $x = -4$; $a > 0$ bo'lsa, $x = a - 4$ va $x = -a - 4$. 140. 1) $-2 < x < -1$, $1 < x < 2$; 2) $-2 < x < 1$, $5 < x \leq 8$; 3) $-2 < x < 5$; 4) $\frac{1}{3} < x < 1$; $x \neq \frac{2}{3}$. 141. 1) $0 \leq x \leq 2$, $4 \leq x \leq 6$; 2) $-1 < x < 9$, 3) $x < -2$, $x > 3$; 4) $x < -\frac{2}{3}$, $0 < x < \frac{8}{3}$; $x > \frac{10}{3}$. 142. 1) $x > 3$; 2) $x < 1,5$; 3) $x < \frac{5}{3}$. **Rivojlantiruvchi mashqlar.** 1) $59 \frac{1}{3} < p \leq 76 \frac{2}{7}$; 2) $p \leq 5 \frac{1}{7}$, bunda p – to'rtburchakning perimetri. 3. $36 \leq x \leq 64,8$ (litr). 4. 1750 tonna. 9. To'pda 1983 ta shar bo'lgan. 10. 1-firmada 11 nafar, 2-firmada 18 nafar kishi ishlaydi. 12. 1) $x = 0$, $x = 7$; 2) $-1 \leq x \leq 1$. 13. $x \geq 2$. 15. *Ko'rsatma:*
$$\begin{cases} (x^2 - 1) \cdot (x - 9) = 0, \\ (x^2 - 1) \cdot (x + 3) = 0 \end{cases}$$
 sistemaga keling.
16. 1) erishish mumkin; 2) erishib bo'lmaydi.
- IV bob.** 2. 2) 7 m; 4) 0,75 m; 6) $\frac{6}{9}$ mm. 3. 2) 1296 m²; 4) 2401 sm²; 6) 49 m².
6. 1) 9; 2) $\frac{1}{125}$. 9. 2) 10; 4) 2. 10. 2) 7; 1; 4; 6. 15. 1) 31; 2) 25; 3) 10. 16. 2) 8; 4) 2.
18. 24 m. 20. 2) 10 dm; 4) 1,3 dm; 6) $4\sqrt{3}$ m. 21. 2) 14 sm; 4) 4a. 22. 2) 27. 26. 2) 1; 4) 27.
31. 2) 3; 4) 2. 33. 1) 31; 2) 25; 3) 12. 35. 54,4 sm. 39. 2) 4; 4) 2. 41. 2) $a < -1$; 3) $a < -2$; $a > 3$. 43. 9 sm. 46. 2) 2,(4); 4) 0,(4117647058823529). 47. 2) 0,008; 3) 0,6. 48. $3\frac{2}{9}$; $\frac{7}{9}$; $1\frac{8}{9}$; $\frac{321}{999}$. 49. 2) $2,03 < 2,(03)$; 4) $8 < \sqrt{74}$. 51. $\sqrt{24} \approx 4,9$; $\sqrt{37} \approx 6\frac{1}{12}$; $\sqrt{168} \approx 12\frac{25}{26}$.
55. 2) $4 < \sqrt{23} < 5$; 4) $5 < \sqrt{29} < 6$. 59. 1) 0,25; 2) 0,04; 3) 0,024; 4) 0,(27). 61. 2) $3,04 < 3,(04)$; 4) $7,3(5) > 7,35$. 64. 2) $\frac{5\sqrt{a}}{a}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{3}$. 67. 2) $\frac{5a}{3\sqrt{a}}$; 4) $\frac{13}{3\sqrt{a}}$. 71. 1. 76. 2) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$; 4) $\sqrt{2} - 1$.
79. $x \leq 5$. 81. $a\sqrt{a}(4a - 3)$. 85. 2) a) mavjud emas; b) 1. 87. 1) $a + \sqrt{a}$. 89. 2) $2\sqrt{2} + 1$; 4) $3 - \sqrt{2}$. 93. 2) 20; 4) 12. 100. 2) 14. 105. 2) $3 - 2\sqrt{3}$; 4) $a^2 - 21 + 8\sqrt{5}$. 110. 2) $6\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{2}$. 112. 2) 1. 114. 2) $3\sqrt{17} + 2$. 117. 2) $\sqrt{5}$; 4) $2\sqrt{5}$. 121. 2) $a - 2$. 123. 1) $3x$; 2) 3.
125. 2) 3; 4) 1. 127. 2) 0,7; 4) 72. 130. 2) 111. 132. 2) 1. 136. 2) $4 + \sqrt{2}$; 4) $\sqrt{6} + 1$.
138. 2) $4n - k - 2$. 139. $\frac{2}{\sqrt{2b-3a}}$. 2. 140. 2) $3\sqrt{2} - 1$. 143. 2) $\sqrt{b} - 4$; 4) $0,9 - \sqrt{6}$.

146. 2) $\frac{7}{4}$; 4) $\frac{8}{3}$. 147. 2) 0; 4) $-\frac{27}{44}$. 150. 2) $4 - \sqrt{15}$; 4) $\frac{d(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b}$. 152. 2) $\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3}$; 4) $1 + \sqrt{2}$.

156. 2) $\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 159. 2) $\frac{2}{a+\sqrt{b}}$. 162. 2. 165. $a+b$. 167. 2) 72; 4) 168.

175. 2) $2 - \sqrt{2}$; 4) $4 - \sqrt{15}$. 178. 2) $\frac{1}{2}a - 2b$; 4) $\frac{1}{3}a - \frac{3}{2}b$. 180. 2) $a + 4$; 3) $a^2 + 2$. 185. 2) $\sqrt{a} - 1$;

3) $\sqrt{a} + 2$. 186. 2) $2a + \sqrt{a}$. 192. 1) 3; 2) $2\sqrt[4]{8}$. 193. 2) $3 - 2\sqrt{2}$.

V bob. 4. 2) $3x^2 - 5x + 6 = 0$; 4) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{8}x - \frac{3}{4} = 0$; 6) $0,4x^2 - 1,8x - 2,4 = 0$.

6. 2) $2x^2 - 7x - 4 = 0$; 4) $15x^2 - 11x + 2 = 0$. 8. 2) $3x^2 - 15x + 18 = 0$; 4) $1,25x^2 - 0,45x - 4,2 = 0$.

4) $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{3}$; 2) $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}$; 6) $x_{1,2} = \pm \frac{4}{5}$. 16. 2) $x_{1,2} = 1, 2$; 4) $x_{1,2} = 0$. 18. 2) $x_1 = 0$;

$x_2 = -\frac{7}{2}$; 4) $x_1 = 0$; $x = \frac{15}{7}$. 21. 2) $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{\frac{5}{3}}$; 4) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{29}{6}$. 24. 2) $x_{1,2} = \pm 3$;

4) $x_{1,2} = \pm \frac{9}{2}$. 27. 2) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{54}{37}$; 4) $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{15}{16}$. 31. 2) $x = 0$; 4) \emptyset . 33. 2) $m =$

$= \pm 4$; 4) $m = 8$. 34. 2) $m = -\frac{4}{3}$; 4) $m = -2$. 37. 2) $x = 0$; 4) $x = \frac{1}{5}$. 44. 2) -6 ;

4) $\sqrt{2}$. 49. 2) $x_{1,2} = 12$; 3) $x_{1,2} = -10$. 57. 2) $m = 3$; 4) $\frac{25}{4}$. 58. 2) $m = 8$; 4) \emptyset . 59. 2) $x_1 = -2$;

$x_2 = 5$; 4) $x_1 = -1$; $x_2 = 7$. 61. 2; 3; 4. 63. $b = -10$; $x_1 = 2$; $x_2 = -5$. 66. 2) $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{11}{4}$;

4) $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$; 6) $x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. 68. 2) $m = 4$; 4) $m = 25$; 6) $m = 1$. 71. 2) $x_1 =$

$= \frac{1}{5}$; $x_2 = \frac{3}{5}$; 4) $x_1 = -2$; $x_2 = 5$. 73. 2) $m = \pm 3$; 4) $m = -8$. 74. 2) $m = -\frac{4}{8}$; 4) $m = -2$.

77. 2) $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{7}{3}$. 4) $x_1 = \frac{3}{4}$; $x_2 = 2$. 79. 2) \emptyset ; 4) \emptyset . 84. 2) $x_1 = -2$; $x_2 = 2$. 87. 2) \emptyset ; 4) \emptyset .

91. $x_1 = -\frac{b}{a}$; $x_2 = \frac{a}{b}$. 4) $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{c}(1 - \sqrt{2})}$. 92. 2) $2 - \sqrt{3}$; $2 + \sqrt{3}$. 94. 2) $x_1 = -1$; $x_2 = 4$.

95. 2) $x_1 = -\frac{11}{4}$; $x_2 = 1$. 96. 2) $x_1 = -4$; $x_2 = -3$; 4) $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{2}$. 99. 2) $m = 1$;

4) $m = 4$. 101. 2) $m = 20$; 4) $m = 36$. 106. 2) $m = \pm 2$; 4) $m = 0$; $m = -1$. 108. 2) $m = 0$;

4) $|m| = 1$. 113. 2) $m = \frac{9}{4}$; 4) $m = \frac{1}{2}$. 116. 2) $D = 23$. 117. 2) $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{3}{4}$;

- 4) $x_1 = -\frac{1}{7}$; $x_2 = \frac{4}{3}$. **120.** 2) $x_{1,2} = \pm 2$; 4) $x_1 = 0$; $x_2 = 5$. **123.** 2) $x_1 = a - 1$; 4) $x_2 = b$.
- 127.** 2) $x_1 = -7$; $x_2 = 1$; 4) $x_1 = -13$; $x_2 = 7$. **131.** 1) $x^2 + x - 2 = 0$; 2) $x^2 + x - 20 = 0$;
- 4) $x^2 + 5x + 6 = 0$; 6) $x^2 - 11x + 28 = 0$. **133.** 2) $(x - 1)(x - 5)$; 4) $\left(x + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)$.
- 136.** 2) $\frac{x + 4}{x + 3}$; 4) $\frac{x - 5}{2x + 1}$. **138.** 1) $\frac{2}{5}$; 2) i^3 . **140.** 2) $x^2 + 6x + 1 = 0$;
- 4) $x^2 - 8x + 1 = 0$. **143.** 2) $x_1 = -4$; $x_2 = 3$; 4) $x_1 = -5$; $x_2 = 4$. **144.** 2) $x_1 = -7$; $x_2 = 6$;
- 4) $x_1 = -8$; $x_2 = 7$. **146.** 2) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{7}$; 4) $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{8}$. **150.** 2) $x_{1,2} = \pm 3$; 4) \emptyset . **153.** 2) $x_{1,2} = \pm 3$; 4) $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{3}$. **155.** 2) $x_1 = -1$; $x_2 = 7$; 4) $x_1 = -7$; $x_2 = 13$.
- 157.** 2) $x_1 = -16$; $x_2 = -1$. **165.** 2) $b = -4c - 1$. **167.** 2) $b_1 = -\frac{20}{3}$; $b_2 = -\frac{8}{3}$. **171.** $b = \pm 5$.
- 177.** 2) $x_{1,2} = \pm \left|\frac{b}{a}\right|$; $x_{3,4} = \pm \left|\frac{a}{b}\right|$. **182.** 2) 25; 26. **187.** 6. **188.** 17; 30. **192.** 70 km/soat.
- 195.** 2) $x = -\frac{18}{11}$; $y = \frac{12}{11}$. 4) $x = 4$; $y = -2$. **197.** 2) $x_1 = -3$; $y_1 = -2$; $x_1 = -3$; $y_1 = 2$.
- 4) \emptyset . **199.** 1) $x_1 = -8$; $y_1 = -4$; $x_2 = 7$; $y_2 = 3$. **201.** 2) $x_1 = 3$; $y_1 = 4$; $x_2 = 4$; $y_2 = 3$.
- 205.** 2) $x_{1,2} = \pm 4\sqrt{3}$; 4) $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{10}{3}$. **208.** 2) $x - 3$; 4) $\frac{5(5x + 1)}{x - 3}$. **211.** 2) $x_{1,2} = \pm 3$;
- $x_{3,4} = \pm 2$; 4) $x_{1,2} = \pm 2$. **214.** $x = 3$; $y = 2$. **219.** 2) $x = 5$; $y = 3$. **223.** $x_2 = -\frac{1}{3}$.
- 227.** $x_2 = \frac{1}{5}$. **229.** $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{5}{2}$. **230.** -10. **233.** $x_1 = 3$; $y_1 = 4$; $x_2 = 4$; $y_2 = 3$.
- 234.** 2) $x_1 = -4$; $y_1 = 3$; $x_2 = -3$; $y_2 = 2$.

- VI bob.** **3.** 1,3 m. **4.** 0,0001. **6.** 2) -0,004; 0,004; 4) 0,003; 0,003. **10.** 2) $159,8 \leq x \leq 160,2$; 4) $k - 1 \leq x \leq k + 1$; 6) $-7,6 \leq x \leq +7,6$. **11.** 2) 22,6; 22,8; 4) -6,1; -5,7. **12.** 2) 5,5. 4) 3,9. **14.** 2) 1,002; 1,998. **26.** 2) -0,03; 0,03; 2) 0,06; 0,06.
- 28.** 2) $\frac{17}{30} \leq A \leq \frac{23}{30}$; 4) $\frac{113}{170} \leq A \leq \frac{147}{170}$. **37.** 2) 2013; 2013,01; 2013,008.

MUNDARIJA

7-sinf "Algebra" kursida o'tilgan mavzularni takrorlash	3
---	---

I bob. Chiziqli funksiya va uning grafigi

1-§. Tekislikda to'ri burchakli koordinatalar sistemasi	8
2-§. Funksiya tushunchasi	13
Masalalar yechish	19
3-§. $y = kx$ funksiya va uning grafigi	22
4-§. Chiziqli funksiya va uning grafigi	27
Masalalar yechish	31
Rivojlantiruvchi mashqlar	35
I bobga doir sinov mashqlari (testlar)	42
Tarixiy masalalar	44
Tarixiy ma'lumot	45

II bob. Ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi

1-§. Chiziqli tenglamalar sistemasi	46
2-§. O'rniga qo'yish usuli	50
3-§. Qo'shish usuli	55
4-§. Tenglamalar sistemasini yechishning grafik usuli	59
Masalalar yechish	62
Masalalarni tenglamalar sistemasi yordamida yechish	66
Rivojlantiruvchi mashqlar	72
II bobga doir sinov mashqlari	78
Tarixiy masalalar	80
Tarixiy ma'lumot	80

III bob. Tengsizliklar

1-§. Musbat va manfiy sonlar	81
2-§. Sonli tengsizliklar va ularning asosiy xossalari	84
1. Sonli tengsizliklar	84
2. Sonli tengsizliklarning asosiy xossalari	87
3-§. Tengsizliklarni qo'shish va ko'paytirish	90
4-§. Qat'iy va noqat'iy tengsizliklar	92
Masalalar yechish	94
5-§. Bir noma'lumli tengsizliklar	95
6-§. Bir noma'lumli tengsizliklarni yechish	97
7-§. Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasi. Sonli oraliqlar	101
8-§. Tengsizliklar sistemalarini yechish	104
Masalalar yechish	106
9-§. Sonning moduli. Modul qatnashgan tenglama va tengsizliklar	107
1. Sonning moduli	107
2. Noma'lum modul belgisi ostida qatnashgan tenglamalar	107
3. Noma'lum modul belgisi ostida qatnashgan tengsizliklar	108
Masalalar yechish	110
Rivojlantiruvchi mashqlar	111

III bobga doir sinov mashqlari (testlar)	113
Tarixiy masalalar	114
Tarixiy ma'lumot	114

IV bob. Kvadrat ildizlar

1-§. Arifmetik kvadrat ildiz	115
2-§. Haqiqiy sonlar	120
1. Ratsional sonlar	120
2. Irratsional sonlar. Haqiqiy sonlar	123
Masalalar yechish	125
3-§. Darajaning kvadrat ildizi	127
Masalalar yechish	131
4-§. Ko'paytmaning kvadrat ildizi	135
5-§. Kasrning kvadrat ildizi	139
Masalalar yechish	146
Rivojlantiruvchi mashqlar	149
IV bobga doir sinov mashqlari (testlar)	153

V bob. Kvadrat tenglamalar

1-§. Kvadrat tenglama va uning ildizlari	155
2-§. Chala kvadrat tenglamalar	160
Masalalar yechish	163
3-§. To'la kvadratni ajratish usuli	166
4-§. Kvadrat tenglamalarni yechish	168
Masalalar yechish	174
5-§. Keltirilgan kvadrat tenglama	178
6-§. Kvadrat tenglamalarga keltiriladigan tenglamalar	187
Masalalar yechish	190
7-§. Kvadrat tenglamalar yordamida masalalar yechish	194
8-§. Ikkinchi darajali tenglama qatnashgan eng sodda tenglamalarni yechish	200
Masalalar yechish	205
Rivojlantiruvchi mashqlar	208
V bobga doir sinov mashqlari (testlar)	215
Tarixiy masalalar	216
Tarixiy ma'lumot	216

VI bob. Taqribiy hisoblashlar

1-§. Miqdorlarning taqribiy qiymatlari. Yaqinlashish xatoligi	217
2-§. Xatolikni baholash	219
Masalalar yechish	221
3-§. Sonlarni yaxlitlash	223
4-§. Nisbiy xatolik	224
5-§. Sonning standart shakli	225
Masalalar yechish	227
Rivojlantiruvchi mashqlar	227
VI bobga doir sinov mashqlari (testlar)	228
8-sinf «Algebra» kursini takrorlash	229

M54

Mirzaahmedov, Mirfozil Abdilhaqovich

Algebra: 8-sinf uchun darslik./ M. A. Mirzaahmedov [va boshq.].
— Toshkent: «O'zbekiston milliy ensiklopediyasi» Davlat ilmiy
nashriyoti, 2014. — 240 b.

ISBN: 978-9943-07-335-7

O'quv nashri

Mirfazil Abdilxakovich Mirzaxmedov, Gappar Nasritdinov,
Faridon Rahimovich Usmonov, Feruza Soidovna Rahimova,
Shohida Rahmatovna Aripova

ALGEBRA

*Aniq fanlarga ixtisoslashtirilgan davlat
umumta'lim maktablarining
8-sinfi uchun darslik*

«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi»
Davlat ilmiy nashriyoti,
Toshkent — 2014

Muharrir	A. Zulfiqorov
Badiiy muharrir	A. Yoqubjonov
Kompyuterda sahifalovchi	U. Sapayev

Nashriyot litsenziyasi AI № 160, 14.08.2009-y.

22.12.2014-y. da boshishga ruxsat etildi. Qog'oz bichimi 70x100¹/₁₆.

«Times» garniturası. Kegli 11. Ofset usulida bosildi.

Shartli b.t. 19,35. Nash h.t. 16,28. Adadi 6814 nusxa
417-buyurtma.

«O'zbekiston milliy ensiklopediyasi» Davlat ilmiy nashriyoti, 2014
Toshkent — 129. Navoiy ko'chasi, 30-uy.

O'zbekiston Matbuot va axborot agentligining

G'afur G'ulom nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi bosmaxonasida bosildi.

Toshkent — 100128, Shayxontohur ko'chasi, 86-uy.

Ijaraga berilgan darslik holatini ko'rsatuvchi jadval

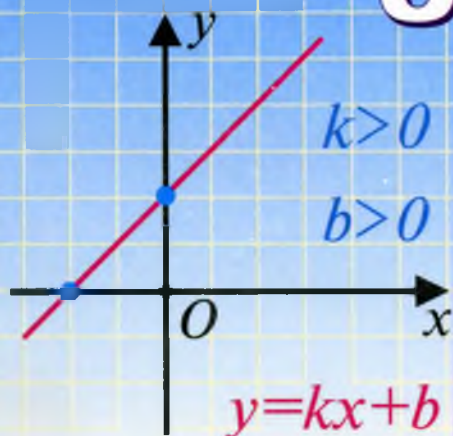
T/r	O'quvchining ismi va familiyasi	O'quv yili	Darslikning olingandagi holati	Sinf rahbarining imzosi	Darslikning topshirilgandagi holati	Sinf rahbarining imzosi
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Darslik ijaraga berilib, o'quv yili yakunida qaytarib olinganda yuqoridagi jadval sinf rahbari tomonidan quyidagi baholash mezonlariga asosan to'ldiriladi:

Yangi	Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati.
Yaxshi	Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilmagan, ko'chmagan, betlarida yozuv va chiziqlar yo'q.
Qoniqarli	Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta'mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta ta'mirlangan, ayrim betlariga chizilgan.
Qoniqarsiz	Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismdan ajralgan yoki butunlay yo'q, qoniqarsiz ta'mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo'yab tashlangan. Darslikni tiklab bo'lmaydi.

ALGEBRA

8



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Sotuvga chiqarish ta'qiqlanadi



ISBN 978-9943-07-335-7



9 789943 073357